

等リプルRCポリフェーズフィルタの素子値設計法

Element Value Design of Elliptic RC Polyphase Filters

田邊 寛朗
Hiroaki Tanabe

谷本 洋
Hiroshi Tanimoto

北見工業大学
Kitami Institute of Technology

1 はじめに

RC ポリフェーズフィルタは無線通信システム中のイメージ除去に用いられる回路ブロックである。RC ポリフェーズフィルタを縦続接続することにより、阻止域と通過域の帯域を広げることができる。阻止域と通過域の両方が同時に等リプル特性になる RC ポリフェーズフィルタの解析は [1] でなされている。しかし、RC ポリフェーズフィルタの周波数特性が等リプルになる伝達関数の時定数が与えられているだけで、素子値設計についての検討はされているが [1, 2], 阻止域・通過域の両方が完全に等リプルになる素子値の設計法は得られていない。

本報告では、係数マッチング法を用いることにより、抵抗とコンデンサで構成される等リプル特性を持つ RC ポリフェーズフィルタの素子値設計手法を提案する。

2 RC ポリフェーズフィルタの伝達関数 [1]

通過域と阻止域が同時に等リプルとなる RC ポリフェーズフィルタは n, x, ε の3つのパラメータで特徴づけられる。 n は RC ポリフェーズフィルタの段数、 x は $x \equiv \omega_L/\omega_H (< 1)$ で定義される帯域幅の逆数、 ε はリップルである。これら3つのパラメータは互いに独立ではなく、このうち2つを決めると自動的に残りの1つが決まり、次の関係式が成り立つ。

$$4n \times K(x^2)/K(\sqrt{1-x^4}) = K(\sqrt{1-\varepsilon^4})/K(\varepsilon^2) \quad (1)$$

ここで、 $K(m)$ は母数 m の第一種完全楕円積分である。通過域のリップル a_p と阻止域のリップル a_s は、パラメータ ε を用いて次式で計算することができる。

$$a_p = 10 \log(1 + \varepsilon^2), \quad a_s = 10 \log(1 + 1/\varepsilon^2) \quad (2)$$

阻止域と通過域の両方が同時に等リプル特性を有する RC ポリフェーズフィルタの電圧伝達関数は

$$H(s) = \prod_{r=1}^n \frac{sx + j \operatorname{dn} \left[\left(\frac{2r-1}{2n} \right) K(\sqrt{1-x^4}), \sqrt{1-x^4} \right]}{sx + cs \left[\left(\frac{2r-1}{2n} \right) K(\sqrt{1-x^4}), \sqrt{1-x^4} \right]} \quad (3)$$

で与えられる [1]。ここで、 $\operatorname{dn}(\cdot)$ と $cs(\cdot)$ はヤコビの楕円関数である。

式 (3) を、係数 b_i ($i = 1, 2, \dots, n$) を用いて次のように展開し整理する。

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{(1 - js\tau_{z1})(1 - js\tau_{z2}) \cdots (1 - js\tau_{zn})}{(1 + s\tau_{p1})(1 + s\tau_{p2}) \cdots (1 + s\tau_{pn})} \\ &= \frac{(1 - js\tau_{z1})(1 - js\tau_{z2}) \cdots (1 - js\tau_{zn})}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0} \quad (4) \end{aligned}$$

このとき、零点と極の時定数は次式で与えられる。

$$\tau_{zr} = \frac{1}{x} \operatorname{dn} \left[\left(\frac{2r-1}{2n} \right) K, \sqrt{1-x^4} \right] \quad (5)$$

$$\tau_{pr} = \frac{1}{x} cs \left[\left(\frac{2r-1}{2n} \right) K, \sqrt{1-x^4} \right] \quad (6)$$

3 F 行列を用いた伝達関数の解析

1 段の RC ポリフェーズフィルタの回路は図 1 で示される。もし、4 つの入力電源電圧が等しく、互いに 90° 位相の異なる 4 相電圧源であれば、図 1 は対称な 4 相回路である。したがって、回路の入力電圧と入力電流を

$$V_{in2} = jV_{in1}, \quad V_{in3} = -V_{in1}, \quad V_{in4} = -jV_{in1}, \quad (7)$$

$$I_{in2} = jI_{in1}, \quad I_{in3} = -I_{in1}, \quad I_{in4} = -jI_{in1}, \quad (8)$$

とすると、出力電圧と出力電流は

$$V_{out2} = jV_{out1}, \quad V_{out3} = -V_{out1}, \quad V_{out4} = -jV_{out1}, \quad (9)$$

$$I_{out2} = jI_{out1}, \quad I_{out3} = -I_{out1}, \quad I_{out4} = -jI_{out1}, \quad (10)$$

で与えられる。よって、対称性からこの回路は通常の 4 端子回路に対する F 行列で考えることができる。

1 段の RC ポリフェーズフィルタの F 行列は

$$F = \frac{1}{1 - jsCR} \begin{pmatrix} 1 + sCR & R \\ 2sC & 1 + sCR \end{pmatrix} \quad (11)$$

となる。 n 段の RC ポリフェーズフィルタを縦続接続したとき、全体の F 行列は

$$\begin{pmatrix} V_{in} \\ I_{in} \end{pmatrix} = F_1 F_2 \cdots F_n \begin{pmatrix} V_{out} \\ I_{out} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$= \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 - jsC_i R_i)} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{out} \\ I_{out} \end{pmatrix} \quad (13)$$

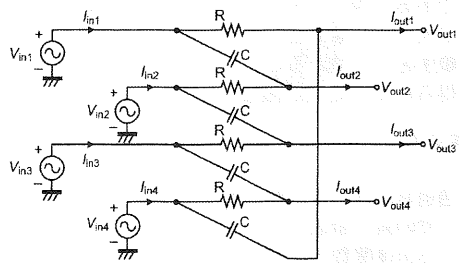


図 1 1 段の RC ポリフェーズフィルタ

と得られる。ここで、 F_i は第*i*段の*F*行列、 R_i と C_i は第*i*段の抵抗とコンデンサである。よって、RCポリフェーズフィルタの電圧伝達関数 $H(s)$ は

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{(1 - jsC_1R_1) \cdots (1 - jsC_nR_n)}{A} \quad (14)$$

で得られる。

F 行列の要素 *A* は *s* の *n* 次の実係数多項式であり、係数 a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) を用いて次のように書き換えることができる。

$$H(s) = \frac{(1 - jsC_1R_1)(1 - jsC_2R_2) \cdots (1 - jsC_nR_n)}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (15)$$

4 係数マッチング法

零点と極の時定数の値で表した、阻止域と通過域が同時に等リプルになる電圧伝達関数は式(4)で与えられる。一方、抵抗とコンデンサの素子値で表した、*n* 段のRCポリフェーズフィルタの電圧伝達関数は式(15)で与えられる。よって、これら2つの伝達関数が一致する条件より等リプル特性を持つ素子値を得ることができる。

各段の $R_i C_i$ は $H(s)$ の零点の時定数により拘束されているから、与えられた極の位置を満足するように R_i と C_i の値に分解しなければならない。その条件式は非線形であるから、解析的に素子値を得ることはできず、数値解によらざるを得ない。本報告では、フィルタ合成の分野で使用されている係数マッチング法 [3] を用いた。

係数マッチング法は $i = 1, 2, \dots, n$ に対する非線形な式を解くことによって式(4)と式(15)から、多項式の分母と分子の同じ係数を一致させることにより解を得る。

$$\begin{cases} a_i(R_1, C_2, \dots, R_n, C_n) = b_i(\tau_{p1}, \tau_{p2}, \dots, \tau_{pn}) \\ R_i C_i = \tau_{zi} \end{cases} \quad (16)$$

ここで、常に $a_0 = b_0 = a_n = b_n = 1$ が成り立つことから、任意に $R_1 = 1 [\Omega]$ とする。他の抵抗値に対する解はインピーダンススケールリングをすることにより得られる。式(16)は Mathematica™ を使って解いた。設計例を表1と図2に示す。

文献 [2] の手法では、零点の時定数は昇順又は降順のみにしか配置できないが、提案した係数マッチング法による素子値設計は時定数の順序が昇順、降順だけでなく全ての組み合わせについて解が得られる。つまり、*n* 段であれば、*n!* 通りの零点の時定数の順序について解析が可能である。表1の結果によれば、帯域幅 ω_H/ω_L と段数 *n* が大きいと素子値広がり非常に大きくなるが、零点の順序を入れ換えることにより、実装上、有利な素子値が得られる可能性がある。

5 まとめ

RCポリフェーズフィルタを縦続接続したとき、阻止域と通過域の両方が同時に等リプル特性になる抵抗とコンデンサの素子値設計法について提案した。時定数から得られる伝達関数と回路から得られる伝達関数から係数マッチング法を用いて、素子値を得ることができた。ま

た、零点の順序は昇順や降順だけでなく、全ての組み合わせに対して設計が可能になった。

謝辞 研究を行うにあたり、貴重な議論と助言を下された(株)半導体理工学研究センターに感謝いたします。

参考文献

- [1] M. J. Gingell, "The synthesis and application of polyphase filters with sequence asymmetric properties," Ph.D. thesis in the Faculty of Engineering, University of London, 1975.
- [2] K. Wada, Y. Tadokoro, "RC polyphase filter with flat gain characteristic," *Proc. of ISCAS 2003*, pp. I-537-I-540, May 2003.
- [3] G. C. Temes and J. W. LaPatra, "Introduction to Circuit Synthesis and Design," *Chapt. 11*, McGraw-Hill, Inc., 1977.

表1 RCポリフェーズフィルタの素子値 ($\sqrt{\omega_L \omega_H} = 1 [\text{rad/s}]$)

<i>n</i>	$\frac{\omega_H}{\omega_L}$	ripple ϵ	($\omega_L \leq \omega \leq \omega_H$)
Time constant of zero: $\tau_{z1}, \tau_{z2}, \dots, \tau_{zn}$ [s]			
Time constant of pole: $\tau_{p1}, \tau_{p2}, \dots, \tau_{pn}$ [s]			
Resistor: $R_1 (= 1), R_2, \dots, R_n [\Omega]$			
Capacitor: $C_1 (= \tau_{z1}), C_2, \dots, C_n [F]$			
3	10	0.0360503	
2.649642, 1, 0.3774095			
4.819564, 1, 0.2074877			
1, 1.61159, 2.59723			
2.64964, 0.620504, 0.145312			
3	100	0.168996	
6.487809, 1, 0.1541352			
8.524637, 1, 0.1173070			
1, 1.27502, 1.62568			
6.48781, 0.784299, 0.0948125			
4	10	0.009452267	
2.855521, 1.506315, 0.6638717, 0.3501988			
6.605261, 1.674982, 0.5970215, 0.1513945			
1, 1.68378, 3.23279, 5.44332			
2.85552, 0.894601, 0.205355, 0.0643354			
4	100	0.0741678	
7.729276, 2.092523, 0.4778921, 0.1293782			
12.180770, 2.137451, 0.4678469, 0.08209662			
1, 1.45137, 2.01845, 2.92953			
7.72928, 1.44175, 0.236761, 0.0441635			
5	10	0.00247835	
2.959996, 1.894867, 1, 0.5277415, 0.3378383			
8.363023, 2.333639, 1, 0.4285152, 0.1195740			
1, 1.550276, 3.450017, 7.677742, 11.902616			
2.959996, 1.22228, 0.289854, 0.0687365, 0.0283835			
5	100	0.0325472	
8.439469, 3.226576, 1, 0.3099260, 0.1184909			
15.731648, 3.4072611, 1, 0.2934909, 0.06356613			
1, 1.597025, 2.410326, 3.637808, 5.809671			
8.43947, 2.02037, 0.414882, 0.0851958, 0.0203955			

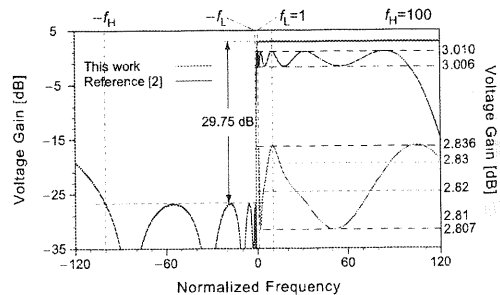


図2 $n = 5, f_H/f_L = 100, \sqrt{f_L f_H} = 10, \epsilon = 0.0325472$ ($a_p = 0.004598$ dB) の周波数特性。