

確率的フラッシュAD変換器の線形化

杉本俊貴*, 谷本 洋, 吉澤真吾
(北見工業大学)

Linearization of stochastic flash AD converter

Toshiki Sugimoto*, Hiroshi Tanimoto, Shingo Yoshizawa (Kitami Institute of Technology)

Abstract

Since stochastic flash AD converters (SFADC) use statistical method, threshold voltages of SFADC are defined by comparator offsets instead of fixed reference voltages. Assuming offset variation follows a Gaussian distribution, the input range is narrow and cumulative distribution function becomes non-linear. This work presents a technique to reduce the non-linearity and expand the input range at the same time.

キーワード：確率的フラッシュ型ADC, コンパレータオフセット, 線形化, 入力範囲の拡大
(stochastic flash AD converters, comparator offsets, linearization, input range)

1. はじめに

コンパレータとデジタル回路だけで実現可能なAD変換器として確率的フラッシュAD変換器が注目されている。この背景として、プロセスの微細化が進んでデバイスの高速化は達成されたものの、たとえばトランジスタのオフセット電圧等アナログ的パラメータの製造バラツキは改善されず、むしろ拡大する傾向にあり、低電源電圧化と相俟って微細プロセスを用いた精密なAD変換器等の設計が難しくなってきた。

確率的フラッシュAD変換器は、フラッシュ型AD変換器における基準電圧の代わりにコンパレータ自身のオフセット電圧を用いる方式である⁽¹⁾⁽²⁾。製造ばらつきの影響により、コンパレータのオフセットもあるばらつきを持って分布するため、多数のコンパレータの入力を並列にすることで、特に外部から基準電圧を与えることなく、反転したコンパレータの個数を数えることにより、AD変換することができる。さらに、構造的にはフラッシュ型であるため、高速動作が可能であるという特徴を受け継いでいる。

確率的フラッシュAD変換器の主な問題点として、まず、 N ビットのAD変換器を実現する場合、フラッシュ型AD変換器では $2^N - 1$ 個のコンパレータがあればよかったが、これよりも遥かに多数のコンパレータを必要とすることが挙げられる。

このため、回路面積や消費電力の問題が生ずるが、通常のフラッシュ型AD変換器に用いるコンパレータのように、非常に小さいオフセットばらつきを要求されることはなく、むしろコンパレータのオフセットばらつきがある程度大きいほうが設計が容易であるため、最小ディメンジョンのトランジスタを使うことができ、この点はあまり問題にならない⁽¹⁾。

もうひとつの問題として、オフセット電圧の分布が正規分布的であるため、線形性が悪いことが挙げられる。この

ため、バラツキ分布の端部にあるコンパレータは使用されず、利用効率が極端に低い。たとえば、オフセット電圧の標準偏差を σ とすると、6ビットの線形性が必要な場合、バラツキが正規分布であれば $\pm 0.6\sigma$ に輸入範囲を限る必要があり、総数の46%のコンパレータしか使用されない。この問題を解決するため、非線形性を逆関数で打消す方法⁽³⁾や、コンパレータを2群に分けてそれぞれに固定した基準電圧を与えて線形化する方法⁽⁴⁾が提案されているが、まだ十分ではない。

我々は以上の点に鑑み、確率的フラッシュAD変換器の非線形性を解析することにより、その設計パラメータであるスプリアスフリーダイナミックレンジ(SFDR)の見積り方法を明らかにした。さらに、多数のコンパレータを複数の群に分割し、それぞれの群に最適な基準電圧を与え、その出力計数値を重み付け加算することで確率的フラッシュAD変換器の線形性を改善する手法を提案する。提案手法により、コンパレータの利用効率が90%程度に改善できることを明らかにした。これらに関する理論解析と数値シミュレーションの結果について報告する。

2. 確率的フラッシュAD変換器の原理

図1に基本的な確率的フラッシュAD変換器の原理的構成を示す。全部で N 個のコンパレータが入力に並列的に接続されており、各コンパレータはそれぞれのオフセット電圧 V_k ($k = 1, 2, \dots, N$)を持っているが、これらは等価的にコンパレータの外部に取り出して表現されている。

図2は平均 $\mu = 0$ 、分散 $\sigma^2 = 1$ の標準正規分布の確率密度関数(PDF; probability density functionと略記する) $g(x)$ と、それに対応する確率分布関数(CDF; cumulative distribution functionと略記する) $G(x)$ を示す。なお、これらの関数が

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad (1)$$

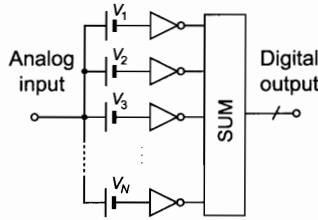


図1 確率的フラッシュAD変換器の原理的構成

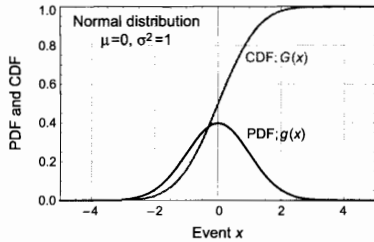


図2 標準正規分布の確率密度関数 $g(x)$ 、および確率分布関数 $G(x)$

$$G(x) = \int_{-\infty}^x p(y) dy = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (2)$$

と表されることはよく知られている。ここで、 $\operatorname{erf}(\cdot)$ はガウスの誤差関数である。

各コンパレータの閾値が標準正規分布に従っていると仮定すれば、図2の $G(x)$ に対して、振幅 $A(>0)$ で角周波数 ω の正弦波入力信号 $x(t) = A \cos \omega t$ が入力されると、コンパレータの反転する確率は、時刻を表すパラメータを t として、

$$G(x(t)) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{A \cos \omega t}{\sqrt{2}}\right) \quad (3)$$

と表される。すなわち、コンパレータが全部で N 個あったとすると、時刻 t において反転しているコンパレータ数の期待値 $m(t)$ は

$$m(t) = NG(x(t)) = N \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{A \cos \omega t}{\sqrt{2}}\right) \right\} \quad (4)$$

と表される。従って、 $m(t)$ を計数すれば、AD変換器が実現できる。

さて、CDFの直線部分をAD変換器として利用するには、直線部分（＝線形範囲）ができるだけ長いことが望ましい。しかし、正規分布の形を勝手に変形することはできないので、正規分布を複数個組み合わせて線形範囲を拡大することを試みる。

3. 線形範囲拡大方法の提案

正規分布が釣鐘型であることに着目し、2つの同じ正規分布を適切な量だけ左右に離して合成し、平坦部分を増やす試みがある⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、正規分布が左右対称であることを利用すると、図3に示すように、この考え方はより多

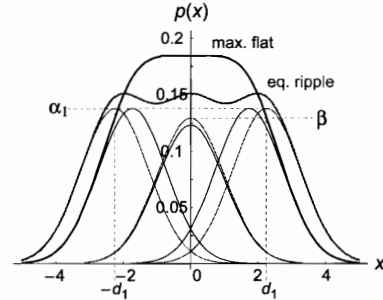


図3 $M=3$ の場合の最大平坦近似と等リプル近似の例

数の正規分布を平行移動して重み付け和を取ることで、さらに広範囲の線形化に拡張できる。

具体的には、かつて著者らの提案した差動対の線形化における multi-tanh technique⁽⁵⁾ と同じアイデアに基づいて M 組の確率的フラッシュAD変換器を組み合わせることにより、次の式により標準正規分布のPDF $g(x)$ から、平坦範囲がより広く線形化されたPDF $f_M(x)$ を設計することができる。

$$f_M(x) = \frac{\beta g(x) + \sum_{k=1}^{[M/2]} \alpha_k \{g(x-d_k) + g(x+d_k)\}}{\beta + 2 \sum_{k=1}^{[M/2]} \alpha_k} \quad (5)$$

ここで、 β と α_k 、 d_k ($k=1, 2, \dots, [M/2]$) は定数である。また、記号 $[m]$ は m を超えない最大の整数を表す。すなわち、 M が偶数なら $[M/2] = M/2$ であり、奇数なら $[M/2] = (M-1)/2$ となる。 $f_M(x)$ は偶関数でなければならないので、係数 β は M が偶数のときゼロであり、奇数のときのみ値を持つ。また、分母は $f_M(x)$ が確率密度関数となるための正規化定数である。

線形化のためには、式(5)が含む $2[M/2]+1$ 個のパラメータ α_k 、 β 、 d_k を最適化して、 $f_M(x)$ ができるだけ広い x の範囲にわたって平坦な特性を持つようにすればよい。このアイデアを実現するための確率的フラッシュAD変換器の構成として、図4を提案する。

本報告では誤差関数に対して $M=5$ 組までの最大平坦近似と、 $M=3$ 組の等リプル近似設計を行い、線形化の効果を検討する。ただし、本節では統計的バラツキは考慮せず、閾値の分布が理想的な正規分布であるものとする。

〈3・1〉 最大平坦近似による線形化 $y=f(x)$ を $x=0$ で Taylor 展開したとき、 x の1次以上の項の係数が n 次までゼロであったとすると、これを n 次の最大平坦特性という。最大平坦近似はできるだけ高い次数の微係数までゼロになるよう近似する方法である⁽⁵⁾。

すなわち、式(5)で表されるPDFに対して、 $x=0$ における1次以上の微係数ができるだけ高い次数までゼロになるようにするのが、我々のケースにおける最大平坦近似である。 $M=2$ の場合は $\alpha_1 = d_1 = 1$ であることが公知であるから⁽¹⁾⁽²⁾、例題として $M=3$ の場合を計算してみる。

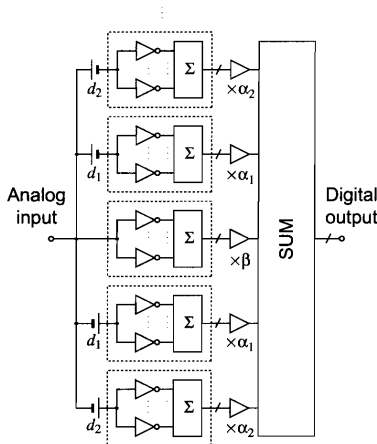


図4 提案する線形化確率的フラッシュAD変換器の構成

$M = 3$ の場合 式(5)において $M = 3$ とすると,

$$f_3(x) = \frac{\beta g(x) + \alpha_1 \{g(x - d_1) + g(x + d_1)\}}{\beta + 2\alpha_1} \quad (6)$$

である。分母分子を α_1 で割ってみれば分かるように、自由に設定できるパラメータは d_1 と β/α_1 の2つだけだから、簡単のため $\alpha_1 = 1$ とする。また、上式の対称性から $d_1 > 0, \beta > 0$ とする。 $f_3(x)$ を $x = 0$ の周りで Taylor 展開すると

$$\begin{aligned} f_3(x) = & \frac{e^{-d_1^2/2}}{\pi} + \frac{\beta}{2\pi} + x^2 \left\{ (d_1^2 - 1)e^{-d_1^2/2} - \frac{\beta}{2} \right\} \\ & + x^4 \left\{ \frac{(d_1^4 - 6d_1^2 + 3)e^{-d_1^2/2}}{12} + \frac{\beta}{8} \right\} \\ & + x^6 \left\{ \frac{(d_1^6 - 15d_1^4 + 45d_1^2 - 15)e^{-d_1^2/2}}{360} - \frac{\beta}{48} \right\} + \dots \quad (7) \end{aligned}$$

となるが、自由に設定できるパラメータは2つあるから、低次数側から2次の項と4次の項の係数をゼロにできる。これを解くと、 $d_1 = \sqrt{3}, \beta = 4e^{-3/2}$ を得る。 $f_3(x)$ は偶関数なので、奇数次項は元々ゼロであるから、 d_1, β の値を代入して得られる $f_{3\max}(x)$ は5次の最大平坦特性となる：

$$f_{3\max}(x) = 3\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-3/2} - \frac{x^6}{20e^{3/2}\sqrt{2\pi}} + \dots$$

$M = 4, 5$ の場合 $M = 4$ の場合は $M = 3$ と同様の理由で $\alpha_2 = 1$ と置いて

$$f_4(x) = \frac{\alpha_1 \{f(x - d_1) + f(x + d_1)\} + f(x - d_2) + f(x + d_2)}{2\alpha_1 + 2}$$

を最大平坦化する。ここで、 $d_2 > d_1 > 0, \alpha_1 > 0$ である。自由に決められるパラメータが3個あるので、7次の最大平坦近似が可能である。

$M = 5$ の場合も同様に $\alpha_2 = 1$ と置いて、

$$f_5(x) = \frac{\beta f(x) + \alpha_1 \{f(x - d_1) + f(x + d_1)\} + f(x - d_2) + f(x + d_2)}{\beta + 2\alpha_1 + 2}$$

を最適化する。ここで、 $d_2 > d_1 > 0, \alpha_1 > 0, \beta > 0$ である。パラメータが4個あるので、9次の最大平坦近似が可能である。

同様にして M 組用いれば、最大で $2M - 1$ 次の最大平坦近似が可能である。表1に、このようにして求めた、最大平坦近似を与えるパラメータ値を、図5に得られたPDFとCDFを示す。

〈3・2〉等リプル近似による線形化 等リプル近似は近似すべき区間内における誤差が正弦波状に正負等量生ずるような近似法であり、多項式を用いる Chebyshev 近似などが知られているが、ここでは近似に用いる関数が正規分布であるため一般論は難しい。よって、 $M = 3$ の場合についてのみ検討する。

さて、 $M = 3$ の場合は表1で与えられる最大平坦の条件よりも大きい d_1 の値を式(5)に与えると、ピークを持つようになる。左右のピーク値と中央のピーク値が一致するように β の値を定めれば等リプル特性を得る。この条件を解析的に導くのは容易でないので、数値最適化によっていくつかの d_1 に対する α の値を求めた。結果を表2と図6に示す。

4. SFDR の見積り

提案した線形化手法の効果を確認するため、本節では入力振幅と歪成分の関係を調べる。

実際のコンパレータの閾値電圧バラツキが正規分布である保証はないが、ここでは経験と中心極限定理に基づき、平均値が0で分散が1の標準正規分布を仮定する。仮に、正規分布でないことが判明しても、定量的な議論が変化するだけで、見積り方法自体は変わらない。また、コンパレータ数は十分に多く、CDFが連続であることも仮定する。

さて、図2の $G(x)$ の形が飽和形の実線形であることから、確率的フラッシュAD変換器は非線形形のADCであり、大きな入力に対しては非線形歪を生ずる。従って、増幅器の非線形性の評価と同様の手法で $G(x)$ に正弦波信号を入力した場合の出力高調波成分を調べることににより、コンパレータの閾値電圧の分散 σ^2 と最大(線形)入力範囲を関係付けることができる。すなわち、 $G(x)$ のインタセプトポイントを調べることににより、SFDR(spurious-free dynamic-range)がどれくらいになるかを知ることができる。

たとえば、 n -bit のAD変換器が必要であれば、SFDRが n -bit のSNRを越えないことが必要である。 n -bit のAD変換器の理想的SNRは

$$\text{SNR} = 6.02n + 1.76 \text{ [dB]} \quad (8)$$

で与えられるから、3次のSFDRがSNRを下回らない範囲に入力振幅を制限すればよいなど、設計条件の手がかりが得られる。

〈4・1〉Abuelma'attiの歪解析手法 増幅器の非線形性

表 1 最大平坦となる設計条件

M	3	4	5
d_1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3 - \sqrt{6}}$	$\sqrt{5 - \sqrt{10}}$
d_2	—	$\sqrt{3 + \sqrt{6}}$	$\sqrt{5 + \sqrt{10}}$
β	$4e^{-3/2}$	—	$\frac{32}{9}(7 + 2\sqrt{10})e^{-(5/2 + \sqrt{5/2})}$
α_1	1	$(5 + 2\sqrt{6})e^{-\sqrt{10}}$	$\frac{1}{9}(89 + 28\sqrt{10})e^{-\sqrt{10}}$
α_2	—	1	1

表 2 等リプルとなる設計の例 ($m = 3$)

d_1	α	$g_3(0)$	リプル	等リプル範囲
1.750	0.89262	0.182762	8.29E-07	0.45491
2.000	0.90431	0.161816	0.001800	1.74848
2.250	0.937207	0.148907	0.088588	2.43596
2.500	0.961764	0.141384	0.020329	2.98823
2.750	0.978954	0.137207	0.034214	3.47882
3.000	0.989371	0.135000	0.048805	3.93574

を評価する方法として、入出力特性を多項式近似し、各次数の項から発生する高調波を評価する手法が一般的である⁽⁶⁾。この手法では近似に多項式を使うため、LNA など小信号入力への解析にはよいが、多項式では飽和のある特性を十分近似することが出来ないため、飽和特性に大きな信号を入力してクリップが生じる状況の評価には適さない。

このような、飽和特性の飽和付近を解析する方法として、飽和のある入出力特性を正弦級数で近似し、高調波歪や相互変調歪の解析を行う手法がある⁽⁷⁾。その概要を説明する。

扱う系は静的な非線形特性であるとし、出力 $y = f(x)$ が入力 x の奇関数であると仮定する。次に、これを近似したい範囲 T にわたって M 項のフーリエ正弦級数で近似する。すなわち、 $f(x)$ の $|x| \leq T/2$ の部分を周期 T で繰り返すように、フーリエ正弦級数で近似する。

$$y = \sum_{k=1}^M \gamma_k \sin \frac{2\pi k}{T} x \quad (9)$$

ただし、 y が奇関数なので、フーリエ係数 γ_k は

$$\gamma_k = \begin{cases} \frac{8}{T} \int_0^{T/4} f(x) \sin \frac{2\pi k}{T} x dx & : \text{for odd } k \\ 0 & : \text{for even } k \end{cases} \quad (10)$$

となり、奇数次の調波のみで近似される。

次に、 $x(t) = V \cos \omega t$ なる単一余弦波が入力されたとするとき、これに対する出力は

$$y(t) = \sum_{k=1}^M \gamma_k \sin \left(\frac{2\pi k}{T} V \cos \omega t \right) \quad (11)$$

と表せる。ここで、Bessel 関数に関する公式

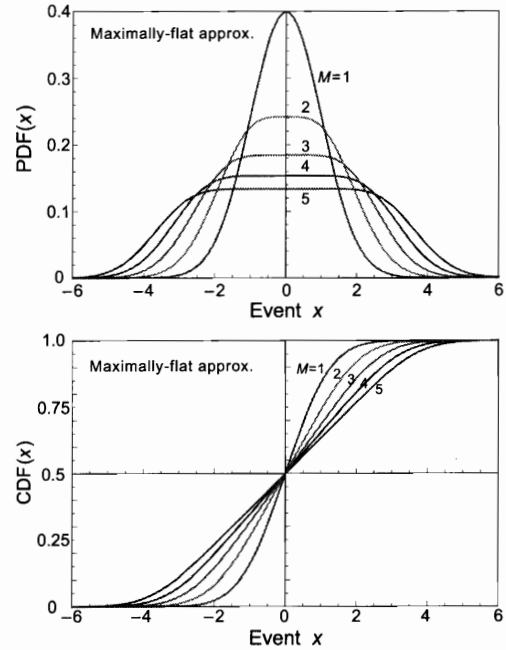


図 5 最大平坦設計の結果 ($M = 1 \sim 5$)

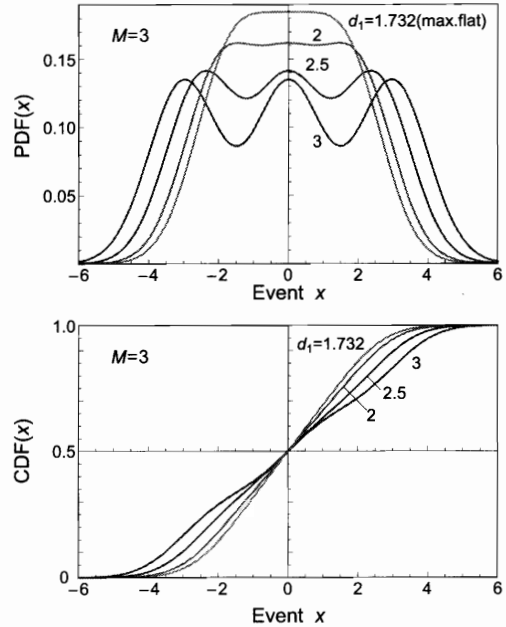


図 6 等リプル設計の結果例 ($M = 3$)

$$\sin(z \cos \theta) = 2 \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k J_{2k+1}(z) \cos(2k+1)\theta \quad (12)$$

を用いると、出力における各次数の高調波成分の振幅が次のように求められる。

$$y(t) = \sum_{k=1}^M \gamma_k \left[J_0(\hat{V}_k) + 2 \sum_{l=1}^{+\infty} (-1)^l J_{2l+1}(\hat{V}_k) \cos 2l\omega t \right] \quad (13)$$

ただし、 $\hat{V}_k = (2\pi k/T)V$ と置いた。すなわち、出力の第 n 次高調波の振幅 V_n は（符号を除いて）次のように表される。

$$V_n = 2 \sum_{k=1}^M \gamma_k J_n(\hat{V}_k) \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (14)$$

〈4・2〉 SFDR 解析の結果 図7は以上のようにして計算した $M=1$ の正規分布に対する3次歪と5次歪の入力振幅依存性である。同図のとおり、歪成分は全入力領域で3次が支配的であるから、 $M=1$ の場合は3次のインタセプト点で特徴付けできる。同図より基本波と3次歪の近似直線の交点として IIP3 が $A = 2.9655$ と求められる[†]。

以上のようにして計算した $M=1 \sim 5$ の最大平坦設計に対する入力振幅と出力の第3次高調波の依存性を図に示す。

また、 $M=3$ のときの等リプル設計に対する入力振幅と出力の第3次高調波の依存性を図に示す。

5. 数値シミュレーションによる検討

コンパレータの閾値電圧が理想的な正規分布に従う場合について所望の SFDR を設計する方法がわかった。つまり、閾値電圧のばらつきが正規分布であるコンパレータが無限個ある場合について性能限界を見積もることができた。しかし、実際の AD 変換器ではコンパレータを無限個使用することは不可能であるため、正規分布からの統計的なバラツキの影響がある。従って、使用するコンパレータ数を決めるには、閾値電圧の PDF が正規分布的であるとしても、使用するコンパレータ数とバラツキの関係を知る必要がある。そこで、本節ではバラツキの影響を調べるため、数値シミュレーションによって理論と実際を比較する。

複数の正規分布を合成するメリットは、線形化により入力範囲を拡大することであり、同時にコンパレータの利用効率も向上する。しかし、正規分布は中央付近から外れるにしたがって存在確率が減少するため、コンパレータが有限個の場合には広い範囲にわたって閾値が存在しない区間が生ずる可能性がある。そのため、少ないコンパレータを用いる場合にはリプルが大きくなり問題となる可能性がある。すなわち、使用コンパレータ数とリプル量・リプルの数の間には依存関係があると考えられる。

これらの点について、MATLAB を用いた数値シミュレーション検討を行った。検討の基準として、所望の AD 変換器の分解能は6ビットであるとした。線形化について $M=2$ 組の場合は既に確率的フラッシュAD変換器の設計報告例がいくつかあるが、3組以上を用いる検討は著者らの知る限り報告がないので本節で検討する。

〈5・1〉 $M=1$ 組の場合 図10にコンパレータ数が $N=1,000$ と $10,000$ の場合の PDF を示す。 N が大きいときには PDF の正規分布曲線からの偏差が少ないが、 N が小さいときには度数のばらつきは大きくなり、正規分布からの偏差が大きくなる。

[†] 多項式近似から求めると $\text{IIP3} = \sqrt{6} = 2.449$ となる。

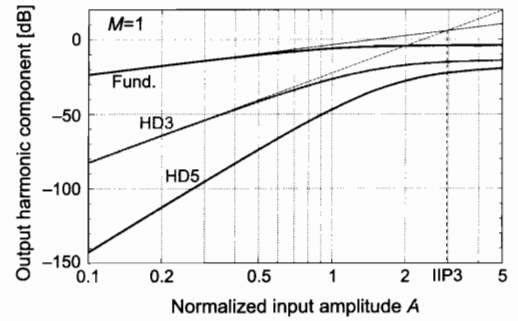


図7 $M=1$ の場合の3次歪と5次歪の入力振幅依存性

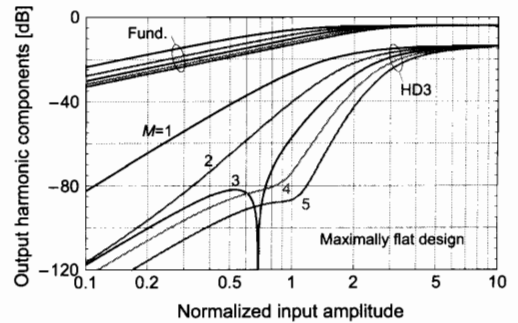


図8 最大平坦設計に対する harmonic signature

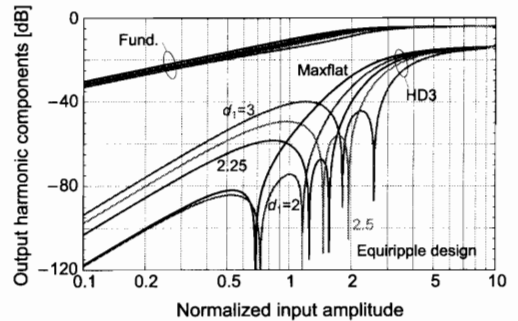


図9 等リプル設計に対する harmonic signature

1組のときに SFDR が 37.7 dB となる入力を決めるには、 $M=1$ に対する図7の結果を利用して IIP3 を見積もる。IIP3 $\approx 2.966\sigma$ であるから、 $37.7 \times 1/2 = 18.8$ dB だけバックオフした 0.346σ が最大入力振幅となる。

図11にコンパレータ数に対する、SFDRを示す。正規分布に従って生成したコンパレータの閾値のばらつき具合で出力も変化するため、100組のデータについての測定結果の平均値と、標準偏差を示すエラーバーをプロットした。同時に理想状態における3組の場合の最大平坦設計と $d_1 = 2.5\sigma$ の等リプル設計においても、6ビット相当の SFDR を達成し得る入力を図8、9からそれぞれ計算し、その時の SFDR もプロットした。どの方式もコンパレータが 10,000 個程度になった時点で SFDR はほとんど飽和状態になり、以降は

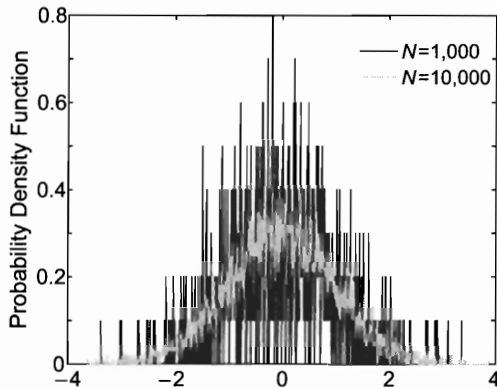


図 10 コンパレータ数 $N = 1,000$ と $10,000$ の時の PDF

個数の増加に対して緩やかに理論限界に漸近する。1 組ではいくらコンパレータを多くしても分解能に寄与するのは 40% 程度であり無駄が多い。そこで、次にコンパレータの総数を一定としたまま複数組に分割して利用効率を向上させることを検討する。

〈5・2〉 $M = 3$ 組の場合 シミュレーションを用いて 3 組の正規分布を合成し、確率的フラッシュAD 変換器を設計する。このときの平行移動量 d_1 と α_1 は表 1, 2 の値を用いた。IIP3 を求めるために、コンパレータ数を 10,000 個とした場合の歪み特性を図 12 に示す。等リプル設計では、飽和点付近では理論値とよく一致することが分かる。これは、非常に有用な性質である。なぜならば、歪みを打ち消すためにコンパレータの閾値分布をいちいち計測する必要がないということであり、バラツキの標準偏差さえ分っていれば適切な平行移動量と振幅の係数を設定することができて歪み特性が制御できるということであるから、設計の見通しが良い。

一方、最大平坦設計の場合は、無限個に対する理論値では非線形の飽和点付近における歪の振幅依存性が 3 次よりもかなり高く、振幅の減少と共に急速に歪成分が減少するが、有限個のコンパレータを用いた場合には、ほぼ 3 次の歪み特性である。これは、本来であれば対称性から打ち消されるはずの低次の歪みが、十分に打ち消せないことを意味している。そのため、実際に製造した確率的フラッシュAD 変換器が設計値通りの仕様になっていると仮定して理論上得られる入力バックオフを取ると、所望の SFDR を達成できない可能性があることがわかる。

〈5・3〉 最大平坦設計 最大平坦設計での SFDR が 6 ビット相当の 37.7 dB となる入力振幅値を求める。図 12 から最大平坦設計の時の IIP_{MF} は 17.90σ である。ここから 6 ビット分のバックオフ量 18.8 dB をとると、その時の入力振幅は 2.04σ である。 $M = 1$ の時と比較して入力範囲は 3 倍以上に拡大できる。

必要なコンパレータの総数はほぼ同じであるため、この場合にはコンパレータの利用効率が向上し入力範囲が拡大

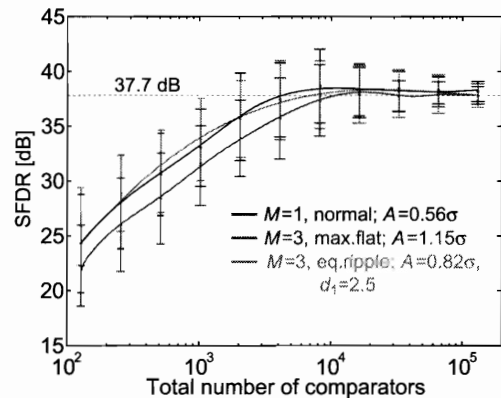


図 11 コンパレータ数と SFDR の関係

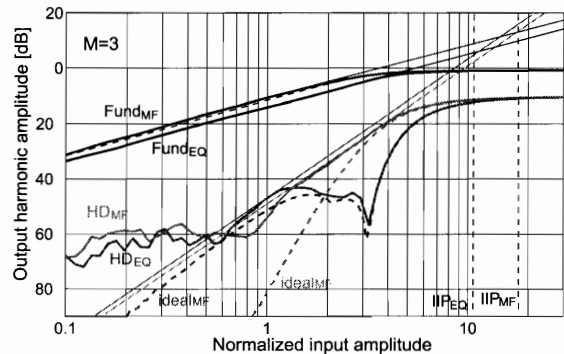


図 12 $N=10,000$ 個の確率的フラッシュAD 変換器の歪み特性

できる分コンパレータを分割して複数組に分けたほうがよい。3 組にすると、利用効率はおおよそ 75% まで上昇し、1 組の場合に比べて約 30% 利用効率を改善できる。

〈5・4〉 等リプル設計 等リプルで設計する場合には AD 変換に使用する入力範囲にリプルが存在するので、入力レベルと AD 変換器のリプルで決定される非線形が発生し、最大平坦設計の場合よりも小入力レベルにおける線形性が悪い。この点を新たに考慮する必要がある。そのため、ノッチ付近で設計すると、歪みに対する特性が急激に良くなるが、信号のダイナミックレンジが狭い場合にしか使用できない。信号入力レンジ全域にわたって歪みを低く保つためには、hump を考慮し条件を厳しく設定する必要がある。また、等リプル設計の場合にはこの hump で SFDR が決定されるから、例えば図 9 を参考に d_1 と α_1 を調節して、基本波と hump の頂点との間隔が、所望の SFDR になる様に設計してもよい。

ここでは例として、 $d_1 = 2.5\sigma$ の場合を検討する。最大平坦の場合と同様に IIP3 から入力レベルを決定する方法を述べる。図 12 の IIP_{EQ} は 10.69σ である。そこから 6 ビット分バックオフすると、入力レベルは 1.22σ になる。この時のコンパレータの利用効率は約 36% である。これは $M = 1$ の場合よりも悪い。これは最大入力振幅とリプル量が独立でないためであり、平行移動量が大きい場合にはリプルの

振幅も大きくなる。従って、その影響による非線形が十分小さいと看做せる範囲まで入力を制限する必要がある、コンパレータの利用効率を改善するには平行移動量を減らしリプルを小さくすると良い。また、この検討より、高分解能を達成しようとする、平行移動量を大きくすることによる入力レンジの拡大には限界があることが分かる。従って、高分解能化を達成しながら入力レンジを拡大したいときには、各組に与える平行移動量を増やさずに、正規分布の組数を増やす方がよいと考えられる。

そこで理想状態ではあるが、 $d_1 = 2.25\sigma$ として、humpを小さくした場合の入力レベルとコンパレータの利用効率を、図9を使用して計算する。IIP3からバックオフを取るとこの時の入力は 3.14σ である。この時のコンパレータの利用効率は約86.8%となり、確かに利用効率が向上し、入力レンジも拡大されたことが分かる。

〈5・5〉 考 察 以上の確率的フラッシュAD変換器の歪みに対する数値シミュレーションの結果から、確率的フラッシュADCを設計する際に必要となるコンパレータの総数を見積もることが出来た。実際に設計する際はコンパレータが無限個の場合のPDFと異なるため、その誤差分が発生する。その際、コンパレータ数を10,000個程度用いることで、理想値で設計したSFDRに対して $\pm(4 \sim 7)$ dB程度の範囲で設計が可能であることが分かった。

また、コンパレータを複数組に分割して使用すると、非線形を改善できる点以外にも、入力範囲が広がり、利用効率が改善される利点がある。ただし、等リプルで設計する場合でかつ、小入力レベルまで利用する時は、リプル量を小さくしなければ逆に利用効率が悪くなる。

6. まとめ

確率的フラッシュAD変換器の変換特性を線形化する方法を提案し、これについて検討した結果、線形化した確率的フラッシュAD変換器に対するSFDRを設計することが可能になった。

従来、非線形性を除去するために逆関数で打ち消す方法や、コンパレータを2組に分割する方法が検討されていたが、本論文では系統的な設計方法を提案した。提案手法は、複数の同一形状のPDFを平行移動と重み付けによって合成して線形化を達成する方法であるから、逆関数の演算による線形性の補正が必要ない。また、複数組を使用することでコンパレータの利用効率を6ビット精度の $d_1 = 2.25\sigma$ の場合で86.8%に改善できることを示した。

本論文のシミュレーションでは複数組を合成する際の平行移動量が正確であると仮定したが、実際にはばらつくため、この平行移動量の誤差分も分解能劣化の要因となる。一方、係数 β 、 α_k はデジタル部で重みづけをすれば変換結果への影響は演算精度で決定でき、影響を少なくできると考えられる。さらに、今回の検討ではコンパレータの閾値電圧は一定値であるとしたが、実際にはトランジスタの雑音や電源ノイズ等の影響を受けて、時間的に揺らぎが存在す

るため、その影響についても検討する必要がある。

また、実際に線形化確率的フラッシュAD変換器を設計する場合は、 d_k を設定するために使用するコンパレータの閾値バラツキの標準偏差 σ を事前に知る必要がある。試作結果によれば σ はおおよそ95 mV⁽⁸⁾ないし140 mV程度⁽⁹⁾であるという報告があるが、この値自体も製造のプロセスやバラツキにより変動する。したがって、提案回路における σ 値に対する線形性の素子感度が問題となるが、multi-tanh technique同様、頭の丸い正規分布を構成要素としているため、素子感度は比較的低いことが期待される。これらについては統計解析だけでなく、テストチップの試作に基づいて検討する必要がある。

今後は線形化した確率的フラッシュAD変換器に対するSNRの解析を行い、SFDRの結果と併せて確率的フラッシュAD変換器の有効ビット数が設計できるように検討を進める。

参考文献

- (1) S. Weaver, B. Hershberg, D. Knierim, U.-K. Moon, "A 6b Stochastic Flash Analog-to-Digital Converter Without Calibration or Reference Ladder," *IEEE A.S.S.C.C.*, 13-4, Nov. 2008.
- (2) H. Ham, T. Matsuoka, K. Taniguchi, "Application of Noise-Enhanced Detection of Subthreshold Signals for Communication Systems," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E92-A, no. 4, pp. 1012-1081, April 2009.
- (3) S. Weaver, B. Hershberg, U.-K. Moon, "Digitally Synthesized Stochastic Flash ADC Using Only Standard Digital Cells," *2011 Symposium on VLSI Circuits Digest of Technical Papers*, 25-3, pp. 266-267, June 2011.
- (4) H. Ham, 松岡俊匡, 王軍, 谷口研二, 「素子特性ミスマッチを用いた高速サンプリング並列型確率的 A-D コンバータの設計」, 電気学会論文誌 C, Vol. 131, No. 11, pp. 1848-1857, Nov. 2011.
- (5) H. Tanimoto, M. Koyama, Y. Yoshida, "Realization of a 1-V Active Filter Using a Linearization Technique Employing Plurality of Emitter-Coupled Pairs," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol.26, No.7, pp.937-945, Jul. 1991.
- (6) Behzad Razavi 著 (黒田忠広 監訳), RF マイクロエレクトロニクス, 第2章, 丸善, 2010年.
- (7) M. T. Abuelma'atti, "Method Approximates Nonlinear-Amplifier IM Performance", *Microwaves & RF*, pp.151-156, April, 1995.
- (8) H. Ham, T. Matsuoka, J. Wang, K. Taniguchi, "Design of a 500-MS/s stochastic signal detection circuit using a non-linearity reduction technique in a 65-nm CMOS process," *IEICE Electronics Express*, vol. 8, no. 6, pp. 353-359, March 2011.
- (9) S. Weaver, B. Hershberg, P. Kurahashi, D. Knierim, U.-K. Moon, "Stochastic Flash Analog-to-Digital Conversion," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 57, no. 11, pp.2825-2833, Nov. 2010.