

論 文

Complex Nonstandard FDTD 法のためのサブグリッド技術

大谷 忠生[†] 田口 健治^{††} 柏 達也^{††a)}

A Subgridding Technique for the Complex Nonstandard FDTD Method

Tadao OHTANI[†], Kenji TAGUCHI^{††}, and Tatsuya KASHIWA^{††a)}

あらまし 本論文では2次元 Complex Nonstandard FDTD(CNS-FDTD) 法のためのサブグリッド法を提案した。CNS-FDTD 法の特性を考慮し、空間補間、差分演算子補間及び時間補間を新たに導入した。本サブグリッド法の有効性を示すため、主グリッドと局所グリッドの接続に従来法の線形補間及び2次補間を用いた場合と比較した。この結果、本サブグリッド法は従来法に比べ安定性と精度に優れていることが分かった。更に、損失媒質装荷大型方形 Cavity の散乱解析において、本サブグリッド法は全空間を局所グリッド幅とする CNS-FDTD 計算に対し、計算時間、計算格子数ともに大幅な計算効率の改善を示した。ここでは、サブグリッド法として一般的な主グリッドと局所グリッドの空間分割比が1:3の接続法について説明する。

キーワード complex NS-FDTD 法, NS-FDTD 法, FDTD 法, サブグリッド法, 散乱解析

1. ま え が き

航空機等の大型構造体の不要電磁波散乱防止には電波吸収体を用いられる。通常、重量や費用の面から構造体全面に電波吸収体を装荷することは効率的ではないため、部分的に使用されている。しかし、電波吸収体の部分的使用位置の最適設計は容易ではなく、散乱特性の数値解析は必須となっている。

電波吸収体を含む大型構造体の散乱解析には Shooting and Bouncing Ray(SBR) 法 [1] がよく用いられる。しかし、SBR 法は幾何光学法であるため、多重散乱の生じる任意形状では計算精度が低下する。このため、任意形状解析に有効な FDTD 法 [2] による検討もなされているが、電磁波の伝搬に伴う位相誤差の蓄積と異方性から大型構造体ほど正確な解析が難しい [3]。

上記対策法の一つとして、最近 CNS-FDTD 法が提案されている [4]。この手法は、高損失媒質も扱えるように改良された Nonstandard FDTD (NS-FDTD) 法 [5] である。したがって、単一周波数解析用である

が、自由空間での計算精度は1/8波長の空間分割幅で FDTD 法の 10^4 倍と極めて高く、大型構造体解析に適している。しかし、解析対象の一部に電波吸収体等の波長短縮媒質がある場合、FDTD 法と同様、全空間をより細かい空間分割幅にする必要がある。この結果、扱う空間格子数と計算時間が極端に増大し、対象によっては容易に収束解が得られない。

FDTD 法では上記対策に、局所的に細かい空間分割幅を使用するサブグリッド法 [6]~[9] がある。この手法は、主グリッドと局所グリッドの境界で電磁界を補間して接続する方法である。一般に、この接続には線形補間や2次補間が用いられる [7], [9]。しかし、CNS-FDTD 法の場合、これらの補間法では正弦波に対する解析精度の違いから、FDTD 法と同様、ある計算回数を超えると解が発散する。したがって、CNS-FDTD 法では CNS-FDTD 法の解析精度に合った新たな補間法が必要となる。また、CNS-FDTD 法では伝搬誤差の縮小に、誤差特性の相異なる二つの差分演算子 [5] と、空間軸の誤差修正関数を組み合わせて計算する。これらの差分演算子と誤差修正関数は空間分割幅に依存する。このため、空間分割幅の異なるグリッドでは、異なる誤差特性の差分演算子と誤差修正関数が用いられる。したがって、CNS-FDTD 法用の高精度で安定なサブグリッド法を実現するためには、両グリッドの

[†] 三菱重工業株式会社, 名古屋市
Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Nagoya-shi, 455-8515
Japan

^{††} 北見工業大学, 北見市
Kitami Institute of Technology, Kitami-shi, 090-8507 Japan

a) E-mail: kashiwa@klab2.elec.kitami-it.ac.jp

差分演算子特性と誤差修正関数を考慮する必要がある。以上の考えに基づき、主及び局所グリッドを安定に接続できれば、局所的波長短縮媒質を含む CNS-FDTD 解析において計算効率の大幅な改善が期待できる。

本論文では、(1) 2次元 CNS-FDTD 法用のサブグリッド法を提案した。CNS-FDTD 法の特徴を考慮し、新たに空間補間、差分演算子補間及び時間補間を導入した。(2) 本サブグリッド法の有効性を示すため、従来の線形補間及び2次補間による接続法と比較した。これより、本サブグリッド法は従来法に比べ安定で高精度な接続法であることを示した。(3) 更に、損失媒質装荷大型方形 Cavity の散乱解析の実例を用い、本サブグリッド法が計算効率の大幅向上に有効なことを示した。以下その詳細について説明する。

2. CNS-FDTD 法用のサブグリッド法

ここでは、2次元 CNS-FDTD 法用のサブグリッド法について説明する。本サブグリッド法は従来法とは異なり、正弦波の等方伝搬に最適化された空間補間と差分演算子補間及び時間補間を用いる。これは CNS-FDTD 法のもつ伝搬特性を考慮したものである。なお、本サブグリッド法では補間点数の面で有利な空間分割比が奇数での接続法を考える。ここでは、サブグリッド法として一般的な主グリッドと局所グリッドの空間分割比が1:3の場合を例に説明する。

2.1 空間補間

ここでは、CNS-FDTD 法用の空間補間について示す。図1が本論文における空間補間軸 ξ とグリッドの配置である。本サブグリッド法ではより少ない補間点数でグリッド接続を行うため、図の ξ 軸方向の1次元補間とする。また、本空間補間値は2.2の差分演算子補間に用いるため、補間軸 ξ は主グリッドの●上とし、グリッド境界に平行とする。 $\delta\xi$ は空間補間幅、 h_c は主

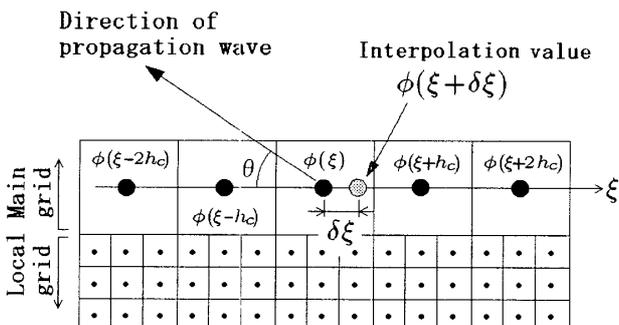


図1 空間補間のグリッド配置

Fig. 1 Grid position for space interpolation.

グリッドの空間分割幅である。この1次元補間には上式の2次のテイラー級数展開を用いる。

$$\phi(\xi + \delta\xi) = \phi(\xi) + \delta\xi \cdot \phi^{(1)}(\xi) + \frac{\delta\xi^2}{2} \cdot \phi^{(2)}(\xi) \quad (1)$$

ここでは、なるべく低次の簡単な式を用いて高精度を得るため、式(1)の空間微分 $\phi^{(1)}(\xi)$ 及び $\phi^{(2)}(\xi)$ に

$$\phi_{c1}^{(1)}(\xi) = \frac{\phi(\xi + h_c) - \phi(\xi - h_c)}{2h_c} \quad (2)$$

$$\phi_{c1}^{(2)}(\xi) = \frac{\phi(\xi + h_c) - 2\phi(\xi) + \phi(\xi - h_c)}{h_c^2} \quad (3)$$

で記述される h_c に対して2次精度の第1中心差分と、

$$\begin{aligned} \phi_{c2}^{(1)}(\xi) &= \frac{-\phi(\xi + 2h_c) + 8\phi(\xi + h_c) - 8\phi(\xi - h_c) + \phi(\xi - 2h_c)}{12h_c} \\ &= \frac{-\phi(\xi + 2h_c) + 16\phi(\xi + h_c) - 30\phi(\xi) + 16\phi(\xi - h_c) - \phi(\xi - 2h_c)}{12h_c^2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_{c2}^{(2)}(\xi) &= \frac{-\phi(\xi + 2h_c) + 16\phi(\xi + h_c) - 30\phi(\xi) + 16\phi(\xi - h_c) - \phi(\xi - 2h_c)}{12h_c^2} \\ &= \frac{-\phi(\xi + 2h_c) + 16\phi(\xi + h_c) - 30\phi(\xi) + 16\phi(\xi - h_c) - \phi(\xi - 2h_c)}{12h_c^2} \end{aligned} \quad (5)$$

で記述される4次精度の第2中心差分[10]を用いる。これらを式(1)に代入して得られる補間式 $\phi_{c1}(\xi + \delta\xi)$ と $\phi_{c2}(\xi + \delta\xi)$ は、2次のテイラー級数展開に対して逆の誤差特性をもつ(付録1.参照)。この特性を利用して伝搬方向依存の補間誤差を更に縮小するため、次式による両補間式の線形結合を行う。

$$\phi(\xi + \delta\xi) = q_0 \cdot \phi_{c2}(\xi + \delta\xi) + (1 - q_0) \cdot \phi_{c1}(\xi + \delta\xi) \quad (6)$$

上式(6)が本提案の空間補間式である。ただし、式(6)中の q_0 は0~1の値をとるパラメータである。この q_0 には、 $\phi(\xi) = \sin(k_\xi \xi - \varphi_0)$ として得られる式(6)の補間値と真値 $\sin(k_\xi(\xi + \delta\xi) - \varphi_0)$ との差 η

$$\eta = \sum_{\theta, \varphi_0} |\phi(\xi + \delta\xi) - \sin(k_\xi(\xi + \delta\xi) - \varphi_0)| \quad (7)$$

を最小にする q_0 値を用いる。ただし、 $k_\xi = k \cos \theta$ 、 k は波数である。 θ は伝搬角度、 φ_0 は任意位相である。 \sum は取り得る $\theta, \varphi_0 = 0^\circ \sim 360^\circ$ の全角度に対して総和をとるものとする。この最適化による空間補間誤差は $h_c = \lambda/10$ で $\sim 10^{-4}$ 以下となる。この誤差は通常の $\phi_{c1}(\xi + \delta\xi)$ による補間の約1/100である。 λ は波長である。参考までに図2に $\delta\xi = \pm h_c/3$ とする最適値

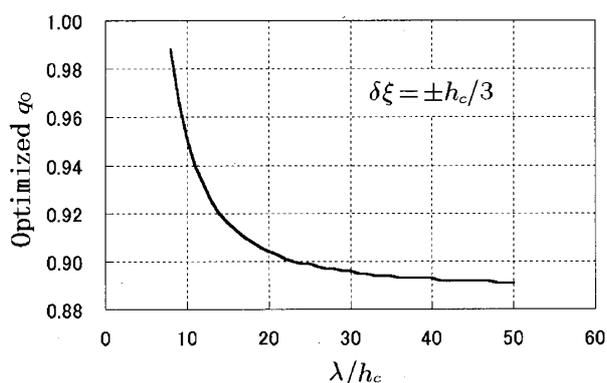


図2 最適化パラメータ q_0
Fig.2 Optimized parameter q_0 .

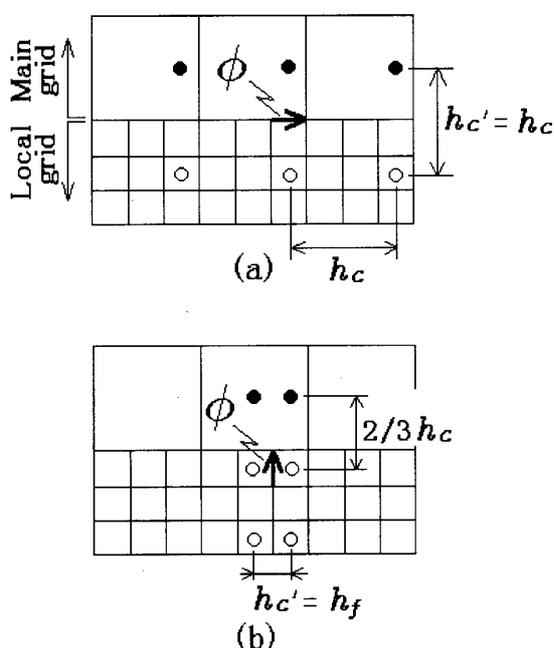


図3 差分演算子補間のためのグリッド配置
Fig.3 Grid position for interpolation of finite difference operator.

q_0 の算出結果を示す。なお、式(7)よりこの最適値 q_0 は空間補間幅 $\delta\xi$ に依存する。したがって、空間分割比の変更等によって $\delta\xi$ が変わる場合には、式(7)より最適値 q_0 を再計算する必要がある。

2.2 差分演算子補間

ここでは、CNS-FDTD 法用の主グリッドと局所グリッド境界での差分演算子補間について示す。図3が本差分演算子補間のためのグリッド配置である。本論文では、図3(a)のグリッド境界上と、図3(b)のグリッド境界すぐ内側に位置する局所グリッド上の ϕ の差分演算に対して本差分演算子補間を適用する。 h_c, h_f は主及び局所グリッドの空間分割幅である。図の●は主

グリッド上の値及び式(6)より与えられる空間補間値、○が局所グリッド上の値である。本演算子補間では、図3に示す●と○配置の差分演算を用いて局所グリッド上の ϕ の差分演算を補間する。これには図3の●と○配置に対する差分演算子 $d_{\xi_c'}^{(0)}$ 及び $d_{\xi_c'}^{(1)}$ を用いる(付録2.参照)。 ξ は x または y とする。この $d_{\xi_c'}^{(0)}$ と $d_{\xi_c'}^{(1)}$ は正弦波に対し逆の誤差特性をもつ。これを利用し、局所グリッドでの差分演算 $d_{\xi_f}^{(0)}\phi$ を次式で補間する。

$$\frac{d_{\xi_f}^{(0)}\phi}{S_k(h_f)} = \frac{p_0 \cdot d_{\xi_c'}^{(0)}\phi + (1-p_0) \cdot d_{\xi_c'}^{(1)}\phi}{S_k(h_c')} \quad (8)$$

上式(8)が本差分演算子補間式である。ただし、適用制限は $h_c \leq \lambda/10$ である。 $S_k(h_f)$ は局所グリッドの空間軸誤差修正関数、 h_c' 及び $S_k(h_c')$ は図3のグリッド配置における空間分割幅と空間軸誤差修正関数[5]である。 p_0 は0~1の値をとるパラメータである。この p_0 には、式(8)にて $\phi = e^{-j(k_x x + k_y y)}$ とし、全伝搬方向 θ に対する式(8)の補間誤差 η'

$$\eta' = \sum_{\theta} \left| \frac{d_{\xi_f}^{(0)}\phi}{S_k(h_f)} - \frac{p_0 \cdot d_{\xi_c'}^{(0)}\phi + (1-p_0) \cdot d_{\xi_c'}^{(1)}\phi}{S_k(h_c')} \right| \quad (9)$$

を最小とする p_0 値を用いる(付録3.参照)。参考までに $h_c = \lambda/10$ かつ $h_f = h_c/3$ の場合、図3(a)で $h_c' = h_c$ より $p_0 = 0.566$ 、図3(b)で $h_c' = h_f$ より $p_0 = 0.252$ である。これによる差分演算子の補間誤差は 2×10^{-4} 以下である。

2.3 時間補間

ここでは、電磁界を複素量として扱う CNS-FDTD 法用の時間補間について示す。本時間補間では、1次のテイラー級数展開による下式を用いる。

$$\phi^{t+\delta t} = \phi^t + \delta t \cdot \frac{\phi^{t+\Delta t} - \phi^t}{\bar{S}_\omega(\Delta t)} \quad (10)$$

ただし、式(10)の時間微分には前進差分式を用いた。 t は時刻、 δt は時間補間幅(局所グリッドにおける時間分割幅)、 Δt は主グリッドの時間分割幅である。 $\bar{S}_\omega(\Delta t)$ は時間補間の誤差修正関数で、 $\phi^t = e^{j\omega t}$ を式(10)に代入して得られる次式を用いる。

$$\bar{S}_\omega(\Delta t) = \frac{e^{j\omega\Delta t} - 1}{e^{j\omega\delta t} - 1} \cdot \delta t \quad (11)$$

上式で $j = \sqrt{-1}$ 、 ω は角周波数とする。式(10)に、主グリッドでの計算値 $\phi^{t+\Delta t}, \phi^t$ を代入すれば時間補間

値 $\phi^{t+\delta t}$ が求められる。

以上、本時間補間法は従来法とは異なり、位相補正を含めた複素域での補間法である。理論上、式(10)による正弦波での補間誤差は生じない。

2.4 計算アルゴリズム

ここでは、2.1~2.3で示した本サブグリッド法の計算アルゴリズムについて以下に記述する。

(Step 1) 主グリッドの磁界 $H_c^{t-\frac{\Delta t}{2}} \rightarrow H_c^{t+\frac{\Delta t}{2}}$ を計算する。接続面では E_c^t 位置の E_f^t を用いる。

(Step 2) 主グリッドの電界 $E_c^t \rightarrow E_c^{t+\Delta t}$ を計算する。

(Step 3) 局所グリッドの磁界 $H_f^{t-\frac{\delta t}{2}} \rightarrow H_f^{t+\frac{\delta t}{2}}$ 及び、電界 $E_f^t \rightarrow E_f^{t+\delta t}$ を $E_f^{t+\Delta t}$ になるまで計算する。その際、図3に示すグリッド境界値●には、式(10)による時間補間後、式(6)による空間補間を行った値を用いる。そこでの差分演算には式(8)の差分演算子補間を用いる。

(Step 4) (Step 1)に戻る。

以上、本アルゴリズム形式はFDTD法のものと同様である。

3. 数値評価

ここでは、2.で示したCNS-FDTD法用のサブグリッド法の数値評価を行う。

3.1 伝搬特性

ここでは主グリッドに $h_f = h_c/3$ の無限局所グリッド平板領域を接続した計算モデルを用いて本サブグリッド法の伝搬特性を検討する。

図4が平面波の伝搬結果である。図の縦軸が電界 E_z 、横軸が x 軸である。平面波の振幅は1とし、一例として図4の右側より x 軸に対して入射角度 $\theta_i = 0^\circ$ 及び 20° での伝搬結果を示す。局所グリッド平板領域は x

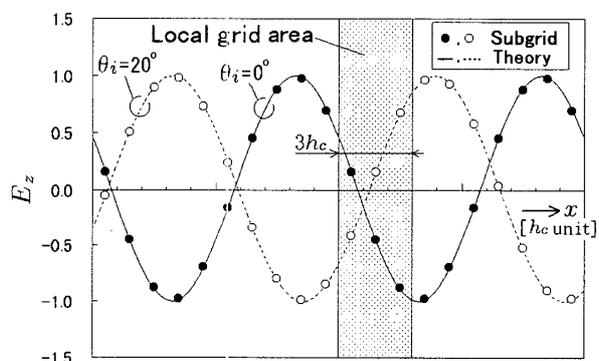


図4 サブグリッドを含む系における伝搬波形
Fig. 4 Propagation waveforms in the region with sub-grid.

軸に垂直とし、図中の灰色で示す $3h_c$ 幅とする。図の●と○が本サブグリッド法の結果、実線及び破線が理論正弦波形である。ただし、 $h_c = \lambda/10$ 、 $\Delta t = h_c/2c_0$ である。局所グリッドでの時間分割幅は $\Delta t/3$ とする。 c_0 は光速度である。計算回数は17,000回である。なお、斜入射計算のために周期境界条件[11]を用いた。

図4に示すように、本サブグリッド法の結果は、局所グリッドを介しても理論波形と良好に一致し、振幅、位相ともに誤差がほとんど生じないことが分かる。また、本サブグリッド法では200,000回の計算においても発散が生じないことを確認している。なお、本研究では本サブグリッド法と、従来法の線形補間[7]及び2次補間[8],[9]との比較も行った。図5がその比較結果の一例である。縦軸が局所グリッド内の正弦波振幅 $|E_z|$ 、横軸は時間ステップである。計算領域及び入力法の設定は図4のものと同じである。図5では2次補間を太い実線、線形補間を灰色の破線で示してある。図5に示すように、細実線で示す本サブグリッド法(This method)の結果は安定であるのに対し、従来法によるグリッド接続では時間ステップの増加とともに解が発散することが分かる。また、局所グリッド領域内をFDTD法とした接続計算も行ったが、同様に解が発散することを確認している。

以上より、本サブグリッド法はCNS-FDTD法に対して安定な接続法であることが分かる。

3.2 反射特性

ここでは3.1の図4と同一計算条件における本サブグリッド法の反射特性を検討する。

図6が平面波入射に対する主グリッド-局所グリッド間の反射率計算結果である。図の縦軸が反射率、横軸が x 軸となす平面波の入射角 θ_i である。ただし、一例として局所グリッド平板領域の幅 w は $3h_c$ と $4h_c$ と

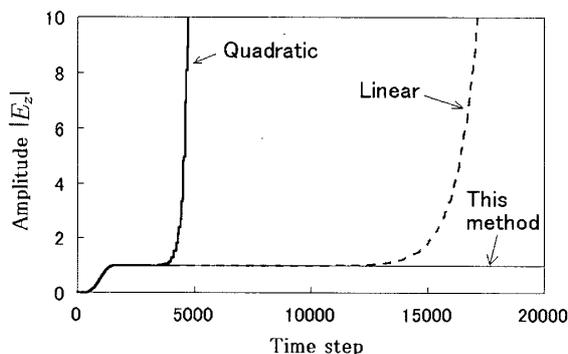


図5 時間ステップに対する振幅 $|E_z|$
Fig. 5 Amplitude of $|E_z|$ for each time step.

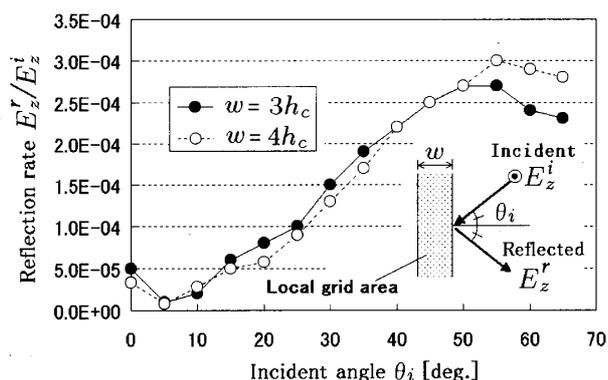


図6 主グリッド-局所グリッド間の反射率
Fig.6 Reflection rate between main grid and local grid.

した。図6に示すように、本サブグリッド法の反射率は $h_c = \lambda/10$ と $h_f = h_c/3$ の接続でおおよそ 3×10^{-4} 以下であり、実用上問題ない範囲である。また、FDTD法におけるサブグリッド法の反射率0.4~0.6% [6], [8] に比べても優れた接続特性をもつことが分かる。

3.3 周期構造金属平板の反射率解析

ここでは、実際の解析例を用いて4面接続における本サブグリッド法の有効性を確認する。

図7が計算モデルである。この周期構造金属平板は電磁波遮へい材である金属格子を模擬したものである。金属格子は図7に示す空間周期長 $12h_c$ の領域が y 軸方向に無限に繰り返した構造とする。この解析のため、図7に示す計算領域の上下端に文献 [11] の周期境界条件を設定している。金属平板の寸法は、図7の x 軸方向に $h_c/3$ 、 y 軸方向に $5h_c/3$ とし、灰色で示す局所グリッド領域の中央に設定してある。入射波は平面波とする。図8がその反射率の計算結果である。図の縦軸が反射率、横軸が x 軸となす入射角度 θ_i を示す。図中の実線が全空間を空間分割幅 $\lambda/60$ で計算した結果、●が本サブグリッド法の結果である。ただし、 $h_c = \lambda/20$ 、 $h_f = \lambda/60$ 、 $\Delta t = h_c/2c_0$ とする。局所グリッド内の時間分割幅は $\Delta t/3$ である。

図8に示すように、本サブグリッド法の結果は、全空間を局所グリッドと同じ $\lambda/60$ 分割とした計算結果と良好に一致することが分かる。なお、本計算例における両結果の差は0.2%以下であった。これより、本サブグリッド法は4面接続においても有効な手法であることが分かる。

3.4 損失媒質装荷大型方形 Cavity の散乱解析

ここでは、損失媒質装荷大型方形 Cavity の散乱解析を用いて本サブグリッド法の計算効率を検討する。

図9が解析モデルである。開口寸法が $20\lambda \times 20\lambda$ 、長さ

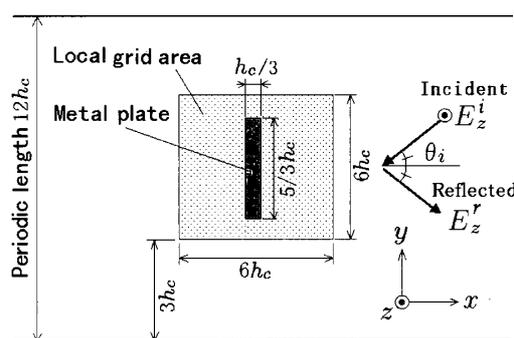


図7 周期構造金属平板の反射解析モデル
Fig.7 Reflection analysis model of periodic metal plate structure.

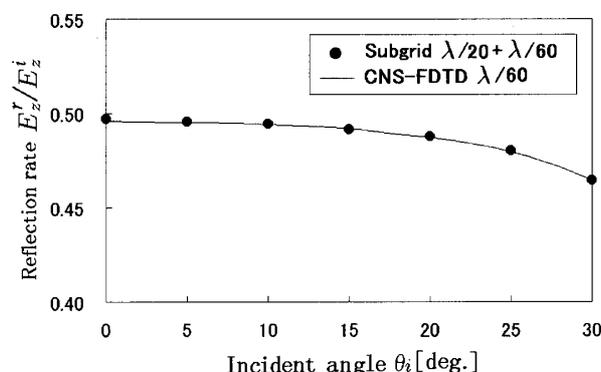


図8 周期構造金属平板の反射特性
Fig.8 Reflection characteristics of periodic metal plate structure.

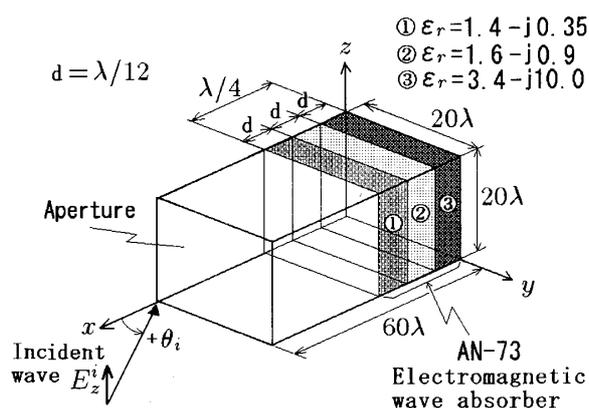
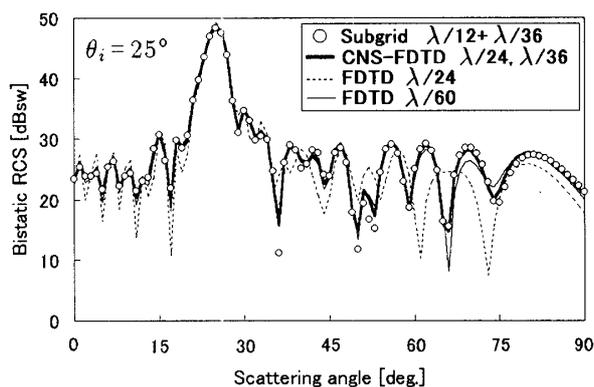
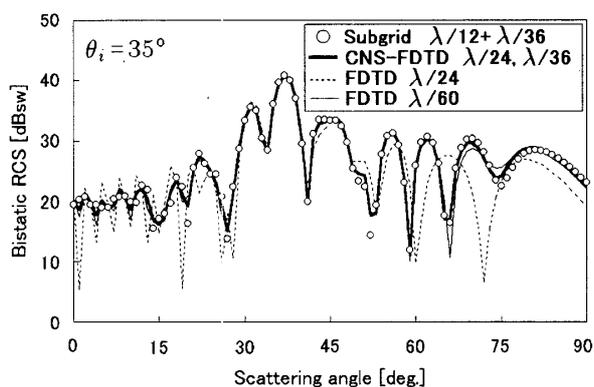


図9 AN-73 装荷方形 Cavity
Fig.9 Rectangular cavity with AN-73.

60λ の方形 Cavity の内部終端に、厚み $\lambda/4$ の電波吸収体 AN-73 (Emerson-Cuming 社製) を装荷したものである。AN-73 は等厚の3層構造で、比透磁率が $\mu_r = 1$ 、比誘電率 ϵ_r は図9に示すものである。AN-73 内の最大波長短縮は③層での約 $1/3$ である。CNS-FDTD 法と FDTD 法の解析可能な最大空間分割幅は $\lambda/8$ である



(a)



(b)

図10 AN-73 装荷方形 Cavity の散乱特性

Fig. 10 Bistatic RCS of rectangular cavity with AN-73 at 25° and 35° incidence.

から、AN-73 装荷での最大空間分割幅は $\lambda/24$ となる。しかし、本サブグリッド計算では差分演算子補間の制限 $h_c \leq \lambda/10$ のため、主グリッドで $h_c = \lambda/12$ 、局所グリッドで $h_f = \lambda/36$ とした。また、計算時間を最少とするため、局所グリッドは、Cavity 内部の AN-73 領域と、その表側に図 3 に示す差分演算子補間に必要な最少の $3 \cdot h_f$ 分に設定してある。時間分割幅は主グリッドで $\Delta t = h_c / 2c_0$ 、局所グリッドで $\Delta t / 3$ とした。ただし、CNS-FDTD 法の差分演算子 (付録 2. 参照) が適用できない開口部エッジ、媒質境界及び入射波の入力部のみ $\alpha_0 = 1$ とした FDTD 計算としている。入射平面波 E_z^i は開口面内のみ入射させ、Cavity 内部散乱による RCS (Radar Cross Section) 計算とした。また、2次元から3次元への RCS 変換には文献 [12] の方法を用いた。

図 10 が図 9 の方形 Cavity における Bistatic RCS の計算結果である。図 10 の縦軸が Bistatic RCS の波長規格化値、横軸が x - y 面内で z 軸周りに x 軸となす散乱角度である。一例として入射角 θ_i が 25° と 35° の結果を示す。図中の \circ が本サブグリッド法の結果、実線

表 1 格子数と CPU 時間の相対比較

Table 1 Relative comparison of required grids and CPU time.

Method and h	Required grids	CPU time
Subgrid $\lambda/12 + \lambda/36$	1.0 (198,576)	1.0 (11 min.)
CNS-FDTD $\lambda/24$	3.7	4.5
CNS-FDTD $\lambda/36$	8.9	14.4
FDTD $\lambda/60$	24.7	26.5

が全空間分割幅を $\lambda/24$ 及び $\lambda/36$ とする CNS-FDTD 法の収束結果である。参考までに、図 10 には FDTD 法の計算結果を併記してある。破線が全空間分割幅 $\lambda/24$ 、細い実線が FDTD 法の収束値である全空間分割幅 $\lambda/60$ の結果である。図 10 に示すように、 \circ の本サブグリッド法の結果は実線で示す CNS-FDTD 法の収束値と良好に一致する。一方、FDTD 法では空間分割幅 $\lambda/24$ の場合より $\lambda/60$ の結果が CNS-FDTD 法の結果に一致する。これより、CNS-FDTD 法で本サブグリッド法と同等の結果を得るには空間分割幅で $1/2$ の $\lambda/24$ 、FDTD 法では空間分割幅で $1/5$ の $\lambda/60$ も必要なことが分かる。なお、図 10 の $65^\circ \sim 75^\circ$ 付近で生じている FDTD 法の $\lambda/60$ の結果と CNS-FDTD 法の結果との違いは、両結果とも収束値であること、部分的な角度範囲で生じていることから、両手法の特性の差によるものと思われる。

表 1 は本 RCS 計算プログラムでの使用空間格子数と計算 (CPU) 時間の比較結果である。ただし、 $h_c = \lambda/12$ 及び $h_f = \lambda/36$ とする本サブグリッド法の値を 1 とした相対値で示してある。括弧内の値は、本サブグリッド計算での実際の格子数と計算時間である。局所グリッド領域の設定は図 10 の計算と同じとし、全計算領域を図 9 に示す Cavity の x - y 断面の周囲に $1 \cdot \lambda$ 分の空間を付加した $62\lambda \times 22\lambda$ とした。シミュレーション時間はすべて図 10 の RCS 計算と同じ 600 周期で行った。本サブグリッド法の時間分割幅は図 10 の計算と同じとし、他計算は各空間分割幅 h の $h/2c_0$ とした。計算機は DELL Workstation PWS530, CPU は Intel Xeon (2 GHz) を用いた。

表 1 と図 10 より、本サブグリッド法と同等の解析を行うには、空間分割幅をすべて $\lambda/24$ とする CNS-FDTD 法では格子数が 3.7 倍、計算時間で 4.5 倍を必要とすることが分かる。更に、空間分割幅にすべて $\lambda/36$ を

用いた CNS-FDTD 計算では格子数で 8.9 倍, 計算時間で 14.4 倍になる. また, FDTD 法による同計算では格子数で 24.7 倍, 計算時間で 26.5 倍も必要なことが分かる.

以上より, 図 9 の Cavity 解析において本サブグリッド法は, 均一格子を用いた CNS-FDTD 法や FDTD 法に比べ, 計算効率を大幅に改善できる有効な手法であることが分かる.

4. む す び

本論文では, 2次元 CNS-FDTD 法用のサブグリッド法を新たに提案した. CNS-FDTD 法の特徴を考慮し, 空間補間, 差分演算子補間及び時間補間を新たに導入した. 本サブグリッド法の有効性を示すため, 従来の線形補間及び 2次補間による接続法と比較した. これより, 本サブグリッド法は従来法に比べ安定かつ高精度な接続法であることを示した. 更に, 実例による本サブグリッド法の計算効率を示すため, 損失媒質装荷大型方形 Cavity の散乱解析を行った. これより, 本サブグリッド法は, 均一格子を用いた CNS-FDTD 法や FDTD 法に比べ, 大幅な計算効率の向上が可能なることを示した.

今後は, 3次元 CNS-FDTD 法用のサブグリッド法を検討していく予定である.

謝辞 TeX に関する有益な御助言を頂いた鶴岡工業高等専門学校の渡部誠二助手に感謝致します.

文 献

- [1] H. Ling, R. C. Chou, and S. W. Lee, "Shooting and bouncing rays: Calculating the RCS of an arbitrarily shaped cavity," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.37, no.2, pp.194-205, Feb. 1989.
- [2] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-14, no.3, pp.302-307, May 1966.
- [3] 大谷忠生, 工藤祥典, 柏 達也, "Non-Standard FDTD 法を用いた大型 Cavity の散乱解析," 信学論 (C), vol.J84-C, no.4, pp.237-244, April 2001.
- [4] 大谷忠生, 柏 達也, "複素形式の Non-Standard FDTD 法による周期構造型電波吸収体解析," 信学論 (C), vol.J86-C, no.2, pp.115-121, Feb. 2003.
- [5] J. B. Cole, "A high-accuracy realization of the Yee algorithm using non-standard finite differences," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.45, no.6, pp.991-996, June 1997.
- [6] 千藤雄樹, 柏 達也, "FDTD 解析における subgrid 技術について," 電子情報通信学会北海道支部インターネットシンポジウム 2000, http://klab2.elec.kitami-it.ac.jp/i_sympto/send02000.pdf
- [7] 宇野 亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, 第 2 章, 第 5 章, コロナ社, 1998.
- [8] M. W. Chevalier, R. J. Luebbers, and V. P. Cable, "FDTD local grid with material traverse," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.45, no.3, pp.411-421, March 1997.
- [9] S. S. Zivanovic, K. S. Yee, and K. K. Mei, "A subgridding method for the time-domain finite-difference method to solve Maxwell's equations," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.39, no.3, pp.471-479, March 1991.
- [10] 名取 亮 (訳), Fortran による数値計算法の応用, 第 3-4 章, pp.167-171, 科学技術出版社, 1978.
- [11] P. Harms, R. Mittra, and W. Ko, "Implementation of the periodic boundary condition in the finite-difference time-domain algorithm for FSS structures," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.42, no.9, pp.1317-1324, Sept. 1994.
- [12] C. L. Britt, "Solution of electromagnetic scattering problems using time domain techniques," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.37, no.9, pp.1181-1192, Sept. 1989.

付 録

1. ϕ_{c1} と ϕ_{c2} の展開式

本論文で用いた空間補間式 ϕ_{c1}, ϕ_{c2} の $\delta\xi$ に対する展開式を以下に示す.

$$\begin{aligned} \phi_{c1}(\xi + \delta\xi) &= \phi(\xi) + \delta\xi\phi^{(1)}(\xi) + \frac{\delta\xi^2}{2}\phi^{(2)}(\xi) \\ &+ \frac{\delta\xi}{h_c} \left[\frac{h_c^3}{3!}\phi^{(3)}(\xi) + \frac{h_c^5}{5!}\phi^{(5)}(\xi) + \dots \right] \\ &+ \left(\frac{\delta\xi}{h_c} \right)^2 \left[\frac{h_c^4}{4!}\phi^{(4)}(\xi) + \frac{h_c^6}{6!}\phi^{(6)}(\xi) + \dots \right] \quad (\text{A}\cdot 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{c2}(\xi + \delta\xi) &= \phi(\xi) + \delta\xi\phi^{(1)}(\xi) + \frac{\delta\xi^2}{2}\phi^{(2)}(\xi) \\ &- \frac{\delta\xi}{h_c} \left[4 \cdot \frac{h_c^5}{5!}\phi^{(5)}(\xi) + 20 \cdot \frac{h_c^7}{7!}\phi^{(7)}(\xi) + \dots \right] \\ &- \left(\frac{\delta\xi}{h_c} \right)^2 \left[4 \cdot \frac{h_c^6}{6!}\phi^{(6)}(\xi) + 40 \cdot \frac{h_c^8}{8!}\phi^{(8)}(\xi) + \dots \right] \quad (\text{A}\cdot 2) \end{aligned}$$

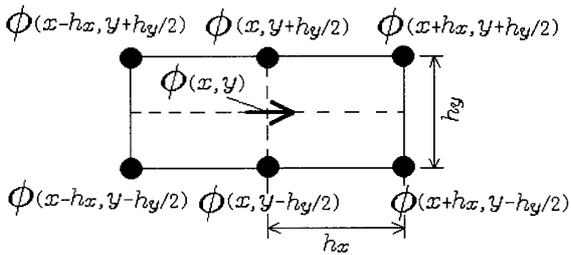
2. $d_\xi^{(0)}, d_\xi^{(1)}$ 差分演算子

本論文で用いた差分演算子 $d_\xi^{(0)}, d_\xi^{(1)}$ について示す. $\xi = y$ とする図 A・1 のグリッド配置では下式となる.

$$d_y^{(0)}\phi(x, y) = \left(\alpha_0 d_y^{(1)} + (1 - \alpha_0) d_y^{(2)} \right) \phi(x, y) \quad (\text{A}\cdot 3)$$

$$d_y^{(1)}\phi(x, y) = \phi\left(x, y + \frac{h_y}{2}\right) - \phi\left(x, y - \frac{h_y}{2}\right) \quad (\text{A}\cdot 4)$$

ただし, 式 (A・3) の $d_y^{(2)}\phi(x, y)$ は次式で与えられる.

図 A・1 $d_{\xi}^{(0)}, d_{\xi}^{(1)}$ のグリッド配置Fig. A・1 Grid position for $d_{\xi}^{(0)}$ and $d_{\xi}^{(1)}$.

$$\begin{aligned}
 d_y^{(2)}\phi(x, y) &= \frac{1}{2} \left(\phi \left(x+h_x, y+\frac{h_y}{2} \right) - \phi \left(x+h_x, y-\frac{h_y}{2} \right) \right) \\
 &\quad + \phi \left(x-h_x, y+\frac{h_y}{2} \right) - \phi \left(x-h_x, y-\frac{h_y}{2} \right) \quad (\text{A} \cdot 5)
 \end{aligned}$$

ここでは $\alpha_0 = 5/6$ とする [5]. $\xi = x$ も同様である.

3. 最適値 p_0 の算出

本文 2.2 で示した最適値 p_0 の算出法について以下に記述する. ここでは $\xi = y$ とする図 3(a) を例に示す. 式 (9) にて $\phi = e^{-j(k_x x + k_y y)}$ とすれば, 付録 2. の差分演算より式 (9) の右辺各項は次式となる.

$$d_{y_f}^{(0)}\phi = 2 \sin\left(\frac{k_y h_f}{2}\right) \{\alpha_0 + (1-\alpha_0) \cos(k_x h_f)\} \phi \quad (\text{A} \cdot 6)$$

$$d_{y_{c'}}^{(0)}\phi = 2 \sin\left(\frac{k_y h_{c'}}{2}\right) \{\alpha_0 + (1-\alpha_0) \cos(k_x h_{c'})\} \phi \quad (\text{A} \cdot 7)$$

$$d_{y_{c'}}^{(1)}\phi = 2 \sin\left(\frac{k_y h_{c'}}{2}\right) \phi \quad (\text{A} \cdot 8)$$

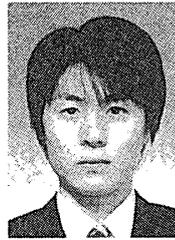
ただし, $k_x = k \cos \theta, k_y = k \sin \theta$ である. また, 空間軸誤差修正関数は $S_k(h_f) = 2 \sin(kh_f/2)/k, S_k(h_{c'}) = 2 \sin(kh_{c'}/2)/k$ である. これらを式 (9) に代入した式が具体的な η' の評価式となる. この評価式にて, 全伝搬方向 $\theta = 0^\circ \sim 360^\circ$ に対する誤差の絶対値の和 η' を最小とするパラメータ p_0 が式 (8) の最適値 p_0 となる.

(平成 15 年 7 月 17 日受付, 10 月 7 日再受付)



大谷 忠生

昭 58 豊橋技科大・工・電気電子卒. 昭 60 同大大学院修士課程了. 同年三菱重工業(株)入社, 現在に至る. 主に電磁波の散乱解析に従事.



田口 健治 (学生員)

平 13 北見工大・電気電子卒. 同年同大大学院入学. 以来, 電磁界解析に従事.



柏 達也 (正員)

昭 59 北大・工・電気卒. 昭 61 同大大学院修士課程了. 昭 63 同博士課程中退. 同年同大・工・電気・助手. 平 8 北見工大・電気電子・助教授. 電磁界解析に従事. 工博. 平 4 IEEE AP-S Tokyo Chapter Young Engineer Award. 共著「Handbook of Microwave Technology」(Academic Press), 「Antennas and Associated Systems for Mobile Satellite Communications」(Research Signpost) など. IEEE MTT 査読委員. 電気学会, IEEE 各会員.