

## 論 文

## 複素形式の Non-Standard FDTD 法による周期構造型電波吸収体解析

大谷 忠生<sup>†</sup> 柏 達也<sup>††a)</sup>

## Periodic Structure Type Electromagnetic Wave Absorber Analysis by the Non-Standard FDTD Method Using Complex Formulation

Tadao OHTANI<sup>†</sup> and Tatsuya KASHIWA<sup>††a)</sup>

あらまし 本論文では Non-Standard FDTD(NS-FDTD) 法による周期構造型電波吸収体解析のため、新たに複素修正関数を導入した複素形式による NS-FDTD 法を提案した。本手法の特性を明らかにするため、数値分散式と安定条件を新たに導出した。この結果、提案する複素形式の NS-FDTD 法は、通常の FDTD 法に比べはるかに高精度かつ安定であることがわかった。更に、本手法を周期構造の棧形フェライト電波吸収体解析へ適用し、ここで提案する複素形式の NS-FDTD 法が通常の FDTD 法に比べ高精度を有する有効な解析法であることを示した。

キーワード NS-FDTD 法, FDTD 法, 数値分散, 安定条件, 電波吸収体

## 1. ま え が き

近年、不要電波対策に様々な電波吸収体が設計されている。電波吸収体に望まれる高性能で軽量かつ薄層タイプとしては共振型電波吸収体がよく知られている。しかし、共振型は高性能ではあるが狭帯域である。このため、多層媒質型や棧形などの複雑かつ周期構造を用いて広帯域化している。

複雑かつ多媒質構造をもつ電波吸収体の特性解析には差分法である FDTD 法 [1]~[3] が有効である。しかし、FDTD 法は離散化により生じる数値分散から、伝搬方向に依存した位相誤差を生じる。更に、損失媒質では数値的減衰定数にも誤差が生じる。通常、これら伝搬誤差の縮小には、より小さな空間分割幅を用いるのが一般的である。しかし、これは扱う空間離散点数を急激に増大させる。一方、計算機のメモリ領域は有限である。このため、とり得る空間分割幅は制限され、解析対象によっては容易に収束解が得られない。

この FDTD 法の位相誤差を縮小した解析法の一つに NS-FDTD 法がある [4]~[8]。NS-FDTD 法は、伝搬

方向依存の位相誤差を等方化する差分演算子と、NS-FD 法による位相誤差補正用の修正関数 [4] を用いた単一周波数用の高精度な計算法である。しかし、この手法は無損失媒質中の伝搬波にのみ最適化されている。この NS-FDTD 法の損失媒質解析への拡張は大谷ら [9] が行っている。そこでは、損失媒質用の NS-FDTD 差分式を提案し、位相誤差を含む伝搬特性について報告している。しかし、拡張された NS-FDTD 法は、高損失媒質において従来法 [5] よりも高精度ではあるが、通常の FDTD 法とほぼ同等の計算精度である。このため、広帯域化した共振型電波吸収体のような多媒質からなる複雑構造体の解析では、FDTD 法と同様、とり得る空間分割幅の制限から容易に高精度な解析が行えない。これは位相項にのみ注目した修正関数を用いていることが一因である。したがって、NS-FD 法の考え方に立ち戻り、減衰波の伝搬定数が複素数であることから、複素形式の修正関数を用いればより精度が向上すると予想される。これには電磁界成分を複素量で扱う必要がある。一方、FDTD 法による周期構造の解析法に Sin-Cosine 法 [10] がある。この手法は同一位置での  $\sin$  と  $\cos$  の両電磁界成分を同時に計算する。これは電磁界を複素量として計算していることと等価である。この Sin-Cosine 法を損失媒質中の NS-FDTD 計算式に拡張すれば、減衰波に最適な複素形式の修正関数の使用が可能になると考えられる。

<sup>†</sup> 三菱重工業株式会社, 名古屋市  
Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Nagoya-shi, 455-8515  
Japan

<sup>††</sup> 北見工業大学, 北見市  
Kitami Institute of Technology, Kitami-shi, 090-8507 Japan

a) E-mail: kashiwa@klab2.elec.kitami-it.ac.jp

本論文では、1) 損失媒質解析のため、新たに Sin-Cosine 法による複素形式の NS-FDTD 差分式を提案した。このとき、減衰波用の複素修正関数を新たに定義した。2) 提案する複素形式の NS-FDTD 法の特徴を明らかにするため、数値分散式と安定条件を新たに導出した。3) 本手法の検証のため、周期構造の棧形フェライト電波吸収体の解析を行った。その結果、モード整合法の結果 [11] と良好に一致した。以上の検討から、ここで提案する複素形式の NS-FDTD 法は、損失媒質において通常の FDTD 法に比べはるかに高精度かつ安定な解析法であることを示した。以下その詳細について説明する。

## 2. 複素形式の NS-FDTD 差分式

ここでは、損失媒質を有する周期構造体解析用の複素形式の 2次元 TE mode NS-FDTD 差分式について説明する。周期構造体解析において FDTD 法で用いる Sin-Cosine 法 [10] を NS-FDTD 法の損失媒質解析に拡張する。このため、本論文では Sin-Cosine 法による損失媒質の扱いに、次式に示す複素形式の空間軸修正関数を用いる。

$$\dot{S}_\gamma(h) = \frac{2 \sinh(\frac{\dot{\gamma}h}{2})}{\dot{\gamma}} \quad (1)$$

ただし、 $h$  は空間分割幅、 $\dot{\gamma}$  は損失媒質中の複素伝搬定数である。これより、複素形式の 2次元 TE mode NS-FDTD 差分式は下式で与えられる。

$$\begin{aligned} E_{x,\sin}^{t+\frac{\Delta t}{2}}\left(x, y+\frac{h_y}{2}\right) &= \frac{u_-}{u_+} E_{x,\sin}^{t-\frac{\Delta t}{2}}\left(x, y+\frac{h_y}{2}\right) \\ &+ \text{Im} \left[ \frac{\alpha_{0y}}{u_+ \dot{S}_\gamma(h_y)} \{ \dot{H}_z^t(x, y+h_y) - \dot{H}_z^t(x, y) \} \right. \\ &+ \frac{(1-\alpha_{0y})}{2u_+ \dot{S}_\gamma(h_y)} \{ \dot{H}_z^t(x+h_x, y+h_y) - \dot{H}_z^t(x+h_x, y) \\ &\left. + \dot{H}_z^t(x-h_x, y+h_y) - \dot{H}_z^t(x-h_x, y) \} \right] \quad (2a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{y,\sin}^{t+\frac{\Delta t}{2}}\left(x+\frac{h_x}{2}, y\right) &= \frac{u_-}{u_+} E_{y,\sin}^{t-\frac{\Delta t}{2}}\left(x+\frac{h_x}{2}, y\right) \\ &- \text{Im} \left[ \frac{\alpha_{0x}}{u_+ \dot{S}_\gamma(h_x)} \{ \dot{H}_z^t(x+h_x, y) - \dot{H}_z^t(x, y) \} \right. \\ &+ \frac{(1-\alpha_{0x})}{2u_+ \dot{S}_\gamma(h_x)} \{ \dot{H}_z^t(x+h_x, y+h_y) - \dot{H}_z^t(x, y+h_y) \\ &\left. + \dot{H}_z^t(x+h_x, y-h_y) - \dot{H}_z^t(x, y-h_y) \} \right] \quad (2b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{z,\sin}^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x, y) &= \frac{u_-^*}{u_+^*} H_{z,\sin}^t(x, y) - \text{Im} \left[ \frac{1}{u_+^* \dot{S}_\gamma(h_x)} \right. \\ &\left. \left\{ \dot{E}_y^{t+\frac{\Delta t}{2}}\left(x+\frac{h_x}{2}, y\right) - \dot{E}_y^{t+\frac{\Delta t}{2}}\left(x-\frac{h_x}{2}, y\right) \right\} \right. \\ &- \frac{1}{u_+^* \dot{S}_\gamma(h_y)} \left\{ \dot{E}_x^{t+\frac{\Delta t}{2}}\left(x, y+\frac{h_y}{2}\right) \right. \\ &\left. \left. - \dot{E}_x^{t+\frac{\Delta t}{2}}\left(x, y-\frac{h_y}{2}\right) \right\} \right] \quad (2c) \end{aligned}$$

上式で、 $t$  は時刻、 $\Delta t$  は時間分割幅、 $h_x, h_y$  は  $x$  及び  $y$  軸方向の空間分割幅である。また、各電磁界成分  $E_x, E_y, H_z$  に付く添字  $\sin$  はその正弦波成分を表す。Im は [\*] 内の虚部を表す。余弦波成分は、式 (2) において添字を  $\cos$  とし、Im を実部をとる Re へ変更すれば同様に記述される。更に、 $u_\pm, u_\pm^*$  は

$$u_\pm = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{S_\omega(\Delta t)} \pm \frac{\sigma_e}{\tilde{S}_\omega(\Delta t)} \quad (3a)$$

$$u_\pm^* = \frac{\mu_0 \mu_r}{S_\omega(\Delta t)} \pm \frac{\sigma_h}{\tilde{S}_\omega(\Delta t)} \quad (3b)$$

である。ただし、 $S_\omega(\Delta t) = 2 \sin(\frac{\omega \Delta t}{2}) / \omega$ 、 $\tilde{S}_\omega(\Delta t) = 2 \cos(\frac{\omega \Delta t}{2})$  とする。 $\omega$  は角周波数、 $\epsilon_0$  と  $\mu_0$  は真空中の誘電率及び透磁率、 $\epsilon_r$  と  $\mu_r$  は媒質の比誘電率及び比透磁率、 $\sigma_h$  は磁気損失、 $\sigma_e$  は導電率である。なお、式 (2) 中の最適化パラメータ  $\alpha_{0x}, \alpha_{0y}$  には、与えられた周波数と各空間分割幅  $h_x, h_y$  に対し、最も等方的な伝搬特性が得られる最適値を用いる。この最適値の算出には文献 [4] の方法を適用する。また、式 (2) の添字のない電磁界成分  $\dot{E}_x, \dot{E}_y, \dot{H}_z$  は、次式に示す複素成分で定義される。

$$\dot{E}_x^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x, y) = E_{x,\cos}^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x, y) + j E_{x,\sin}^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x, y) \quad (4a)$$

$$\dot{E}_y^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x, y) = E_{y,\cos}^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x, y) + j E_{y,\sin}^{t+\frac{\Delta t}{2}}(x, y) \quad (4b)$$

$$\dot{H}_z^t(x, y) = H_{z,\cos}^t(x, y) + j H_{z,\sin}^t(x, y) \quad (4c)$$

以上の式からわかるように、ここで提案する複素形式の NS-FDTD 差分式 (2) は、損失媒質中の伝搬波を複素量として扱い、その伝搬誤差を式 (1) に示す複素修正関数を用いて補正する計算法である。

## 3. 数値分散式

ここでは、2. で示した複素形式の NS-FDTD 差分式の数値分散式を導出する。

ここでは数値分散式の導出に、文献 [2] 17 章の方法

を適用する. 本提案の差分式 (2) では, 複素修正関数式 (1) と Sin-Cosine 法を用いて損失媒質中の伝搬波を複素量として扱う. このため, sin と cos の両電磁界成分が 1 組として扱われる. これら sin と cos の両成分を下記の表示式

$$\psi^n(x, y) = \psi_0 e^{j\omega n \Delta t - \dot{\gamma}_x x - \dot{\gamma}_y y} \quad (5)$$

を用いてまとめれば, 通常の 2 次元の場合と同じフーリエモード記述の差分式となる. ただし, 式 (5) 中の  $\dot{\gamma}_x, \dot{\gamma}_y$  は  $x$  及び  $y$  軸方向の複素伝搬定数,  $n$  は time step,  $\psi_0$  は振幅である. これを文献 [2]17 章の手順に従って整理すれば, 最終的に下式 (6) に示す複素形式の NS-FDTD 差分式の数値分散式が得られる.

$$\begin{aligned} & \left[ \mu_0 \mu_r \frac{2j \sin(\frac{\omega \Delta t}{2})}{S_\omega(\Delta t)} + \sigma_h \frac{2 \cos(\frac{\omega \Delta t}{2})}{\tilde{S}_\omega(\Delta t)} \right] \\ & \cdot \left[ \epsilon_0 \epsilon_r \frac{2j \sin(\frac{\omega \Delta t}{2})}{S_\omega(\Delta t)} + \sigma_e \frac{2 \cos(\frac{\omega \Delta t}{2})}{\tilde{S}_\omega(\Delta t)} \right] \\ & - \left( \frac{2 \sinh(\frac{\dot{\gamma}_x h_x}{2})}{\tilde{S}_\gamma(h_x)} \right)^2 \dot{\rho}_x - \left( \frac{2 \sinh(\frac{\dot{\gamma}_y h_y}{2})}{\tilde{S}_\gamma(h_y)} \right)^2 \dot{\rho}_y = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

ここで  $\dot{\rho}_x, \dot{\rho}_y$  は下式 (7) で与えられる.

$$\dot{\rho}_x = \alpha_{0x} + (1 - \alpha_{0x}) \cosh(\dot{\gamma}_y h_y) \quad (7a)$$

$$\dot{\rho}_y = \alpha_{0y} + (1 - \alpha_{0y}) \cosh(\dot{\gamma}_x h_x) \quad (7b)$$

式 (6) において理論伝搬定数を初期値とし,  $\dot{\gamma}$  についてニュートン法で解けば, 数値的伝搬定数  $\dot{\gamma}_N = \alpha_N + j\beta_N$  が唯一求まる.

#### 4. 安定条件

ここでは, 2. で示した複素形式の NS-FDTD 差分式の安定条件を導出する.

損失媒質を表現する複素形式の NS-FDTD 差分式 (2) に,  $t = n\Delta t$  とする下記の波動形式

$$\psi^n(x, y) = Z_0^n e^{-j(\beta_x x + \beta_y y)} \quad (8)$$

の  $E_x, E_y, H_z$  表示式を入力する. その応答波の振幅増幅率が 1 以下ならば安定と考える. 上式で  $n$  は time step,  $Z_0$  は振幅とする.  $\beta_x, \beta_y$  は  $x$  及び  $y$  軸方向の位相定数である. ここで, 文献 [2]17 章の振幅増幅率  $g$  の導出法を用いれば, 次の行列表示式が得られる.

$$\begin{bmatrix} E_{x, \sin}^{n+\frac{1}{2}} \\ E_{x, \cos}^{n+\frac{1}{2}} \\ E_{y, \sin}^{n+\frac{1}{2}} \\ E_{y, \cos}^{n+\frac{1}{2}} \\ H_{z, \sin}^{n+1} \\ H_{z, \cos}^{n+1} \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} E_{x, \sin}^{n-\frac{1}{2}} \\ E_{x, \cos}^{n-\frac{1}{2}} \\ E_{y, \sin}^{n-\frac{1}{2}} \\ E_{y, \cos}^{n-\frac{1}{2}} \\ H_{z, \sin}^n \\ H_{z, \cos}^n \end{bmatrix} \quad (9)$$

上式の行列  $G$  の具体的記述は付録に示す. この行列  $G$  の固有値が求める振幅増幅率  $g$  となる. これより, 損失媒質における複素形式の NS-FDTD 法の安定条件は次式で与えられる.

$$|g| \leq 1 \quad (10)$$

なお, 具体的な  $|g|$  の記述式は極めて複雑である. したがって, ここでは数値計算により式 (10) を判定するものとする.

#### 5. 数値結果

ここでは, 焼結フェライト媒質における複素形式の NS-FDTD 差分式 (2) の伝搬特性と安定条件を考察する. 次に, 椋形フェライト電波吸収体の特性解析を行う.

##### 5.1 伝搬特性

図 1 と図 2 は, 数値分散式 (6) から求めた焼結フェライト媒質における複素形式の NS-FDTD 差分式 (2) の伝搬特性である. 比較のため, FDTD 法と損失媒質用に拡張された NS-FDTD 法 [9] の結果を併記してある. 図中の実線が本提案の複素形式の NS-FDTD 法, 破線が FDTD 法, 2 点破線が拡張された NS-FDTD 法の結果である. 図 1 は理論値の減衰定数  $\alpha_0$  で規格化した数値的減衰定数  $\alpha_N/\alpha_0$ , 図 2 が数値的位相定数  $\beta_N$  から換算した規格化位相速度  $C_N/C_0 = \beta_0/\beta_N$  である.  $C_0$  は損失媒質中の理論位相速度,  $\beta_0$  は理論位相定数である. 横軸の  $\theta$  は伝搬角度で,  $x$  軸となす角度を示す. 図中の ( ) 内は  $x$  及び  $y$  軸方向の空間分割幅である. ここでの周波数には, 一例として  $f = 4\text{GHz}$  を用いた. 焼結フェライトの比誘電率は  $\epsilon_r = 16$ , 比透磁率は

$$\mu_r = 1 + \frac{K}{1 + j\frac{f}{f_r}} \quad (11)$$

である [11]. ただし,  $K = 1000$ ,  $f_r = 6\text{MHz}$  とする. 時間分割幅には  $\Delta t = h/(2c_0)$  を用いた.  $c_0$  は真空中の光速, 空間分割幅の基準値を  $h = 1\text{mm}$  とした. また,

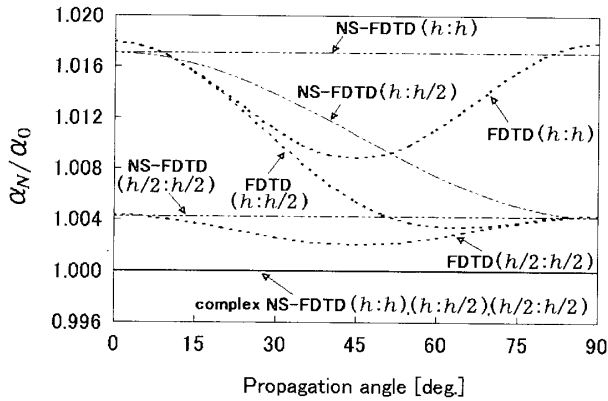


図1 フェライト中の減衰定数  
Fig. 1 Attenuation constant in Ferrite.

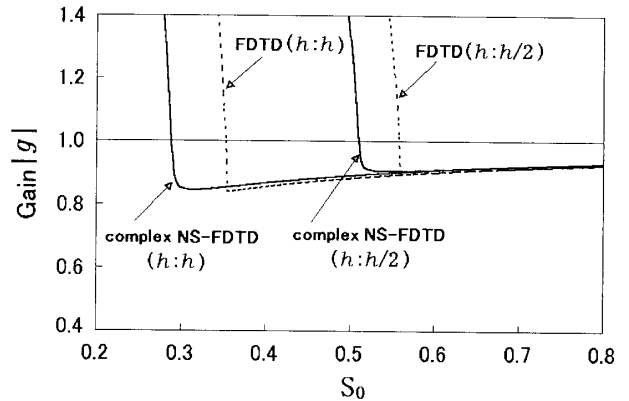


図3 フェライト中の振幅増幅率  
Fig. 3 Amplitude gain in Ferrite.

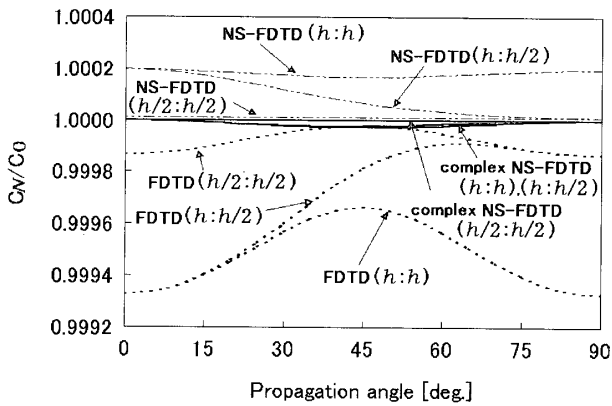


図2 フェライト中の位相速度  
Fig. 2 Phase velocity in Ferrite.

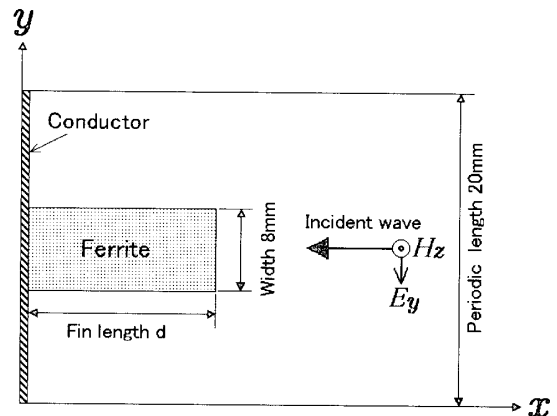


図4 棧形フェライト電波吸収体断面図  
Fig. 4 Cross-sectional view of Fin Ferrite electromagnetic wave absorber.

$h$ と $h/2$ に対するフェライト媒質中の $\alpha_{0x}$ ,  $\alpha_{0y}$  値には、文献[4]から算出される0.8324535及び0.8331140を用いた。実用上、 $\alpha_0$  値には5けた程度もあれば十分である。ここでは伝搬特性をより厳密に示すため7けたとした。

図1に示すように、FDTD法や拡張されたNS-FDTD法の減衰定数には角度依存性をもった誤差が生じている。しかし、複素形式のNS-FDTD法の減衰定数には誤差がほとんど現れない。図2の位相速度においてもFDTD法や拡張されたNS-FDTD法に角度依存性をもった誤差が生じている。一方、複素形式のNS-FDTD法も角度依存性をもつ誤差は生じているが、最大で0.999972以下と極めて小さい。

以上より、ここで提案する複素形式のNS-FDTD差分式(2)は、FDTD法や損失媒質用に拡張されたNS-FDTD法に比べ、極めて等方的かつ高精度な伝搬特性を有する解析法であることがわかる。

### 5.2 安定条件

図3は、安定条件式(9)より算出した焼結フェライト媒質の振幅増幅率 $|g|$ 特性である。比較のため、図3にはFDTD法の結果を併記してある。実線が本提案の複素形式のNS-FDTD法、破線がFDTD法の結果である。図の( )内は $x$ 及び $y$ 軸方向の空間分割幅を示す。横軸は $S_0 = h/(c_0 \Delta t)$ である。ただし、周波数は一例として5.1と同じ4GHz、 $h = 1\text{mm}$ とした。図中の横細線は $|g| = 1.0$ の基準線である。また、フェライトの媒質定数及び $\alpha_{0x}$ ,  $\alpha_{0y}$ の値は5.1と同一である。

図3に示すように、十分な大きさの $S_0$ 値では両手法とも $|g| < 1$ と安定である。しかし、複素形式のNS-FDTD法がFDTD法よりも小さな $S_0$ 値で急激に $|g|$ が増大して $|g| > 1$ となり、不安定になる。これより、損失媒質において提案する複素形式のNS-FDTD法は、FDTD法に比べ大きな安定条件をもつことがわかる。

### 5.3 棧形フェライト電波吸収体解析

ここでは、本提案の複素形式の NS-FDTD 差分式 (2) による棧形フェライト電波吸収体の特性解析を行う。

図 4 に棧形フェライト電波吸収体の計算モデルを示す。フェライト Fin の幅が 8 mm, 空間周期長は 20 mm である。図 5 がその計算結果である。周波数は 4 GHz, 400 MHz 及び 40 MHz である。図 5 には、同一計算条件での FDTD 法の結果と、比較の基準値としてモード整合法による文献 [11] の結果を併せて示す。入射波

は平行 (H) 偏波の平面波かつ垂直入射とする。図 5 の縦軸は反射量, 横軸がフェライト Fin の長さ  $d$  である。また,  $x$  及び  $y$  軸方向の空間分割幅はすべて  $h=1\text{mm}$  とする。時間分割幅は  $\Delta t=h/(2c_0)$ , フェライトの媒質定数は 5.1 と同一である。ただし, 複素形式の NS-FDTD 法の計算では媒質境界部のみ通常の FDTD 法に変更して行った。

図 5(a)~(c) から明らかなように, いずれの周波数においても提案する複素形式の NS-FDTD 法の結果は, モード整合法による文献 [11] の結果と良好な一致を示す。一方, FDTD 法の結果は, 図 5(a) の 4 GHz 及び図 5(b) の 400 MHz において文献 [11] の結果に対して大きな差を生じている。反射量の急減する共振域ではわずかな位相誤差や振幅誤差でも大きな反射量の差となって現れる。このことから, 上記の差は 5.1 でも示した両手法の伝搬特性の違いが原因と考えられる。更に, FDTD 法の結果は, 図 5 に示されるように, 波長に対し空間分割幅  $h$  がより小さくなる低周波数ほど文献 [11] の結果に近づく傾向を示す。図 5(c) の 40 MHz の結果では, 提案する複素形式の NS-FDTD 法や文献 [11] の結果とほぼ一致している。このことから, FDTD 法で 4 GHz の反射特性を得るには, 空間分割幅を  $h/100$  以下にする必要があると推測される。これより, 本提案の複素形式の NS-FDTD 法は, 通常の FDTD 法よりもはるかに高精度であることがわかる。

以上より, ここで提案する複素形式の NS-FDTD 法は, 棧形フェライト電波吸収体の解析例において有効な解析法であることが示された。

## 6. むすび

本論文では, 損失媒質解析のため, Sin-Cosine 法による新たな複素形式の NS-FDTD 差分式を提案した。このとき, 減衰波用の複素修正関数を新たに定義した。更に, 提案する複素形式の NS-FDTD 差分式の数値分散式と安定条件も導出した。導出の数値分散式と安定条件の数値検討から, 本複素形式の NS-FDTD 法は, FDTD 法や損失媒質用に拡張された NS-FDTD 法に比べ, 極めて等方的かつ高精度であることがわかった。また, 複素形式の NS-FDTD 法は FDTD 法に比べ大きな安定条件をもつことがわかった。更に, 本手法を周期構造型の棧形フェライト電波吸収体解析に適用し, FDTD 法に比べ高精度を有する有効な解析法であることを明らかにした。

今後は, NS-FDTD 法における媒質境界用の差分式

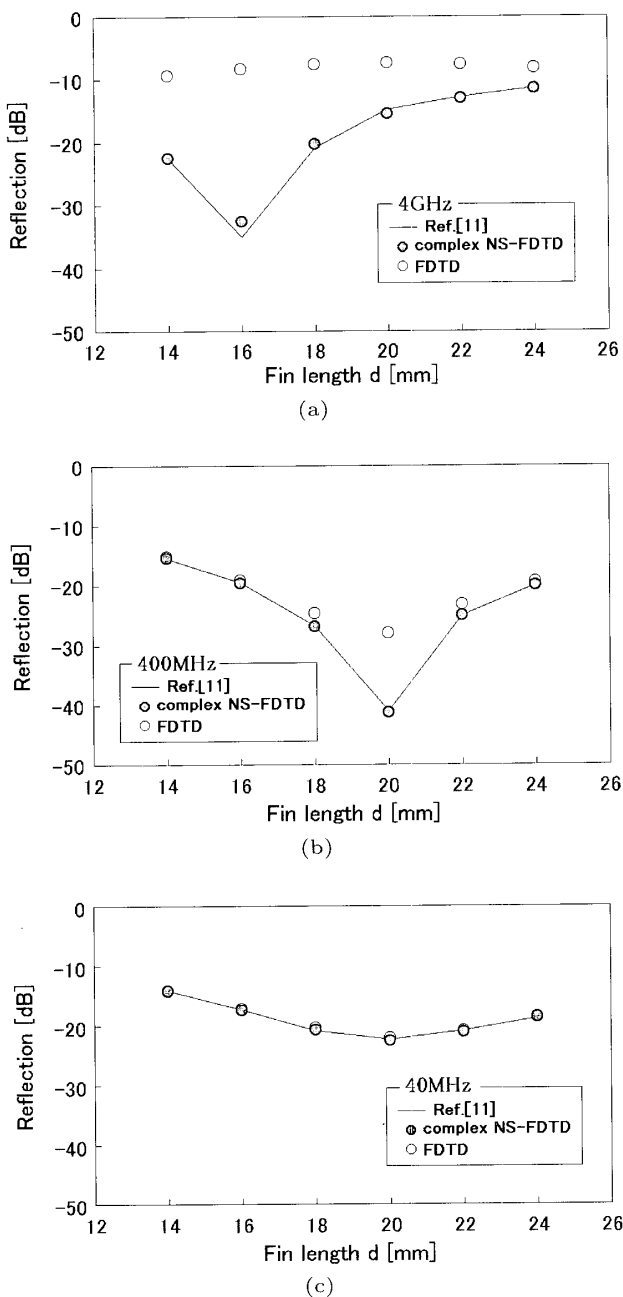


図 5 棧形フェライト電波吸収体の反射特性

Fig. 5 Reflection characteristics of Fin Ferrite electromagnetic wave absorber.

や、損失媒質中の3次元差分式とその数値分散式及び安定条件を検討していく予定である。

謝辞 TeXによる本論文作成にあたり有益な御助言を頂いた鶴岡工業高等専門学校の渡部誠二助手に感謝致します。

## 文 献

- [1] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.14, no.3, pp.302-307, May 1966.
- [2] K. Kunz and R. J. Luebbers, Finite Difference Time Domain Method for Electrodynamics, CRC Press, Boca Raton, 1993.
- [3] A. Taflov, Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method, Artech House, Norwood, MA, 1995.
- [4] J. B. Cole, "A high-accuracy realization of the Yee algorithm using non-standard finite differences," IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.45, no.6, pp.991-996, June 1997.
- [5] R. E. Mickens, Applications of Nonstandard Finite Difference Schemes, Chapter 3, World Scientific, 2000.
- [6] N. V. Kantartzis and T. D. Tsiboukis, "A higher-order FDTD technique for the implementation of enhanced dispersionless perfectly matched layers combined with efficient absorbing boundary conditions," IEEE Trans. Magn., vol.34, no.5, pp.2736-2739, Sept. 1998.
- [7] 工藤祥典, 柏 達也, 大谷忠生, "3次元 Non-Standard FDTD 法における数値分散特性及び安定条件," 信学論 (C), vol.J84-C, no.5, pp.374-384, May 2001.
- [8] 大谷忠生, 工藤祥典, 柏 達也, "Non-Standard FDTD 法を用いた大型 Cavity の散乱解析," 信学論 (C), vol.J84-C, no.4, pp.237-244, April 2001.
- [9] 大谷忠生, 千藤雄樹, 柏 達也, "損失媒質中の Non-Standard FDTD 法," 信学論 (C), vol.J85-C, no.10, pp.889-897, Oct. 2002.
- [10] P. Harms, R. Mittra, and W. Ko, "Implementation of the periodic boundary condition in the finite-difference time-domain algorithm for FSS structures," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.42, no.9, pp.1317-1324, Sept. 1994.
- [11] 内藤善之, 高橋道晴, 水本哲弥, 野瀬浩之, "椋形フェライト電波吸収体の広帯域特性," 信学論 (B), vol.J76-B-II, no.7, pp.641-646, July 1993.

## 付 録

### 安定条件の導出

4. の安定条件で示した式 (9) の行列  $G$  について以下に記述する。今、式の簡略化のため、次の変数を定義する。

$$S_{xr} + jS_{xi} \equiv 1/\dot{S}_\gamma(h_x) \quad (\text{A}\cdot 1)$$

$$S_{yr} + jS_{yi} \equiv 1/\dot{S}_\gamma(h_y) \quad (\text{A}\cdot 2)$$

$$\Lambda_x \equiv \frac{2 \sin(\frac{\beta_x h_x}{2})}{u_+} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

$$\Lambda_y \equiv \frac{2 \sin(\frac{\beta_y h_y}{2})}{u_+} \quad (\text{A}\cdot 4)$$

$$\Lambda_x^* \equiv \frac{2 \sin(\frac{\beta_x h_x}{2})}{u_+^*} \frac{u_-}{u_+} \quad (\text{A}\cdot 5)$$

$$\Lambda_y^* \equiv \frac{2 \sin(\frac{\beta_y h_y}{2})}{u_+^*} \frac{u_-}{u_+} \quad (\text{A}\cdot 6)$$

$$P_x \equiv \Lambda_x^* \Lambda_x \rho_x (S_{xr}^2 - S_{xi}^2) \quad (\text{A}\cdot 7)$$

$$P_y \equiv \Lambda_y^* \Lambda_y \rho_y (S_{yr}^2 - S_{yi}^2) \quad (\text{A}\cdot 8)$$

$$Q_x \equiv \Lambda_x^* \Lambda_x \rho_x 2S_{xr} S_{xi} \quad (\text{A}\cdot 9)$$

$$Q_y \equiv \Lambda_y^* \Lambda_y \rho_y 2S_{yr} S_{yi} \quad (\text{A}\cdot 10)$$

これらを用いて NS-FDTD 差分式 (2) を式 (9) の表記に書き直せば、次に示す行列  $G$  が得られる。

$$[G] = \begin{bmatrix} \frac{u_-}{u_+} & 0 & 0 & 0 & \Lambda_y \rho_y S_{yi} & -\Lambda_y \rho_y S_{yr} \\ 0 & \frac{u_-}{u_+} & 0 & 0 & \Lambda_y \rho_y S_{yr} & \Lambda_y \rho_y S_{yi} \\ 0 & 0 & \frac{u_-}{u_+} & 0 & -\Lambda_x \rho_x S_{xi} & \Lambda_x \rho_x S_{xr} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{u_-}{u_+} & -\Lambda_x \rho_x S_{xr} & -\Lambda_x \rho_x S_{xi} \\ \Lambda_y^* S_{yi} - \Lambda_y^* S_{yr} - \Lambda_x^* S_{xi} & \Lambda_x^* S_{xr} & \frac{u_-^*}{u_+^*} - P_x - P_y & -Q_x - Q_y & & \\ \Lambda_y^* S_{yr} & \Lambda_y^* S_{yi} & -\Lambda_x^* S_{xr} - \Lambda_x^* S_{xi} & Q_x + Q_y & \frac{u_-^*}{u_+^*} - P_x - P_y & \end{bmatrix} \quad (\text{A}\cdot 11)$$

上式にて  $\sin(\frac{\beta_x h_x}{2}) = 1$ ,  $\sin(\frac{\beta_y h_y}{2}) = 1$  とし,  $\det(G-g) = 0$  より求まる  $g$  が振幅増幅率となる。  $|g| \leq 1$  であれば安定となる。なお、一般的な方形格子での判定には  $\rho_x, \rho_y = 1$  を用いる。特別な場合として、正方形格子には  $\rho_x = 2\alpha_{0x} - 1$ ,  $\rho_y = 2\alpha_{0y} - 1$  を用いる。また、比率が  $1 < h_x/h_y, h_y/h_x \leq 2$  までの方形格子には  $\rho_x = \alpha_{0x}, \rho_y = \alpha_{0y}$  を用いる。このことは実際の伝搬シミュレーションで確認している。

(平成 14 年 4 月 11 日受付, 9 月 9 日再受付)



大谷 忠生

昭58豊橋技科大・工・電気電子卒。昭60同大大学院修士課程了。同年三菱重工業(株)入社。現在に至る。主に電磁波の散乱解析に従事。



柏 達也 (正員)

昭59北大・工・電気卒。昭61同大大学院修士課程了。昭63同博士課程中退。同年同大・工・電気・助手。平8北見工大・電気電子・助教授。電磁界解析に従事。工博。平4 IEEE AP-S Tokyo Chapter Young Engineer Award。共著「Handbook of Microwave Technology」(Academic Press), 「Antennas and Associated Systems for Mobile Satellite Communications」(Research Signpost)など。IEEE MTT 査読委員。IEEE 会員。