

論 文

Non-Standard FDTD 法を用いた大型 Cavity の散乱解析

大谷 忠生[†] 工藤 祥典^{††} 柏 達也^{††}

Scattering Analysis of Large Scale Cavities Using the Non-standard FDTD Method

Tadao OHTANI[†], Hironori KUDO^{††}, and Tatsuya KASHIWA^{††}

あらまし 大型構造体の高精度な散乱解析法として NS-FDTD 法が提案されている。しかし、従来の NS-FDTD 法は等方格子のみでの定義しか行われておらず、任意の Cavity 形状を取り扱うには制限が大きい。本論文ではこの制限を取り除くために、NS-FDTD 法をより汎用性のある非等方格子へ拡張する。まず、非等方格子での FD Laplacian を新たに定義し、その 1 階差分演算子による分解表示から非等方格子の NS-FDTD 計算式を導出する。また、NS-FDTD 法で用いる NS-FD 法の物理的意味付けを行う。次に、非等方格子に拡張された NS-FDTD 法を用いて大型 Cavity の散乱解析を行い、その有効性を示す。NS-FDTD 法の結果は実測値と良好に一致した。その結果、NS-FDTD 法は高精度な大型 Cavity 散乱解析法として十分な有効性をもつことが示された。

キーワード NS-FDTD 法, FDTD 法, 非等方格子, 電磁界解析, 散乱解析

1. ま え が き

FDTD(Finite Difference Time Domain)法はその汎用的特長を生かして電磁波の散乱解析に盛んに用いられている [1]~[3]。ところで、近年の計算機の高速大容量化に伴い領域分割型解析手法である FDTD 法においても波長に比べて大きな構造体の散乱解析を行うことができるようになってきている。しかしながら、FDTD 法には離散化により引き起こされる数値分散により異方性を含む位相誤差が発生する。具体的には空間分割が $\lambda/10$ で約 1.2[%] である。この場合、50 波長の伝搬では理論に比べて位相が反転する。したがって、大規模な構造体の計算を行うときにはその位相誤差が蓄積されて正確な解析が行えなくなる。この問題を解決するために、様々な方法が考案されている [4]~[9]。

この中の一つとして NS-FDTD(Non-Standard FDTD)法が提案されている [4], [5]。NS-FDTD 法は、伝搬方向に依存する位相誤差を等方化した

FD(Finite-Difference) Laplacian と、NS-FD(Non-Standard Finite Difference)法 [6]による位相誤差補正を用いた等方的伝搬特性に優れた高精度な差分計算法である。しかしながら、従来、NS-FDTD 法では等方格子のみでしか定義されていなかった。ところで、等方格子のみを用いた場合には解析できるモデルは限られる。したがって、実際の解析においては非等方格子を用いることがより一般的あるいは実際的であり、NS-FDTD 法を非等方格子でも扱えるようにすることが不可欠である。通常の FDTD 法は、等方格子、非等方格子いずれの場合においても差分式は Maxwell 方程式より直接求められるため手続きは同様である。しかしながら、NS-FDTD 法においては差分式は複雑な形式をした FD Laplacian に基づいているため、等方格子から非等方格子への拡張は本論文中に示すように単純にはいかない。

本論文では、1)非等方格子における FD Laplacian を新たに定義する。その 1 階差分演算子による分解表示から非等方格子の NS-FDTD 計算式を導出する。2)NS-FD 法の物理的意味を数値分散補正法との関係から明らかにする。3)非等方格子に拡張された NS-FDTD 法を大型 Cavity のレーダ断面積解析に適用する。また、実験値、高周波近似法である SBR(Shooting and

[†] 三菱重工業株式会社名古屋航空宇宙システム製作所, 名古屋市 Mitsubishi Heavy Industries, LTD., Nagoya Aerospace Systems, Nagoya-shi, 455-8515 Japan

^{††} 北見工業大学電気電子工学科, 北見市 Department of Electrical and Electronics Engineering, Kitami Institute of Technology, Kitami-shi, 090-8507 Japan

Bouncing Rays) 法及び IPO(Iterative Physical Optics) 法との比較も行っている。その結果、NS-FDTD 法は高精度な大型 Cavity 散乱解析法として非常に有効なことを示す。

2. 非等方格子に拡張された NS-FDTD 法

NS-FDTD 法は単周波の使用を前提に以下の手順で導出された差分計算式を用いる。1) 数値的位相誤差の異方性が異なる 3 種類の FD Laplacian を用い、異方の誤差がより縮小された FD Laplacian を作る。2) この FD Laplacian を Yee 格子節点配置に適合する 1 階差分演算子に分解する。3) NS-FD 法を用い差分演算子のもつ位相誤差を補正する。以下に本手法の手続きを具体的に説明する。

2.1 FD Laplacian

ここでは、非等方格子へ拡張された NS-FDTD 法で用いる FD Laplacian について説明する。本手法では位相誤差特性の異なる 3 種類の FD Laplacian を用いる。FD Laplacian は以下の式で定義される。

$$D_{(i)} = D_{(i)x} + D_{(i)y} + D_{(i)z} \quad (1)$$

ただし、 $i = 1, 2, 3$ とする。FD Laplacian の ξ 軸方向作用成分 $D_{(i)\xi}$ を以下のように定義する。

$$D_{(1)x}f(x, y, z) = \frac{1}{h_x^2} [f(x+h_x, y, z) - 2f(x, y, z) + f(x-h_x, y, z)] \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} D_{(2)x}f(x, y, z) = & \frac{1}{4h_x^2} [f(x+h_x, y+h_y, z+h_z) \\ & - 2f(x, y+h_y, z+h_z) + f(x-h_x, y+h_y, z+h_z) \\ & + f(x+h_x, y-h_y, z+h_z) - 2f(x, y-h_y, z+h_z) \\ & + f(x-h_x, y-h_y, z+h_z) \\ & + f(x+h_x, y+h_y, z-h_z) \\ & - 2f(x, y+h_y, z-h_z) + f(x-h_x, y+h_y, z-h_z) \\ & + f(x+h_x, y-h_y, z-h_z) - 2f(x, y-h_y, z-h_z) \\ & + f(x-h_x, y-h_y, z-h_z)] \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} D_{(3)x}f(x, y, z) = & \frac{1}{4h_x^2} [f(x+h_x, y+h_y, z) \\ & - 2f(x, y+h_y, z) + f(x-h_x, y+h_y, z) \\ & + f(x+h_x, y-h_y, z) - 2f(x, y-h_y, z) \\ & + f(x-h_x, y-h_y, z) + f(x+h_x, y, z+h_z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - 2f(x, y, z+h_z) + f(x-h_x, y, z+h_z) \\ & + f(x+h_x, y, z-h_z) - 2f(x, y, z-h_z) \\ & + f(x-h_x, y, z-h_z)] \end{aligned} \quad (2c)$$

y, z 成分も同様である。ただし、 h_x, h_y, h_z は各座標軸方向の空間分割幅とする。いま関数 $f(x, y, z)$ の微分を f_{xx}, f_{yy}, \dots と書いて、式 (2) を Taylor 展開表示すれば FD Laplacian は以下のように表される。

$$\begin{aligned} D_{(1)}f(x, y, z) = & f_{xx} + f_{yy} + f_{zz} \\ & + \frac{1}{12} [h_x^2 f_{xxxx} + h_y^2 f_{yyyy} + h_z^2 f_{zzzz}] + \dots \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} D_{(2)}f(x, y, z) = & f_{xx} + f_{yy} + f_{zz} \\ & + \frac{1}{12} [h_x^2 f_{xxxx} + h_y^2 f_{yyyy} + h_z^2 f_{zzzz}] \\ & + \frac{1}{2} [(h_x^2 + h_y^2) f_{xxyy} + (h_y^2 + h_z^2) f_{yyzz} \\ & + (h_z^2 + h_x^2) f_{zzxx}] + \dots \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} D_{(3)}f(x, y, z) = & f_{xx} + f_{yy} + f_{zz} \\ & + \frac{1}{12} [h_x^2 f_{xxxx} + h_y^2 f_{yyyy} + h_z^2 f_{zzzz}] \\ & + \frac{1}{4} [(h_x^2 + h_y^2) f_{xxyy} + (h_y^2 + h_z^2) f_{yyzz} \\ & + (h_z^2 + h_x^2) f_{zzxx}] + \dots \end{aligned} \quad (3c)$$

$D_{(1)}, D_{(2)}, D_{(3)}$ はすべて 2 次の精度で Laplacian を満たす。しかしながら、それぞれの演算子で誤差特性が異なることがわかる。これら $D_{(i)}$ の誤差特性の違いを利用し互いに誤差を打ち消し合うことにより、次式で示される高精度な FD Laplacian が得られる。

$$D_{(0)} = \sum_{\xi=x,y,z} (\eta_{1\xi} D_{(1)\xi} + \eta_{2\xi} D_{(2)\xi} + \eta_{3\xi} D_{(3)\xi}) \quad (4)$$

ただし、上式中の η は $\eta_{1\xi} + \eta_{2\xi} + \eta_{3\xi} = 1$ を満たすパラメータである。なお、 $D_{(1)}, D_{(2)}, D_{(3)}$ の定義に用いられる節点配置を図 1 に示す。等方格子の場合は黒色で示される節点配置であるが、非等方格子の場合ではその他に新たに灰色で示される節点が追加される。また、この追加された節点は他の Laplacian の節点と重なる。そのため、NS-FDTD 法においては等方格子から非等方格子への拡張は FDTD 法のように容易には行うことができない。

次に、式 (4) の FD Laplacian $D_{(0)}$ を Yee 格子節点配置に適合する一階差分演算子 $d_{\xi}^{(1)}$ を用いて次のように分解表示する。

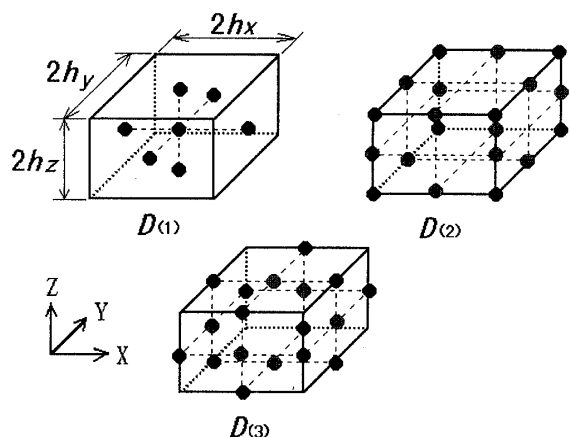


図1 非等方格子における3種類のFD Laplacian $D_{(1)}$, $D_{(2)}$, $D_{(3)}$ の節点配置

Fig. 1 Position of nodes in three types of FD Laplacians $D_{(1)}$, $D_{(2)}$, and $D_{(3)}$ for non-isotropic grids.

表1 最適化パラメータ α
Table 1 Optimized parameter α .

h_ξ	$\alpha_{1\xi}$	$\alpha_{2\xi}$	$\alpha_{3\xi}$
$\lambda/10$	0.707778	0.045539	0.246683
$\lambda/20$	0.710283	0.044715	0.245002
$\lambda/30$	0.710743	0.044565	0.244692
$\lambda/40$	0.710904	0.044512	0.244584

$$D_{(0)} = \frac{\tilde{d}_x^{(1)} \tilde{d}_x^{(0)}}{h_x^2} + \frac{\tilde{d}_y^{(1)} \tilde{d}_y^{(0)}}{h_y^2} + \frac{\tilde{d}_z^{(1)} \tilde{d}_z^{(0)}}{h_z^2} \quad (5)$$

ここで $\tilde{d}_\xi^{(0)}$ は

$$\tilde{d}_\xi^{(0)} = \alpha_{1\xi} \tilde{d}_\xi^{(1)} + \alpha_{2\xi} \tilde{d}_\xi^{(2)} + \alpha_{3\xi} \tilde{d}_\xi^{(3)} \quad (6)$$

である。 $\tilde{d}_\xi^{(1)}$, $\tilde{d}_\xi^{(2)}$, $\tilde{d}_\xi^{(3)}$ については付録に示す。以上の $\tilde{d}_\xi^{(1)}$, $\tilde{d}_\xi^{(0)}$ 演算子が非等方格子に拡張された NS-FDTD 計算式に用いる 1 階差分演算子となる。後述の 2.3 では、式 (5) の $\tilde{d}_\xi^{(1)} \tilde{d}_\xi^{(0)}$ の演算を Maxwell 方程式の二つの偏微分方程式へ振り分けて差分化する。

本論文では式 (6) の α の最適値として各座標軸方向の空間分割幅 h_ξ に対する等方格子での値 [5] を使うものとする。厳密には非等方格子での最適値 α を求める必要があるが、後述の 3.1 で明らかのように等方格子用の設定値でも十分な高精度が得られる。参考までに、等方格子における最適化パラメータ α 値を表 1 に示

す。 λ は伝搬媒質中の波長である。

2.2 NS-FD 法

NS-FDTD 法では使用する 1 階差分演算子に対して Mickens [6] の NS-FD 法を適用し、位相誤差の補正を行っている。一方、FDTD 法の位相誤差解析には一般に物理的イメージがわかりやすい数値分散という概念が用いられる。Cole の論文 [4], [5] では両者の関係について書かれていない。ここでは、NS-FD 法の物理的意味を理解するために、数値分散との関係について説明する。

まず、1 次元で説明する。差分法では空間分割幅 h と時間分割幅 Δt が十分細かくないと数値的解が理論解に一致しない。NS-FD 法は、常微分あるいは偏微分方程式を差分で解く際に $\Delta t \rightarrow S_\omega(\Delta t)$, $h \rightarrow S_k(h)$ と変数を置き換えることにより理論解が得られるようにする手法である。この S_ω, S_k は修正関数と呼ばれ

$$S_\omega(\Delta t) = \frac{2 \sin(\frac{\omega \Delta t}{2})}{\omega} \quad (7)$$

$$S_k(h) = \frac{2 \sin(\frac{kh}{2})}{k} \quad (8)$$

で与えられる。なお、 ω は入力正弦波の角周波数、 k は波数である。

次に、Mickens の示した NS-FD 法を FDTD 法の特解解析でよく用いられる数値分散の立場から考えてみる。FDTD 法における数値的位相速度 c_n [3] は

$$c_n = c_0 \cdot \frac{2 \frac{\sin(\frac{kh}{2})}{k} / h}{2 \frac{\sin(\frac{\omega \Delta t}{2})}{\omega} / \Delta t} \quad (9)$$

と表される。 c_0 は光速である。式 (9) において、計算部の変数に $\Delta t = S_\omega(\Delta t)$, $h = S_k(h)$ を代入すると $c_n = c_0$ となり、数値分散が補正されて理論解になることがわかる。すなわち、NS-FDTD 法では差分間変数を $h \rightarrow S_k(h)$, $\Delta t \rightarrow S_\omega(\Delta t)$ と置き換えて計算することにより数値分散による位相誤差を消去している。

また、先の修正関数 $S_\omega(\Delta t)$, $S_k(h)$ は次のように書き換えることができる。

$$S_\omega(\Delta t) = \Delta t \cdot \frac{\sin(\frac{\omega \Delta t}{2})}{\frac{\omega \Delta t}{2}} = \Delta t \cdot Sa\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right) \quad (10)$$

$$S_k(h) = h \cdot \frac{\sin(\frac{kh}{2})}{\frac{kh}{2}} = h \cdot Sa\left(\frac{kh}{2}\right) \quad (11)$$

ここで $\Delta t, h$ が十分小さければ $S_\omega(\Delta t), S_k(h)$ はそれぞれ $\Delta t, h$ に収束し、通常の差分法と一致する。当然、

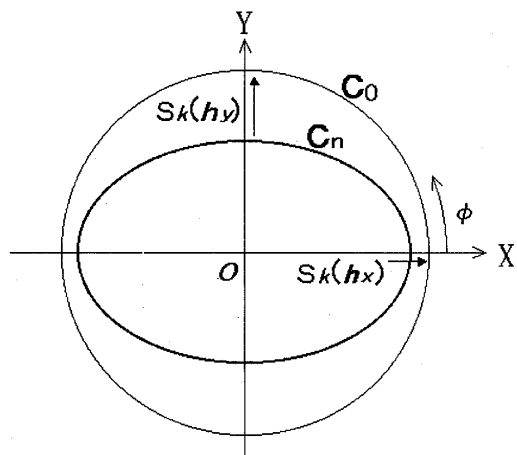


図2 FD Laplacian $D_{(0)}$ における数値的光速度 c_n
Fig.2 Numerical phase velocity c_n of the FD Laplacian $D_{(0)}$.

その領域では数値解は理論解に収束する。以上示したように、Cole が用いた NS-FD 法は通常 FDTD 法で数値分散縮小のために使われる位相速度修正法 [7]~[9] や差分係数補正法 [3] と等価なことがわかる。

次に、多次元で説明する。図2に式(5)のFD Laplacian $D_{(0)}$ における数値的光速度 c_n の伝搬特性を示す。紙面での説明上 X, Y 断面図で示してある。非等方格子では軸方向の誤差の違いから数値的光速度 c_n は角度 ϕ に対し等方的とはならない。なお、ここでは $h_x < h_y$ としており X 方向に比べ Y 方向の位相誤差が大きくなっている。ここで、 h_x, h_y の代わりに修正関数 $S_k(h_x), S_k(h_y)$ を用いると FD Laplacian $D_{(0)}$ のもつ誤差が修正され c_n は c_0 に精度よく近似される。

2.3 NS-FDTD 計算式

ここでは、1階差分演算子 $\tilde{d}_\xi^{(1)}, \tilde{d}_\xi^{(0)}$ と修正関数 S を用いて Maxwell 方程式の微分演算子を $\partial_\xi = \tilde{d}_\xi / S(h_\xi)$ と書き換える。これにより、非等方格子へ拡張された NS-FDTD 計算式を次のように定義する。

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_t H_x \left(x, y - \frac{h_y}{2}, z - \frac{h_z}{2}, t \right) \\ &= -\frac{S_\omega(\Delta t)}{\mu(\mathbf{r}_p)} \left[\frac{\tilde{d}_y^{(0)}}{S_k(h_y)} E_z \left(x, y - \frac{h_y}{2}, z - \frac{h_z}{2}, t \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\tilde{d}_z^{(0)}}{S_k(h_z)} E_y \left(x, y - \frac{h_y}{2}, z - \frac{h_z}{2}, t \right) \right] \quad (12a) \end{aligned}$$

$$\tilde{d}_t H_y \left(x - \frac{h_x}{2}, y, z - \frac{h_z}{2}, t \right)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{S_\omega(\Delta t)}{\mu(\mathbf{r}_p)} \left[\frac{\tilde{d}_z^{(0)}}{S_k(h_z)} E_x \left(x - \frac{h_x}{2}, y, z - \frac{h_z}{2}, t \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\tilde{d}_x^{(0)}}{S_k(h_x)} E_z \left(x - \frac{h_x}{2}, y, z - \frac{h_z}{2}, t \right) \right] \quad (12b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_t H_z \left(x - \frac{h_x}{2}, y - \frac{h_y}{2}, z, t \right) \\ &= -\frac{S_\omega(\Delta t)}{\mu(\mathbf{r}_p)} \left[\frac{\tilde{d}_x^{(0)}}{S_k(h_x)} E_y \left(x - \frac{h_x}{2}, y - \frac{h_y}{2}, z, t \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\tilde{d}_y^{(0)}}{S_k(h_y)} E_x \left(x - \frac{h_x}{2}, y - \frac{h_y}{2}, z, t \right) \right] \quad (12c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_t E_x \left(x - \frac{h_x}{2}, y, z, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \\ &= \frac{S_\omega(\Delta t)}{\varepsilon(\mathbf{r}_p)} \left[\frac{\tilde{d}_y^{(1)}}{S_k(h_y)} H_z \left(x - \frac{h_x}{2}, y, z, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\tilde{d}_z^{(1)}}{S_k(h_z)} H_y \left(x - \frac{h_x}{2}, y, z, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right] \quad (13a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_t E_y \left(x, y - \frac{h_y}{2}, z, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \\ &= \frac{S_\omega(\Delta t)}{\varepsilon(\mathbf{r}_p)} \left[\frac{\tilde{d}_z^{(1)}}{S_k(h_z)} H_x \left(x, y - \frac{h_y}{2}, z, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\tilde{d}_x^{(1)}}{S_k(h_x)} H_z \left(x, y - \frac{h_y}{2}, z, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right] \quad (13b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_t E_z \left(x, y, z - \frac{h_z}{2}, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \\ &= \frac{S_\omega(\Delta t)}{\varepsilon(\mathbf{r}_p)} \left[\frac{\tilde{d}_x^{(1)}}{S_k(h_x)} H_y \left(x, y, z - \frac{h_z}{2}, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\tilde{d}_y^{(1)}}{S_k(h_y)} H_x \left(x, y, z - \frac{h_z}{2}, t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right] \quad (13c) \end{aligned}$$

ただし、時間差分演算子 \tilde{d}_t は $\tilde{d}_t f(t) = f(t + \frac{\Delta t}{2}) - f(t - \frac{\Delta t}{2})$ とする。また、 $\mu(\mathbf{r}_p), \varepsilon(\mathbf{r}_p)$ は、各電磁界成分の計算位置 \mathbf{r}_p における透磁率と誘電率である。非等方格子 NS-FDTD 法においてはもとなる FD Laplacian は等方格子の場合と異なるが、最終的に得られる1階差分方程式は形式的には等方格子の場合と同様となっている。

なお、非等方格子 NS-FDTD 法の安定条件は下式で与えられる [10]。

$$S_\omega(\Delta t) \leq \frac{1}{c_0} \left[\frac{6\eta_{x1} + 2\eta_{x2} + 3\eta_{x3}}{6S_k^2(h_x)} \right]$$

$$\left[\begin{aligned} &+ \frac{6\eta_{y1} + 2\eta_{y2} + 3\eta_{y3}}{6S_k^2(h_y)} \\ &+ \frac{6\eta_{z1} + 2\eta_{z2} + 3\eta_{z3}}{6S_k^2(h_z)} \end{aligned} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (14)$$

ただし, c_0 は光速とする.

3. 解析結果

ここでは, NS-FDTD 法の有効性を具体的な 3 次元問題で示す. まず, 本手法の位相誤差特性 [10] を確認する. 次に, 大型方形 Cavity のレーダ断面積解析における有効性を示す.

3.1 位相誤差特性

図 3 に NS-FDTD 法の位相誤差特性を示す. 評価には方形導波管 TE₁₀ モードを使用した. 平面波の伝搬角度 θ_n , 及び位相速度 v_{pn} を次式より求めた.

$$\theta_n = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\frac{\lambda_n}{2a} \right) \quad (15)$$

$$v_{pn} = f\lambda_n \quad (16)$$

ただし, 平面波の数値的波長 λ_n は

$$\lambda_n = \frac{\lambda_{gn}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{gn}}{2a}\right)^2}} \quad (17)$$

である. なお, λ_{gn} は数値的管内波長, a は導波管の管幅, f は入力周波数である. 時間分割幅 Δt には比較する FDTD 法の精度が一番高くなる Courant の上限値 [3] を採用した. ただし, 伝搬角度は XZ 面上で Z 軸となす角度とし, 位相速度は光速で規格化してある. 図の凡例にある FDTD に続くはじめの三つの数値は X, Y, Z 軸方向の各波長分割数 $\lambda/h_x, \lambda/h_y, \lambda/h_z$

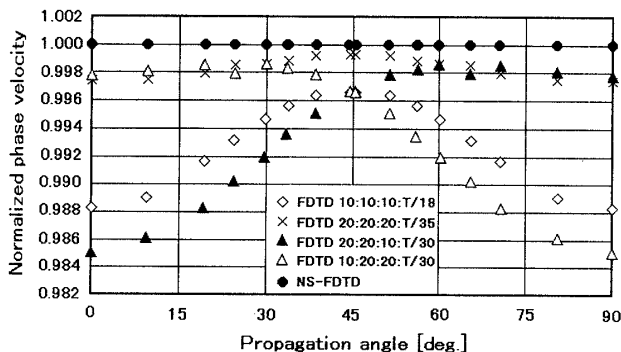


図 3 等方及び非等方格子に対する数値的位相速度

Fig. 3 Numerical phase velocity versus wave propagation angle in case of isotropic and non-isotropic grids.

である. 最後の値は時間分割幅 Δt である. T は入力正弦波の時間周期とする. なお, NS-FDTD 法の結果は等方格子及び非等方格子を含め全分割条件でほとんど同じであるためまとめて ● 印で示してある. なお, 図 3 において NS-FDTD 法の最大位相誤差はわずか 10^{-3} [%] である. FDTD 法では異方的位相速度誤差が存在している. 一方, NS-FDTD 法では等方格子, 非等方格子によらず位相速度が等方的かつほぼ物理的光速度に一致することがわかる.

3.2 大型方形 Cavity のレーダ断面積解析

ここでは 2 種類の Cavity について散乱解析を行う. まず, 図 4 に示す大型方形 Cavity のレーダ断面積特性を計算する. 入射波は ϕ 偏波の平面波 (正弦波) とし, Cavity の開口側へ入射角 θ^i , ϕ^i 方向より入射させる. ただし, θ, ϕ は極座標変数である. 空間分割幅は $\lambda/10$ である. 計算領域の終端は PML [11] を用いた. ただし, この部分は FDTD 法を用いている. レーダ断面積の算出には Maxwell 方程式の一般積分解の遠方界近似式を用いた.

図 5 に Monostatic レーダ断面積の計算結果を示す. ただし, $\theta^i=90^\circ$ である. 入力周波数は 10GHz, 時間分割幅は $\Delta t=T/20$ とする. また, 図 5 には実測値及び高周波近似法である SBR 法 [12] と IPO 法 [13] の計算結果も併せて示す. なお, 実測値は 50° までである. NS-FDTD 法の結果は実測値及び IPO 法の結果と良好に一致している. FDTD 法では $\phi^i = 50^\circ$ 付近以外では実測値に近い. 図 5 は大きさのみを見ているため, 幾何光学的成分の強い部分においては位相誤差の大きい FDTD 法でも Monostatic レーダ断面積としては一致しているように見える.

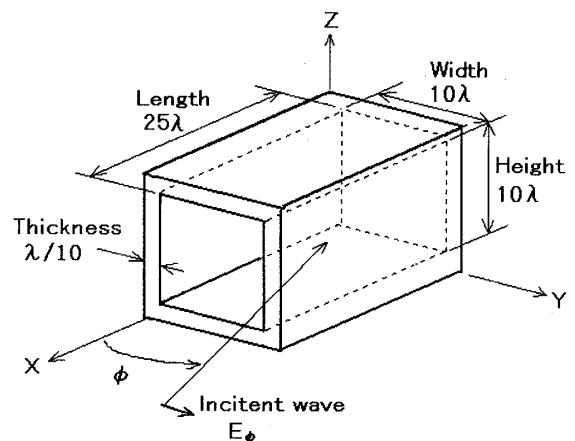


図 4 方形 Cavity

Fig. 4 Rectangular cavity.

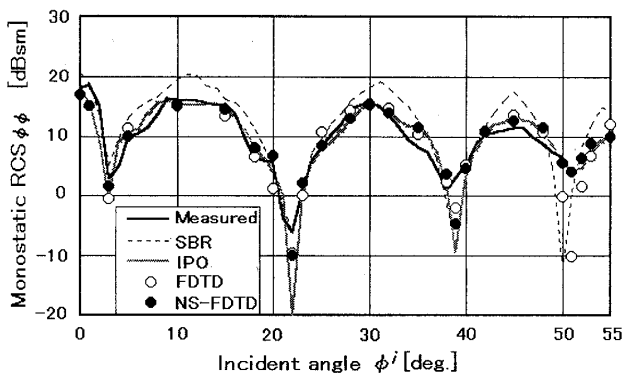


図5 方形 Cavity の Monostatic レーダ断面積 ($\theta^i=90^\circ$, 10 GHz)

Fig. 5 Monostatic radar cross section of a rectangular cavity for $\theta^i=90^\circ$ at 10 GHz.

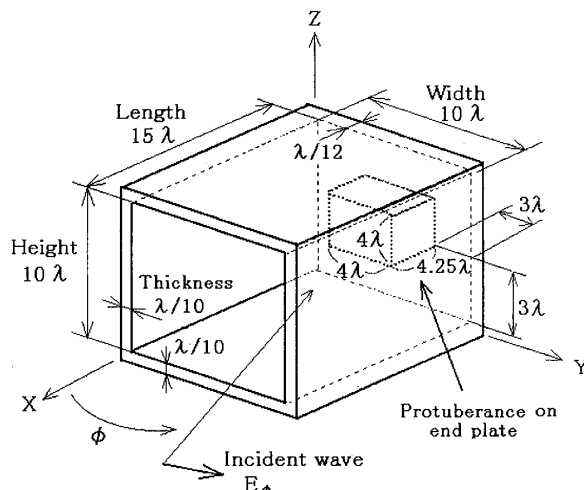
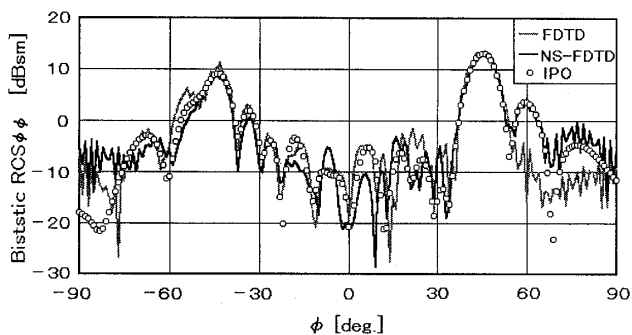
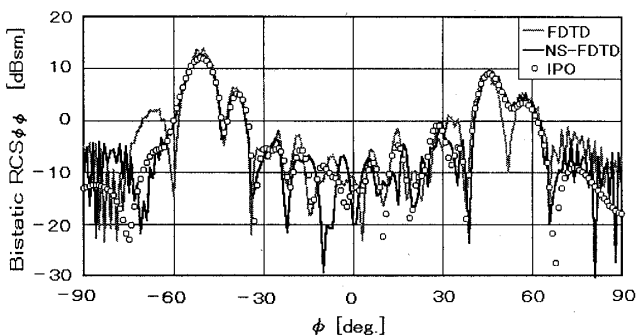


図7 突起を有する方形 Cavity

Fig. 7 Rectangular cavity including a protuberance.



(a) $\phi^i = 45^\circ$



(b) $\phi^i = 50^\circ$

図6 方形 Cavity の Bistatic レーダ断面積 ($\theta^i=90^\circ$, 10 GHz)

Fig. 6 Bistatic radar cross section of a rectangular cavity for $\theta^i=90^\circ$ at 10 GHz.

図6に Bistatic レーダ断面積特性を示す。図(a)は $\theta^i=90^\circ$, $\phi^i = 45^\circ$, (b)は $\theta^i=90^\circ$, $\phi^i = 50^\circ$ の場合の結果である。NS-FDTD法の結果は、図6(a),(b)の主散乱ローブとその近傍においてIPO法の結果に非常に一致する。これに対しFDTD法の結果では主散乱ローブの部分に差異が見られる。以上より、Bistatic レーダ断面積においてもNS-FDTD法が積分解近似のIPO法とほぼ同等の高精度を有していると推察でき

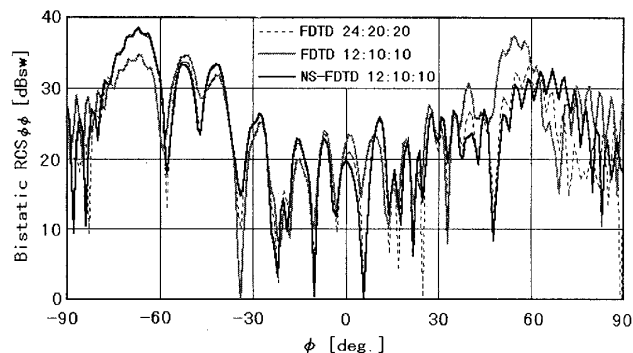


図8 突起を有する方形 Cavity の Bistatic レーダ断面積 (入射角 $\theta^i=90^\circ$, $\phi^i=55^\circ$)

Fig. 8 Bistatic radar cross section of the rectangular cavity including a protuberance for $\theta^i=90^\circ$ and $\phi^i=55^\circ$.

る。なお、主散乱ローブ以外の散乱角度領域は、開口面エッジやCavity外面散乱レベルに近い値となり、これらを考慮しないIPO法は計算精度が低下する。このため、三者とも異なる値を示していると考えられる。

次に、図7に示す終端面に方形の導体突起をもつCavityのBistaticレーダ断面積を計算する。入射角は $\theta^i=90^\circ$, $\phi^i=55^\circ$ とする。図7の形状は内部散乱が複雑で、IPO法では収束が悪く容易に解が得られなかった。したがって、ここではNS-FDTD法とFDTD法の計算結果のみを示す。各座標軸方向の波長分割数は $\lambda/h_x=12$, $\lambda/h_y=\lambda/h_z=10$ である。時間分割幅は $\Delta t=T/20$ とする。ここで、 x 軸方向の波長分割数 $\lambda/h_x = 12$ に対する最適値 α には $\alpha_{x1}=0.708802$, $\alpha_{x2}=0.045201$, $\alpha_{x3}=0.245997$ を用いた。 y, z 軸方向は表1の値を用いた。それ以外は図4の場合と同じ設定である。図8にBistaticレーダ断面

積を示す. 同分割における NS-FDTD 法及び FDTD 法では解析結果が大きく異なっている. これに対し倍分割の FDTD 法では NS-FDTD 法の結果に大きく近づく. しかしながら, 図 3 にも示されているとおり 10 から 20 分割程度の FDTD 解析では大きな位相誤差が生じており正確な解析が困難となっている. したがって, 大型 Cavity の解析では NS-FDTD 法等の高精度差分法を用いなければならないことがわかる.

以上のことにより, NS-FDTD 法は大型 Cavity の散乱解析において非常に有効な手法であることが示された. 特に, 計算精度は FDTD 法よりもはるかに高く, 積分解に近いレベルで得られることが示された.

4. む す び

本論文では, 1) 非等方格子での FD Laplacian を新たに定義し, 従来の NS-FDTD 法を非等方格子へ拡張した. 2) NS-FDTD 法に用いる NS-FD 法が, 数値分散縮小法である位相速度修正法や差分係数補正法と等価なことを示した. 3) 非等方格子に拡張された NS-FDTD 法を大型 Cavity の散乱解析に適用し, 本手法の有効性を示した. この結果, NS-FDTD 法は $\lambda/10$ の空間分割幅でも積分解に近い高い精度をもっており, 大型 Cavity の散乱解析法として非常に有効であることが示された.

従来, 大型 Cavity の散乱解析には高周波近似法を用いるのが主流であった. しかし, 近年の計算機の高速化・大容量化に伴い, 多媒質問題を容易に扱える差分法でも十分解析可能となってきている. 今後は, 本手法における媒質境界モデルの検討や, より複雑形状の Cavity 散乱問題を検討していく予定である.

謝辞 本検討にあたり様々な御協力を頂いた北見工業大学打矢匡氏, 更に, 計算機の面で多大な御助力を頂いた名古屋菱重興産情報システム部と同部の山田晃氏に深く感謝致します.

文 献

- [1] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.AP-14, no.3, pp.302-307, May 1966.
- [2] K. Kunz and R. J. Luebbers, Finite Difference Time Domain Method for Electrodynamics, CRC Press, Boca Raton, 1993.
- [3] A. Taflov, Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method, Artech House, Norwood, MA, 1995.
- [4] J. B. Cole, "A high accuracy FDTD algorithm to solve mi-

crowave propagation and scattering problems on a coarse grid," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.43, no.9, pp.2053-2058, Sept. 1995.

- [5] J. B. Cole, "A high-accuracy realization of the Yee algorithm using non-standard finite differences," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.45, no.6, pp.991-996, June 1997.
- [6] R. E. Mickens, Nonstandard Finite Difference Models of Differential Equations, World Scientific, 1994.
- [7] J. W. Nehrass, J. O. Jevtic, and R. Lee, "Reducing the phase error for finite-difference methods without increasing the order," IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.46, no.8, pp.1194-1201, Aug. 1998.
- [8] J. S. Juntunen and T. D. Tsiboukis, "Reduction of numerical dispersion in FDTD method through artificial anisotropy," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.48, no.4, pp.582-588, April 2000.
- [9] 鈴木康介, 柏 達也, 細矢良雄, "FDTD 解析における異方的光速度補正を用いた数値分散補正," 信学論 (C), vol.J83-C, no.5, pp.389-396, May 2000.
- [10] 工藤祥典, 柏 達也, 大谷忠生, "3次元 Non-Standard FDTD 法における数値分散特性及び安定条件," 2000 信学ソ大, C-1-15, 2000.
- [11] J.P.Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," J. Comp. Physics, vol.114, pp. 185-200, 1994.
- [12] H.Ling, R.-C.Chou, and S.-W.Lee, "Shooting and bouncing rays: Calculating the RCS of an arbitrarily shaped cavity," IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.37, no.2, pp.194-205, Feb. 1989.
- [13] F.O-Basterio, J.L.Rodriguez, and R.J.Burkholder, "An iterative physical optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities," IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.43, no.4, pp.356-361, April 1995.

付 録

1. 1 階差分演算子 $\tilde{d}_x^{(1)}$, $\tilde{d}_x^{(2)}$, $\tilde{d}_x^{(3)}$

本論文で使用する一階差分演算子は関数 $f(x, y, z)$ に対し次の作用をするものである.

$$\begin{aligned} \tilde{d}_x^{(1)} f(x, y, z) &= f(x+h_x/2, y, z) - f(x-h_x/2, y, z) \quad (\text{A} \cdot 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{d}_x^{(2)} f(x, y, z) &= \frac{1}{4} [f(x+h_x/2, y+h_y, z+h_z) \\ &+ f(x+h_x/2, y-h_y, z+h_z) \\ &+ f(x+h_x/2, y+h_y, z-h_z) \\ &+ f(x+h_x/2, y-h_y, z-h_z) \\ &- f(x-h_x/2, y+h_y, z+h_z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -f(x-h_x/2, y-h_y, z+h_z) \\ & -f(x-h_x/2, y+h_y, z-h_z) \\ & -f(x-h_x/2, y-h_y, z-h_z) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 2)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_x^{(3)} f(x, y, z) \\ & = \frac{1}{4} [f(x+h_x/2, y+h_y, z) + f(x+h_x/2, y-h_y, z) \\ & + f(x+h_x/2, y, z+h_z) + f(x+h_x/2, y, z-h_z) \\ & - f(x-h_x/2, y+h_y, z) - f(x-h_x/2, y-h_y, z) \\ & - f(x-h_x/2, y, z+h_z) - f(x-h_x/2, y, z-h_z)] \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_y^{(1)} f(x, y, z) \\ & = f(x, y+h_y/2, z) - f(x, y-h_y/2, z) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 4)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_y^{(2)} f(x, y, z) \\ & = \frac{1}{4} [f(x+h_x, y+h_y/2, z+h_z) \\ & + f(x-h_x, y+h_y/2, z+h_z) \\ & + f(x+h_x, y+h_y/2, z-h_z) \\ & + f(x-h_x, y+h_y/2, z-h_z) \\ & - f(x+h_x, y-h_y/2, z+h_z) \\ & - f(x-h_x, y-h_y/2, z+h_z) \\ & - f(x+h_x, y-h_y/2, z-h_z) \\ & - f(x-h_x, y-h_y/2, z-h_z)] \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 5)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_y^{(3)} f(x, y, z) \\ & = \frac{1}{4} [f(x+h_x, y+h_y/2, z) + f(x-h_x, y+h_y/2, z) \\ & + f(x, y+h_y/2, z+h_z) + f(x, y+h_y/2, z-h_z) \\ & - f(x+h_x, y-h_y/2, z) - f(x-h_x, y-h_y/2, z) \\ & - f(x, y-h_y/2, z+h_z) - f(x, y-h_y/2, z-h_z)] \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 6)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_z^{(1)} f(x, y, z) \\ & = f(x, y, z+h_z/2) - f(x, y, z-h_z/2) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 7)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{d}_z^{(2)} f(x, y, z) \\ & = \frac{1}{4} [f(x+h_x, y+h_y, z+h_z/2) \\ & + f(x-h_x, y+h_y, z+h_z/2) \\ & - f(x+h_x, y-h_y, z-h_z/2) \\ & - f(x-h_x, y-h_y, z-h_z/2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + f(x+h_x, y-h_y, z+h_z/2) \\ & + f(x-h_x, y-h_y, z+h_z/2) \\ & - f(x+h_x, y+h_y, z-h_z/2) \\ & - f(x-h_x, y+h_y, z-h_z/2) \\ & - f(x+h_x, y-h_y, z-h_z/2) \\ & - f(x-h_x, y-h_y, z-h_z/2) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 8)$$

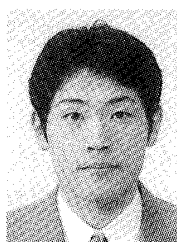
$$\begin{aligned} & \tilde{d}_z^{(3)} f(x, y, z) \\ & = \frac{1}{4} [f(x+h_x, y, z+h_z/2) + f(x-h_x, y, z+h_z/2) \\ & + f(x, y+h_y, z+h_z/2) + f(x, y-h_y, z+h_z/2) \\ & - f(x+h_x, y, z-h_z/2) - f(x-h_x, y, z-h_z/2) \\ & - f(x, y+h_y, z-h_z/2) - f(x, y-h_y, z-h_z/2)] \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 9)$$

(平成12年9月1日受付, 12月6日再受付)



大谷 忠生

昭58豊橋技科大・工・電気電子卒。昭60同大学院修士課程了。同年三菱重工業(株)入社。現在に至る。主に電磁波の散乱解析に従事。



工藤 祥典 (学生員)

平11北見工大・工・電気電子卒。現在、同大学院修士課程在学中。電磁界解析に従事。



柏 達也 (正員)

昭59北大・工・電気卒。昭61同大学院修士課程了。昭63同博士課程中退。同年同大・工・電気・助手。平8北見工大・電気電子・助教授。電磁界解析に従事。工博。平4 IEEE AP-S Tokyo Chapter Young Engineer Award。共著「Handbook of Microwave Technology」(Academic Press), 「Antennas and Associated Systems for Mobile Satellite Communications」(Research Signpost)等。IEEE MTT 査読委員。IEEE 会員。