論　文

FDTD解析における光速度補正を用いた数値分散補正

鈴木　康介[†]　　柏　達也[†a)]

Reducing the Numerical Dispersion in the FDTD Analysis by Modifying the Speed of Light

Kosuke SUZUKI[†] and Tatsuya KASHIWA[†a)]

あらまし　FDTD解析では時空間の離散化により引き起こされる数値分散が問題となる．従来，光速度を変化させて数値分散の補正をすることが行われている．しかし，そこでは等方格子の場合に限られていた．本論文では，この補正法が非等方格子においても用いることができるように定式化を一般化した．応用例として本方法を大型空洞解析に用い，その有効性を示した．

キーワード　FDTD法，数値分散，空洞解析，位相誤差

1. まえがき

FDTD法を用いて光素子や大型空洞系等の波長に比べて大きな系の解析が試みられている[1]～[5]．FDTD解析では時空間の離散化により数値分散が発生する．この数値分散により伝搬波の位相がずれる．更に，この位相誤差は波の伝搬方向によっても異なる異方性を示す．上記の使用波長に比べて大きな系の解析では，この位相誤差の蓄積が大きくなり数値計算上問題となる．この問題を解決するために，Non-Standard FD法[1]，Symplectic法[2]，高次差分法[3], [4]，光速度補正を用いた方法[5]，空間差分に関する係数を修正する方法[6]などが考案されている．これらの手法の中でJ.W. Nehrbassらの光速度補正を用いた方法は最も簡便であり，通常のFDTD式を修正することなく光速に関する係数のみを修正すればよい．すなわち，この方法は，従来のCADをそのまま用いることが可能である．本研究では，このJ.W. Nehrbassらの方法に注目した．

FDTD法においては位相誤差は位相速度が実際の光速度より遅くなることで引き起こされる．この位相誤差を縮小するためにFDTD解析において光の速度を上げることにより数値的な伝搬速度を直接上げることで位相の補正を行うことが考案された[5]．ただし，そこでは等方格子の場合のみが考慮されていた．また，具体的な実用例が示されていなかった．ところで，FDTD解析では非等方格子を用いた解析が多く行われており，非等方格子の場合にも適応できる補正法が必要となる．

本論文では，従来の補正法を非等方格子においても用いることができるように定式化を一般化した．応用例として，大型空洞内の電力分布を求め，本手法の有効性を示した．

2. 非等方格子における数値分散補正

FDTD法における数値分散式より非等方格子の場合での位相誤差の補正式の導出について以下に説明する．

FDTD法における数値分散式は次式のようになる[6]．

$$\frac{1}{c^2\Delta t^2}\sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)=\frac{1}{\Delta x^2}\sin^2\left(\frac{\tilde{k}\Delta x}{2}\sin\theta\cos\varphi\right)+\frac{1}{\Delta y^2}\sin^2\left(\frac{\tilde{k}\Delta y}{2}\sin\theta\sin\varphi\right)+\frac{1}{\Delta z^2}\sin^2\left(\frac{\tilde{k}\Delta z}{2}\cos\theta\right) \tag{1}$$

ここで，c：媒質中の光速度 [m/s]，Δt：時間離散間隔 [s]，ω：角周波数 [rad/s]，$\Delta x, \Delta y, \Delta z$：$x, y, z$ 方向そ

† 北見工業大学，北見市
Kitami Institute of Technology, Kitami-shi, 090-8507 Japan
a) E-mail: KASHIWA-Tatsuya/elec@king.cc.kitami-it.ac.jp

れぞれの空間離散間隔 [m], $\tilde{k}$：数値的な波数 [1/m] である．なお，θ, φ は球座標の角度変数である．式 (1) は物理的角周波数 ω を決めると数値的波数 $\tilde{k}$ が求まる式である．ここで，反復法を用いて数値的な波数 $\tilde{k}$ を求めると $\tilde{k}$ は物理的な波数 k よりも大きいことがわかる [5]．この数値的な波数 $\tilde{k}$ の位相誤差を小さくするために数値的に光速度を大きくする方法が考案された [5]．ここでは，式 (1) の $\tilde{k}$ を k と置き換えてそれに対応する補正された光速度 c_c を求める．従来の物理的光速度 c をこの補正された光速度 c_c に置き換えて FDTD 式で使用することにより，数値分散が縮小される．

以下に，具体的に補正式の導出を行う．

ここで，数値的波数 $\tilde{k}$ を物理的波数 k に置き換える．

$$\tilde{k} \Rightarrow k \tag{2}$$

波数の置き換えに伴って，伝搬速度を実際の光速度 c から補正された速度 $c_c(\theta, \varphi)$ に置き換える．

$$c \Rightarrow c_c(\theta, \varphi) \tag{3}$$

式 (2), 式 (3) を式 (1) に代入すると

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{c_c\left(\theta,\,\varphi\right)^2 \Delta t^2}\sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \\
&\quad = \frac{1}{\Delta x^2}\sin^2\left(\frac{k\Delta x}{2}\sin\theta\cos\varphi\right) \\
&\qquad + \frac{1}{\Delta y^2}\sin^2\left(\frac{k\Delta y}{2}\sin\theta\sin\varphi\right) \\
&\qquad + \frac{1}{\Delta z^2}\sin 2\left(\frac{k\Delta z}{2}\cos\theta\right)
\end{aligned} \tag{4}$$

ここで，$\omega = 2\pi f$，$k = 2\pi f/c$，f：入力周波数 [Hz] である．式 (4) を，速度補正比率 $\nu_r(\theta, \varphi)$（ただし $c_c(\theta, \varphi) = \nu_r(\theta, \varphi)c$ と定義する）を用いて置き換えると，式 (5) のように表される．

式 (5) は伝搬波の伝搬する方向それぞれに対してどの程度光速を補正すればよいか示している．ここで，$f = c/\lambda$ と書き換えて，等方格子の条件 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h$ を代入すると文献 [5] の等方格子の場合での式 (6) に一致する．

式 (5) で入力周波数 f，時間離散間隔 Δt，空間離散間隔 Δx，Δy，Δz，それぞれの媒質での物理的光速 c を入力する．これにより $\nu_r(\theta, \varphi)$ が求められる．この式より伝搬方向により補正量が異なることがわかる．したがって，すべての方向で同時に位相速度を補正することは困難である．本手法では，角度に依存しない一つの補正値 ν_r を用いて，全体的な位相誤差の縮小を行う．

ν_r の設定には，二つの方法が考えられる．

(1) $\nu_r(\theta, \varphi)$ の平均値を用いる．

$$\nu_r = \frac{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \nu_r\left(\theta,\ \varphi\right)\, d\theta\, d\varphi}{4\pi} \tag{7}$$

この場合は，波が全方向一様に進行する場合に平均的に誤差を小さくすることができる．文献 [5] には，この方法が提案されている．だたし，本論文では，伝搬速度の異方性は完全になくならないので伝搬誤差が大きい方向に伝搬波が集中している場合には，(2) の方法に比べ誤差が大きくなることもある．

(2) $\nu_r(\theta, \varphi)$ の最大値 $\nu_r(\theta, \varphi)_{\max}$ と最小値 $\nu_r(\theta, \varphi)_{\min}$ の平均を補正値とする．

$$\nu_r = \left(v_r\left(\theta,\ \varphi\right)_{\max} + v_r\left(\theta,\ \varphi\right)_{\min}\right)/2 \tag{8}$$

この場合，伝搬速度誤差はすべての伝搬方向において $(\nu_r(\theta, \varphi)_{\max} - \nu_r(\theta, \varphi)_{\min})C/2$ 以下になる．すなわち，各角度において最大誤差が $(\nu_r(\theta, \varphi)_{\max} - \nu_r(\theta, \varphi)_{\min})C/2$ であり，最大誤差が (1) の場合よりも小さくなる．実際には波の伝搬方向の分布がわからないので，最大誤差が最も小さくなり，かつ，ν_r を容易に求めることができる (2) の方法を本論文では用いる．

本手法では数値的に光速を上げることにより位相誤差は小さくなり誤差がより等方的になる．しかしながら，FDTD 法が本来もっている位相速度に関する異方性が残ることは避けられない．

$$\nu_r\left(\theta, \varphi\right) = \frac{\sin\left(\pi f \Delta t\right)}{c\Delta t\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2}\sin^2\left(\frac{\pi f\Delta x}{c}\sin\theta\cos\varphi\right) + \frac{1}{\Delta y^2}\sin^2\left(\frac{\pi f\Delta y}{c}\sin\theta\sin\varphi\right) + \frac{1}{\Delta z^2}\sin^2\left(\frac{\pi f\Delta z}{c}\cos\theta\right)}} \tag{5}$$

$$\nu_r\left(\theta,\, \varphi\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi\, c\,\Delta t}{\lambda}\right)}{\frac{c\,\Delta t}{h}\sqrt{\sin^2\left(\frac{h}{\lambda}\pi\sin\theta\cos\varphi\right) + \sin^2\left(\frac{h}{\lambda}\pi\sin\theta\sin\varphi\right) + \sin^2\left(\frac{h}{\lambda}\pi\cos\theta\right)}} \tag{6}$$

3. FDTD プログラム

実際に FDTD プログラムを用いて解析を行う場合には，次の二つの方法が考えられる．

(1) 光速度 c を直接修正する方法

真空中の光速度 c に直接補正量 ν_r を掛けた c_c を補正された真空中の光速度として用いることにより，補正を行う．

例えば，E_x 節点では式 (9) のようになる．

ただし，Z_0 は真空中のインピーダンス，ε_r は媒質中の比誘電率である．

(2) 媒質の誘電率 ε，透磁率 μ を修正する方法

真空中の誘電率 ε_0 及び透磁率 μ_0 を補正量 ν_r で直接割り，それぞれ ε_{0c} 及び μ_{0c} に置き換える．例えば，E_x 節点では式 (10) のようになる．

この方法では，物理的な真空中のインピーダンス $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ が，補正後の数値的な真空中のインピーダンス $\sqrt{\mu_{0c}/\varepsilon_{0c}}$ においても維持される．磁界接点でも同様な式となる．このように本手法は従来の FDTD 式をそのまま用いることが可能である．

4. 数値的検討

ここでは，数値的検討を行ってみた．図 1 に等方格子の場合（$\Delta x = \Delta y = \Delta z = \lambda/10$），図 2 に非等方格子の場合（$\Delta x$=$\Delta y$=$\lambda/10$，$\Delta z$=$\lambda/20$）の数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$ を示す．ただし，以後すべて光速は物理的光速 c で規格化している．等方格子と非等方格子の場合で同じ Δt に統一した．このときのクーラン条件は等方格子の場合は 0.64，非等方格子の場合は 0.9 に相当する．図 3 に等方格子の場合，図 4 に非等方格子の

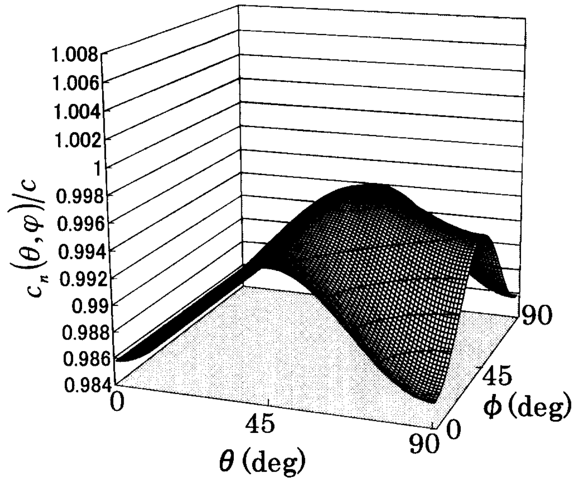


図 1　数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$　(Δx=Δy=Δz=$\lambda/10$)
Fig. 1　Numerical velocity $c_n(\theta,\varphi)$. (Δx=Δy=Δz=$\lambda/10$)

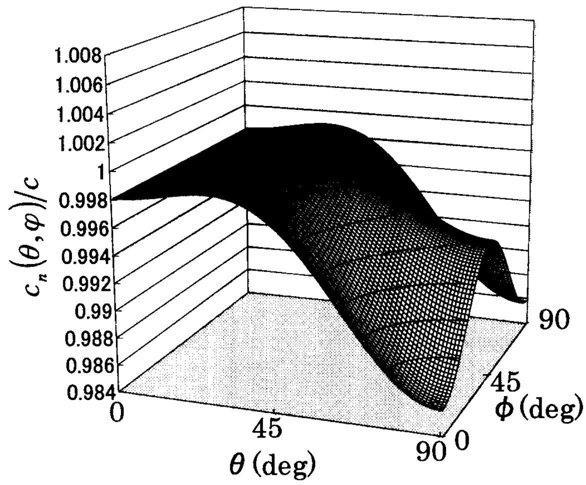


図 2　数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$　(Δx=Δy=$\lambda/10$，Δz=$\lambda/20$)
Fig. 2　Numerical velocity $c_n(\theta,\varphi)$. (Δx=Δy=$\lambda/10$, Δz=$\lambda/20$)

$$
\begin{aligned}
&E_x^{n+1}(i+1/2,j,k)\\
&= E_x^n(i+1/2,j,k) + \frac{Z_0\,c_c\,\Delta t}{\varepsilon_r(i+1/2,j,k)}\left[\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2) - H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k-1/2)}{\Delta z}\right.\\
&\quad\left. - \frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k) - H_z^{n+1/2}(i+1/2,j-1/2,k)}{\Delta y}\right]
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
&E_x^{n+1}(i+1/2,j,k)\\
&= E_x^n(i+1/2,j,k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{0c}\,\varepsilon_r}\left[\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2) - H_y^{n+1/2}(i+1/2,j,k,-1/2)}{\Delta z}\right.\\
&\quad\left. - \frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k) - H_z^{n+1/2}(i+1/2,j-1/2,k)}{\Delta y}\right]
\end{aligned}
\tag{10}
$$

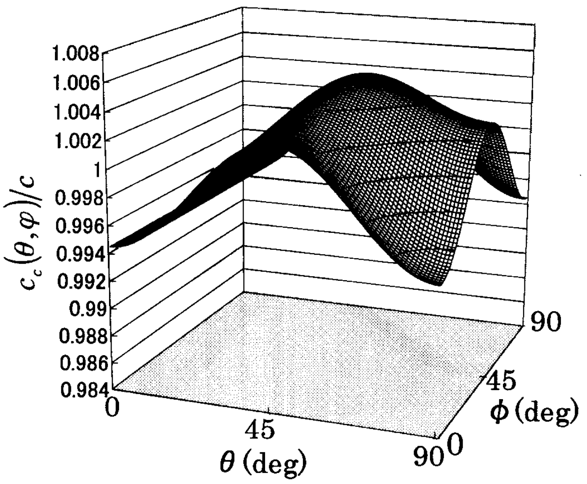


図3 補正された速度 $c_c(\theta,\varphi)$ ($\Delta x=\Delta y=\Delta z=\lambda/10$, $\nu_r=1.00883$)

Fig. 3 Corrected velocity $c_c(\theta,\varphi)$. ($\Delta x=\Delta y=\Delta z=\lambda/10$, $\nu_r=1.00883$)

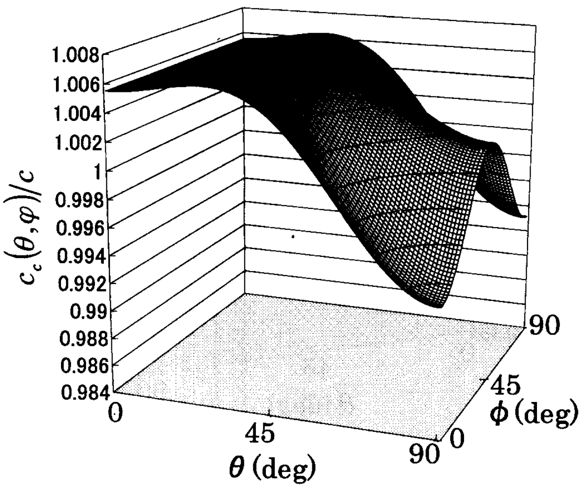


図4 補正された速度 $c_c(\theta,\varphi)$ ($\Delta x=\Delta y=\lambda/10$, $\Delta z=\lambda/20$, $\nu_r=1.00745$)

Fig. 4 Corrected velocity $c_n(\theta,\varphi)$. ($\Delta x=\Delta y=\lambda/10$, $\Delta z=\lambda/20$, ν_r =1.00745)

場合での補正された速度 $c_c(\theta,\varphi)$ を示す．$c_c(\theta,\varphi)$ は，$c_n(\theta,\varphi)$ に補正値 ν_r を直接掛けたものである．ここで ν_r は式 (8) を用いて求めた．図1～4より，光速度を補正することにより，位相誤差が縮小することがわかる．

以上のことを，定量的に評価するために，表1に等方格子の場合及び非等方格子の場合それぞれでの数値的速度の最大値 $c_n(\theta,\varphi)_{\max}/c$，最小値 $c_n(\theta,\varphi)_{\min}/c$，補正値 ν_r，また補正された速度の最大値 $c_c(\theta,\varphi)_{\max}/c$，最小値 $c_c(\theta,\varphi)_{\min}/c$ を示す．表1でそれぞれを比較すると，$\Delta z=\lambda/10$ から $\Delta z=\lambda/20$ になることで数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$ の最小誤差は小さくなっている．しかし，最大誤差は同じである．図1，図2より最大誤差

表1 等方格子及び非等方格子における $c_n(\theta,\varphi)$，$c_c(\theta,\varphi)$ の最大値，最小値

Table 1 Maximum and minimum values of $c_n(\theta,\varphi)$ and $c_c(\theta,\varphi)$ in isotropic and non-isotropic mesh.

	Isotropic mesh ($\Delta x=\Delta y=\Delta z=\lambda/10$)	Non-isotropic mesh ($\Delta x=\Delta y=\lambda/10$、$\Delta z=\lambda/20$)
$c_n(\theta,\varphi)_{\min}/c$	0.985819	0.985819
$c_n(\theta,\varphi)_{\max}/c$	0.996734	0.999478
ν_r	1.00883	1.00745
$c_c(\theta,\varphi)_{\min}/c$	0.994524	0.993163
$c_c(\theta,\varphi)_{\max}/c$	1.005535	1.006924

表2 等方格子における波長分割数に対する $c_n(\theta,\varphi)$，$c_c(\theta,\varphi)$ の最大値，最小値

Table 2 Maximum and minimum values of $c_n(\theta,\varphi)$ and $c_c(\theta,\varphi)$ in isotropic mesh.

	$\lambda/10$	$\lambda/20$	$\lambda/40$	$\lambda/80$
$c_n(\theta,\varphi)_{\min}/c$	0.985819	0.996446	0.999111	0.999778
$c_n(\theta,\varphi)_{\max}/c$	0.996734	0.999184	0.999796	0.999949
ν_r	1.00883	1.00219	1.00055	1.00014
$c_c(\theta,\varphi)_{\min}/c$	0.994524	0.998628	0.999660	0.999918
$c_c(\theta,\varphi)_{\max}/c$	1.005535	1.001372	1.000346	1.000089

は x 軸，y 軸方向で発生している．これより各方向でその方向の空間離散間隔が同じであれば，他の方向の空間離散間隔を変えてもその方向の位相誤差に変化がないことがわかる．すなわち，最大位相誤差は空間離散間隔が最も粗い軸方向になる．非等方格子にすると等方格子の場合に比べて最大誤差は変化なく，最小誤差のみ小さくなるため，非等方格子にすると伝搬誤差に関する異方性が強くなる．したがって，等方格子の場合で伝搬特性が最も良好になる．

表2に等方格子の場合での，波長分割数が $\lambda/10$，$\lambda/20$，$\lambda/40$，$\lambda/80$ それぞれの場合に対応する $c_n(\theta,\varphi)_{\max}/c$，$c_n(\theta,\varphi)_{\min}/c$，$\nu_r$，$c_c(\theta,\varphi)_{\max}/c$，$c_c(\theta,\varphi)_{\min}/c$ を示す．ν_r は式 (8) を用いて求めた．波長分割を細かくすると $c_c(\theta,\varphi)$ は c に近づき，かつ，より等方的になる．

5. 大型加熱空洞解析

ここでは，本手法を用いて大型空洞の解析を行った．大型空洞は，計算メモリを多く必要とするので格子分割が粗いことが要求される．かつ位相速度のわずかなずれで界分布が変化するので数値的な光速度補正が有効であると考えられる．したがって，より粗い分割でより精度良く求めたい系である．本手法の定式化は無損失の場合を仮定しているが，非常にロスの少ない場

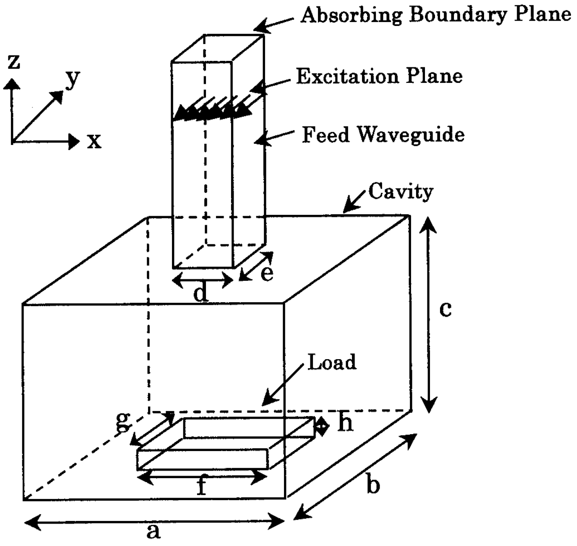


図5　大型加熱空洞
Fig. 5　Multimode cavity with waveguide feed.

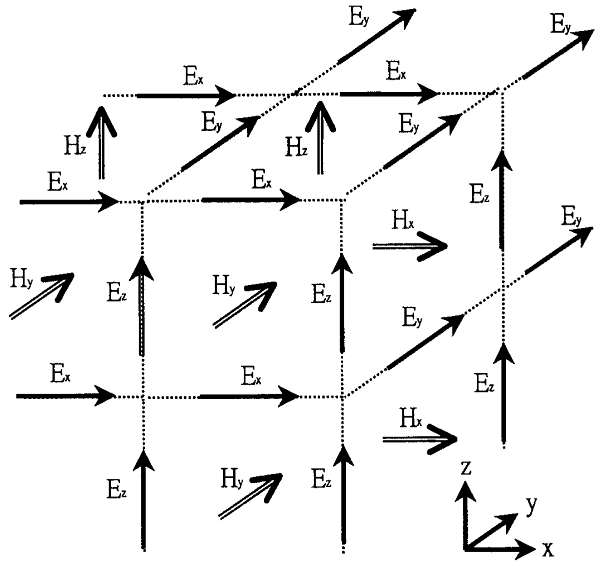


図6　媒質境界での節点配置
Fig. 6　Position of the field vector components on a boundary between two media.

合の解析のおいても適用が可能であると考えられる．ここでは，媒質の損失分が少ないプラスチックの加熱についての解析を行った．

本研究では，以下の三つ場合について解析を行った．

① 空間離散間隔 5×5×4mm—数値分散補正なし
② 空間離散間隔 5×5×4mm—数値分散補正あり
③ 空間離散間隔 2.5×2.5×2mm—数値分散補正なし

5.1　空洞モデル

図5に解析に用いられた空洞を示す．空洞の大きさは $a\times b\times c$=390×290×280mm である．エネルギー供給のための導波管開口の大きさは $d\times e$=90×40mm であり中央に位置する．被加熱媒質は，比誘電率 $\varepsilon_r=2.5-j0.01$ のプラスチックである [7]．その大きさは $g\times f\times h$=200×200×40mm である．この直方体プラスチックは空洞の底面に置かれている．入力周波数は 2.45GHz である．このとき，空間離散間隔 $\Delta x=\Delta y$=5mm，Δz=4mm では，時間離散間隔 Δt= 7.9526967×10^{-12} であり，$\Delta x=\Delta y$=2.5mm，Δz=2mm では，Δt= 3.9763479×10^{-12} である．本モデルでは図6のように誘電体境界に電界接線成分に対応した成分節点を配置している．この場合，境界面での電界節点では電界の接線成分の連続により，誘電率は $\varepsilon=(\varepsilon_0/\nu_{r0}+\varepsilon_d/\nu_{rd})/2$ となる．ただし，真空中及び誘電体中の誘電率をそれぞれ $\varepsilon_0, \varepsilon_d$，補正量をそれぞれ ν_{r0}, ν_{rd} とする．また，誘電体エッジ部に位置する電界節点では $\varepsilon=(3\varepsilon_0/\nu_{r0}+\varepsilon_d/\nu_{rd})/4$ となる．磁界成分の場合は磁束密度の法線方向の連続により，境界面での透磁率は $\mu=2\mu_0\nu_{r0}\mu_d\nu_{rd}/(\mu_0\nu_{r0}+\mu_d\nu_{rd})$ となる．

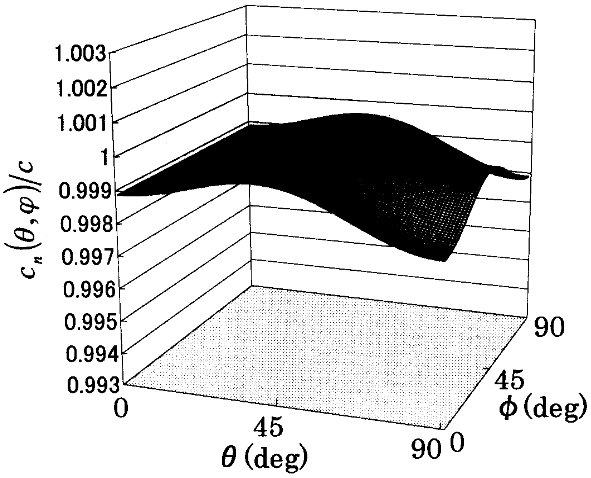


図7　真空中での数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$ （$\Delta x=\Delta y$=5mm, Δz=4mm）
Fig. 7　Numerical phase velocity $c_n(\theta,\varphi)$ in a vacuum region. ($\Delta x=\Delta y$=5mm, Δz=4mm)

5.2　各媒質での位相誤差及び補正

本空洞解析における位相誤差を次に示す．図7に空間離散間隔 $\Delta x=\Delta y$=5mm, Δz=4mm の場合での真空中での $c_n(\theta,\varphi)/c$ を示す．図8に同様に $c_c(\theta,\varphi)/c$ を示す．この場合，式 (8) を用いて ν_r=1.001137 を補正値とした．図9に空間離散間隔 $\Delta x=\Delta y$=2.5mm, Δz=2mm の場合での真空中での $c_n(\theta,\varphi)/c$ を示す．表3に図7, 8, 9の最大値，最小値を示す．

図10に $\Delta x=\Delta y$=5mm, Δz=4mm の場合での誘電

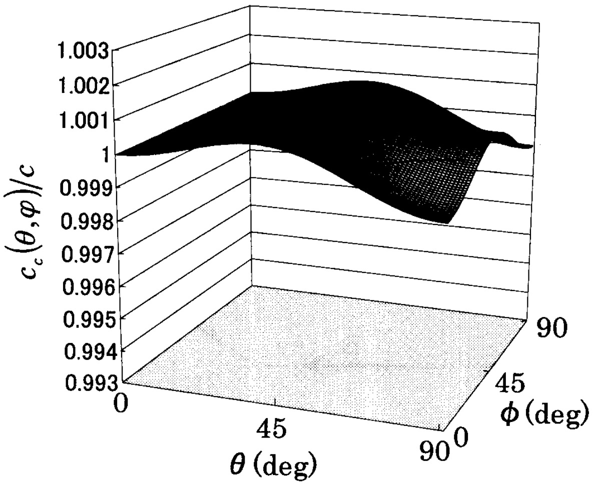


図 8 真空中での補正された速度 $c_c(\theta,\varphi)$ ($\Delta x=\Delta y=5$mm, $\Delta z=4$mm, $\nu_r=1.001137$)
Fig. 8 Corrected phase velocity $c_c(\theta,\varphi)$ in a vacuum region. ($\Delta x=\Delta y=5$mm, $\Delta z=4$mm, $\nu_r=1.001137$)

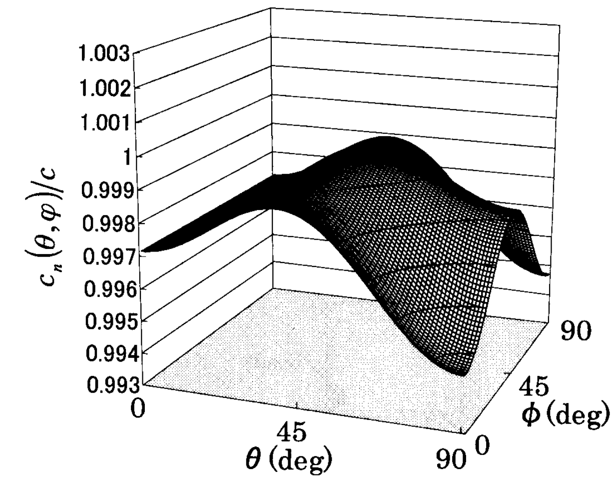


図 10 誘電体中での数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$ ($\Delta x=\Delta y=5$mm, $\Delta z=4$mm)
Fig. 10 Numerical phase velocity $c_n(\theta,\varphi)$ in a dielectric region. ($\Delta x=\Delta y=5$mm, $\Delta z=4$mm)

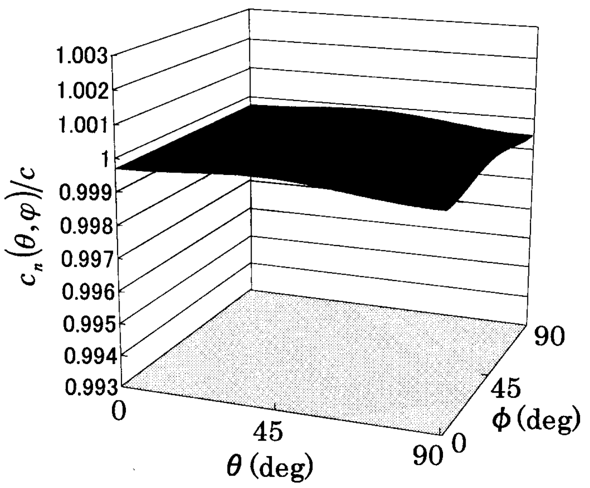


図 9 真空中での数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$ ($\Delta x=\Delta y=2.5$mm, $\Delta z=2$mm)
Fig. 9 Numerical phase velocity $c_n(\theta,\varphi)$ in a vacuum region. ($\Delta x=\Delta y=2.5$mm, $\Delta z=2$mm)

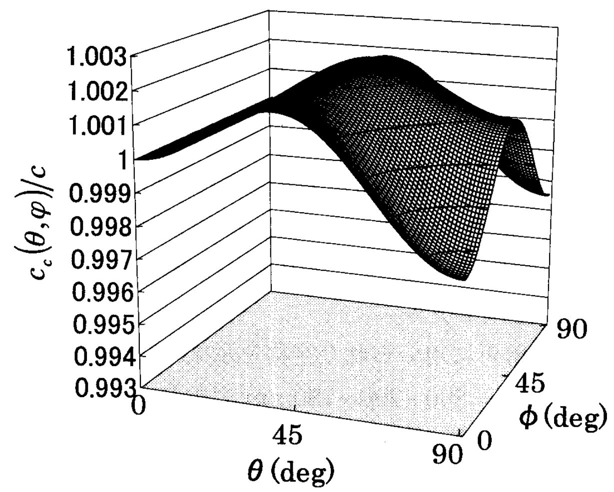


図 11 誘電体中での補正された速度 $c_c(\theta,\varphi)$ ($\Delta x=\Delta y=5$mm, $\Delta z=4$mm, $\nu_r=1.002841$)
Fig. 11 Corrected phase velocity $c_c(\theta,\varphi)$ in a dielectric region. ($\Delta x=\Delta y=5$mm, $\Delta z=4$mm, $\nu_r=1.002841$)

表 3 真空中での $c_n(\theta,\varphi)$, $c_c(\theta,\varphi)$ の最大値，最小値
Table 3 Maximum and minimum values of $c_n(\theta,\varphi)$ and $c_c(\theta,\varphi)$ in vacuum a region.

	Δx=Δy=5mm, Δz=4mm	Δx=Δy=2.5mm, Δz=2mm
$c_n(\theta,\varphi)_{\min}/c$	0.997878	0.999470
$c_n(\theta,\varphi)_{\max}/c$	0.999851	0.999963
ν_r	1.001137	
$c_c(\theta,\varphi)_{\min}/c$	0.999012	
$c_c(\theta,\varphi)_{\max}/c$	1.000988	

体中の $c_n(\theta,\varphi)/c$ を，図 11 に同様に $c_c(\theta,\varphi)/c$ を示す．図 12 に $\Delta x=\Delta y=2.5$mm, $\Delta z=2$mm の場合での誘電体中の $c_n(\theta,\varphi)/c$ を示す．表 4 に図 10, 11, 12 の最大値，最小値を示す．

光速度を補正することで，$c_c(\theta,\varphi)$ が c に近づき位相誤差が縮小していることがわかる．誘電体中では真空中の場合と比べて波長分割数が少なくなることで，位相誤差が大きくなっていることがわかる．

5.3 電力分布

図 13 に $\Delta x=\Delta y=5$mm, $\Delta z=4$mm で数値分散

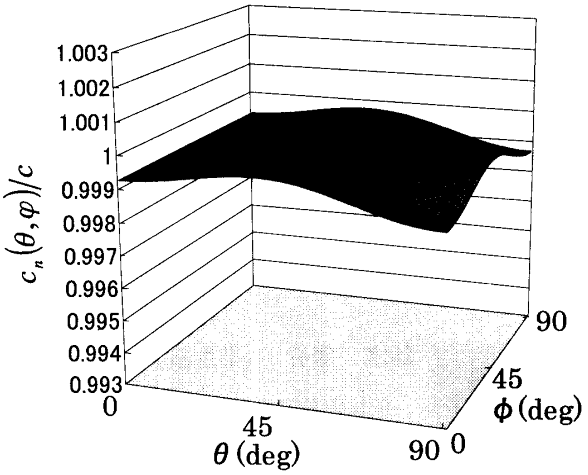


図 12　誘電体中での数値的速度 $c_n(\theta,\varphi)$ （Δx=Δy=2.5mm, Δz=2mm）

Fig. 12　Numerical phase velocity $c_n(\theta,\varphi)$ in a dielectric region. (Δx=Δy=2.5mm, Δz=2mm)

表 4　誘電体中での $c_n(\theta,\varphi)$，$c_c(\theta,\varphi)$ の最大値，最小値

Table 4　Maximum and minimum values of $c_n(\theta,\varphi)$, $c_c(\theta,\varphi)$ in a dielectric region.

	Δx=Δy=5mm, Δz=4mm	Δx=Δy=2.5mm, Δz=2mm
$c_n(\theta,\varphi)_{min}/c$	0.994700	0.998674
$c_n(\theta,\varphi)_{max}/c$	0.999633	0.999908
v_r	1.002841	
$c_c(\theta,\varphi)_{min}/c$	0.997526	
$c_c(\theta,\varphi)_{max}/c$	1.002474	

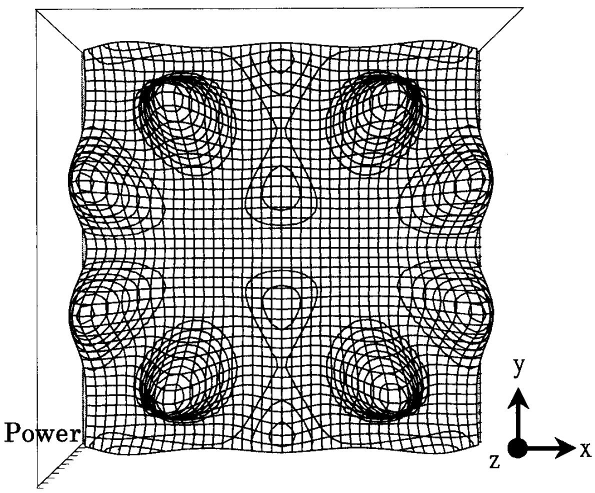


図 13　誘電体底面での電力分布（Δx=Δy=5mm, Δz=4mm，数値分散補正なし）

Fig. 13　Distribution of power density on a bottom plane of the plastic block. (Δx=Δy=5mm, Δz=4mm, without the collection of the numerical dispersion)

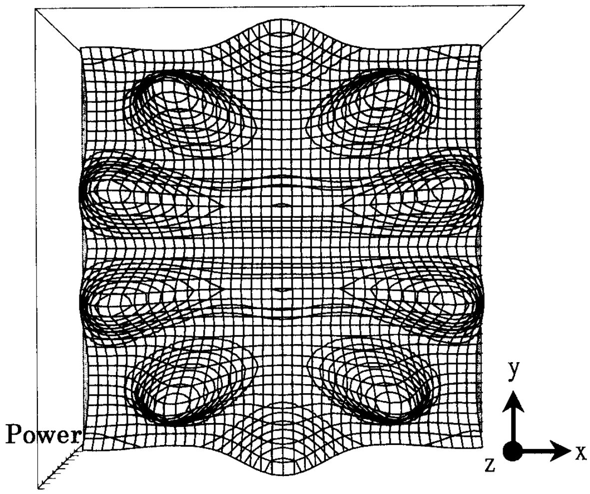


図 14　誘電体底面での電力分布（Δx=Δy=5mm, Δz=4mm, 数値分散補正あり）

Fig. 14　Distribution of power density on a bottom plane of the plastic block. (Δx=Δy=5mm, Δz=4mm, with the collection of the numerical dispersion)

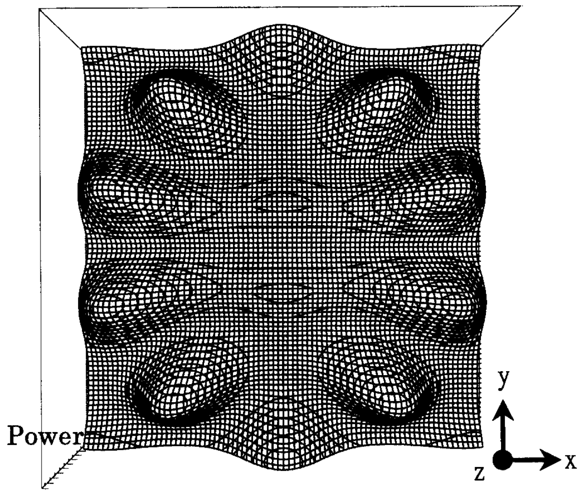


図 15　誘電体底面での電力分布（Δx=Δy=2.5mm, Δz=2mm，数値分散補正なし）

Fig. 15　Distribution of power density on a bottom plane of the plastic block. (Δx=Δy=2.5mm, Δz=2mm, without the collection of the numerical dispersion)

補正を加えなかった場合，図 14 に Δx=Δy=5mm, Δz=4mm で数値分散補正を加えた場合，図 15 に Δx=Δy=2.5mm, Δz=2mm で数値分散補正を加えなかった場合の誘電体底面での電力分布を示す．図 13 と図 15 を比較すると分布が一致していないことがわかる．次に，図 14 と図 15 を比較する．本手法では，伝搬誤差の異方性が完全になくなるわけでないので，分布は若干異なるもののほぼ一致していることがわかる．

同じ分割数においても数値分散補正を行うことにより，電力分布が精度良く解析できることが示された．以上のことにより本手法が有効であることが示された．

6. むすび

本研究では，FDTD解析において等方格子のみでしか行われていなかった数値分散補正法を一般化し非等方格子においても用いることができるように拡張した．位相誤差解析の結果，等方格子の場合で伝搬特性の異方性が最小にできることがわかった．数値分散補正を用いて大型加熱空洞の解析を行い電力分布を求めた．そこでは，同じ空間分割数においてもより精度良く解析できることを示し，本手法の有効性を確認した．本研究においては，使用メモリが約1/8，計算時間が約1/16で同等の精度の解析ができた．空間差分に関する係数を修正することにより，位相誤差をより等方的にすることが可能である．今後は，この等方化の手法と本論文で述べた手法に適用することにより，より精度の良い位相誤差縮小法を発表する予定である[8]．また，媒質に損失がある場合についての定式化も行う予定である．

謝辞 本解析において，快く計算機を使用させて頂いた旭川工業高等専門学校鏡慎教授及び関係各位に深謝致します．

文献

[1] J.B. Cole, "A high-accuracy realization of the Yee algorithm using non-standard finite differences," IEEE Trans. Microwave Theory & Tech., vol.MTT-45, no.6, pp.991–996, June 1997.

[2] T. Hirono, W.W. Lui, K. Yokoyama, and S. Seki, "Stability and numerical dispersion of symplectic fourth-order time-domain schemes for optical field simulation," J. Lightwave Technol., vol.16, no.10, pp.1915–1920, Oct. 1998.

[3] M.F. Hadi and M. Piket-May, "A modified FDTD (2,4) scheme for modeling electrically large structures with high-phase accuracy," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-45, no.2, pp.254–264, Feb. 1997.

[4] Peter G. Petropoulos, "Phase error control for FD-TD methods of second and fourth order accuracy," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-42, no.6, pp.859–865, June 1994.

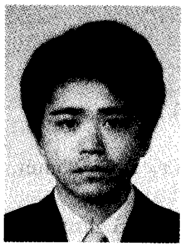
[5] J.W. Nehrbass, J.O. Jevtic, and R. Lee, "Reducing the phase error for finite-difference methods without increasing the order," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-46, no.8, pp.1194–1201, Aug. 1998.

[6] A. Taflove, "Computational electrodynamics: The finite-difference time-domain method," Sec. 5., Artech House, Boston, 1995.

[7] D.C. Dibben, A.C. Metaxas, "Finite element time domain analysis of multimode applicators using edge elements," J. of Microwave Power & Electromagnetic Energy, vol.29, no.4, pp.242–251, Nov. 1994.

[8] 鈴木康介, 柏 達也, "非等方格子を用いたFDTD解析における数値分散補正 (2)," 信学'99全大, C-I-23, Sept. 1999.

（平成11年4月22日受付，7月23日再受付）



鈴木 康介 （学生員）

平10北見工大・電気電子卒．同年同大大学院入学．以来，電磁界解析に従事．

柏 達也 （正員）

昭59北大・工・電気卒．昭61同大大学院修士課程了．昭63同博士課程中退．同年同大・工・電気・助手．平8北見工大・電気電子・助教授．電磁界解析に従事．工博．平4 IEEE AP-S Tokyo Chapter Young Engineer Award．共著「Handbook of Microwave Technology」(Academic Press),「Antennas and Associated Systems for Mobile Satellite Communications」(Research Signpost)等．IEEE査読委員．IEEE会員．