

ショートノート

誘電体平板の複素誘電率測定法における導体表面インピーダンス近似の適用と推定時間の短縮

平山 浩一^{†a)} (正員)

Surface Impedance Approximation and Reduction of Computed Time for Estimation in Complex Permittivity Measurement of a Dielectric Plate

Koichi HIRAYAMA^{†a)}, Member[†] 北見工業大学電気電子工学科, 北見市

Department of Electrical and Electronic Engineering, Kitami Institute of Technology, Kitami-shi, 090-8507 Japan

a) E-mail: hirakc@mail.kitami-it.ac.jp

あらまし 円筒空洞共振器を用いた誘電体平板材料の複素誘電率測定法に対して有限要素法を用いる場合に, 円筒空洞共振器の導体に対する表面インピーダンス近似, 及び空洞共振器法を用いた精度の良い第1推定値を導入することで, ノートパソコンで約1分で複素誘電率を推定できている. また, 空洞の寸法に対する簡易な補正法を提案している.

キーワード 複素誘電率測定法, 円筒空洞共振器, 有限要素法, ニュートン法, 表面インピーダンス近似

1. まえがき

マイクロ波帯における誘電体平板材料の複素誘電率に対し, 図1のようなTE₀₁₁モード円筒空洞共振器を用いた高精度測定法が提案されており[1]~[4], この方法に対する複素誘電率推定法として, 有限要素法に基づく解析法を提案した[5]. 有限要素法を用いているので, 試料が空洞からはみ出している部分の取扱いは容易であり, 試料が変形して複雑な形状を有するような場合にも適用可能である. しかしながら, 推定に要する計算時間が長いことは欠点であった. その理由としては, 導体の表面付近を複素誘電率をもつ媒質として解析領域に含めて計算しているため, そこでは電磁界が激しく振動するために十分細かく要素分割を行う必要があること, 及びニュートン法を用いて試料の複素誘電率の推定を行うときにその第1推定値(初期値)を空気の誘電率としているため, 収束するまでに5回程度の繰返し計算が必要であることが挙げられる.

そこでここでは, 複素誘電率の推定精度を劣化させることなく推定時間を短縮することを目的として, 円筒空洞共振器の導体に対して表面インピーダンス近似を適用し, また, 空洞共振器法を用いて複素誘電率に対する精度の良い第1推定値を導入している. その結果,

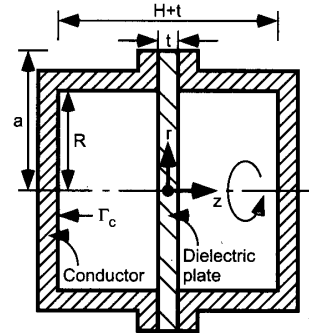


図1 TE₀₁₁モード空洞共振器の構造
Fig.1 Cavity resonator for TE₀₁₁ mode.

ノートパソコン (Intel モバイル Celeron 366 MHz) で約1分で複素誘電率を推定できている. 更に, 空洞の寸法に対する簡易な補正法を提案している.

2. 導体表面インピーダンス近似

図1に示すような軸対称円筒共振器を考える. ここで, R, H はそれぞれ共振器の空洞部分の半径, 全長であり, Γ_c は内部の導体表面である. 実際の測定での誘電体試料は共振器の断面に比べて十分大きい, ここでは試料の形状が厚さ t , 半径 $a = 1.1R$ の薄い円柱であるとし, 側面には磁気壁の境界条件を設定する[5]. このような軸対称構造に円筒座標系 (r, θ, z) を用いると, TE_{0mn}モードに対する汎関数は次式で与えられる.

$$F(E_\theta) = \iiint_V \left[\left(\frac{\partial E_\theta}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial E_\theta}{\partial r} + \frac{E_\theta}{r} \right)^2 \right] dV - k_0^2 \iiint_V \epsilon_r E_\theta^2 dV + \sqrt{j\omega\mu_0\sigma} \iint_{\Gamma_c} E_\theta^2 d\Gamma \quad (1)$$

ここに E_θ は電界の θ 成分であり, ϵ_r は媒質の複素比誘電率, k_0 は自由空間波数を表す. また, $\iint_{\Gamma_c} d\Gamma$ は導体表面インピーダンス近似によって新たに加わった項で, 導体表面 Γ_c における面積分を表しており, ω は角周波数, σ は導体の導電率, μ_0 は真空の透磁率である.

軸対称6節点三角形環状要素[6]を用いて, 領域 V を分割して離散化し, それをすべての要素について重ね合わせて停留条件を用いると, 最終的に k_0 を固有値とする一般固有値問題に帰着する. このとき k_0 は複素数で求まり, 共振周波数と無負荷 Q の両方を決定できる[5]. ただし, Γ_c に関する面積分での係数にある ω は, 測定値である共振周波数で一定として計算するものとする.

3. 複素誘電率に対する第1推定値の設定

試料が空洞からはみ出している部分を無視し、試料及び導体を無損失とすると、空洞共振器法 [1] を用いることで、共振周波数の測定値から試料の比誘電率 ϵ_r を決定できる。更に、試料及び導体を無損失としたときの TE_{011} モードの電磁界分布を用いて試料及び導体の損失を摂動的に考慮し、無負荷 Q の測定値から試料の $\tan \delta$ を決定できる。これらの ϵ_r と $\tan \delta$ は精度の良い推定値であると考えられるので、これらを本手法のニュートン法 [5] に対する第1推定値に設定すれば、少ない繰返し計算の回数でニュートン法を収束させることが期待できる。

4. 空洞共振器の寸法に対する補正

文献 [4] において、二つの TE_{01n} モード ($n=1, 2, \dots$) の共振周波数の測定値から空洞共振器の寸法の精密な測定法が示されている。ここでは、 TE_{011} モードのみの共振周波数から行う簡易な補正法を提案する。

空洞共振器の設計寸法を半径 R_0 、全長 H_0 とするとき、それらから決まる TE_{011} モードの共振周波数 F_0 は次式で与えられる。

$$F_0^2 = \left(\frac{c}{2\pi}\right)^2 \left[\left(\frac{j_{11}}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H_0}\right)^2 \right] \quad (2)$$

ここに j_{11} は1次ベッセル関数の1番目の根、 c は真空中における光速を表す。試料を挿入しないで測定を行い、そのときの共振周波数を f_0 とし、 F_0 との相対的な差を $\alpha = (F_0 - f_0)/F_0$ で表す。ここで $|\alpha| \ll 1$ を仮定する。このときの実際の空洞内部の寸法を半径 R 、全長 H とすれば、 f_0, R, H に対しても式 (2) と同じ関係式が成り立つので、寸法を

$$R = R_0(1 + \beta), \quad H = H_0(1 + \gamma) \quad (3)$$

のように補正して表し、その関係式に代入して α, β, γ の2次以上の項を無視して整理すると

$$F_0^2 \alpha = \left(\frac{c}{2\pi}\right)^2 \left[\left(\frac{j_{11}}{R_0}\right)^2 \beta + \left(\frac{\pi}{H_0}\right)^2 \gamma \right] \quad (4)$$

を得る。ここで、 R と H が同じ割合で変動していると仮定して $\beta = \gamma$ とすると、式 (2), (4) から $\gamma = \alpha$ として補正できる。

5. 測定結果と推定値

共振周波数が約 20 GHz の円筒空洞共振器 ($R_0 = 10.5$ mm, $H_0 = 15.12$ mm) を用いて、3種類の試料に対して測定した結果及び複素比誘電率の推定値を表

表1 測定結果と推定値及びその誤差評価
Table 1 Measurement and estimation results.

sample	Teflon	Kapton	Alumina
t (mm)	0.081 ± 0.0006	0.1242 ± 0.0004	0.276 ± 0.002
f_0 (MHz)	20041.74 ± 0.06	20040.51 ± 0.06	20041.69 ± 0.06
Q_0	19470 ± 3	19240 ± 3	19254 ± 3
α (%)	-0.02709	-0.02095	-0.02684
f (MHz)	19902.51 ± 0.14	19580.08 ± 0.47	16816.8 ± 7.9
Q	17793 ± 79	1035 ± 13	17948 ± 153
with surface impedance approximation			
ϵ_r	2.052 ± 0.011	3.553 ± 0.012	9.999 ± 0.091
$\tan \delta (\times 10^{-4})$	2.26 ± 0.12	152.4 ± 2.3	0.246 ± 0.013
without surface impedance approximation			
ϵ_r	2.053	3.553	10.000
$\tan \delta (\times 10^{-4})$	2.16	152.3	0.235

1に示す。ここで、 t は試料の厚さ、 f_0 及び Q_0 はそれぞれ試料を挿入しないときの共振周波数及び無負荷 Q 、 α は空洞共振器の寸法を補正するための係数、 f 及び Q はそれぞれ試料を挿入したときの共振周波数及び無負荷 Q を表し、それらの測定値から導体表面インピーダンス近似を用いた場合及び用いなかった場合 (このときは導体の表面付近を複素誘電率をもつ媒質として解析領域に含めて計算する) の試料の比誘電率 ϵ_r 及び $\tan \delta$ の推定値を示している。なお、有限要素法では ϵ_r が小数点以下3けた目、 $\tan \delta$ が有効数字3けた目で ± 1 程度の精度になるように要素分割しており、導体表面インピーダンス近似を用いた場合の要素数は2584で、用いなかった場合の要素数7112に対して約1/3に減少させることができる。導体表面インピーダンス近似を用いた場合と用いなかった場合で比較すると、 ϵ_r についてはほぼ同じ推定値であり、 $\tan \delta$ については測定誤差の範囲内で一致していることが分かる。

導体表面インピーダンス近似を適用し、試料の複素比誘電率の第1推定値として空洞共振器法による推定値を用いた場合と空気の比誘電率を用いた場合において、3種類の試料の ϵ_r と $\tan \delta$ に対するニュートン法の収束性を表2に示す。空洞共振器法による推定値を用いた場合では第1推定値の精度が良く、第2推定値で収束しているのに対し、空気の比誘電率を用いた場合では第4推定値での収束になっている。

表2 逆問題の収束性
Table 2 Convergence for inverse problem.

(a) Teflon				
number of iterations	estimated		calculated	
	ϵ_r	$\tan \delta$	f (MHz)	Q
employing the value estimated by the CRM initially				
1	2.058	2.32×10^{-4}	19901.87	17743
2	2.052	2.26×10^{-4}	19902.51	17793
employing the value of air initially				
1	1	0	20015.00	19390
2	2.054	4.68×10^{-4}	19902.20	16240
3	2.052	2.26×10^{-4}	19902.51	17791
4	2.052	2.26×10^{-4}	19902.51	17793
(b) Kapton				
number of iterations	estimated		calculated	
	ϵ_r	$\tan \delta$	f (MHz)	Q
employing the value estimated by the CRM initially				
1	3.558	152.2×10^{-4}	19579.16	1035
2	3.553	152.4×10^{-4}	19580.08	1035
employing the value of air initially				
1	1	0	19999.74	18989
2	3.575	561.3×10^{-4}	19576.50	290
3	3.553	155.0×10^{-4}	19580.10	1018
4	3.553	152.4×10^{-4}	19580.08	1035
(c) Alumina				
number of iterations	estimated		calculated	
	ϵ_r	$\tan \delta$	f (MHz)	Q
employing the value estimated by the CRM initially				
1	10.009	0.274×10^{-4}	16813.67	17621
2	9.999	0.246×10^{-4}	16816.80	17948
employing the value of air initially				
1	1	0	19951.57	17557
2	9.760	2.62×10^{-4}	16891.97	7021
3	9.998	0.197×10^{-4}	16817.09	18557
4	9.999	0.246×10^{-4}	16816.80	17948

(CRM: Cavity Resonator Method)

6. むすび

円筒空洞共振器を用いた誘電体平板材料の複素誘電率測定法に対して、導体表面インピーダンス近似及び精度の良い第1推定値を導入することで、推定精度を劣化させることなくノートパソコンで約1分で複素誘電率を推定できるようになった。また、空洞の寸法に対する簡易な補正法を提案した。

謝辞 試料を御提供頂いた日東電工(株)殿に深謝する。

文 献

- [1] 小林禎夫, 佐藤純也, “誘電体平板材料のマイクロ波複素誘電率測定,” 信学技報, MW87-7, 1987.
- [2] 小林禎夫, 佐藤純也, “空洞共振器法による誘電体平板材料の複素誘電率の非破壊測定,” 信学技報, MW87-53, 1987.
- [3] 張 鋼, 小林禎夫, “空洞共振器法による誘電体平板の未知の複素誘電率測定,” 1997 信学春大, SC-2-6, 1997.
- [4] T. Shimizu, Z. Ma, and Y. Kobayashi, “Design of a grooved circular cavity for dielectric substrate measurements in millimeter wave region,” IEICE Trans. Electron., vol.E86-C, no.8, pp.1715-1720, Aug. 2003.
- [5] 平山浩一, 林 義男, “誘電体平板の複素誘電率測定法に関する有限要素法解析と逆問題への適用,” 信学論 (C), vol.J83-C, no.7, pp.623-631, July 2000.
- [6] 小柴正則, 光・波動のための有限要素法の基礎, pp.61-66, 森北出版, 1990.

(平成 15 年 12 月 3 日受付, 16 年 1 月 10 日再受付)