

川幅および派川の自律形成機構に関する安定解析

Stability Analysis on the Self-adjustment of River Width and Distributaries Formation

渡邊 康玄 (北見工業大学)

Yasuharu WATANABE, Kitami Institute of Technology
FAX: 0157-23-9408 E-mail: y-watanb@mail.kitami-it.ac.jp

The relationship between river width and the discharge of the river is expressed the rational regime theory. Ikada and Parker (1986) established theory on stable channel cross-section of straight gravel rivers. Yamamoto showed the response of river width which was expanded artificially. However these are not able to explain the formation of distributaries at the alluvial fan and near river mouth. In this paper, the formation of distributaries is considered based on the stability of transverse river bed forms. The stability analysis which is used on bar formation process, is applied on this phenomenon. The results of this theory expressed the validity of the rational regime theory.

1. はじめに

流量と川幅の関係は、河岸満杯流量の0.5乗に比例するとするレジーム則や、動的平衡状態における礫河川における側岸部の静的安定条件を用いた池田の理論式¹⁾で表されている。また、山本²⁾は、改修等によって人工的に川幅が変化された河道の応答について実際の河道データを基に解析し、川幅は流量と摩擦速度に規定されており水理量が変わらない場合その川が形成した川幅に戻ることを示している。しかしながら、扇状地や河口部近傍では流路の分岐が安定的に存在する場合があるが、その形成については従来の研究では説明できていない。

ここでは、これらの河川の分岐現象を横断的な形状の安定という視点から捉え、これらの形成機構を線形安定理論を適用して説明することを試みる。すなわち、無限の川幅を持つ河川を考えその河床の横断方向の不安定性から論ずるものであり、線形安定解析に中規模河床形態の発生機構を説明する手法を応用し、安定する川幅を見出すものである。なお、本論文ではこの安定する川幅を基本川幅と定義することとする。

2. 安定解析

川幅の直線水路における拡散項を省略した定常2次元浅水流式と連続の式および掃流砂を対象とした流砂連続式は、座標系を図-1のようにとると、式(1)~(4)で表される。

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{V} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{y}} + \tilde{g} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\tilde{\tau}_x}{\tilde{\rho} \tilde{D}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{V} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{y}} + \tilde{g} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{y}} + \frac{\tilde{\tau}_y}{\tilde{\rho} \tilde{D}} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{U} \tilde{D})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial (\tilde{V} \tilde{D})}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \left(\frac{\partial \tilde{Q}_{bx}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{Q}_{by}}{\partial \tilde{y}} \right) = 0 \quad (4)$$

ここで、 \tilde{t} ; 時間、 \tilde{x}, \tilde{y} ; それぞれ縦断方向および横断方向座標軸、 \tilde{U}, \tilde{V} ; それぞれ \tilde{x} 軸方向および \tilde{y} 軸方向の流速、 \tilde{H} ; 水位、 \tilde{D} ; 水深、 $\tilde{\eta}$; 河床高 ($= \tilde{H} - \tilde{D}$)、 $\tilde{\tau}_x, \tilde{\tau}_y$; それぞれ \tilde{x} 軸方向および \tilde{y} 軸方向の剪断力、 $\tilde{Q}_{bx}, \tilde{Q}_{by}$; それぞれ \tilde{x} 軸方向および \tilde{y} 軸方向の掃流砂量、 $\tilde{\rho}$; 水の

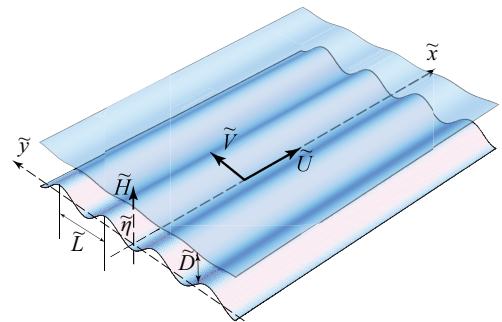


Fig. 1 座標系

密度、 \tilde{g} ; 重力加速度、 p ; 河床の空隙率である。なお、各記号に付されている $\tilde{}$ は次元を有していることを表す記号である。

式(1)~(4)は、平坦河床上の等流の諸元を基に、 $(U, V) = (\tilde{U}, \tilde{V}) / \tilde{U}_0, D = \tilde{D} / \tilde{D}_0, H = \tilde{H} / (F_0^2 \tilde{D}_0)$,

$$(Q_{bx}, Q_{by}) = (\tilde{Q}_{bx}, \tilde{Q}_{by}) / (\delta \tilde{g} \tilde{d}_0^3)^{1/2}, (\tau_x, \tau_y) =$$

$$(\tilde{\tau}_x, \tilde{\tau}_y) / (\tilde{\rho} \tilde{U}_0^2), (x, y) = (\tilde{x}, \tilde{y}) / \tilde{D}, t = \tilde{t} / (\tilde{D} / \tilde{U}_0)$$

で無次元化を行うと、式(5)~(8)となる。ここで、添え字の $_0$ は等流時の値を示している。また、 \tilde{d}_s ; 河床材料の粒径、 δ ; 河床材料の水中比重、 $Q_0 =$

$(\delta \tilde{d}_s^3)^{1/2} / [F_0 (1-p)]$ である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\tau_x}{D} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\tau_y}{D} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial (UD)}{\partial x} + \frac{\partial (VD)}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + Q_0 \left(\frac{\partial Q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{by}}{\partial y} \right) = 0 \quad (8)$$

A を摂動パラメータとして (U, V, H, D) を式(9)で示されるよう等流時の値と摂動量とに分ける。

$$(U, V, H, D) = (1, 0, H_0, 1) + A(U_1, V_1, H_1, D_1) \quad (9)$$

摂動量については式(10)で表す横断方向に波長 \tilde{L} を持

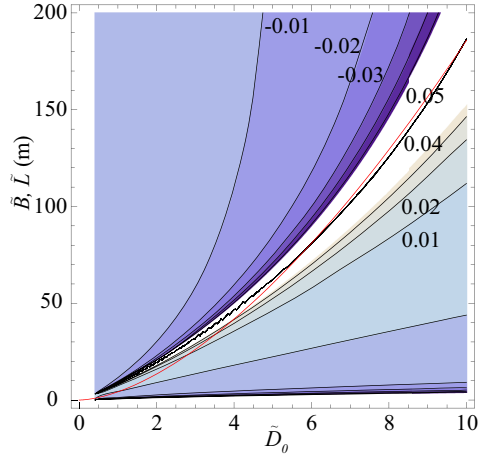


Fig. 2 等流水深と基本川幅の関係

ち, $\partial x / \partial t = -\omega$ なる微小攪乱を与える.

$$(U_1, V_1, H_1, D_1) = (C_1 u_1, S_1 v_1, C_1 h_1, C_1 d_1) E_1 \quad (10)$$

ここで,

$$(S_1, C_1, E_1) = (\sin(\lambda y), \cos(\lambda y), \exp(x + \omega t)) \quad (11)$$

$$\lambda = 2\pi \frac{\tilde{D}}{\tilde{L}} \quad (12)$$

式(5)~(8)に式(9)および式(10)を代入し, 式(11)中の摂動量の増幅率 ω が十分に小さく摂動パラメータと同様のオーダーであると仮定すると, A の1次のオーダーに関して式(13)が得られる.

$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ h_1 \\ d_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

ここで, f_{11} - f_{44} は, 行列の各要素である. 式(13)が解を持つための条件として式(14)が得られる.

$$\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \end{vmatrix} = F_1(\lambda, \omega, \theta_0, d_s) = 0 \quad (14)$$

ここで, θ は無次元掃流力であり添え字の 0 は等流時の値を示している. また, ω は摂動量の増幅率である. 式(14)から, θ_0 と d_s を与えることによって, 任意の波数の摂動量の増幅率を算出することが可能である. すなわち, ある水理量の条件下において, 最大の増幅率となる波数を求めることが可能となる.

3. 基本川幅

前項で求められる河床の摂動量は十分発達した場合, 幾筋もの澱筋を形成することとなる. この澱筋を派川形成のきっかけと捉えれば, 摂動量の増幅率が最大となる波数は, ある水理量の下で維持可能な川幅あるいは派川を形成する基本川幅と考えることができる.

ここで, 解析に用いる流砂量式 ϕ および河床抵抗 C_f にそれぞれ, 式(15), (16)で表される Meyer-Peter & Müller の式および Engelund & Hansen の式を用いて, 等流水深と基本川幅の関係の一例 ($d_s = 0.01\text{m}$, $I = 1/500$) を示したものが図-2である. ここで, I は河床

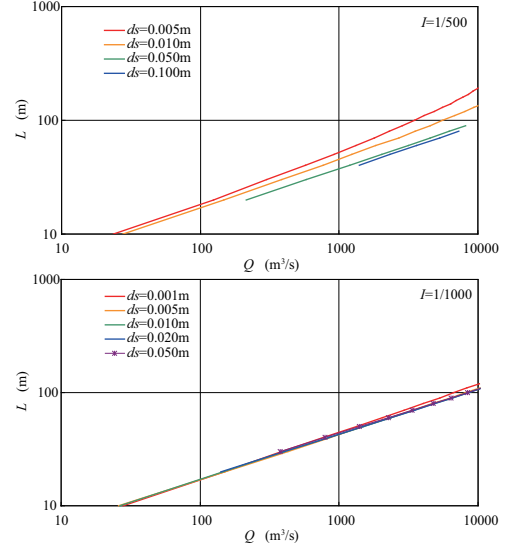


Fig. 3 流量と基本川幅の関係

勾配, \tilde{B} は川幅である.

$$\phi = (\theta - \theta_{cr})^{3/2} \quad (15)$$

$$C_f = \frac{1}{\left[6 + 2.5 \ln\left(\frac{1}{2.5d_s}\right)\right]^2} \quad (16)$$

ここで, θ_{cr} は限界掃流力である. 図-2には, 式(17)で示されるレジーム則の値も赤線で併記している. 等流水深すなわち, 流量の増加とともに基本川幅は増加しており, この条件ではレジーム則とほぼ同様の傾向を示していることがわかる. なお, ここでは, $\alpha = 2$ としている.

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= \alpha \tilde{Q}^{0.5} \\ &= \alpha \sqrt{\frac{\tilde{g} \tilde{D}_0 I}{C_{f0}}} \tilde{D}_0 \end{aligned} \quad (17)$$

$I = 1/500$ および $1/1000$ における安定解析の基本川幅と流量の関係をも \tilde{d}_s をパラメータとして示したものが図-3である. どの粒径においても流量の増加に伴って基本川幅が広がり, 粒径が小さい場合に基本川幅が広がる傾向を示しているが, $I = 1/1000$ の場合ほとんど粒径に依存していない.

4. おわりに

摂動量の時間発達が極めて遅くかつ, 下流への伝播も流れに対して遅いという仮定を設け, 横断方向の波形の増幅により, 流量に対する限界の川幅の存在を導いた. 今後さらに, 多列砂州の形成等, 派川の形成に係ると考えられる諸現象との比較検討が必要と考えられるが, この結果はレジーム則の結果とほぼ一致しており, 派川の形成についてのひとつの仮説となりうると考えられる.

参考文献

- 1) 池田駿介, Gary PARKER, 千代田将明, 木村善孝: 直線礫床河川の動的安定横断形状とそのスケール, 土木学会論文集, 375, II-6, pp.176-126, 1986.
- 2) 山本晃一: 沖積河川学-堆積環境の視点から, 山海堂, 1994.