

剛性が低い腕を有するロボットアームの動特性*

鈴木 聡一郎*¹, 森 谷 優*¹
山 田 元*², 小 林 幸 徳*²Dynamic Characteristics of Robotic Manipulator
with Low-Rigidity ArmSoichiro SUZUKI, Masaru MORIYA,
Gen YAMADA and Yukinori KOBAYASHI

This paper presents analytical and experimental studies on dynamic characteristics of a horizontal robot arm composed of high- and low-rigidity links. Two links are connected by a passive joint that has a brake system. To drive the robot arm at high speed with less power, this system harnesses elastic strain energy of the low-rigidity arm and inertia of the system itself. The low-rigidity arm is modelled as a cantilever beam in the analysis, and the robot arm is driven by a D. C. motor in the experiment. Experimental results show the same tendency as analytical ones in regard to the relationship between the time taken to release the brake and the rotating speed of the arm.

Key Words: Robot, Manipulator, Motion Control, Two-Link Robot Arm, Low-Rigidity Arm, Passive Joint

1. 結 言

一般に、ロボットアームは本体の小形・軽量化および動作の高速化が望まれる場合が多い。アームの動作中や位置決め時において、関節の角加速度やペイロードの質量に対してアームの剛性が十分でない場合に、その弾性振動が位置決め精度と作業効率を低下させる原因となる。これまで、この問題に対してアームを柔軟構造物として取扱った、振動制御に関する研究が数多く行われてきた^{(1)~(4)}。

一方、本体の軽量化や動作の省力化を図ることを目的として、非駆動関節を用いたロボットアームの研究が報告されている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。これらは、アクチュエータの代わりに保持ブレーキ機構を持つ非駆動関節を用いて、剛体アームの動力学的干渉を利用することにより、アクチュエータを持たない関節を制御する手法を提案している。

本研究では、第一、第二リンクの接合部である第二関節を、ブレーキ機構のみからなる非駆動関節とし、

さらに、先端側の剛性が小さい第二リンクを有する、水平2リンクロボットアームの動特性について検討する。この構造を取り上げるのは、人間のさまざまな動作の中で、道具を使いこなしていると表現されるような、効率の良い動作をロボットアームで実現することを目標としているからである。ある道具を使うことに熟練している人間は、その動作中、能動的に発揮する関節トルクがそれほど大きくないにもかかわらず、把持している道具の弾性を有効に利用することから、結果として大きな効果が期待できる。身近な例として、例えば、釣りの名人が竿の弾性を上手に利用することにより、比較的小さな力にもかかわらず遠くのポイントに正確にえさを運ぶ動作や、筋力的に劣っているゴルファーでも、使い慣れたゴルフクラブのシャフトの弾性を利用して打球の飛距離を大きくしている例などがあげられる。このような場合、使い慣れている道具か否かで人間の動作が微妙に異なることとなる。このように、人間が行う動作の中でも特に道具に適合した効率の良い動作を、ロボットアームで実現することを目標として、その動特性について検討する。ここで取り上げる構造を採用することによって、剛性が低いアームに発生する弾性振動と、非駆動関節まわりの動力学的干渉を利用することで、動作の高速化・省力化を

* 平成6年8月19日 第72期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成6年9月19日。

¹ 正員、北見工業大学 (〒090 北見市公園町165)。

² 正員、北海道大学工学部 (〒060 札幌市北区北13西8)。

図ることができる。また第二リンクについては、弾性振動を利用することから設計上、剛性を高くする必要がなく、さらに駆動関節が一つであるため、小形・軽量化も期待できる。このような特徴を有するロボットアームに対してモデル化を行い、動作の高速化の点に関して理論的な検討を加えるとともに、製作した装置を用いた実験によって、解析結果の妥当性を検証する。

2. シミュレーション

2.1 ロボットアームの力学モデル 図1にロボットアームのモデルとその座標系を示す。図中に示す M_1, M_2, I_1, I_2, L, a は、それぞれ第一リンクと第二リンク剛体部の質量、関節まわりの慣性モーメントと長さである。また、 E, I, ρ_3, A_3, l は、弾性アームのヤング率、断面二次モーメント、密度、断面積と長さであり、 M_p, r_p, I_p は、先端質量の質量、半径、慣性モーメントである。本モデルは2リンクであるが、第一リンクは剛体として取扱い、固定座標 $O-XY$ の原点を中心に回転する。第二リンクは剛性の異なる二つの部分から構成される。この先端側を低剛性部として弾性アームとみなし、回転座標 $o'-xy$ を設定して、その先端にはペイロードを有する。また、第一リンクおよび第二リンクと X 軸とのなす角をそれぞれ θ_1, θ_2 とする。

なお解析にあたり、各部の摩擦、粘性ならびに低剛性部を除いた部分の弾性の影響は無視する。また、非線形力については、ペイロードに働く遠心力が各関節にモーメントとして影響することのみを考慮し、その他の遠心力ならびにコリオリ力については無視する。弾性アームの振動解析は、先端に質量を有する片持ばりの固有関数を用いて、動作平面内の曲げ振動について検討する。

2.2 運動方程式 設定した力学モデルについて運動方程式を導くため、各リンクの運動エネルギーおよび弾性アームのひずみエネルギーからラグランジュ関数を導出する。さらに第一関節の駆動トルク $Q_1(t)$ 、

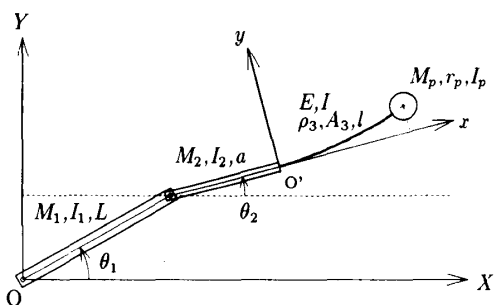


図1 ロボットアームの座標系

第二関節のブレーキトルク $Q_2(t)$ による仮想仕事を考慮し、これらに対してハミルトンの原理を適用する。この結果、以下に示すような各関節に関するモーメントの釣合い式が得られる。

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + J_2 \ddot{\theta}_2 + C_1 \dot{\theta}_2^2 + M_p L_c \ddot{y}_p + \rho_3 A_3 L_c \int_0^l \ddot{y} dx - Q_1 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_1 + J_3 \ddot{\theta}_2 - C_1 \dot{\theta}_1^2 + M_p(a+l+r_p) \ddot{y}_p + I_p \ddot{y}'_p + \rho_3 A_3 \int_0^l (a+x) \ddot{y} dx - Q_2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

同様に、弾性アームに関するたわみ振動の方程式および境界条件式が得られる。

$$\rho_3 A_3 \ddot{y} + EI y'''' + \rho_3 A_3 \{L_c \ddot{\theta}_1 + (a+x) \ddot{\theta}_2\} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$M_p L_c \ddot{\theta}_1 + M_p(a+l+r_p) \ddot{\theta}_2 - M_p L_s \dot{\theta}_1^2 - M_p r_p y_p \ddot{\theta}_2^2 + M_p \ddot{y}_p - EI y'' = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$M_p r_p L_c \ddot{\theta}_1 + \{M_p r_p(a+l+r_p) + I_p\} \ddot{\theta}_2 - M_p r_p L_s \dot{\theta}_1^2 - M_p r_p y_p \ddot{\theta}_2^2 + M_p r_p \ddot{y}_p + I_p \ddot{y}'_p + EI y'' = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$$L_c = L \cdot \cos(\theta_1 - \theta_2), L_s = L \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$y = y(x, t), y_l = y(l, t), y_p = y_l + r_p y'_l$$

$$M = L + a + r_p$$

$$J_1 = I_1 + M_2 L^2 + \rho_3 A_3 L^2 l + M_p L^2$$

$$J_2 = \left\{ \frac{1}{2} M_2 a + \rho_3 A_3 l \left(a + \frac{l}{2} \right) + M_p M \right\} L_c + M_p L_s y_p$$

$$J_3 = I_2 + \rho_3 A_3 l \left(\frac{l^2}{3} + al + a^2 \right) + M_p M^2 + I_p + M_p y_p^2$$

$$C_1 = M_p M L_s - M_p y_p L_c$$

式中、 $(\dot{})$ は時間での微分を、 (\prime) は x での微分を表す。

2.3 状態方程式 弾性アームのたわみ振動変位は、先端に質量を有する片持ばりの固有関数を用いて近似することにより、ロボットアームの運動方程式の変数分離が実現され、これより状態方程式が誘導される。

先端質量を有する、減衰のない片持ばりの運動方程式と境界条件は、次式で与えられる。

$$\rho_3 A_3 \ddot{y}(x, t) + EI y''''(x, t) = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$y(0, t) = y'(0, t) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$M_p \ddot{y}_p = EI y''(l, t) \dots\dots\dots (8)$$

$$I_p \ddot{y}'_p(l, t) = -EI \{y''(l, t) + r_p y'''(l, t)\} \dots\dots\dots (9)$$

ここで、固有関数を $\phi(x)$ として、片持ばりの振動変位を次のように表す。

$$y(x, t) = \phi(x) e^{j\omega t} \dots\dots\dots (10)$$

式(10)を式(6)~(9)に代入することで、固有関数の

表 1 ロボットアームの諸元

	Link 1	Link 2	Low Rigidity Arm	Payload
Length(m)	0.202	0.101	0.30	—
Mass(kg)	1.979	0.393	0.032	0.208
Moment of Inertia(kg·m ²)	3.36×10^{-2}	8.25×10^{-4}	—	2.08×10^{-5}
Radius(m)	—	—	—	0.014
Young's Modulus(N/m ²)	—	—	7.15×10^{10}	—
Second Moment of Area(m ⁴)	—	—	1.33×10^{-11}	—

一般解が求まる。

$$\phi(x) = a \cos kx + b \sin kx + c \cosh kx + d \sinh kx \dots\dots\dots (11)$$

さらに、式(11)を式(7)～(9)に代入して振動数方程式を導き、この式を解くことで固有振動数 ω_i が求まる。また、正規化定数を $\rho_3 A_3 l$ とし、各モード間の直交条件式を導き、これを境界条件式と固有関数の一般解に用いることで、固有関数の係数が決定できる。

次に、弾性アームの振動変位を、 i 次モードの固有関数 $\phi_i(x)$ と時間関数 $q_i(t)$ を用いて、

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) q_i(t) \dots\dots\dots (12)$$

と近似する。これを、2・2 節で求めたロボットアームの運動方程式に適用し、二次振動までで打ち切ることににより状態方程式が次のように誘導される。

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cn \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$$\begin{aligned} x &= \{q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2, \theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2, \dot{\theta}_2\}^T \\ u &= \{Q_1, Q_2\}^T \\ n &= \{\dot{\theta}_1^2, \dot{\theta}_2^2\}^T \end{aligned}$$

であり、係数行列 A, B, C の詳細は省略する。この式をルンゲ・クッタ法を用いて数値積分することによりロボットアームの運動を求める。特に非駆動関節の取扱いについては、保持ブレーキをかけて固定している場合、回転角、回転角速度および角加速度に関する拘束条件をモーメントの釣合い式に適用することで、ブレーキトルクを計算することができる。

2・4 解析結果 解析および実験に用いたロボットアームの諸元を表 1 に示す。各部の寸法、質量、および慣性モーメントは、解析と実験で共通な値とするため実測値を用いる。特に、第一リンクおよび第二リンクの質量と慣性モーメントの値には、関節の回転軸や軸受、さらに計測器類などの影響も含まれている。

シミュレーションする際の基本動作としては、各アームの初期角度を零に設定し、非駆動関節のブレーキをかけておく。この状態から、角速度一定の条件で第一関節を駆動したのち、ある時刻で第一リンクを停止

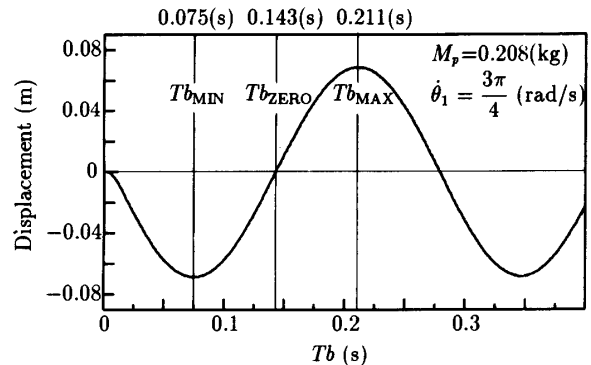


図 2 ブレーキ解放時刻の代表値

すると同時に第二関節のブレーキを解放する。このブレーキ解放時刻については、図 2 に示すように非駆動関節のブレーキをかけたまま第一関節を駆動したとき、弾性アームの先端における振動変位が、最小、零、最大となる時刻を三つの代表値として定め、それぞれ Tb_{MIN} 、 Tb_{ZERO} 、 Tb_{MAX} とする。

第一関節の駆動角速度を 0.75π rad/s に設定し、動作のシミュレーションを行った。この際、駆動開始と同時にいきなり設定した駆動角速度に急変させると、駆動トルクが実測値の数十倍という非常に大きな値になってしまう。このため、動作実験で得られた駆動トルク波形と第一リンクの角度変化の計測結果について検討を加え、0.03 秒間の加速時間を設定することとした。

先に決定した三つの Tb の代表値を用いて、非駆動関節のブレーキを解放する時刻を変化させ、駆動開始から 0.5 秒間の第二リンクの角度変化について解析した結果を図 3 に示す。

さらに、 Tb_{MIN} と Tb_{MAX} とで決められる時間を、十等分するような Tb の値を設定して、ブレーキ解放後の第二リンクの角度変化を解析した。この結果をもとに、最小二乗法を用いてブレーキ解放後の第二リンクの平均角速度を求め、弾性アーム先端の振動変位とともに図 4 に示す。

まず、図 3 に示す第二リンクの角度変化の解析結果

については、 θ_2 曲線の接線の傾きにより角速度の比較ができる。この結果、 Tb_{ZERO} で非駆動関節のブレーキを解放した場合、その後の第二リンクの平均角速度が最も大きくなることわかる。この場合、非駆動関節のブレーキ解放後の第二リンクの平均角速度を計算すると、およそ $1.97 \pi \text{ rad/s}$ となり、ブレーキ解放前の駆動角速度に対し、2.63 倍になるという結果が得られた。 Tb_{MIN} と Tb_{MAX} の場合は、駆動角速度にほぼ等しくなる。

さらに、ブレーキ解放後の弾性アームの振動振幅に着目し、三つの曲線について検討する。ブレーキ解放後のいずれの θ_2 曲線も、弾性アームの振動の影響を受け、周期的に変動しているが、 Tb_{ZERO} の場合では、他の場合に比べて非常に振幅が小さくなっているのが認められる。弾性アームのブレーキ解放直後の振動変位を二次振動までの重ね合わせとして計算すると、平均角速度が大きい Tb_{ZERO} の場合、およそ 14 mm であるのに対し、 Tb_{MIN} と Tb_{MAX} の場合、68 mm になるという結果が得られた。このことからブレーキ解放までにモータの行った仕事が、効率良く第二リンクの運動エネルギーに変換されているとみなしうる。

また図 4 の結果から、非駆動関節のブレーキ解放後の第二リンクの平均角速度は、 Tb_{ZERO} の場合に最大となり、 Tb_{MIN} と Tb_{MAX} の場合、最小となることわがわか

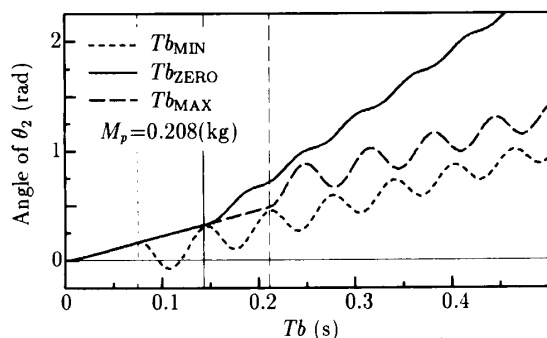


図 3 第二リンク角度の解析結果

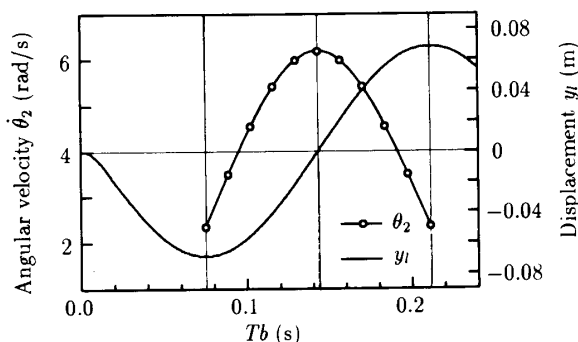


図 4 第二リンクの平均角速度解析結果

る。

仮に、弾性アーム部を同じ質量の剛体として取扱い、ブレーキ解放前後でのアームの回転中心の変化を考慮して簡単な計算を行うと、第二リンクの角速度は、駆動角速度に対しておよそ 1.4 倍になり、これらの中間的な値となる。

3. 実 験

3.1 ロボットアームの構成 実験用に製作したロボットアームの写真と構成図を、図 5 および図 6 に示す。

第一関節の駆動には、速度指令形の減速機付 DC サーボモータを使用する。サーボモータの制御は、モータに取付けたエンコーダの出力をフィードバックし、角速度指令を行う。また、モータには電磁ブレーキが

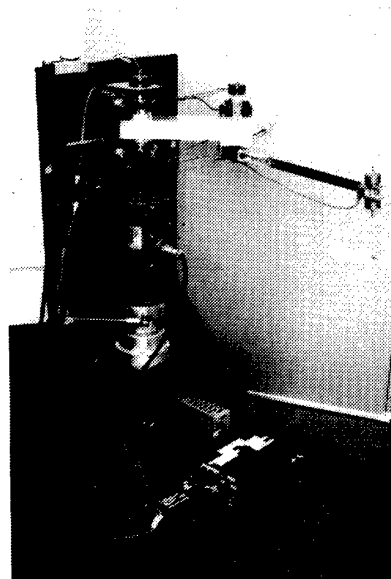


図 5 実験装置

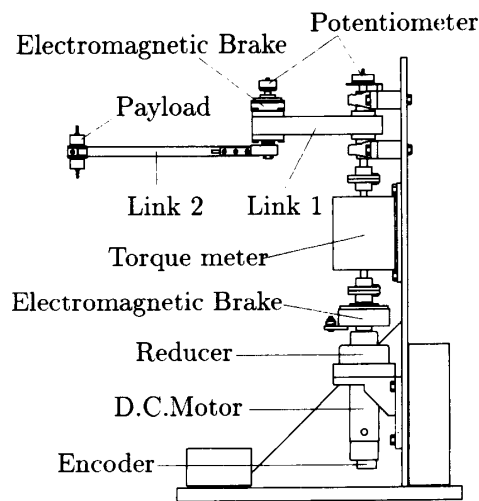


図 6 システムの構成

内蔵されているが、駆動開始や停止時に減速機のバックラッシュの影響を軽減するため、第一関節にも保持ブレーキ機構として電磁クラッチを設置する。第二関節は、計測器のほかは電磁クラッチのみを設置し、非駆動関節とする。第二リンクの低剛性部には厚さ 2 mm、幅 20 mm、長さ 300 mm のアルミ板を使用し、先端には取付部分の影響が、解析的に考慮できるように工夫したジグを用いてペイロードを設置した。

3・2 動作実験 基本動作は解析と同様に動作平面内に X 軸を設定し、初期設定として各リンクの中心線と X 軸とのなす角を零とする。次に、非駆動関節の保持ブレーキをかけた状態で、第一関節に設置した DC サーボモータを指令角速度 $0.75 \pi \text{ rad/s}$ で駆動し、アームを回転させる。その後、ある時刻 Tb で第一リンクを停止するとともに非駆動関節のブレーキを解放する。

Tb の決定方法についても、解析と同様に三つの代表値を次の手順によって定める。すなわち、まず非駆動関節のブレーキをかけたまま動作実験と同じ角速度でアームを駆動する。このとき、第二リンクの低剛性部の固定端側に設置したひずみゲージの出力から、先端変位が最小、零、最大となる時刻を計測する。これら三つの時刻を、非駆動関節のブレーキ解放時刻の代表値として、それぞれ Tb_{MIN} 、 Tb_{ZERO} 、 Tb_{MAX} と定める。

以上の設定により、それぞれ三つの Tb について動作実験を行い、非駆動関節に設置したポテンシオメータを用いて計測した、駆動開始から 0.5 秒間の θ_2 の変化を図 7 に示す。

さらに、解析と同様に Tb_{MIN} と Tb_{MAX} との間で、 Tb を細かく変化させ、 θ_2 の変化から平均角速度を求めた結果と低剛性部の振動変位を図 8 に示す。

図 7 および図 8 の結果から、 Tb_{ZERO} の場合に第二リンクの平均角速度はほぼ最大になることが示され、非駆動関節のブレーキ解放後の θ_2 曲線から、低剛性部

の振動振幅も他の場合に比べ非常に小さくなることが示された。これらの結果は、シミュレーションで得られた結果と同じ傾向であるといえる。

4. 解析と実験の比較

図 3、4 ならびに図 7、8 に示した解析と実験で得られた結果より、本研究で対象としている構造のロボットアームを、より高速で動作させる定性的な条件については、同じ傾向が認められた。しかし、それぞれの結果の定量的な相違点に着目すると、ロボットアームの位置決めや目標軌道に追従する制御、あるいはペイロードの質量変化に適應できる制御方法などを考慮するとき、いくつかの点が問題となる。

4・1 Tb について 解析と実験を行う際、第二リンクの低剛性部の振動周期を用いて Tb の代表値の時刻を決定した。それぞれ、図 4 および図 8 にそのときの振動変位を示している。これらの比較をすると、実験結果のほうがその周期が長いことがわかる。ロボットアームの諸元において、第二リンクの低剛性部の曲げ剛性の値については、低剛性部にペイロードだけを設置した状態で、先端を自由、他端を固定支持として一次振動数を計測し、その値に適合するように定めている。このため、解析と実験で周期が異なる主な原因としては、関節や連結部の弾性による影響が考えられる。

さらに、実験結果では低剛性部の振動変位曲線は、変位が最小値から零に変化する間で乱れが生じ、この結果、解析とは異なって三つの Tb の間隔が不均等になっている。これは、低剛性部の弾性振動の影響でモータ制御用のエンコーダの出力の変化が一時的に減少することに起因している。すなわち、第一関節の角速度が非常に小さくなったと判断して、モータが再び大きな駆動トルクを発生してしまい、変位が乱れることが原因であると考えられる。実験結果において、第二

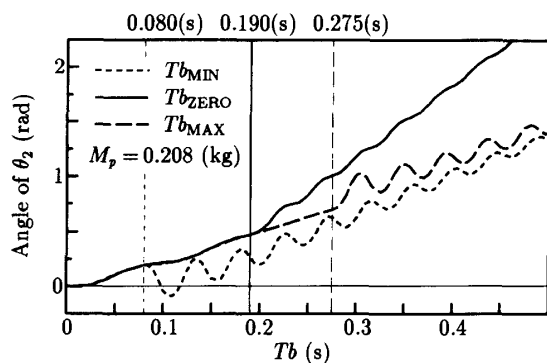


図 7 第二リンク角度の計測結果

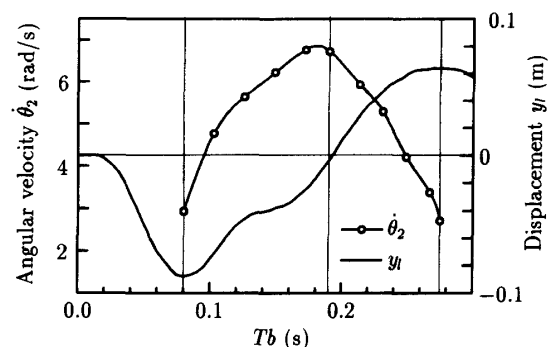


図 8 第二リンクの平均角速度計測結果

リンクの平均角速度が最大になる Tb と Tb_{ZERO} がわずかにずれるのも、このことが主な原因であると考えられ、今後モータ制御部の設計を再検討する必要がある。

4・2 Tb 後のアーム挙動について 非駆動関節のブレーキを解放したあとの、低剛性部の振動については、ある程度 ω_2 曲線から判断することができる。図3と図7を比較すると、ブレーキ解放前とは逆に、実験結果のほうが、より低剛性部の振動数が高いことがわかる。このことから、解析の際のモデル化の段階で、遠心力による軸力の影響や、非拘束モード法を用いるなど、適切なはりの固有関数の選定についても検討を加える必要がある。

5. 結 言

剛性が低いアームに生じる弾性振動と非駆動関節を用いることにより動学的干渉を利用し、動作の高速化・省力化を図るとともに、本体の軽量化をも期待できるロボットアームを考案し、解析と実験の両面から動特性の検討を行い、以下のことを明らかにした。

(1) 設定した基本動作において、アームの駆動開

始後、第二リンクの低剛性部の先端の振動変位が、初めて零になる時刻で非駆動関節のブレーキを解放すると、第二リンクの回転角速度が最大となることがわかった。

(2) 第二リンクの平均角速度が最大となるような条件設定のもとでは、アームの角速度は駆動角速度よりも大きくなり、一方、低剛性部の振動振幅は小さくなることがわかった。

(3) 本研究で対象とした構造を有するロボットアームを用いることにより、動作の高速化を図るという点に関して、人間が行っている道具に適した効率の良い動作の実現の可能性を示唆している。

文 献

- (1) Cannon, R. H. Jr. and Schmitz, E., *Int. J. Robot. Res.*, 3-3(1984), 62.
- (2) 福田・ほか3名, *機論*, 51-465, C(1985), 979.
- (3) 福田, *機論*, 51-468, C(1985), 2140.
- (4) 高田・吉本, *機論*, 57-543, C(1991), 3577.
- (5) 荒井・館, *機論*, 57-534, C(1991), 619.
- (6) 荒井・館, *計測自動制御学会論文集*, 25-9(1989), 1012.