

### 3次元形状試料の複素材料定数推定と実験的検討

清水省吾, 平山浩一, 安井 崇 (北見工業大学)

Estimation of complex material constants for a three-dimensional sample and its experimental investigation  
Shogo SHIMIZU, Koichi HIRAYAMA, Takashi YASUI (Kitami Institute of Technology)

#### Abstract

A reflection and/or transmission method is one of the measurement methods in the estimation of the complex permittivity and permeability of material. In this report, using the finite-element method and an optimization method along with the adjoint variable method, we apply a transmission method to the estimation of the complex permittivity of arbitrarily shaped three-dimensional material. To check the validity of this method, we measured the S parameters for two kinds of material and estimated the complex permittivity of them.

キーワード：複素誘電率, 3次元形状試料, Sパラメータ法  
(Complex permittivity, three-dimensional sample, reflection/transmission method)

#### 1. はじめに

誘電体や磁性体のマイクロ波およびミリ波帯における特性は、誘電率や透磁率およびそれらの損失係数で与えられ、この定数を材料定数という。電波吸収材やシールド材など EMC 材料の設計には材料定数測定が必要不可欠であり、測定技術としては、同軸管や方形導波管のように伝送線路の一部に試料を挿入して、そのときの反射波や透過波を測定する S パラメータ法、共振器内に試料を挿入し、試料を挿入しない場合との共振周波数や Q 値の差から定数を測定する共振器法、自由空間中に試料を配置し、その試料の反射波や透過波を測定する自由空間法などがある<sup>(1)</sup>。これらの測定法では、試料はそれらの材料定数推定法に依存して、断面寸法が決められた薄い板状や細い円柱状であるなどの制約がある。

従来の S パラメータ法では導波管断面と同じ形状をもつ板状の試料を測定対象とする<sup>(2)(3)</sup>が、文献(4)では、導波管断面と同じ高さをもつ柱状の試料の材料定数推定法が提案されている。ここでは、任意の 3次元形状を有する試料に対しても材料定数推定が可能な S パラメータ法を検討している。任意形状に適用可能であるように、有限要素法を用いて S パラメータを計算し、随伴変数法を用いた感度計算により最適化法で材料定数である複素比誘電率の推定を行っている。本手法の有効性を検討するため、2種類の試料の円柱及び角柱に対して S パラメータを測定し、それから比誘電率を推定した結果を示している。

#### 2. 有限要素法と最適化法を用いた S パラメータ法

〈2・1〉導波管回路伝達問題の有限要素法解析 図1に示すように、試料を挿入した方形導波管回路を考える。ここで  $\Omega$  は解析領域全体、 $\Gamma_n$  ( $n=1,2$ ) は入出力ポートを表す。四面体エッジ要素による有限要素法を用いると、最終的に次式のような連立一次方程式を得る。

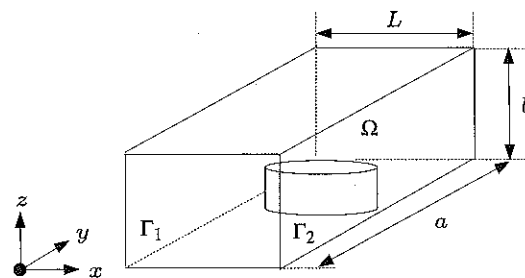


図1 試料を挿入した方形導波管回路

$$[P]\{\phi\} = \{Q\} \quad (1)$$

ここに  $\phi$  は電界を表し、 $\{\phi\}$  はすべての節点での  $\phi$  の値からなるベクトルである。また  $[P]$  は有限要素法による行列、 $\{Q\}$  は入射波に対応するベクトルである。

上式を解いて境界  $\Gamma_n$  上での  $\phi$  の値  $\{\phi_n\}$  が求まると、S パラメータは次式のように与えられる。

$$S_{n1} = -\delta_{n1} + \{g_n\}^T \{\phi_n\} \quad (2)$$

ここで、境界  $\Gamma_1$  から振幅 1 の  $TE_{10}$  モードが入射しており、 $\{g_n\}$  は入出力ポートの  $TE_{10}$  モードに関する量からなる既知ベクトルである。T は転置することを意味し、 $\delta_{n1}$  はクロネッカのデルタを表す。

〈2・2〉最適化法による材料定数推定 ここでは  $S_{21}$  のみを用いて試料の複素比誘電率を推定する最適化問題とし、次式の目的関数  $C$  を最小化する。

$$\text{Minimize } C = \frac{1}{2} |S_{21} - \bar{S}_{21}|^2 \quad (3)$$

ここに  $\bar{S}_{21}$  は測定値であることを表している。

設計変数  $\rho_i$  の値に対する目的関数  $C$  の値の変化率は特に感度と呼ばれており、このときの感度は次式で表される。

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_i} = \text{Re} \left[ (S_{21} - \bar{S}_{21})^* \frac{\partial S_{21}}{\partial \rho_i} \right] \quad (4)$$

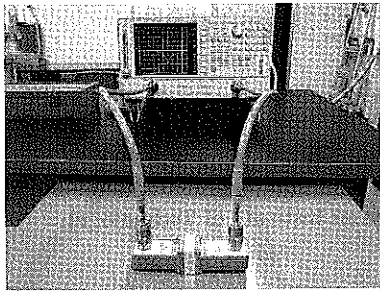


図2 測定装置

表1 測定試料の形状 (長さの単位: mm)

試料	角柱		円柱		比誘電率 (公称値)
	一辺	高さ	直径	高さ	
テフロン	10.42	5.03	10.42	5.03	-
ホットベール	10.00	5.00	10.00	5.00	6.1

ここに

$$\epsilon_r = \rho_1 + j\rho_2 \quad (5)$$

で,  $\epsilon_r$  は試料の複素比誘電率を表す. 随伴変数法を用いると

$$\frac{\partial S_{21}}{\partial \epsilon_r} = -\{\Phi_2\}^T \frac{\partial [P]}{\partial \epsilon_r} \{\phi\}, \quad \{\Phi_2\} = ([P]^T)^{-1} \{\bar{g}_2\} \quad (6)$$

となる. ここで  $\{\bar{g}_2\}$  は  $\{g_2\}$  と同じであるが,  $\{\phi_2\}$  に対応しない節点で 0 とする. 式 (5), (6) より

$$\frac{\partial S_{21}}{\partial \rho_1} = \frac{\partial S_{21}}{\partial \epsilon_r}, \quad \frac{\partial S_{21}}{\partial \rho_2} = j \frac{\partial S_{21}}{\partial \epsilon_r} \quad (7)$$

であるから

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_1} = \text{Re} \left[ (S_{21} - \bar{S}_{21})^* \frac{\partial S_{21}}{\partial \epsilon_r} \right] \quad (8)$$

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_2} = -\text{Im} \left[ (S_{21} - \bar{S}_{21})^* \frac{\partial S_{21}}{\partial \epsilon_r} \right] \quad (9)$$

となる.

目的関数の最小化の最適化法には MMA<sup>(5)</sup> を用いる.

### 3. 材料定数推定

ここでは試料を導波管の中央に置いた場合と端に置いた場合で, 複素比誘電率の推定を行っている. なお, 推定で使用しているプログラムでは, 自ら設定した比誘電率で算出した S パラメータに対して推定を行い, 設定した比誘電率に完全に戻ることを確認している.

**〈3・1〉 S パラメータの測定** 図 1 に示すように, 方形導波管 WRJ-10 ( $a=22.9$  mm,  $b=10.2$  mm,  $L=15.0$  mm) に試料を挿入する. 図 2 に示すように, 試料を挿入した導波管を, 同軸導波管変換器 (HP X281C Adapter) を介してネットワークアナライザ (Agilent 8722ES) に接続し, S パラメータを測定する. 試料としては, 表 1 に示す, テフロンとホットベール<sup>(6)</sup> の円柱と角柱を用いた.

表2 推定結果

試料	形状	配置	複素比誘電率 (平均値)
テフロン	角柱	中央	2.03 - j0.0169
		端	2.02 - j0.00467
	円柱	中央	2.11 - j0.0130
		端	2.10 - j0.00818
ホットベール	角柱	中央	6.14 - j0.0544
		端	6.00 - j0.0325
	円柱	中央	6.12 - j0.0806
		端	6.25 - j0.0652

**〈3・2〉 テフロンの複素比誘電率推定** テフロンを試料にして, 複素比誘電率推定を行った. まず角柱状テフロンの推定結果を図 3~5 に示す. 表 2 には, 測定した周波数帯域での試料の誘電率変化は小さいとして, 周波数帯域全体での比誘電率の平均値を示している. 図 3 の推定された比誘電率を見ると, 各周波数で多少変化が見られるが, 表 2 で試料を中央に配置した場合と端に配置した場合での平均値を比較すると, 実部では非常に近い値が得られたが, 虚部では少し差が表れている. また, 図 4, 5 より, 推定された比誘電率から求めた S パラメータは測定値と一致しており, 良好な推定が行われていることがわかる.

次に円柱状テフロンの推定結果を図 6~8 に示す. 図 6 の推定された比誘電率を見ると, 表 2 から実部では中央に配置したときと端に配置したときの平均値は非常に近い値となった. 虚部においても大きな差はなく, 良好な結果が得られたと考えられる. 図 7, 8 より, 推定された比誘電率から求めた S パラメータは測定値と比べ,  $S_{11}$  の値に多少違いが見られるが, ここでの推定では  $S_{21}$  のみを合わせるように設定しており,  $S_{21}$  ではほぼ一致しているので正しく推定されていると考えられる.

**〈3・3〉 ホットベールの複素比誘電率推定** ホットベールを試料にして, 複素比誘電率推定を行った. まず角柱状ホットベールの推定結果を図 9~11 に示す. 図 9 の推定された比誘電率を見ると, 中央配置時の方が安定した結果が得られ, 表 2 より中央配置時, 端配置時での平均値が実部と虚部ともにテフロンの場合に比べて大きな差が表れた. また, 図 10, 11 より, 推定された比誘電率から求めた S パラメータは測定値と比べ,  $S_{11}$  には違いが見られるが,  $S_{21}$  ではよく一致しており, 良好な推定が行われていることがわかる.

次に円柱状ホットベールの推定結果を図 12~14 に示す. 図 12 の推定された比誘電率を見ると, 中央配置時の方が安定した結果が得られ, 表 2 より中央配置時と端配置時の平均値が実部, 虚部ともに大きな差が表れた. 図 13, 図 14 では推定された比誘電率から求めた S パラメータが測定値とよく一致しているため, 正しく推定されていることがわかる.

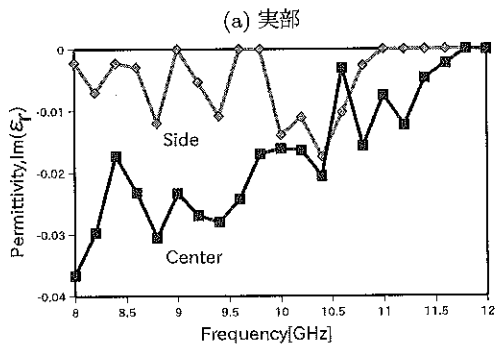
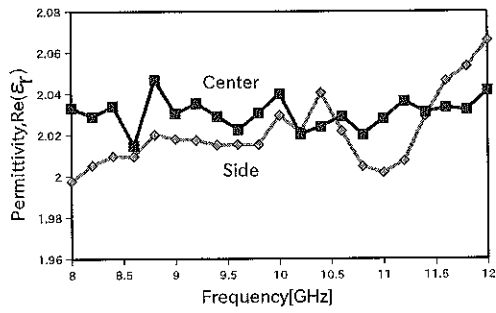


図3 角柱状テフロン の比誘電率推定

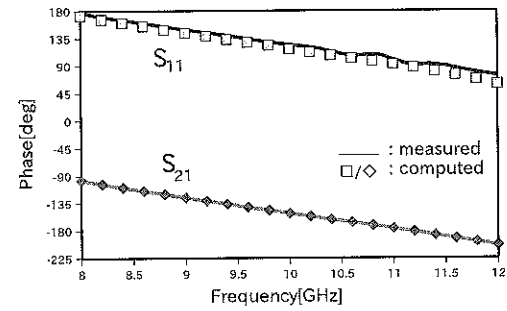
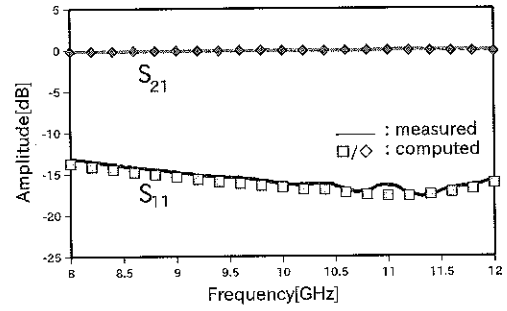


図5 角柱状テフロン の推定された材料定数による S パラメータの周波数特性 (導波管端配置)

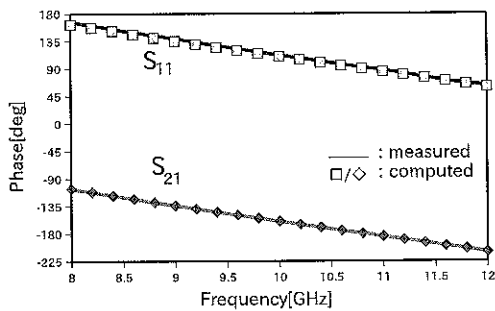
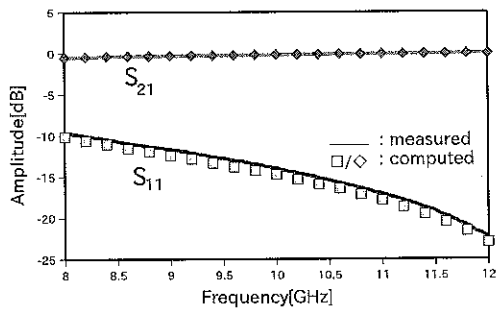


図4 角柱状テフロン の推定された材料定数による S パラメータの周波数特性 (導波管中央配置)

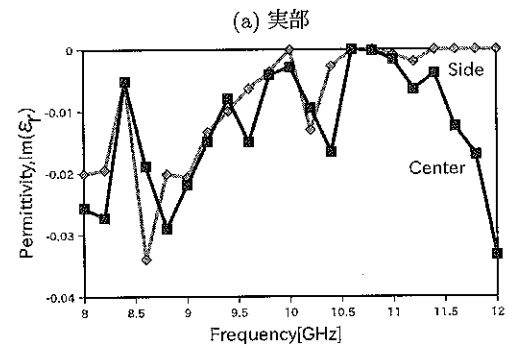
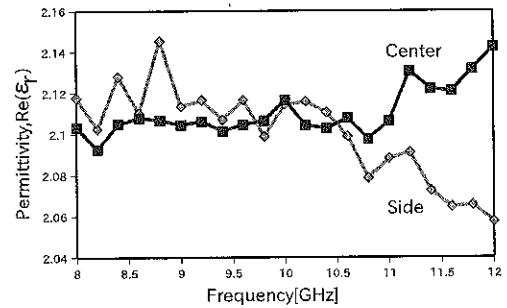
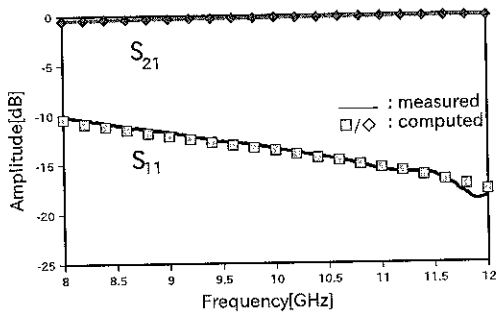
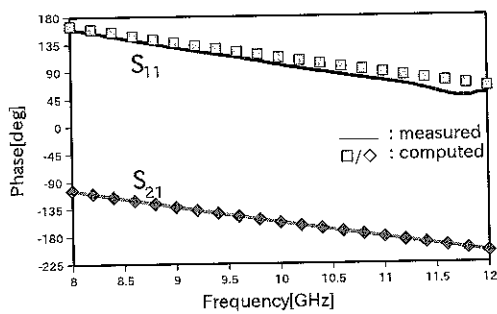


図6 円柱状テフロン の比誘電率推定

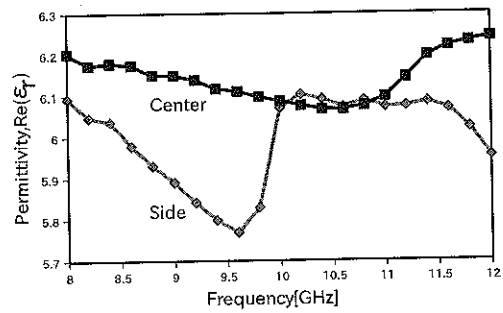


(a) 振幅

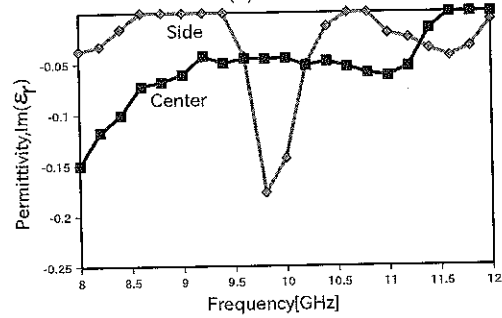


(b) 位相

図7 円柱状テフロンに推定された材料定数によるSパラメータの周波数特性 (導波管中央配置)

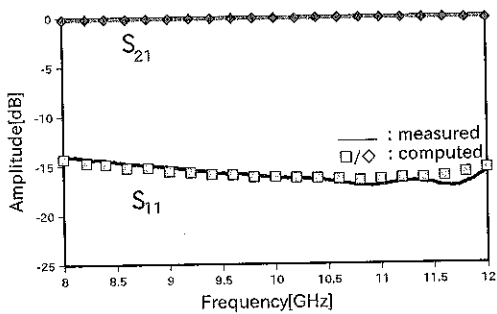


(a) 実部

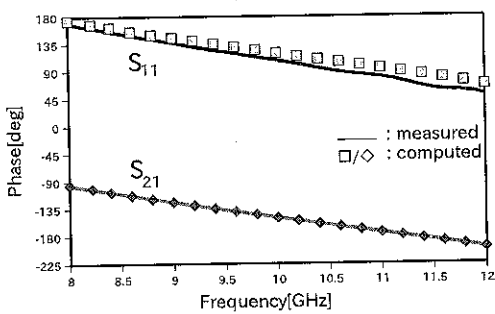


(b) 虚部

図9 角柱状ホットバールの比誘電率推定

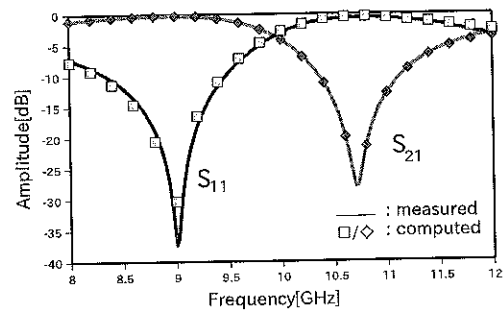


(a) 振幅

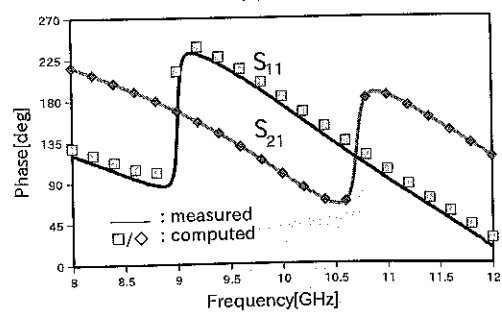


(b) 位相

図8 円柱状テフロンに推定された材料定数によるSパラメータの周波数特性 (導波管端配置)

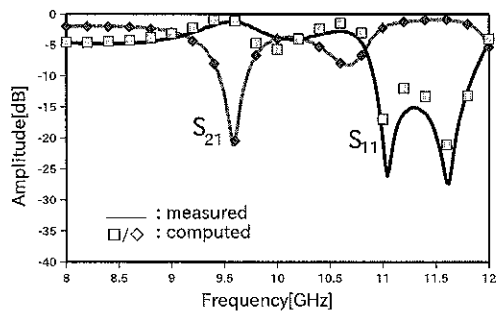


(a) 振幅

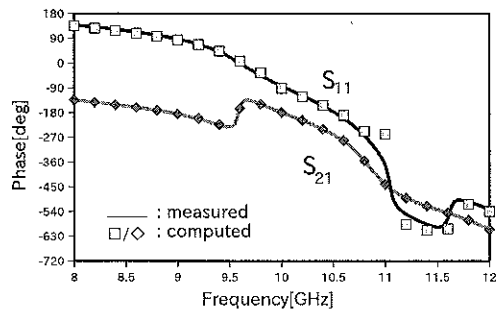


(b) 位相

図10 角柱状ホットバールの推定された材料定数によるSパラメータの周波数特性 (導波管中央配置)

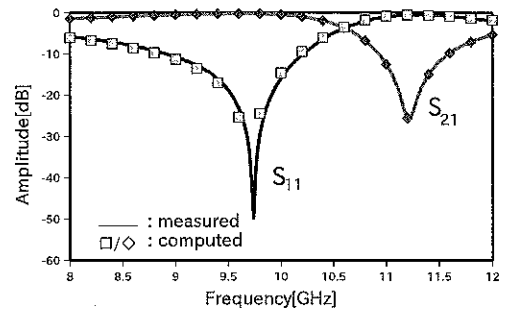


(a) 振幅

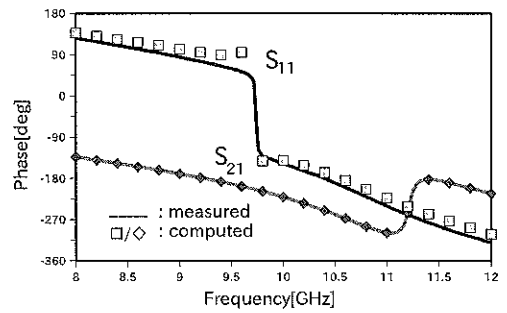


(b) 位相

図 11 角柱状ホトベールの推定された材料定数による S パラメータの周波数特性 (導波管端配置)

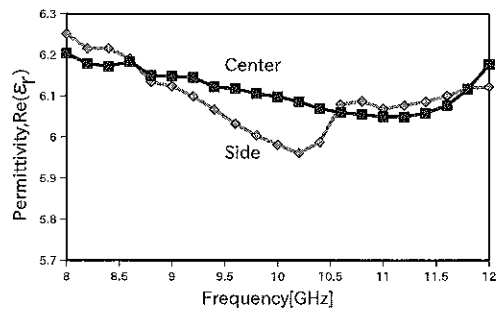


(a) 振幅

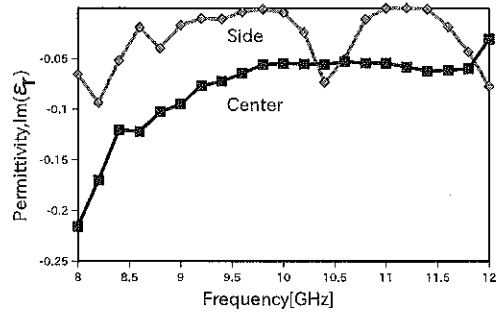


(b) 位相

図 13 円柱状ホトベールの推定された材料定数による S パラメータの周波数特性 (導波管中央配置)

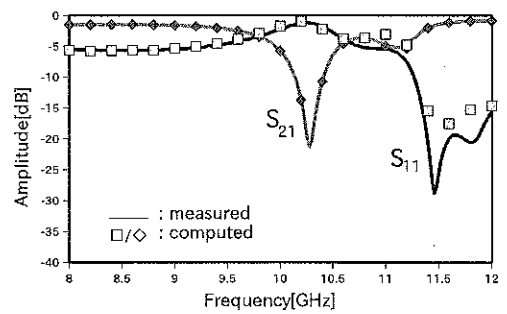


(a) 実部

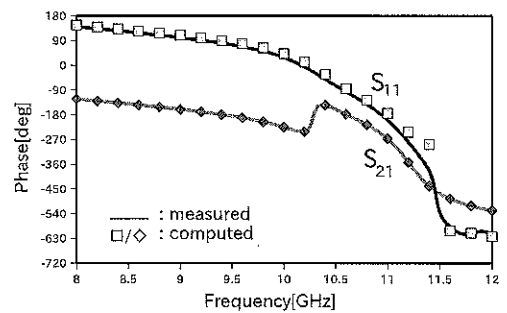


(b) 虚部

図 12 円柱状ホトベールの比誘電率推定



(a) 振幅



(b) 位相

図 14 円柱状ホトベールの推定された材料定数による S パラメータの周波数特性 (導波管端配置)

#### 4. まとめ

任意の3次元形状を有する試料の材料定数推定を可能にすることを目的として、有限要素法と最適化法を用いたSパラメータ法を提案した。2種類の誘電体試料の角柱および円柱、さらには試料の配置を導波管中央および導波管の端に寄せた場合に対して、実際にSパラメータを測定して複素比誘電率推定を行い、本手法が誘電体試料に対して概ね有効であることを示した。今後は電波吸収材料のような試料に対して、複素比誘電率、複素比透磁率両方の推定を行うことを検討する予定である。

#### 参考文献

- (1) L.F. Chen, C.K. Ong, C.P. Neo, V.V. Varadan, and V.K. Varadan, *Microwave Electronics — Measurement and Materials Characterisation*, John Wiley & Sons, 2004.
- (2) A.M. Nicolson and G.F. Ross, "Measurement of the intrinsic properties of materials by time domain techniques," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol.IM-19, no.4, pp.377-382, Nov. 1970.
- (3) W.B. Weir, "Automatic measurement of complex dielectric constant and permeability at microwave frequencies," *Proc. IEEE*, vol.62, pp.33-36, Jan. 1974.
- (4) H. Miyagawa, K. Wakino, Yu-De Lin, and T. Kitazawa, "Simultaneous Determination of Complex Permittivity and Permeability of Columnar Materials With Arbitrarily Shaped Cross Section," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol.57, no.9, pp. 2249-2256, Sep. 2009.
- (5) K. Svanberg, "The method of moving asymptotes - A new method for structural optimization," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol.24, no.2, pp.359-373, Feb. 1987.
- (6) <http://www.ft-ceramics.co.jp/products/machinable/Mica/>