一般社団法人　電子情報通信学会
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報
IEICE Technical Report
MW2012-62,OPE2012-55,EST2012-44,MWP2012-43(2012-07)

関数展開法に基づくトポロジー最適化によるスローライトフォトニック結晶導波路の設計と構造単純化に関する検討

後藤　裕之† 　辻　寧英† 　安井　崇†† 　平山　浩一††

† 室蘭工業大学情報電子工学系専攻
〒 050-8585 北海道室蘭市水元町 27-1
†† 北見工業大学電気電子工学科
〒 090-8507 北見市公園町 165
E-mail: †{s2024041,y-tsuji}@mmm.muroran-it.ac.jp, ††{yasui,hirakc}@mail.kitami-it.ac.jp

あらまし　本論文では, 関数展開法に基づくトポロジー最適化を用いて, 導波モード分散特性の最適化を行い, 低分散スローライトフォトニック結晶導波路の最適設計について検討を行っている. まず, 低分散スローライトを実現するための目的関数を決定し, この目的関数を基に最適化を行い, 群屈折率 81, 帯域 7.2 nm の特性を持つ構造が得られた. 次に, 実際の製造を考慮して最適構造を単純化するためガウシアンフィルタを導入し最適化を行い, 群屈折率 79, 帯域 7.2 nm の特性を持つ単純化された構造が得られた. 最後に得られた分散曲線からパルスの伝搬特性を示す.

キーワード　関数展開法, トポロジー最適化, フォトニック結晶導波路, スローライト, ガウシアンフィルタ

A study on topology optimization based on function expansion method for dispersion property

Hiroyuki GOTO†, Yasuhide TSUJI†, Takashi YASUI††, and Koichi HIRAYAMA††

† Muroran Institute of Technology, Division of Information and Electronic Engineering
27-1 Mizumoto-cho, Muroran, 050-8585
†† Kitami Institute of Technology, Department of Electrical and Electronic Engineering
165 Koen-cho, Kitami, 090-8507
E-mail: †{s2024041,y-tsuji}@mmm.muroran-it.ac.jp, ††{yasui,hirakc}@mail.kitami-it.ac.jp

Abstract　In this paper, the topology optimization based on function expansion method is employed to the optimization of the dispersion property and the optimum design of low-dispersion slow-light photonic crystal waveguides (PCWs) is demonstrated. The objective functions to be optimized are determined to get the desired group index and dispersion characteristics. The optimized PCW here have the group index of 81 and wavelength band width of 7.2 nm. However the obtained PCW has complicated and find structure. In order to suppress fine structures, we use a smoothing filter in the optimization process and obtain the simplified structure with almost same propagation properties. Using the dispersion property for the obtained structure, the actual pulse propagation is calculated to shown the validity of this design method.

Key words　Function expansion method, Topology optimization, Photonic crystal waveguide, Slow-light, Gaussian filter

1. はじめに

この 20 年でのインターネットの急速な普及により，通信の高速・大容量化は必要不可欠であり，光通信の高速化には光を光信号のまま処理できるデバイスの開発が必須となる．光デバイスの設計には計算機を用いた数値解析が用いられ，有限要素法による光導波路解析とトポロジー最適化をあわせて光導波路デバイスの自動設計を行う方法がいくつか提案されいる [1]- [3]. これまで, トポロジー最適化を用いた光導波路デバイスの自動設計では透過・反射特性の最適化問題においてその有効性が確認され [3], 光遅延素子として期待されている低分散スローライト [4]- [7] を実現するために, 導波モード分散特性の最適化につ

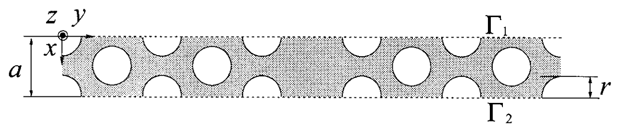


図 1　2 次元構造周期導波路の一周期分の解析領域

いても検討が行われている [4]. 導波モード分散特性の最適化における問題点として最適化されたフォトニック結晶導波路構造が複雑化することが挙げられる. 本研究では, これまで検討されてきた関数展開法に基づくトポロジー最適化を用いて, より単純な構造でスローライトフォトニック結晶導波路を実現するため, 画像ノイズをスムージングするために用いられているガウシアンフィルタを用いた構造の単純化について検討を行う.

2.　2 次元周期構造光導波路に対する有限要素法

図 1 に示すような z 軸方向に構造変化がなく, x 方向の構造周期を a とする 2 次元周期構造導波路を考える. 伝搬方向を x 方向として, z 方向には電磁界変化がないことを考慮すると, マクスウェル方程式から以下の式が導かれる.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(p\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(p\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)+k_0^2q\Phi=0 \qquad (1)$$

ここで p,q,Φ は, 媒質の屈折率を n として, TE 波に対して $p=1,q=n^2,\Phi=E_z$ であり, TM 波に対して $p=1/n^2,q=1,\Phi=H_z$ である. 周期構造導波路の固有モード分布は一周期分の界分布が周期的に繰り返されるため, 周期境界条件を用いて一周期分の周期構造の解析を行う. ここで図 1 の Γ_1,Γ_2 は周期構造の一周期における周期境界である.

2.1　有限要素法による定式化

有限要素法を用いて解析を行う際, 各要素内における電磁界振幅 Φ_e を以下のように表す.

$$\Phi_e(x,y)=\exp(-j\beta x)\{N\}^T\{\phi\}_e=\{\tilde{N}\}^T\{\phi\}_e \qquad (2)$$

ここに, $\{N\}$ は形状関数 (試験関数), T は転置, 下添字 e は要素に関する量であることを表し, β は導波モードの伝搬定数であり, ϕ は Φ の包絡線振幅を表す. 式 (1) にガラーキン法に基づく有限要素法を適用すると, 最終的に以下の式を得る.

$$([K]-k_0^2[M])\{\phi\}=\{u\} \qquad (3)$$

ここに $[K]$, $[M]$, $\{u\}$ は以下のように表される.

$$[K]=\sum_e\iint_e p\left\{\left(\frac{\partial\{N\}}{\partial x}+j\beta\{N\}\right)\times\left(\frac{\partial\{N\}^T}{\partial x}-j\beta\{N\}^T\right)+\frac{\partial\{N\}}{\partial y}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial y}\right\}dxdy \qquad (4)$$

$$[M]=\sum_e\iint_e q\{N\}\{N\}^Tdxdy \qquad (5)$$

$$\{u\}=-\sum_{\Gamma_1}\int_{\Gamma_1}p\{N\}\left(\frac{\partial\{N\}^T}{\partial x}-j\beta\{N\}^T\right)\{\phi\}\Bigg|_{\Gamma_1}d\Gamma+\sum_{\Gamma_2}\int_{\Gamma_2}p\{N\}\left(\frac{\partial\{N\}^T}{\partial x}-j\beta\{N\}^T\right)\{\phi\}\Bigg|_{\Gamma_2}d\Gamma \qquad (6)$$

式 (3) は一般固有値方程式であり, これを解くことで, ある伝搬定数 β に対する固有値 k_0^2 および固有ベクトル $\{\phi\}$ を求めることができ, 分散曲線は, β を変化させながら対応する固有値 k_0^2 を求めることで得ることができる.

3.　関数展開法に基づくトポロジー最適化

3.1　感度解析

自動最適化においては光導波路デバイスの特性を改善する方向に逐次構造を更新していくために, 構造が変化したときに特性がどのように変化するか知らなければならない. いま, 最適化領域内の屈折率分布が M 個のパラメータ $c_i(i=1,2,\cdots,M)$ を用いて,

$$\varepsilon_r=\varepsilon_r(c_1,c_2,\cdots,c_M) \qquad (7)$$

と表されているものとする. 式 (3) の一般固有値問題を考え, パラメータ c_i に対する k_0 の感度を求める. 式 (3) の両辺に $\{\phi\}^\dagger$ をかけて k_0^2 について解くと次式を得る.

$$k_0^2=\frac{\{\phi\}^\dagger[K]\{\phi\}}{\{\phi\}^\dagger[M]\{\phi\}} \qquad (8)$$

ここに, $\dagger$ は共役転置を表す. いま, 屈折率の微小変化に対する電磁界分布 $\{\phi\}$ の変化は伝搬定数 k_0 の変化に比べて十分小さく無視できるとして, 両辺を c_i で偏微分すると,

$$\frac{\partial k_0}{\partial c_i}=\frac{\{\phi\}^\dagger\frac{\partial[K]}{\partial c_i}\{\phi\}}{2\{\phi\}^\dagger[K]\{\phi\}}-\frac{\{\phi\}^\dagger\frac{\partial[M]}{\partial c_i}\{\phi\}}{2\{\phi\}^\dagger[M]\{\phi\}} \qquad (9)$$

と表される. 右辺に含まれる $\frac{\partial[K]}{\partial c_i}$, $\frac{\partial[M]}{\partial c_i}$ は 2 次元 TE 波に対して,

$$\frac{\partial[K]}{\partial c_i}=0 \qquad (10)$$

$$\frac{\partial[M]}{\partial c_i}=-\sum_e\iint_e\frac{\partial\varepsilon_r}{\partial c_i}\{N\}\{N\}^Tdxdy \qquad (11)$$

で与えられ, 2 次元 TM 波に対して,

$$\frac{\partial[K]}{\partial c_i}=-\sum_e\iint_e\frac{\partial\varepsilon_r}{\partial c_i}\frac{1}{\varepsilon_r^2}\left(\frac{\partial\{N\}}{\partial x}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial x}+\frac{\partial\{N\}}{\partial y}\frac{\partial\{N\}^T}{\partial y}\right)dxdy \qquad (12)$$

$$\frac{\partial[M]}{\partial c_i}=0 \qquad (13)$$

で与えられる.

3.2　関数展開法による屈折率分布の表現法

最適化領域内で使用する材料の比誘電率を ε_{ra}, $\varepsilon_{rb}(\varepsilon_{rb}>\varepsilon_{ra})$ の二つの材料とすると, 比誘電率分布は, 適当な解析関数 $w(x,y)$ を用いて以下のように表現される.

$$\varepsilon_r(x,y)=\varepsilon_{ra}+(\varepsilon_{rb}-\varepsilon_{ra})H(w(x,y)) \qquad (14)$$

ここに, $H(\xi)$ は ξ の値によって 0 か 1 のどちらかを取る関数

であり，ε_r は $w(x,y)$ の値によって ε_{ra} あるいは ε_{rb} のどちらかの比誘電率となる．ただし，実際には ε_r が微分可能となるように $H(\xi)$ は以下のように定義される連続関数とする．

$$H(\xi)=\begin{cases}0 & (\xi \leqq -h)\\ \frac{1}{2}\left(\frac{\xi+h}{h}\right)^2 & (-h<\xi<0)\\ 1-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi-h}{h}\right)^2 & (0\leqq \xi<h)\\ 1 & (\xi \geqq -h)\end{cases} \tag{15}$$

ここに，h は $H(\xi)$ が連続関数となるために導入された値であり，$-h<w(x,y)<h$ となる領域において比誘電率は中間的な値をとるが，h を十分に小さくすることで材料の中間的な値をとるグレイ領域 [1]- [3] を小さくすることができ，最終的に $h\to 0$ とすることで，グレイ領域を除去することができる．このとき，感度解析で必要となる式 (11)，(12) の式中の $\frac{\partial\varepsilon_r}{\partial c_i}$ は

$$\frac{\partial\varepsilon_r}{\partial c_i}=(\varepsilon_{rb}-\varepsilon_{ra})\frac{\partial w(x,y)}{\partial c_i}\frac{\partial H(w(x,y))}{\partial w(x,y)} \tag{16}$$

と求めることができる．最適化領域内の屈折率分布を決める関数 $w(x,y)$ は一般的に

$$w(x,y)=\sum_i c_i f_i(x,y) \tag{17}$$

の形で与えられる．$f_i(x,y)$ の選び方には様々な表現が可能であるが，文献 [3] ではフーリエ級数が用いられている．このとき関数 $w(x,y)$ は以下のように表現される．

$$w(x,y)=\sum_{i=0}^{N_x-1}\sum_{j=-N_y}^{N_y-1}(a_{ij}\cos\theta_{ij}+b_{ij}\sin\theta_{ij}) \tag{18}$$

$$\theta_{ij}=\frac{2\pi i}{L_x}x+\frac{2\pi j}{L_y}y \tag{19}$$

ここに N_x, N_y はそれぞれ x 方向，y 方向の展開項数を表し，L_x, L_y はフーリエ級数の周期を表す．式 (18) の a_{ij}, b_{ij} を感度解析に基づいて更新していくことにより，最適な光導波路デバイスの構造を見出すことができる．

3.3 目的関数

目的関数はどのような最適化を行うかにより設定を考える必要がある．ここでは低分散のスローライト [4], [5] を実現するフォトニック結晶導波路の最適設計を行う．まず，以下のように目的関数 C_n' を考える．

$$C_n'=\int_{\beta_a}^{\beta_b}W_1\left|\frac{\partial k_0(\beta)}{\partial\beta}-\frac{v_g}{c}\right|^n d\beta + \int_{\beta_a}^{\beta_b}w\left|\frac{\partial^2 k_0(\beta)}{\partial\beta^2}\right|^n d\beta \tag{20}$$

ここで，v_g は目的とする群速度であり，$\beta_a, \beta_b(\beta_a<\beta_b)$ は最適化する伝搬定数の範囲である．実際には，この式 (20) を β 方向に等間隔で離散化して，以下のように表す．

$$C_n=\sum_{i=1}^{N}W_1\left|k_0(\beta_i)-\overline{k_0}(\beta_i)\right|^n + \sum_{i=2}^{N-1}W_2\left|k_0(\beta_{i+1})-2k_0(\beta_i)+k_0(\beta_{i-1})\right|^n \tag{21}$$

ここに，$\beta_1=\beta_a$，$\beta_N=\beta_b$，$\Delta\beta=\frac{\beta_N-\beta_1}{N-1}$ として，$\overline{k_0}(\beta_i)=v_g(i-1)\Delta\beta+k_0(\beta_1)$ は伝搬定数 β_i に対する目的波数であり，$W_2=w/\Delta\beta$ である．式 (21) の第 1 項は波数の最適化に対応し，第 2 項は分散を抑え，分散曲線が直線的になることに対応する．W_1, W_2 は最適化においてそのどちらをより優先するかを決める重みである．この目的関数を最小化することで，目的の群速度を持った低分散スローライトを実現する導波路構造が得られる．ところで，最適化において目標値から遠い場合により大きな改善を行うことが好ましいと考えられるので，各項をそれぞれ n 乗し,$n\geqq 2$ とすることで目標値から遠い点に対してより大きな改善を行うことができる．

3.4 屈折率分布の更新

目的関数を最小化するためには目的関数の c_i に対する感度解析を行う必要がある．前節で求めた目的関数 C_n の屈折率分布のパラメータ c_i に対する感度から，最大勾配法を用いて以下のように屈折率分布の更新を行う．

$$c_i'=c_i-\frac{1}{|\nabla_a C_n|}\frac{\partial C_n}{\partial c_i}\times\delta \tag{22}$$

$$|\nabla_a C_n|=\sqrt{\sum_{i=1}^{M}\left|\frac{\partial C_n}{\partial c_i}\right|^2} \tag{23}$$

ここで，c_i' は更新後の屈折率分布のパラメータ，δ は更新の際の移動量を表している．この δ が大きすぎる場合は目的値付近での目的関数の値の振動が大きくなり収束しない場合があり，逆に小さすぎる場合には目的値に収束するまでの反復回数が多く必要になる．

4. フォトニック結晶導波路の最適設計例

ここではフォトニック結晶導波路の最適化を行う．図 2 に示す周期構造導波路において格子定数 a，空孔半径 $r=0.29a$，最適化領域を $b=4\sqrt{3}a$，屈折率を $n_1=3.4$, $n_2=1$ とし，フォトニックバンドギャップが存在する TM 基本モードのみを考える．また，目標の群屈折率は $n_g=80$，帯域を文献 [4] より，中心群屈折率から ±10 % の範囲とする．目的関数は $n=2$，重みを $W_1=3.3, W_2=1.0$, 屈折率分布更新の際の移動量は $\delta=0.05$ から最終的に $\delta=0.005$ に線形に減少するように設定した．反復回数は 250 回，規格化伝搬定数が $0.36\leqq\frac{\beta a}{2\pi}\leqq 0.49$ の範囲で等間隔に 11 点の離散点に対して最適化を行う．最適化に用いる初期構造は図 3 に示すものとする．

目的関数 C_2 の変化を図 4 に示す．この図から, 目的関数ははじめは急激に減少し, その後は緩やかに減少し反復回数 234 回目で最小値を示す．図 5 に最適化構造と導波モードの界分布を示す．最適化構造はコアから 2 列目の空孔が大きくなりそれ以外の空孔部分は, 構造が細微化していることがわかる．また, 図 5(b) に示す界分布から基本モードで伝搬していることがわかる．最終構造における分散曲線と群屈折率の周波数依存性を図 6 に示す．この図から目的の規格化周波数とほぼ同位置で目的の傾

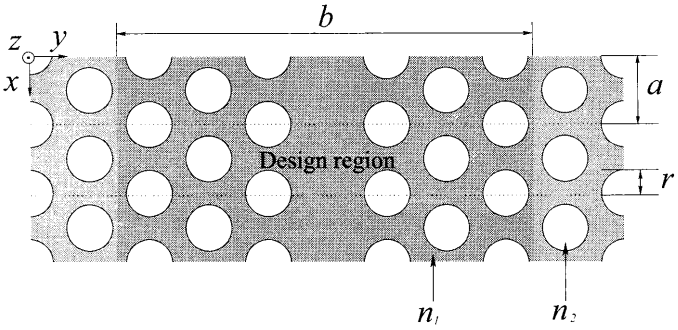


図 2　フォトニック結晶導波路の最適化モデル

図 3　フォトニック結晶導波路最適化の初期構造

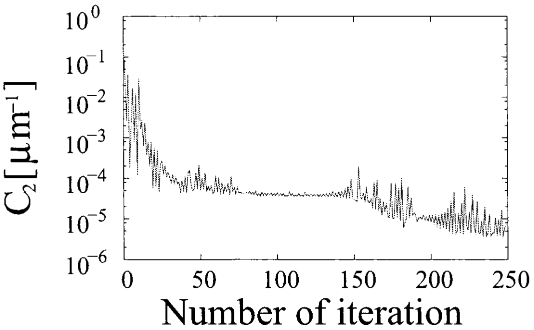


図 4　目的関数 C_2 の変化

(a) 最適化構造

(b) $a/\lambda(\frac{\beta a}{2\pi} = 0.425) = 0.224$

図 5　最適構造と導波モードの界分布 (反復回数 234 回目)

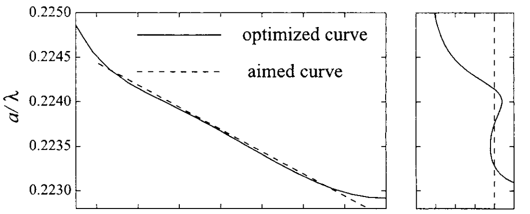


図 6　分散曲線と群屈折率の周波数依存性

きに近い傾きの分散曲線が得られており，群屈折率も目的の群屈折率において変化が小さくなっている．このときの中心群屈折率は 81, 中心波長を 1.55 μm とすると群屈折率が $\pm$10 % となる帯域は 7.2 nm であり, 目標に近い特性が得られていることがわかる．しかし, 構造が細微化しているため, 実際の作製を考えると構造を単純化する必要がある.

5.　構造平滑化のための検討

5.1　平滑化フィルタの導入

前章での最適設計の問題点として, 構造が細微化することが挙げられる．構造が細微化することで, 実際の製造が困難になることや, 僅かな構造変化で特性が大きく変化してしまう可能性が考えられる．ここでは, 最適化の過程で平滑化フィルタを用いることで構造の細微化を避けることを試みる．平滑化フィルタとして, ここでは, 画像のノイズをスムージングするために用いられているガウシアンフィルタを導入し, 構造の単純化を行う．ガウシアンフィルタは画像の輝度値をなめらかにするための手法であり, 中心部分 (注目画素) とその周辺を平均化することで構造を単純化する．ガウシアンフィルタでは, 中心部分から遠くなる毎に平均化する際の重みを小さくなるように計算する．今回は, 構造を表す関数 $w(x, y)$ の値を格子点上に離散化し, 図 7 に示すような 3×3 のガウシアンフィルタのカーネルを考え構造単純化を行う．このとき,$w(x, y)$ の格子点上の値を求めるには計算の効率化のために高速フーリエ変換 (FFT) を用いるが, 展開項数が少ない場合, 空間離散間隔が広くなり, 平滑化の効果が強くなりすぎる．ここでは, 図 8 のようにフィルタを通す前に, 項数を $2m$ 倍に増やすことで, 空間離散間隔を小さくし, 平滑化を行った後に再び FFT によりフーリエ係数を求め, 余分に求まる高周波成分は無視している．以下の最適化では $N_x = N_y = 32$ とし,$m = 2$ としている.

5.2　構造平滑化の効果

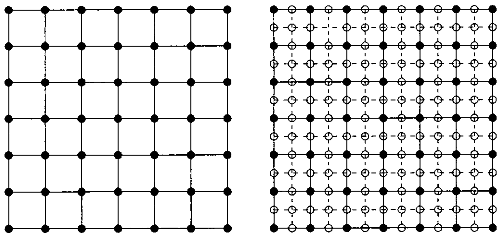
今回の最適化では初期構造, 目的関数のパラメータをすべて前章の最適化と同じ値とする．平滑化フィルタとしてガウシアンフィルタを導入することで構造, 特性にどのような影響が及ぶかを確認する．また, ガウシアンフィルタは反復回数 20 回毎に通すこととする．目的関数 C_2 の変化を図 9 に示す．この図から, 目的関数は振動しながら減少し反復回数 239 回目で最小値を示す．目的関数が所々増加している位置はガウシアンフィルタを通した直後の値であり, ガウシアンフィルタを通すことで特性が劣化していると考えられる．図 10 に最適化構造と導波モードの界分布を示す．図 10(a) の最適化構造ではガウシアンフィルタの効果により, 図 5(a) の構造と比較して構造が単純化されていることがわかる．また, 図 10(b) に示す界分布から基本モードで伝搬していることがわかる．最終構造における分散曲線と群屈折率の周波数依存性を図 11 に示す．この図から目的の規格化周波数とほぼ同位置で目的の傾きに近い傾きの分散曲線が得られており，群屈折率も設計帯域において変化が小さく目的の群屈折率に近い値が得られている．このときの中心群屈折率は 79 であり, 中心波長を 1.55 μm とすると群屈折率が $\pm$10 % となる帯域は 7.2 nm である．これより, ガウシアンフィルタを通すことにより, 構造が単純化され, 得られた特性の劣化もごくわずかであることがわかる.

6.　光パルスの伝搬特性

前節で行った最適化により得られた分散曲線を基に光パルスの伝搬特性について検討を行う．ここでは，周波数領域解析を

$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$
$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

図 7　ガウシアンフィルタのカーネル



(a) 展開項数に対応した格子　　(b) 拡張した格子

図 8　平滑化の際の空間離散間隔の変化

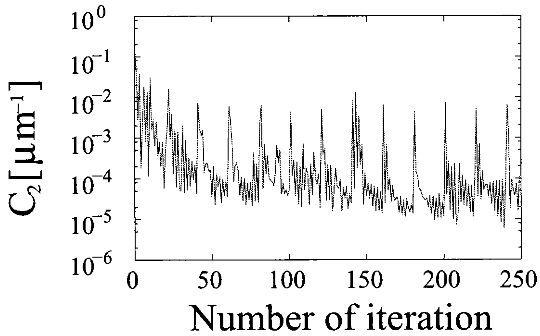


図 9　目的関数 C_2 の変化

(a) 最適化構造

(b) $a/\lambda(\frac{\beta a}{2\pi}=0.425)=0.224$

図 10　最適構造と導波モードの界分布 (反復回数 216 回目)

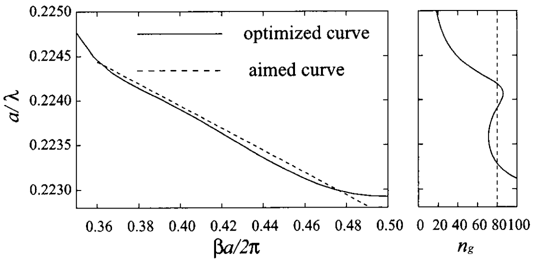


図 11　分散曲線と群屈折率の周波数依存性

基に受信端での時間波形を求める．入射パルスは振幅が 5，パルス幅が 10 ps のガウスパルスとする．群屈折率の変化が ±10 % に収まる帯域の中心規格化周波数 $a/\lambda=0.2238$ において，波長 1.55 μm とするとき格子定数は $a=347$ nm となる．伝搬距離を 1 mm とすると伝搬後の波形は図 12 の太実線となる．こ

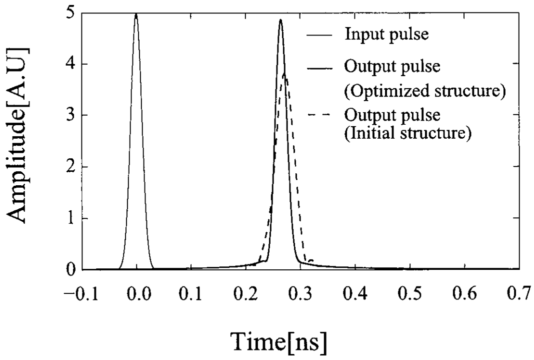


図 12　初期構造と最適化構造でのパルスの伝搬特性の違い

のときの光パルスの伝搬から群屈折率を求めると 1 mm 伝搬するのに必要とする時間は 0.265 ns であり，$n_g=79$ となる．図 11 での中心群屈折率は 79 であるため予想通りの結果が得られている．比較のため初期構造での分散曲線を用いて群屈折率が 80 となる帯域での光パルスの伝搬解析を行うと出力パルスは図 12 の太破線となる．これから明らかなように，最適化構造においては光パルスの分散が抑えられ，低分散スローライトを実現できていることがわかる．

7. ま と め

関数展開法に基づくトポロジー最適化により低分散スローライトデバイスの設計について検討を行った．これより目標の特性を持つ構造を得ることができた．さらに，最適化構造の細微化を防ぐために平滑化フィルタとしてガウシアンフィルタを導入して，構造の単純化を行い，単純化された構造を得ることができた．さらに平滑化フィルタの導入前と比較して特性の劣化をごくわずかに抑えられた．今後は特性をより良くするための最適化パラメータの検討を行う予定である．

文　献

[1] J. S. Jensen and O. Sigmund, “Systematic design of photonic crystal structures using topology optimization: low-loss waveguide bends,” *Appl. Phys. Lett.* Vol. 84, No. 12, pp. 2022-2024, Mar. 2004.

[2] Y. Tsuji, K. Hirayama, T. Nomura, K. Sato, and S.Nishiwaki, ”Design of optical circuit devices based on topology optimization” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 18, No. 7, pp. 850-852, April 2006.

[3] Y. Tsuji, and K. Hirayama, ”Design of optical circuit devices using topology optimization method with function-expansion-based refractive index distribution,” *IEEE Photo. Technol. Lett.*, vol. 20, no. 12, pp. 982-984, June 2008.

[4] R. Matzen, J. S. Jensen, and O. Sigmund, ”Systematic design oh slow-light photonic waveguides,” *J. Opt. Soc. Am. B.*, vol. 28, no. 10, pp. 2374-2382, Oct. 2011.

[5] T. Baba, ”Slow light in photonic crystals,” *Nat. Photon.*, vol. 2, pp. 465-473, Aug. 2008.

[6] T. P. White, L. C. Botten, C.Martijn de Sterke, K. B. Dossou, and R. C. McPhedran, ”Efficient slow-light coupling in a photonic crystal waveguide without transition region” *Opt. Lett.*, vol. 33, no. 22, pp. 2644-2646, Nov. 2008.

[7] J. Hou, D. Gao, H. Wu, R. Hao, and Z. Zhou, ”Flat band slow light in symmetric line defect photonic crystal waveguides” *IEEE Photo. Technol. Lett.* , vol. 21, no. 20, pp. 1571-1573, Oct. 2009.