

## 結氷河川における実用的な氷板厚計算式の開発

独立行政法人 寒地土木研究所 正会員 吉川 泰弘  
 北見工業大学 社会環境工学科 正会員 渡邊 康玄  
 北見工業大学 社会環境工学科 正会員 早川 博  
 独立行政法人 寒地土木研究所 正会員 平井 康幸

### 1. はじめに

河川結氷時における河川内工事や流量観測を実施する際には、安全性の確保および作業計画の観点から、事前に氷板厚および解氷時期を予測する技術が求められている。また、今後、暖冬や厳冬などの気象変化や融雪量の増加による水理量の変化などの年変化が顕著に現れる場合において、氷板厚の変動要因を把握しておく事は、結氷時の河川管理を行う上で有益な知見となる。

本研究は、熱収支を考慮した基礎式を基にして、積雪および晶氷の影響を係数  $\alpha$ 、河水の融解の影響を係数  $\beta$  に織り込み、気温、水温、有効水深を独立変数とする実用的な氷板厚計算式を開発した。なお、本計算式の適応性を確認する指標として、解氷時までの氷板厚を非接触で連続的に測定した測定値<sup>1)</sup>を用いた。

### 2. 氷板厚計算式の開発

#### (1) 基礎式の導出

結氷河川における熱収支の概要図を図-1に示す。図-1において、温度  $T[ ]$ 、層厚  $h[m]$ 、密度  $\rho[\frac{kg}{m^3}]$ 、速度  $U[\frac{m}{s}]$ 、熱フラックス  $\phi[\frac{W}{m^2}]$  として、添え字は各層の値である事を示している。

積雪深の増減は、大気および氷板との熱収支を考慮して式(1)で表した。式(1)は、熱収支による積雪深の増減のみを考慮しているため、大気からの降雪による積雪深の増加や風による積雪の吹あげ、吹きだまりは考慮していない。氷板厚の増減は、積雪および晶氷との熱収支を考慮して式(2)で表わした。式(2)において、積雪と氷板の境界層、氷板と晶氷の境界層および氷板内部では熱フラックスが異なると仮定して、氷板の熱フラックスを積雪と氷板の境界層  $\phi_{iu}$ 、氷板と晶氷の境界層  $\phi_{id}$  および氷板内部  $\phi_i$  に区分して考えた。晶氷厚の増減は、氷板および流水との熱収支を考慮して式(3)で表わした。式(3)は、熱収支による晶氷厚の増減のみを考慮しているため、上流からの晶氷の流下による晶氷厚の増加、下流への晶氷の流下による晶氷厚の減少は考慮していない。

式(1)、式(2)、式(3)を整理すると、本計算式の基礎式となる式(4)が導出される。

$$\rho_s L_s \frac{dh_s}{dt} = (\phi_a - \phi_s) + (\phi_s - \phi_{iu}) \quad (1)$$

$$\rho_i L_i \frac{dh_i}{dt} = (\phi_{iu} - \phi_i) + (\phi_i - \phi_{id}) \quad (2)$$

$$\rho_f L_f \frac{dh_f}{dt} = (\phi_{id} - \phi_f) + (\phi_f - \phi_w) \quad (3)$$

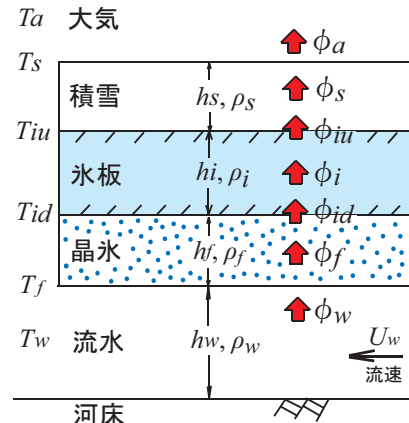


図-1 結氷河川における熱収支の概要図

$$\rho_i L_i \frac{dh_i}{dt} = \phi_a - \rho_s L_s \frac{dh_s}{dt} - \rho_f L_f \frac{dh_f}{dt} - \phi_w \quad (4)$$

#### (2) 河水表面から大気への熱フラックス $\phi_a$

各層の熱フラックスは、熱交換係数、熱伝導率、層厚、温度差を変数として近似的に式(5)、式(6)、式(7)、式(8)で表わされる。

ある時間において各層の境界面における変動は平衡状態であると仮定すると、 $\phi_a = \phi_s = \phi_i = \phi_f$  となり  $\phi_a$  は式(9)で表わされる。

$$\phi_a = h_{sa} (T_s - T_a) \quad (5)$$

$$\phi_s = \frac{k_s}{h_s} (T_{iu} - T_s) \quad (6)$$

$$\phi_i = \frac{k_i}{h_i} (T_{id} - T_{iu}) \quad (7)$$

$$\phi_f = \frac{k_f}{h_f} (T_f - T_{id}) \quad (8)$$

$$\phi_a = \frac{T_f - T_a}{\frac{1}{h_{sa}} + \frac{h_s}{k_s} + \frac{h_i}{k_i} + \frac{h_f}{k_f}} \quad (9)$$

#### (3) 流水から河水底面への熱フラックス $\phi_w$

$\phi_w$  は式(10)で表わされる<sup>2)</sup>。  $C_{wi}$  は  $1622 \frac{W \cdot s^{0.8}}{m^{2.6}}$  であり、 $U_w[\frac{m}{s}]$  は鉛直平均流速、 $h_w[m]$  は河床から河水底面までの有効水深である。

$$\phi_w = C_{wi} \frac{U_w^{4/5}}{h_w^{1/5}} \times (T_w - T_f) \quad (10)$$

流水断面が大きい鉄管やコンクリート管などの平均流速の計算には Manning 式が広く用いられていることから、結氷河川において水圧が氷の割れ目から開放されるため完全な管路とはならないが、水面が氷によって覆われているため近似的な管路と仮定して Manning 式の適用を試みると式(11)となる。式(10)に式(11)

Key Words: 結氷河川, 氷板厚, 氷の形成, 氷の融解, 解氷

〒062-8602 北海道札幌市豊平区平岸1条3丁目1番34号 独立行政法人 土木研究所 寒地土木研究所 TEL011-841-1639

表-1 氷の物性値一覧

	$h_{sa}$	$\rho_i$	$L_i$	$k_i$	$\Delta t$
	熱交換係数	密度	潜熱	熱伝導率	時間
単位	$\frac{W}{m^2}$	$\frac{kg}{m^3}$	$\frac{Ws}{kg} = \frac{J}{kg}$	$\frac{W}{m}$	s
値	25.0	917.4	$3.336 \times 10^5$	2.31	$24 \times 60 \times 60$

を代入すると式 (12) となる。  $n_c$  は Manning の粗度係数で河床と河水の合成粗度であり、  $i$  は動水勾配である。

$$U_w = \beta h_w^{2/3}, \quad \beta = \frac{1}{2^{2/3}} \frac{\sqrt{i}}{n_c} \quad (11)$$

$$\phi_w = C_{wi} \beta^{4/5} T_w h_w^{1/3} \quad (12)$$

(4) 実用的な氷板厚計算式の導出

基礎式である式 (4) を差分し、式 (9)、式 (12) を代入すると氷板厚の計算式である式 (13) が導かれる。係数  $\alpha$  は式 (14) で定義し、河水底面温度  $T_f$  は 0 とした。

$$h_i = h'_i - A \frac{T_a}{h'_i} - W T_w h_w^{1/3} \quad (13)$$

$$\begin{cases} A = \left( \frac{k_i \Delta t}{\rho_i L_i} \right) \alpha \\ W = \left( \frac{C_{wi} \Delta t}{\rho_i L_i} \right) \beta^{4/5} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \alpha = \alpha' \times \alpha'' \\ \alpha' = 1 - \frac{\rho_s L_s \frac{dh_s}{dt}}{\phi_a} - \frac{\rho_f L_f \frac{dh_f}{dt}}{\phi_a} \\ \alpha'' = \frac{\frac{h'_i}{k_i}}{\frac{1}{h_{sa}} + \frac{h'_s}{k_s} + \frac{h'_i}{k_i} + \frac{h'_f}{k_f}} \end{cases} \quad (14)$$

さらに、式 (13) に表-1 の各値を代入すると、実用的な氷板厚の計算式である式 (15) が導出される。

$$h_i = h'_i - \left( \frac{65.2}{10^5} \right) \alpha \frac{T_a}{h'_i} - \left( \frac{45.8}{10^2} \right) \beta^{4/5} T_w h_w^{1/3} \quad (15)$$

式 (15) において、例えば 1 時間毎に氷板厚を計算する場合について説明する。式 (15) の  $T_a$ 、 $T_w$  は 1 日の平均値となるため、1 時間毎 (60 × 60 秒毎) の  $T_a$ 、 $T_w$  を用いる場合には、 $T_a \times \frac{60 \times 60}{24 \times 60 \times 60}$ 、 $T_w \times \frac{60 \times 60}{24 \times 60 \times 60}$  が入力値となる。 $h'_i$  [m] の初期条件は 1mm とし与え、それ以降は計算される 1 時間前の氷板厚を与え、係数  $\alpha$  について観測データが無い場合は、過去の氷板厚の観測値を指標として試行錯誤を行い決定する。係数  $\beta$  は過去の流量観測データ等を用いて式 (11) から決定し、気温  $T_a$  [ ]、水温  $T_w$  [ ]、有効水深  $h_w$  [m] は観測値を与える事により、氷板厚  $h_i$  [m] を 1 時間毎に計算する事ができる。本研究の係数  $\alpha$  は試行錯誤の結果から  $\alpha$  [無次元] = 0.6 とし、係数  $\beta$  は事前に実施した結氷時の流量観測データから  $\beta$  [ $\frac{m^{1/3}}{s}$ ] = 0.2381 を与えた。

有効水深  $h_w$  は、水位  $H$  [m]、河床高  $Z$  [m] を用いて式 (16) で表わされる。なお、 $h_s$  および  $h_f$  が  $h_i$  に比べて小さいと仮定すると、近似的に式 (17) となる。

$$h_w = H - Z - \left( \frac{\rho_s}{\rho_w} h_s + \frac{\rho_i}{\rho_w} h_i + \frac{\rho_f}{\rho_w} h_f \right) \quad (16)$$

$$h_w \approx H - Z - 0.9h'_i \quad (17)$$

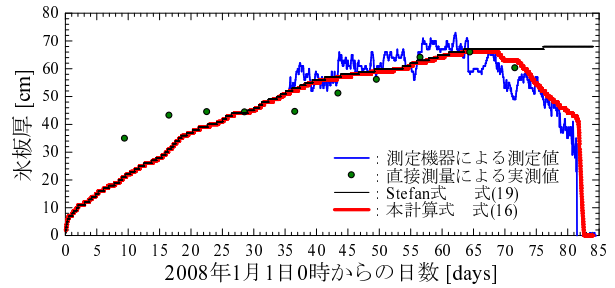


図-2 氷板厚の測定値と計算値

3. 実用的な氷板厚計算式の適応性

氷板厚の測定値および実測値と計算値を図-2 に示す。図-2 より、本計算式の計算値は氷板厚の変動を精度よく再現している。この事は、複雑な熱フラックスの計算をせずとも、係数  $\alpha$ 、係数  $\beta$  を適切に設定し、気温、水温、有効水深が既知であれば、氷板厚の変動を再現可能である事を示唆している。しかし、解氷時期については、計算値の方が測定値よりも遅れており危険側の計算結果となっている。本計算式は、河水自体の流下を考慮していないため時間遅れが現われたと推察され、その遅れ時間は約 19 時間程度である。

従来より氷板厚の計算に用いられている Stefan 式と本計算式の関係について考察する。Stefan 式は、式 (4) における  $\phi_w$  を 0 とし、変数分離および積分する事により、式 (18) の形で導かれる。

$$\hat{h}_i = \hat{\alpha} \sqrt{S} \quad (18)$$

$$\hat{\alpha} = \sqrt{\alpha \times \frac{2k_i \Delta t}{\rho_i L_i}}, \quad \alpha = \frac{\hat{\alpha}^2}{0.0013} \quad (19)$$

$\hat{h}_i$  [m] は氷板厚、 $S$  [・day] は積算寒度である。積算寒度とは計算開始日からマイナスの気温を積算した値である。Stefan 式の  $\hat{\alpha}$  と本計算式の  $\alpha$  は、式 (19) の関係にあり、表-1 の各値を代入した式も合わせて示す。 $\alpha=0.6$  の時の  $\hat{\alpha}$  は 0.028 であり、この時の Stefan 式の計算値も図-2 に示した。氷板の形成に関しては、Stefan 式の計算値と本計算式の計算値は、ほぼ同値で測定値と一致しており、解氷までの氷板の融解については、本計算式の方が精度良く測定値を再現している。

4. まとめ

気温、水温、有効水深を独立変数とする実用的な氷板厚計算式を開発し、本計算式は、降雪による積雪の増加、風による積雪の増減、流水による晶氷の増減の現象が卓越する地点においては係数  $\alpha$  を一定値として扱えない事や、河水底面の形状変化が大きい場合には係数  $\beta$  を一定値として扱えない事などの適応条件があるものの、本研究に用いた測定値との比較から係数  $\alpha$ 、係数  $\beta$  を適切に設定する事により、氷板の形成から解氷までを精度良く再現可能である事を示した。

参考文献

- 1) 吉川泰弘, 渡邊康玄, 早川博, 平井康幸: 天塩川における解氷時の氷板厚に関する研究, 土木学会, 河川技術論文集, 第 14 巻, 2009. [投稿中]
- 2) George D. Ashton, Ed.: River Lake Ice Engineering, Water Resources Publications, pp.289, 1986.