

結氷河川における 晶氷粒径分布と晶氷輸送量の現地観測

FIELD OBSERVATION OF FRAZIL PARTICLE DISTRIBUTION AND FRAZIL TRANSPORT CAPACITY IN ICE-COVERED RIVERS

吉川 泰弘¹・渡邊 康玄²・阿部 孝章³・伊藤 丹⁴

Yasuhiro YOSHIKAWA, Yasuharu WATANABE, Takaaki ABE, Akashi ITOU

¹ 正会員 博(工) 北見工業大学助教 社会環境工学科 (〒 090-8507 北海道北見市公園町 165 番地)

² 正会員 博(工) 北見工業大学教授 社会環境工学科 (〒 090-8507 北海道北見市公園町 165 番地)

³ 正会員 修(農) 寒地土木研究所 寒地河川チーム研究員 (〒 062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

⁴ 正会員 修(工) 寒地土木研究所 寒地河川チーム上席研究員 (〒 062-8602 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

Frazil particle distribution in ice-covered rivers is not well understood. In this paper, we carried out field observation in northern Hokkaido. In this result, shape of frazil particle distribution is sharper than normal distribution, and it is inclined to left side than normal distribution. Frazil particle size has two peaks, namely, high frequency size (0.46mm) and average size (2.45mm). Relationship between frazil transport capacity and dimensionless flow strength was investigated in an ice-covered river in Japan. Much frazil capacity has transported, because frazil particle size is small compared with previous research. Relationship between frazil particle size and 2nd power of shear velocity was examined. As the result, we considered transportation of frazil particle is smaller than transportation of soil particle.

Key Words: Ice covered River, Field Observation, Frazil particle distribution, Hokkaido

1. はじめに

冬期間における積雪寒冷地の河川は、気温の低下に伴い河道内に河水が形成され結氷する。河水は硬い氷板と軟らかい晶氷に大別される。河水が流下する過程で、河水が河道内で堆積するとアイスジャムが発生する。アイスジャムは、河水が河道を閉塞させる現象であり、流下断面積を狭めるため、急激な水位上昇を引き起こす。アイスジャムは、Surface ice jam と Frazil ice jam の 2 つのタイプに区分される¹⁾。Surface ice jam は、結氷初期および解氷期に水面上において多量の河水が堆積することにより発生する。Frazil ice jam は、河川結氷時に氷板下において多量の晶氷が堆積することにより発生する。

日本においては、解氷期に Surface ice jam が発生し、水位が約 3m まで急激に上昇した事例がある²⁾。Frazil ice jam においては、氷板下の晶氷の堆積状況を明らかにした既往研究³⁾はあるが、著者が知る限り北海道 1 級河川をみると、Frazil ice jam による水位上昇という現象は確認できていない。一方、晶氷に関する問題全般をみると、河川内に建設された生活用水、工業用水、発電用水等のための取水口に、晶氷および雪泥が流入し、取水障害が引き起こされる問題がある。この問題に対して様々な対策^{4)~7)}が検討されている。しかし、晶氷がいつ発生しどのように輸送されるかについては、十分には解明されていない。晶氷の発生については、現

地観測⁸⁾から、最大で数 mm 程度の晶氷が 10g/m²/min で発生していることを明らかにしている。晶氷の輸送については、現地観測、水理実験、データ解析¹⁾から、輸送量を無次元せん断力で評価し、輸送量は晶氷の形の影響を大きく受けることを指摘している。これらの既往研究は有益な知見を得ているが、晶氷の大きさや粒径分布に関しては、観測手法が確立されていないため、十分には議論されていない。

本研究は、晶氷に関する工学的な諸問題を解決するために、1 つの手段となる数値計算モデルの開発を念頭におき、この第一歩として、晶氷粒径分布と晶氷輸送量に関する知見を得ることを目的としている。本研究では以下の内容を実施した。現地観測を実施し観測データの解析を行った。厳しい現場状況における晶氷粒径分布の測定方法を開発した。得られた晶氷粒径分布を統計的に解析し、その特徴を明らかにした。晶氷輸送量と無次元せん断力の関係が、日本の河川においても成り立つか検討した。さらに、晶氷輸送時における晶氷粒径と摩擦速度の 2 乗の関係を検討した。

2. 現地観測

(1) 観測日時と観測地点

2010 年 12 月から 2011 年 3 月の期間において、北海道北部に位置する天塩川を対象に現地観測を実施した。本観測の位置図を図-1 に示す。なお、本観測区間内は、



図-1 本観測の位置図 (KP はキロポストの略で河口からの距離 km, 晶氷採取期間: Dec.20,2010 - Feb.20,2011)

2007 年 1 月から 2 月までの現地観測⁸⁾, 2008 年 1 月から 3 月までの現地観測⁹⁾ から, 晶氷が多く存在する区間であることが分かっている。

(2) 観測内容

晶氷採取は, 2010 年 12 月 20 日から 2011 年 2 月 20 日の期間において, 図-1 の地点 A, B, C, D, E の 5 地点で計 189 回実施した。地点 B においては, 晶氷厚の定期的な実測を計 5 回行った。流速分布と晶氷輸送速度を測定¹⁰⁾ するために, ADCP(WorkHorse Sentinel 1200kHz, RD Instruments) を河床に設置し 10 分毎に連続データを測定した。晶氷が存在しているか否かを判断³⁾ するために, SWIP(Shallow Water Ice profiler ASL Environmental Sciences) を河床に設置した。これらの機器は, 川幅約 90m の地点 B の横断面において, 右岸から 15m, 水深約 2m の位置に設置した。また, 結氷状況を把握するために, 河口より 106km 地点から 120km 地点の区間において, 上空撮影を計 6 回行った。

上空撮影写真から平面結氷比¹¹⁾ を算出した。平面結氷比は値が大きいほど平面に占める結氷の割合が大きくなり, 平面結氷比が 1 で全面結氷である。平面結氷比は, 結氷平面積÷低水路平面積として求めた。本検討では, 結氷平面積は低水路内における白色箇所を結氷と仮定して算出した。区間毎の平面結氷比の時間変化を図-2 に示す。図-2 より, 2010 年 12 月 28 日から 2011 年 1 月 26 日の期間において, KP110 より上流は結氷が進み, KP110 より下流は結氷が進んでいない。既往研究¹²⁾ により算出した河床勾配において, KP106 から KP110 の平均河床勾配は 1/753, KP110 から KP114 の平均河床勾配は 1/1399 である。KP106 から KP110 は, 結氷が進んでいる上流に比べて急勾配であるため, 流速が速く結氷が進まなかったと推定できる。本観測の晶氷採取地点は, 開水面がみえている部分結氷, 水面を河氷が覆う完全結氷という結氷状況であったことが分かる。

(3) 晶氷採取方法と晶氷粒径分布測定方法

晶氷採取について, 完全結氷時は河氷に空けた穴にバンドーン採水器を入れて採取し, 部分結氷時は河氷上または橋上から紐付きバケツを開水面に入れて採取

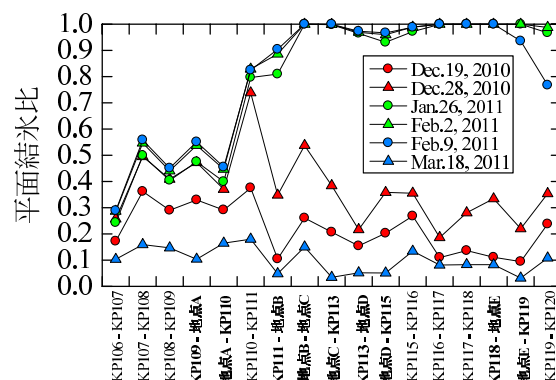


図-2 平面結氷比の河川縦断変化 (天塩川 Dec.2010-Mar.2011)

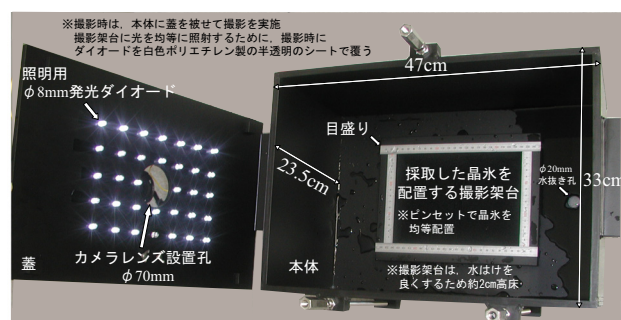


図-3 本観測で用いた晶氷粒径撮影装置

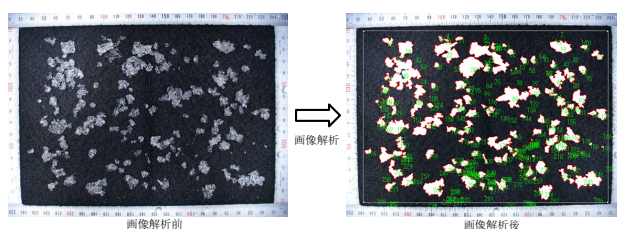


図-4 晶氷粒径の画像解析例 (地点 B, 2011 年 2 月 14 日観測)

した。採取した晶氷を写真撮影した。なお, 晶氷採取時に晶氷が溶けて粒径が小さくなることを防止するために, 晶氷採取は気温低下時である朝方に実施した。晶氷採取時には気温と水温を測定しており, 計 189 回の平均気温は-9.3℃, 平均水温は 0.43℃であり温度は低い状況であった。また, 晶氷採取時および写真撮影時の目視においても, 晶氷が溶ける状況は確認されていない。写真撮影までの手順は, 採取した晶氷を早急に目の細かい水切り板に通して水切りを行い, 水切り板の下にペーパータオルを当てて水分を吸い取らせる。この晶氷を晶氷粒径撮影装置の撮影架台に, 晶氷同士が重ならないようにピンセットを用いて配置し写真撮影

を実施した。

晶氷粒径撮影装置を図-3に示す。晶氷は時間経過とともに融解されるため、採取後すぐに現場で撮影する必要がある。装置の製作に当たり、雪、雨、風、雲量により現地状況が変化するなかで安定した撮影環境を作るために、雪、雨、風を防ぐ蓋を設置し、一定の照度となるように蓋に照明を設置した。

晶氷粒径分布の測定方法は、撮影した写真を、画像解析ソフト (Image-Pro Plus ver.4.0) を用いて、各粒径の平均直径、最大直径、最小直径および各粒径の個数を計測した。平均直径は粒子の重心を通る径を2度刻みに測定した平均値、最大直径は粒子の重心を通る最大の径、最小直径は粒子の重心を通る最小の径である。図-4に画像解析前後を示す。画像解析ソフトの精度について、プラニメーター (Tamaya Digitizing Area Line Meter) による実測値との比較を行った。0.5mm から 30mm の19個の粒子において最大直径と最小直径を比較した結果、相関係数は0.95以上であり測定精度は高いと判断した。なお、画像解析に用いた画像の大きさは3872×2592pixelであり、画像解析における1pixelの実際の長さは0.0867mmである。

3. 晶氷粒径分布

現地観測および画像解析により得られた計189回分の晶氷粒径において、晶氷粒径を平均直径とした場合の晶氷粒径分布を対象に、度数分布と加積曲線の特徴、晶氷粒径の算術平均値と最頻値について検討を行った。

(1) 度数分布と加積曲線

度数分布の特徴をみる指標として歪度 (わいど) と尖度 (せんど) がある。歪度は、度数分布が対称か非対称かをみるものである。左右対称である正規分布を基準に、分布が左側に広がっている場合の歪度は正の値であり、分布が右側に広がっている場合の歪度は負の値とある。歪度がゼロの場合は正規分布となる。尖度は、度数分布が尖っているかをみるものである。正規分布の場合は尖度が3である。分布が尖っている鋭峰の場合の尖度は3以上の値であり、分布が尖っていない鈍峰の場合の尖度は3以下の値となる。歪度は偏差3乗平均3乗根の法を用い、尖度は偏差4乗平均4乗根の法を用いた¹³⁾。晶氷粒径分布の歪度と尖度を図-5に示す。歪度は正の値であり尖度は3以上である。晶氷粒径分布は、正規分布に比べて左側に分布しており尖っている度数分布の特徴があると分かる。

土の粒度試験で用いられている粒径加積曲線における均等係数と曲率係数について、本観測で得られた晶氷の粒径加積曲線へ適用した。均等係数は粒径加積曲線の傾きを表したもので、曲率係数は粒径加積曲線のなだらかさを表したものである。粒度分布が良い場合は、均等係数が10以上、曲率係数が1以上で (均等係数)^{1/2} 以下の場合¹⁴⁾ である。均等係数と曲率係数を図-6に示

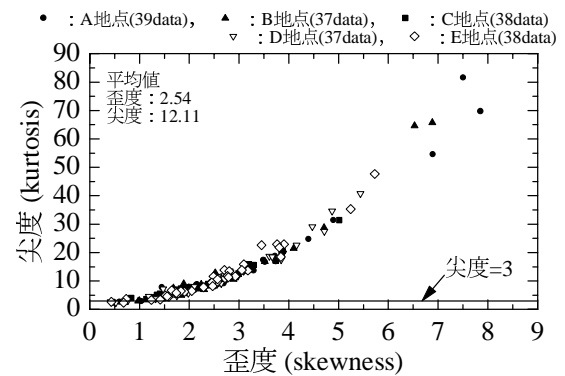


図-5 晶氷粒径分布の歪度と尖度

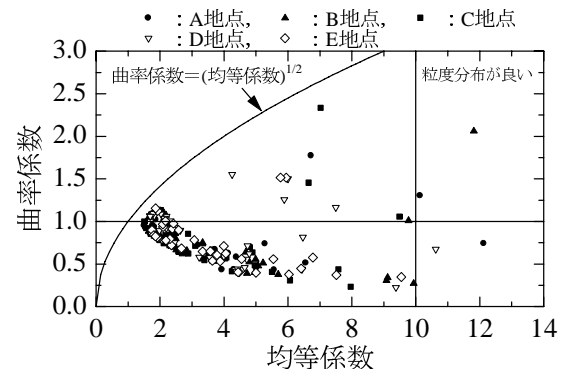


図-6 晶氷粒径加積曲線の均等係数と曲率係数

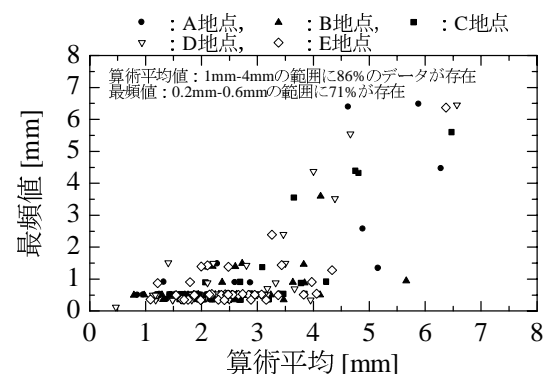


図-7 晶氷粒径の算術平均と最頻値

す。図-6より、晶氷粒径分布を土の粒度試験に適用すると「粒度分布が悪い」と言える。

(2) 算術平均値と最頻値

本観測で得られた晶氷粒径分布は、正規分布に比べて左側に偏っており尖っていることが明らかとなった。左右非対称の度数分布の場合、一般に用いられる全データの和を個数で割った算術平均値と最も多い頻度で出現する最頻値は乖離する。その程度を明らかにするために、晶氷粒径分布の算術平均値と最頻値を図-7に示す。図-7より算術平均値と最頻値は乖離していることが分かる。算術平均値は、1mm から 4mm の範囲に全データの86%が収まり、この範囲の平均値は2.45mmである。最頻値は、0.4mm-0.6mmの範囲に全データの71%が収まり、この範囲の平均値は0.46mmである。

計189回の晶氷粒径分布における晶氷粒径の度数分布と加積曲線の平均値を図-8に示す。図-8の粒径が小さい方からみていくと、0.2mm から 1.0mm の晶氷で

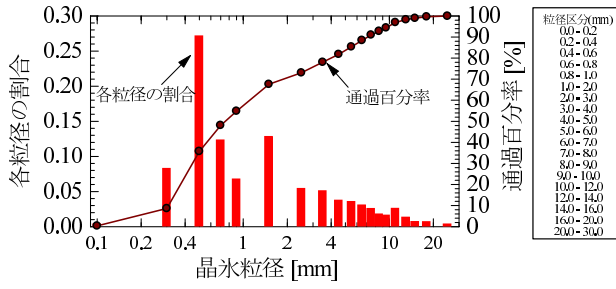


図-8 晶氷粒径の度数分布と加積曲線

は、0.4mm-0.6mm の晶氷が多く存在し、0.2mm-0.4mm の晶氷と 0.6mm-1.0mm の晶氷は少ない。1.0mm 以上の晶氷では、1.0mm-2.0mm の晶氷が多く存在し、その後は粒径の大きさに比例して少なくなる。現地観測から、0.4mm-0.6mm の晶氷と 1.0mm-2.0mm の晶氷は、前後の晶氷粒径と比較して多く存在することが分かり、晶氷粒径分布は晶氷粒径 1mm を境に 2 つのピークを持つことが示唆された。また、0.4mm-0.6mm の晶氷は最頻値の区分と同じであり、1.0mm-2.0mm の晶氷は算術平均値に近い区分であった。

4. 晶氷輸送量

本研究で得られた観測データを用いて、晶氷輸送量と無次元せん断力の関係および晶氷輸送時における晶氷粒径と摩擦速度の 2 乗の関係について検討を行った。

(1) 晶氷輸送量と無次元せん断力

晶氷の形の影響を考慮した晶氷輸送量と無次元せん断力は、Shen¹⁾ により提案された式 (1) と式 (2) で表わされる。

$$\Phi = \frac{q_f}{F \sqrt{\Delta g d_f^3}} \quad (1)$$

$$\Theta = \frac{U_*^2}{F^2 \Delta g d_f} \quad (2)$$

ここで、 Φ ：無次元晶氷輸送量、 Θ ：無次元せん断力、 q_f [m²/s]：単位幅晶氷輸送量 (= 晶氷厚 h_f × 晶氷速度 u_f)、 d_f [m]：晶氷粒径、 U_* [m/s]：摩擦速度、 F [無次元]：沈降速度係数、 Δ [無次元]：水中比重で $(\rho_w - \rho_i)/\rho_w$ となり、 ρ_w [kg/m³]：水の密度で 1000 を与え、 ρ_i [kg/m³]：氷の密度で 917 を与えた。 g [m/s²]：重力加速度で 9.8 を与えた。なお、Rubey¹⁵⁾ により提案された沈降速度係数 F は、沈降速度 ω [m/s] と式 (3) の関係にある。

$$\omega = F \sqrt{\Delta g d_f} \quad (3)$$

晶氷厚 h_f は、観測値を用いて線形補完を行い連続的に値を得た。晶氷速度 u_f は、既往研究¹⁰⁾ を参考に、ADCP のトラッキング値を用いた。動いている河水が氷板か晶氷かについては、SWIP の実測値から晶氷であることを確認している。

晶氷粒径 d_f について、本研究の晶氷粒径分布の解析

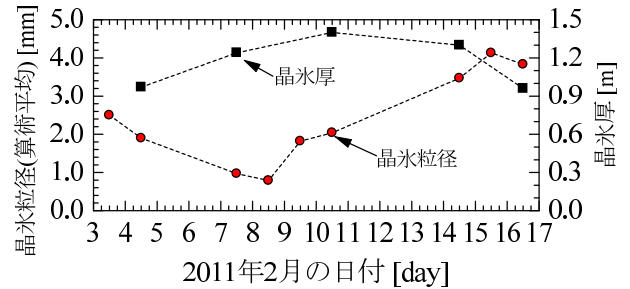


図-9 晶氷粒径と晶氷厚の観測値 (地点 B)

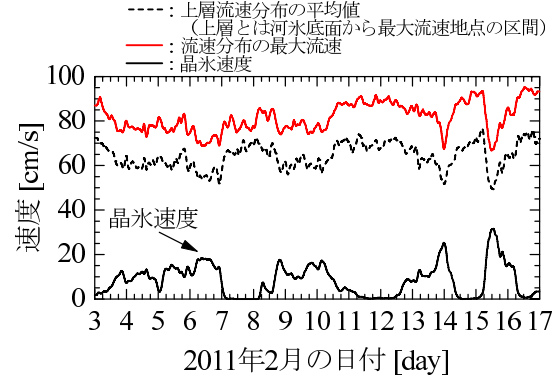


図-10 ADCP から得られた流速と晶氷速度の測定値 (地点 B)

から、算術平均値と最頻値で値が異なることが分かった。晶氷粒径 d_f を算術平均値とするか最頻値とするかは議論が必要である。本研究では以下の仮説を立てて検討を進めた。晶氷粒径分布において 2 つのピークがあったことから、小さい粒子は浮遊砂的な挙動を示し、大きな粒子は掃流砂的な挙動を示すと仮定した。式 (1) と式 (2) は、土砂の掃流砂量式の考えに基づいて導かれていることから、晶氷の掃流砂的な挙動を対象としていと考えられる。このため、本研究では、晶氷粒径は 2 つのピークの内、大きい粒子である算術平均値とした。

摩擦速度 U_* は、ADCP の流速分布から推定した。河川結氷時の流速分布は、Ashton¹⁶⁾ にならい式 (4) とした。最大流速 u_{max} とその地点から河氷底面までの距離 y_{max} を式 (4) に代入し、相当粗度高 k_s を表わすと式 (5) となる。式 (5) を式 (4) に代入すると式 (6) が導かれる。図-11 に、結氷河川の流速分布の観測値と式 (4) の計算値の一例を示す。図より、式 (4) は観測した流速分布を良く再現していることが分かる。

$$u = 2.5 U_* \ln \left(\frac{30y}{k_s} \right) \quad (4)$$

$$k_s = \exp(\ln(30y_{max}) - \frac{u_{max}}{2.5U_*}) \quad (5)$$

$$U_* = \frac{u - u_{max}}{2.5 \ln \left(\frac{y}{y_{max}} \right)} \quad (6)$$

ADCP から得られた平均流速 \bar{u} とその地点の水深 \bar{y} を、式 (6) の u と y に代入すれば U_* が算出できる。ここで、平均流速 \bar{u} は最大流速 u_{max} とその地点から河氷底面までの距離における値であり、水深 \bar{y} は簡便のため y_{max} の中心と仮定して $\bar{y} = y_{max}/2$ とした。図-11 の観測値

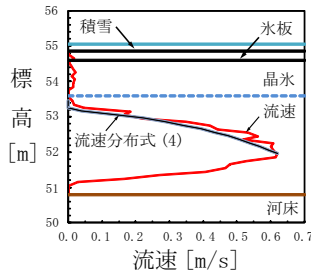


図-11 結氷河川の流速分布の一例 (2011 年 1 月 14 日, 恩根内観測所 (地点 B), 左岸から 65m 地点, 電磁流速計で水深 10cm 毎に測定)

において, 実測した \bar{y} と $y_{max}/2$ の誤差は y_{max} に対して 8% であった. 本検討では簡便であり誤差が小さいことから $\bar{y} = y_{max}/2$ と仮定して検討を進めた.

晶氷厚 h_f , 晶氷粒径 d_f , 晶氷速度 u_f , 平均流速 \bar{u} , 最大流速 u_{max} を図-9,10 に示す. 沈降速度係数 F は, Mantz¹⁷⁾ の式 (7) で表わされる.

$$\frac{1}{F} = 3.18 - 18.22\alpha_p + 80.46\alpha_p^2 - 171.46\alpha_p^3 + 140.95\alpha_p^4 \quad (7)$$

$$\alpha_p = \frac{c}{\sqrt{ab}} \quad (8)$$

$a[m]$: 長径, $b[m]$: 中間の径で算術平均を与えた. $c[m]$: 短径である. ここで変数を減らすために, 式 (9) と式 (10) を仮定した.

$$a = A \times c \quad (9)$$

$$b = \frac{a+c}{2} \quad (10)$$

A は定数である. 式 (9) の関係について, 画像解析から得られた値を図-12 に示す. 図-12 より相関が高いことが分かり, 式 (9) は成立することが推定される. 図-12 において定数 A は約 2 であり, 晶氷の長径は短径の約 2 倍であることを示している.

式 (10) の関係について, 画像解析から得られた値を用いて, 中間の径 b と $(a+c)/2$ の相関係数を求めた. 相関係数は 0.9997 と相関が高く, 画像解析から得られた値において式 (10) は成立することが分かる.

また, 式 (9) と式 (10) を連立させると式 (11) となり, 中間の径 b を与えれば, 式 (7), 式 (8), 式 (9) を用いて沈降速度係数 F を算出することが可能となる.

$$c = \frac{2b}{1+A} \quad (11)$$

上記の手法で得た観測値を式 (1) と式 (2) に代入し, 得た値を図-13 に示す. 図-13 には, Shen の論文¹⁾ に記載されている既往研究の値および実測値と一致する関係式を示している. 図-13 より本観測データはばらつきが大きい. この要因として, 与えた晶氷粒径 d_f および晶氷厚 h_f は, 観測値データを線形補完して与えているため, 摩擦速度 u_* や晶氷速度 u_f のような連続デー

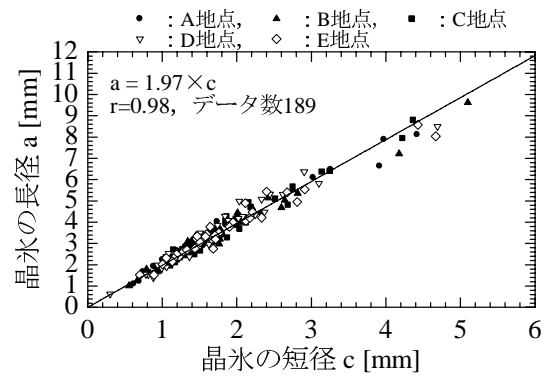


図-12 晶氷粒径における短径と長径

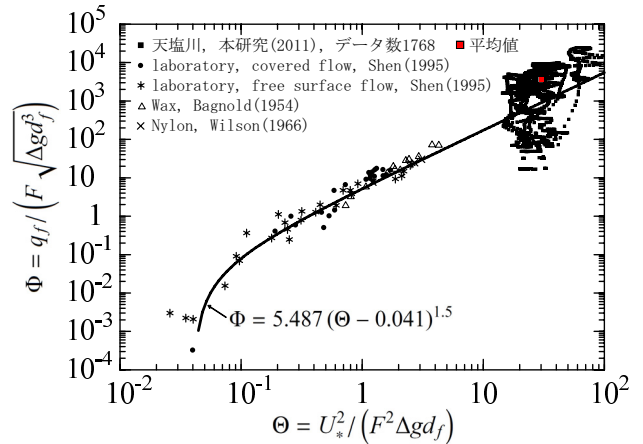


図-13 晶氷における無次元せん断力と単位幅輸送量

タとなっていない. このため晶氷粒径 d_f および晶氷厚 h_f の時系列変化を適切に与えていないため, ばらつきが大きくなったと推察できる. 一方で, 晶氷粒径 d_f および晶氷厚 h_f は, 時々刻々と変化していることを示唆している. 図-13 より, 本観測データは, 実測値と一致する関係式の近傍にあり, 値は既往研究の値に比べて大きい. 仮に晶氷粒径を 10 倍にして計算したところ, 実測値と一致する関係式の線上に沿って, Φ および Θ の値が小さくなった. 値が大きい要因として晶氷粒径が小さいことが上げられる. このことは, 本観測地点は, 晶氷粒径が既往研究に比べて小さいため, より多くの晶氷が輸送されることを示している.

(2) 晶氷粒径と摩擦速度の 2 乗

河床に存在する土粒子が掃流力により移動するか否かを判断する際には, 粒径と摩擦速度の 2 乗の関係式を用いる方法がある. 本検討は, 土粒子の移動判定の考えに基づき, 晶氷輸送時の晶氷粒径と摩擦速度の 2 乗の関係を検討した. 本観測データを用いて, 晶氷粒径と摩擦速度の 2 乗の関係を図-14 に示す. 図-14 より, 本観測データは上下に振幅をもっている. 要因として, 本河川の上流に発電施設を持つダムが存在し, 発電のために放流を繰り返しているためと推定できる.

図-14 には, 晶氷の輸送がある場合とない場合の値を示している. また, 晶氷の輸送がある場合の観測データを用いて, 最小二乗法により求めたべき関数を示し, 一様粒径砂礫の限界掃流力の算定式である岩垣の式¹⁸⁾

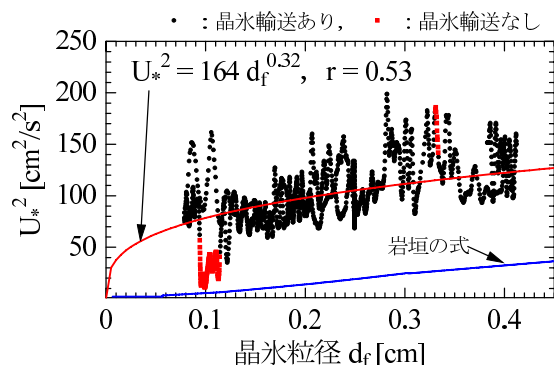


図-14 晶氷粒径と摩擦速度の2乗

を示した。図中の岩垣の式より上の値であれば土粒子は移動することになる。

図-14の晶氷粒径約0.1mm付近と晶氷粒径約0.33mm付近において、晶氷が輸送されていない期間がある。この期間は図-10における晶氷流速がゼロとなる期間であり、SWIPのデータをみると晶氷濃度が薄い場合晶氷自体が存在していない可能性がある。晶氷を輸送する流体力はあるものの、この地点に晶氷が存在していない状況と考えられる。

図-14より、本観測データは全て岩垣の式よりも上に位置し、土粒子であれば移動する条件となっている。岩垣の式と観測データから求めたべき関数との間に乖離があることから、本観測データだけでは結論付けられないが、晶氷は土粒子に比べて輸送されにくいことが予見される。

5. おわりに

本研究は、従来まで明らかとされていなかった晶氷の粒径分布について、厳しい現地状況に対応した晶氷粒径撮影装置を開発し、得られた晶氷粒径分布の解析から以下のことが分かった。晶氷粒径分布は、正規分布に比べて左側に分布しており尖っている度数分布の特徴がある。晶氷粒径分布は、晶氷粒径1mmを境に0.4mm-0.6mmの晶氷と1.0mm-2.0mmの晶氷の2つのピークを持つことが示唆された。また、0.4mm-0.6mmの晶氷は最頻値の区分と同じであり、1.0mm-2.0mmの晶氷は算術平均値に近い区分であることが分かった。

日本の結氷河川においても晶氷輸送量と無次元せん断力の関係が見い出された。本観測地点は、晶氷粒径が海外の既往研究に比べて小さいため、より多くの晶氷が輸送されていることが推察された。晶氷粒径が小さい要因として、気温、水温、流速等が考えられる。これらの要因が、晶氷粒径にどの程度影響を評与しているかを評価するためには、観測データを蓄積し検討を重ねる必要がある。

晶氷輸送時における晶氷粒径と摩擦速度の2乗の関係を検討し、晶氷は土粒子に比べて輸送されにくいことが予見された。

謝辞：Clarkson UniversityのProfessor Hung Tao Shenには本研究の着想を頂いた。北海道開発局より資料提供

の御協力を頂いた。福田水文センター、北海道フィールドサポートより現地観測等の御協力を頂いた。本研究は科研費基盤研究(B)24360197 および河川整備基金24-1114-001の助成を受けたものである。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Shen, H. T., and Wang, D. S. : UNDER COVER TRANSPORT AND ACCUMULATION OF FRAZIL GRANULES, Journal of Hydraulic Engineering, Vol.121, No.2, February, pp184-195, 1995.
- 2) 吉川泰弘, 渡邊康玄, 早川博, 平井康幸 : 2010年2月に渚滑川で発生したアイスジャムに関する研究, 土木学会, 河川技術論文集, 第17巻, pp.353-358, 2011.
- 3) 橋場雅弘, 吉川泰弘, 渡邊康玄 : 結氷河川におけるSWIPを用いた河水の晶氷厚の測定, 土木学会, 河川技術論文集, 第16巻, pp.271-276, 2010.
- 4) 峯田稔, 山崎誠, 平山健一, 杉田誠 : 小規模寒地河川における流水雪制御方法に関する研究, 水工学論文集, 第37巻, pp.135-140, 1993.
- 5) 植田知行, 高橋喜一, 羽山芳則, 宇佐見宣拓, 佐伯浩 : 寒地技術シンポジウム, 第19回, pp.356-363, 2003.
- 6) 植田知行, 原文宏, 高橋喜一, 羽山芳則, 宇佐見宣拓, 佐伯浩 : 寒地技術シンポジウム, 第19回, pp.364-370, 2003.
- 7) Daly, S. F. : Frazil Ice Blockage of Intake Trash Racks, CRR-REL, Cold Regions Technical Digest, No.91-1, pp.1-12, 1991.
- 8) 宇佐美宣拓, 吉田剛, 山下俊彦 : 寒冷地河川で発生する晶氷に関する現地観測, 水工学論文集, 第52巻, pp.499-504, 2008.
- 9) 吉川泰弘, 渡邊康玄, 早川博, 清治真人 : 氷板下における晶氷厚の連続測定, 土木学会, 水工学論文集, 第53巻, pp.1027-1032, 2009.
- 10) 橋場雅弘, 吉川泰弘 : 天塩川における河川解氷時の河水の挙動に関する現地観測, 土木学会, 河川技術論文集, 第17巻, pp.365-370, 2011.
- 11) 吉川泰弘, 渡邊康玄, 早川博, 平井康幸 : 河川解氷時の河水の破壊と流下に関する研究, 土木学会論文集B1(水工学), Vol.67, No.4, pp.L1075-L1080, 2011.
- 12) 吉川泰弘, 渡邊康玄, 早川博, 平井康幸 : 寒地河川における河水変動と水位変化に関する研究, 土木学会, 河川技術論文集, 第16巻, pp.247-252, 2010.
- 13) 岸根卓郎 : 理論・応用 統計学, 株式会社養賢会, 訂正第2版, pp.68-74, 1968.
- 14) 河上房義 : 土質力学, 森北出版株式会社, 第6版, pp.15, 1997.
- 15) Rubey, W. W. : Settling velocities of gravel, sand, and silt particles, American Journal of Science, 25(148), pp.325-338, 1933.
- 16) Ashton, G. D. : RIVER LAKE ICE ENGINEERING, Water Resources Publications, LLC, second printing, pp.308, 2004.
- 17) Mantz, P. A. : Low sediment transport rates over flat beds, Journal of Hydraulic Div., ASCE, 106(7), pp1173-1190, 1980.
- 18) 椿東一郎 : 水理学 (第14章), 基礎土木工学全書7(森北出版), 1974.