

M- ϕ 関係が部分軟化する柱部材の非線形 曲げ振動応答解析における安定性の検討

大島俊之¹・三上修一²・山崎智之³

小倉裕介⁴・石川義樹⁴

¹フェロー 工博 北見工業大学教授 工学部土木開発工学科 (〒090-8507 北見市公園町165番地)

²正会員 博士(工) 北見工業大学助教授 工学部土木開発工学科 (〒090-8507 北見市公園町165番地)

³正会員 北見工業大学助手 工学部土木開発工学科 (〒090-8507 北見市公園町165番地)

⁴正会員 工修 ㈱八千代エンジニアリング (〒153-0061 東京都目黒区中目黒1丁目10-21)

本論文は履歴復元力である曲げモーメント (M) - 曲率 (ϕ) の関係が部分的に軟化する柱部材の非線形曲げ振動応答解析を対象として、数値解析上の計算の安定性を検討して不安定時の処理法を提案するとともに、その弾塑性応答解析結果を示した。また従来より用いられている M - ϕ 関係を直線近似して解析する手法との比較を行うため、エネルギー応答や応答軌跡を位相平面で比較する方法などによって検討した。

また計算過程の検証を行うため、既往の実験結果との比較計算を実施した。

Key Words : nonlinear bending oscillation, M - ϕ softening, bifurcation, Duffing equation

1. まえがき

本論文では、曲げモーメント (M) - 曲率 (ϕ) 関係の復元力特性が軟化部を有する場合の柱状曲げ部材を対象として、その非線形弾塑性振動応答解析の数値計算上の安定性を動的分岐問題として検討している。従来より行われてきた、この種の復元力の軟化を考慮した研究としては、Duffing 型振動方程式に関連した理論的研究と地震時に構造物が損傷や局部座屈を受けて復元力特性が軟化 (劣化による剛性低下を含む) する地震時の弾塑性動的応答解析に関連する多くの研究に大別される。

Duffing 型振動方程式に関連する理論的研究には摂動法を用いた解の安定・不安定性に関する様々な研究や Poincaré Map を用いたカオス構造に関連する研究など多くの研究がある^{1)~4)}。これらの中で特に本論文に関連する研究としては系のエネルギーつり合い安定に基づく Bifurcation Point (分岐点) または Saddle Point (鞍点) における振動応答の飛び移り現象に関連する一連の研究^{2), 5)}が上げられる。一方、地震時に構造物の復元力特性が軟化を有する場合の弾塑性応答解析に関連する研究としては、鉄筋コンクリート橋脚や鋼製橋脚に関連する多くの実験的研究や、その数値シミュレーションによる再現に関する研究など多くの研究

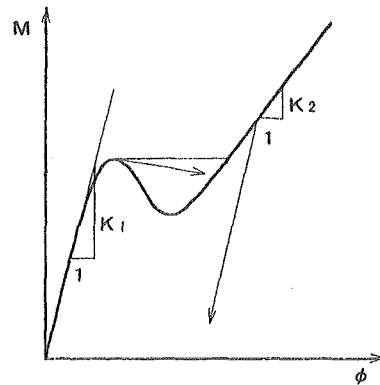


図-1 復元力特性

があるが^{6)~28)}、これらの中で、特に本論文に関連する研究としては構造物へのエネルギー入力に着目した加藤・秋山ら^{29), 30)}、大野・西岡・藤野ら²⁸⁾、平尾・沢田・成行・笹田ら²⁶⁾の研究、および構造系の Post Peak の安定性に着目した田辺ら^{13), 14)}、岡村・前川ら^{15), 31)}の研究があげられる³²⁾。

本論文では、周期水平外力を受け M - ϕ 関係の軟化部を含みながら曲げ振動する柱部材の弾塑性応答解析を対象として、その数値シミュレーションの安定性について検討する。即ち、図-1のように M - ϕ 関係が軟

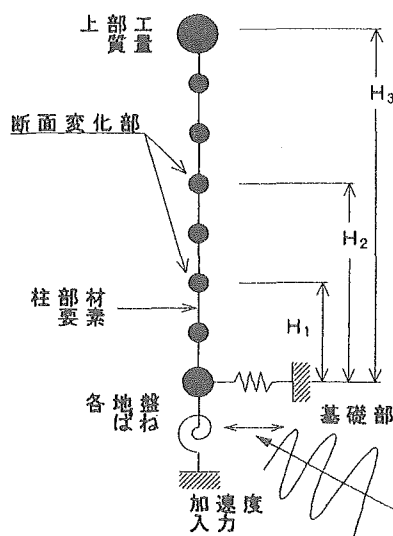


図-2 柱部材の離散質点系解析モデル

化部を持ち、ピーク後異なる変形モードに飛び移る復元力特性を有する場合には、前述の Duffing 型振動方程式と同様、数値計算上の特異点となるので、入力エネルギーとつり合いながら数値計算シミュレーションを続行するにはこの点を突破する何らかの処理方法が必要である。したがって、本論文では振動系に履歴吸収される内部エネルギーと運動エネルギーの総和と入力エネルギーとのつり合いを考慮しながらこの特異点を突破する手法を検討するとともに、計算手法を検証するため既往の実験結果との比較についても検討する。

2. M-φ 曲線が軟化する柱部材の非線形曲げ振動応答解析

(1) 解析概要

本論文では柱部材の曲げ振動における非線形応答解析を対象としているので、橋脚を想定した図-2のような解析モデルを考える。この解析モデルでは実際の橋梁を想定して上部工に相当する質量を考慮するとともに、柱下部には基礎工の影響をモデル化した2成分の地盤バネを考慮している。また、柱の中間部には断面変化部（段落し部）を設けておりこの部分で軟化が発生しやすい。この軟化の影響の詳細については次項で述べている。

一般に図-2のようなモデル化では上下方向加振の影響は上部工重量の偏心荷重の効果により柱部材の耐力特性の上では無視できない。しかし、本論文では M-φ 曲線の軟化の影響のみに着目しているためこの上下方向加振入力とは考慮せず、水平方向加振のみを考慮することとする。なお、柱部材要素には上部工重量による軸力の影響は考慮されている。

動的応答解析のモデル化では、有限要素法の微小変形はり要素を用いており、断面分割法によりはり要素の曲げ剛性 EI を計算する際にも前述のように軸力成分としての上部工重量分を考慮している。なおはり要素の塑性化の影響は要素両端に集中させており、増分形式で計算する過程でこの塑性化の影響は要素内で線形近似していることになる。また、本論文では復元力特性の軟化の影響を検討することを主眼としているので、構造モデル全体に対しての構造減衰の影響を無視している。したがって構造系への入力エネルギーはすべて構造系の内部履歴吸収エネルギーと運動エネルギーとで分担されている³⁰⁾。

したがって減衰を含まない非線形の復元力を有する構造系の運動方程式を

$$[M]\{\ddot{u}\} + \{R(u)\} = \{P(t)\} \quad (1)$$

とする。ただし $\{u\}$ は相対変位ベクトル、 $[M]$ は質量マトリックス、 $\{R(u)\}$ は非線形復元力、 $\{P(t)\}$ は外力ベクトルである。

また、微小時間間隔 Δt に対して有効な剛性マトリックスを $[K_e]$ とすると、式(1)は増分形で次式となる。

$$[M]\{\Delta\ddot{u}\} + [K_e]\{\Delta u\} = \{\Delta P(t)\} \quad (2)$$

また上式の時刻歴応答解析における数値積分には本論文では Wilson の θ 法³³⁾を用いた。

次に、エネルギーのつり合い式は次式となる³⁰⁾。

$$\begin{aligned} \int \{\dot{u}\}^T [M] \{\Delta\ddot{u}\} \Delta t + \int \{\dot{u}\}^T [K_e] \{\Delta u\} dt \\ = \int \{\dot{u}\}^T \{\Delta P(t)\} dt \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、各項は左辺より運動エネルギー、履歴吸収エネルギー、右辺は外力からの入力エネルギーを表す。なお、履歴吸収エネルギーは弾性ひずみエネルギーと塑性ひずみエネルギーを分離して表現する方法もあるが、ここでは両者の総和として用いている³⁰⁾。式(3)の傾向としては本論文では構造および地盤の減衰の影響を除いているので、外力によって構造系に入力されたエネルギーは常に運動エネルギーと履歴吸収エネルギーの総和につり合っており、最終的には履歴吸収エネルギーの蓄積によって入力エネルギーが消費され、構造物の破壊や損傷の程度を示す指標となっている^{8), 23), 26), 28), 29), 30), 34)}。

動的応答解析の過程で柱部材に M-φ 曲線の軟化が発生し、すなわち復元力が低下して振動系の固有値に負の値が発生する場合には振動系が不安定領域に入る。したがって、本論文ではこの数値計算上振動系が不安

定領域に入った直後に逐次時間積分を一時的に停止する。そしてその時刻での構造系の固有値解析を行い、負の固有値に対する固有ベクトルから求まる各振動モードに対する内部履歴吸収エネルギー U を計算する。そしてこれらのうち最も零に近い負の固有値に対応する振動モードを用い、内部履歴吸収エネルギー U を最小にするように固有ベクトルに対する乗数 α を決定して、分岐後の経路を選択し、次の時間ステップに対する応答値を確定する。その後は逐次時間積分を再開して、復元力の復活を確認しながら応答計算を続けることとなる。2章及び3章の解析ではRC柱を対象としてこれらのモデル化の具体的な数値計算結果による検証および直線近似（置換履歴系）による計算との比較について述べている。

(2) M- ϕ 特性の軟化の影響と動的分岐理論

本論文の解析ではM- ϕ 曲線の軟化の影響を検討するため柱部材の中間に断面の変化部を設けて塑性化や局部座屈の影響を考慮している。このM- ϕ 関係の復元力特性のモデル化における部分的軟化の影響については、RC橋脚と鋼製橋脚の両方に例が見られる。RC橋脚においては後に述べるように断面分割法によってM- ϕ 関係を求める場合、塑性化初期にはコンクリートのひび割れ、および塑性化によって引張部コンクリートが逐次的に剛性低下し、最終的に鉄筋の応力と圧縮部コンクリートからなる抵抗曲げモーメントが作用曲げモーメントにつり合うまでの間、中立軸を増分的に移動させて計算するため、一時的にM- ϕ 曲線では軟化部が発生することがある。具体的計算例については次の項で示すことにする。また同様に鋼製橋脚の場合も局部座屈の進展によって耐荷力を減少させる^{6), 20), 36)}。

一般に時刻歴応答解析において材料の応力ひずみ構成則の弾塑性挙動を考慮する場合や、部材のM- ϕ 関係などの履歴復元力特性に軟化の影響を考慮する場合などは弾塑性振動系の動的臨界挙動解析問題となり、研究の歴史は長い^{32), 35), 36)}。これらの研究は大別して弾塑性（非線形）振動系の臨界点近傍における解析精度に関するものと、臨界点以降（分岐後）の解析精度及び解析の安定性に関するものとに分類される³²⁾。前者については座屈等の不安定現象の解析や動的臨界挙動の解析と同種である。この非線形座屈解析など臨界点近傍における解析精度向上のためにはこれまで、変位増分法の併用や弧長増分法の応用³⁷⁾、また増分摂動法の応用³²⁾など種々の工夫が開発されている。これに対して後者の臨界点以後（分岐点）の動的挙動の追跡や解析精度に関する研究は多くはない^{32), 37)}。特に塑性化した要素の応力ひずみ履歴の除荷過程まで考慮した地震時挙動の解析に関する研究は少ないと思われる³⁶⁾。

また除荷過程を含めた動的応答において有限要素のひずみ速度ベクトルや変位速度方向と剛性行列に採用した接線剛性係数の方向とを一致させる整合剛性行列形成問題まで含んだ研究はさらに少ないと思われる³²⁾。このような背景の中で本論文では履歴復元力特性を曲げ振動のみに限定してM- ϕ 曲線が軟化部を有する場合の応答の飛び移りを考慮した解析を検討した。

実際のRC柱部材においては一時的に上述のように復元力を低下させるものの、その直後にさらに大きな復元力を発揮するように設計されているので、耐荷力の上で実際問題となることはない。しかし、このような数値計算上の影響は、この復元力の軟化部で柱全体の剛性低下による負の固有値の発生を処理する必要が生ずる^{13), 14)}。

また、動的載荷実験と数値シミュレーションにより応答変位や残留変位まで一致させようとする場合には軟化部の発生によって一時的に変位や曲率が急増するので、その瞬間の評価をできるだけ実際の現象に近づけるモデル化をする必要がある³⁸⁾。

なお後章で比較するように、M- ϕ 関係の復元力特性を直線近似するRC構造の場合には上述のような問題は発生しないものの、その履歴系の復元力特性をどの程度実際の挙動に近づけることができるかが大きな課題となる³⁰⁾。

(3) 曲げのみに着目したRC断面のM- ϕ 関係の計算

a) M- ϕ 関係の定式化（断面分割法）^{34), 44)}

RC断面における力のつり合い式は次式を用いる。

$$N = \int_A \sigma(y) dy \quad (4)$$

$$M - N \cdot y_n = - \int_A \sigma(y) \cdot y dy \quad (5)$$

ただし、 N は断面にかかる軸力、 M は曲げモーメント、 y は断面の基準軸からの距離、 y_n は軸力の基準軸からの距離、 $\sigma(y)$ は任意の位置 y における応力を示している。

次に断面内のひずみ分布 $\varepsilon(y)$ を次のように定義する。

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_c + K(y) \cdot \phi \quad (6)$$

$$K(y) = -y_c + y \quad (7)$$

ただし、 y_c は基準軸からの断面図心位置、 ε_c は y_c におけるひずみ、 ϕ は断面の曲率である。

断面内の応力 $\sigma(y)$ は材料の初期弾性係数を E_0 、塑性化による応力低下分を $\sigma_p(y)$ とすると $\sigma(y) = E_0 \varepsilon(y) - \sigma_p(y)$ となり、これを断面内の等価

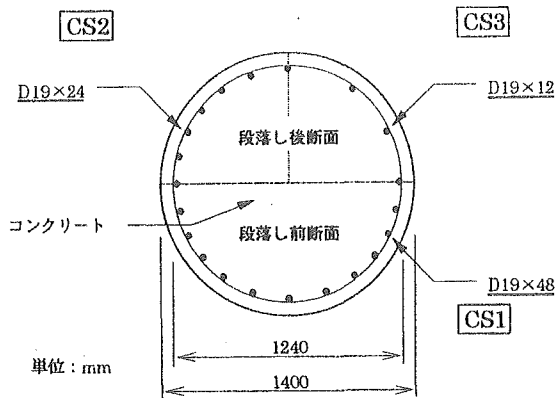


図-3 RC柱モデルの断面構成

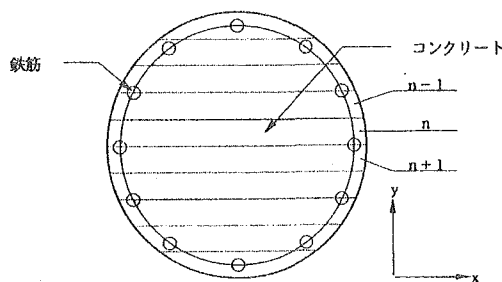


図-4 断面分割

弾性係数 $E(y)$ とひずみ $\varepsilon(y)$ を用いて

$$\sigma(y) = E(y) \cdot \varepsilon(y) \quad (8)$$

したがって式(4)と式(5)は次式ようになる。

$$\begin{aligned} N &= \int_A E(y) \cdot \varepsilon(y) dA \\ &= \int_A E(y) \{ \varepsilon_c + K(y) \} \cdot \phi dA \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} M - N \cdot y_n &= - \int_A E(y) \cdot \varepsilon(y) \cdot y dA \\ &= - \int_A E(y) \cdot \{ \varepsilon_c + K(y) \} \cdot \phi \cdot y dA \end{aligned} \quad (10)$$

したがって式(9)、式(10)をマトリックス表示すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_c \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_A E(y) dA & \int_A E(y) K(y) dA \\ \int_A E(y) y dA & \int_A E(y) K(y) y dA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y_n & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (11)$$

これにより断面に作用する任意の軸力 N と曲げモーメント M に対して、断面図心位置におけるひずみ ε_c と曲率 ϕ を求めることができる。

また増分形に書き直すと次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_c' \\ \phi' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_A E'(y) dA & \int_A E'(y) K(y) dA \\ \int_A E'(y) y dA & \int_A E'(y) K(y) y dA \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y_n & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N' \\ M' \end{Bmatrix} \quad (12)$$

ただし、記号は増分形であることを示し、 E' はひずみ ε における接線弾性係数に相当する。これらの定式

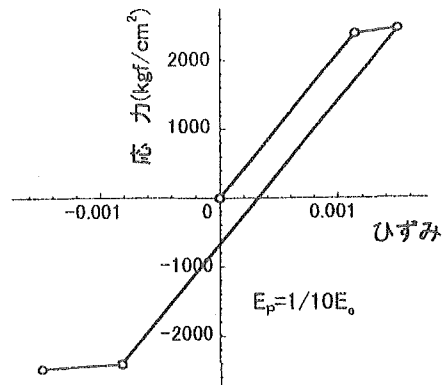


図-5 モデル化した鉄筋の応力ひずみ関係

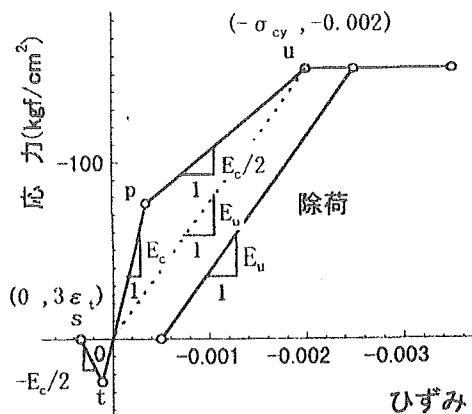


図-6 モデル化したコンクリートの応力ひずみ関係

化は文献³⁹⁾にならって行っており、実際の数値計算によっても結果を検証し、軸力が作用する場合の $M-\phi$ 関係が一致することを確認した。

次に $M-\phi$ 関係が一時的に軟化する RC 柱の場合には一つの抵抗曲げモーメントに対して二つ以上の曲率が存在する。(図-1 参照) この場合は式(11)において既知変数を ϕ と N 、未知変数を M と ε_c として

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_c \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_A E(y) dA & 0 \\ \int_A E(y) y dA & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & - \int_A E(y) K(y) dA \\ y_n & - \int_A E(y) K(y) y dA \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (13)$$

より $M-\phi$ 関係を一意的に求めることができる。したがって計算では式(13)を増分計算に使い、 ε_c と M を各ステップ毎に収束させながら軟化する場合の $M-\phi$ 関係を求めることができる。次に実際の計算結果を示す。

b) 軟化部を有する $M-\phi$ 関係の数値計算例

ここでは図-3に示す円形 RC 柱モデルを考える。この柱は2回段落しが行われており、図には段落し前 (CS1)、1回目段落し (CS2) 及び、2回目段落し (CS3) の三種類の配筋状況を示している。断面分割法による計算では図-4に示すように断面全体を 50 分割して解析精度を確認しながら計算している。

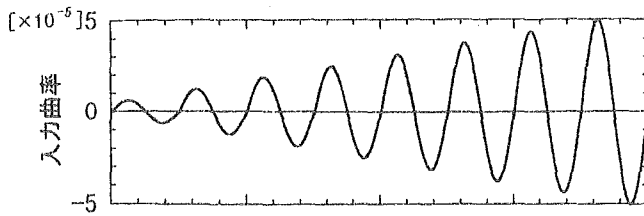


図-7 入力曲線

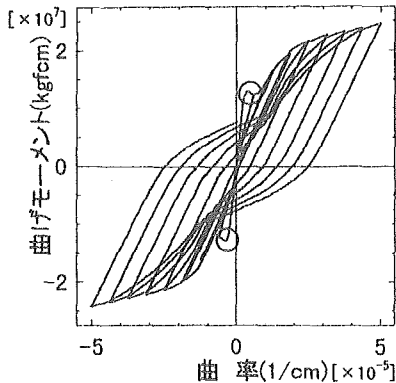


図-8 M- ϕ 曲線 (CS2 断面)

鉄筋の応力ひずみ関係としては文献^{40),41)}のように通常完全弾塑性モデルが用いられるが、本論文では図-5のように若干ひずみ硬化を考慮した硬化型弾塑性バイリニアモデルを用いた。初期弾性係数 $E_c = 2.1 \times 10^6$ kgf/cm², 降伏後弾性係数 $E_p = E_c / 10$, 降伏応力 $\delta_y = 2100$ kgf/cm², $\epsilon_y = 0.001$ 。

コンクリートの応力ひずみ関係としては文献⁴⁰⁾では ϵ_{cc} 後に軟化することとしているが、本論文では文献⁴¹⁾で用いているように圧縮応力の軟化を考慮しない応力ひずみ関係を区分線形化してモデル化した図-6のような関係を用いている。

$$\sigma_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2, \sigma_{cy} = 0.85 \sigma_{ck} \text{ として} \\ E_c = 2.2 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{点 } p (\sigma_p, \epsilon_p) = (-\sigma_{cy}/2, -\sigma_{cy}/2E_c)$$

$$\text{点 } u (\sigma_u, \epsilon_u) = (-\sigma_y, -0.002)$$

$$\text{点 } t (\sigma_t, \epsilon_t) = (1.8\sqrt{\sigma_{cy}}, 1.8\sqrt{\sigma_{cy}}/E_c)$$

$$\text{引張部の軟化時の勾配} = -E_c/2$$

除荷時の経路は圧縮側ではu点までは原点指向、それ以上のひずみを経験した場合は原点とu点とを結ぶ直線の傾きとする。引張側は原点指向とする。

式(13)の計算手順において本論文では柱軸力 N を上部工重量に相当する一定値に固定して計算している。したがって、ここでは曲率 ϕ を図-7に示すように振幅を徐々に増加する入力曲率とした場合の応答軸ひずみ ϵ_c と応答曲げモーメント M の値を逐次的に計算した結果の一例を図-8 (CS2 断面) に示している。各断面とも塑性化直後に軟化するとともに、段落し後に耐荷力が減少するM- ϕ 関係の復元力特性が得られる。

また塑性化の繰り返し過程で抵抗曲げモーメントが再降伏する場合、すでに鉄筋の一部が降伏を始めていれば、断面内での圧縮コンクリートと引張鉄筋の分担割合が大部分のため、中立軸の移動による軟化の影響は非常に小さいものとなる。後に述べる実際の応答計算では時々刻々このような断面内での復元力特性を増分的に求めながら計算を続行することとなる。

(4) 軟化領域での応答の飛び移り処理

動的応答の過程で応答曲げモーメントが軟化領域に入り、負の固有値が発生する場合には前述したように時間増分を停止するとともに、その時刻における固有値解析を行う。そして負の固有値のうち零に一番近い固有値に対する固有モードを採用して、飛び移り後の応答変位を求めるためにこの振動モードに乗ずる係数 α は停止した時刻における履歴吸収エネルギーを最小とするように決定する方法を用いる。この方法は文献³²⁾で説明されている系剛性行列の最小固有値が正でなくなった時の解析方法と類似しているが、文献³²⁾では動的応答解析としての解析結果は示されていない。またこの方法は文献⁴²⁾で示されている分岐座屈後の追跡方法と類似しているがここでも具体的な計算例は示されていない。

さらにこの方法で複数の負の固有値のうち最も零に近い固有値の固有モードを採用した理由は弾塑性挙動を示す柱状構造物の振動モードの飛び移りによる動的崩壊過程において変形は瞬時に最低次の(零に近い固有値の)振動モードに飛び移ると想定したからである。すなわち柱状構造物の実際の動的弾塑性挙動においては内部に蓄積吸収された履歴エネルギーが次の振動モードに移行するとき、単位の変位増分に対して一番大きな内部エネルギーを負担する振動モードに飛び移るものと想定している³²⁾。実際次に示すように本論文の計算では発生した2つの負の固有値の振動モードのうち、最大振幅を等しくとった場合、零に近い固有値の振動モードの方が弾性状態の最低次の固有モードに近似しており、吸収エネルギーも大きい。

(5) 数値解析例

a) 解析モデル

数値計算で対象とした解析モデルは図-9に示すようなRC橋脚柱をモデル化したものであり、10個の質点からなっている。質点1は基礎の地盤ばねを考慮したフーチング部であり、質点10は上部工質量に相当する。各要素の構造諸元、および断面諸元は表-1(a), (b)に示している。表中CS1, CS2, CS3の記号は図-3の断面構成に対応している。また要素番号1のフーチング部については参考とした橋梁の諸元より、曲げ

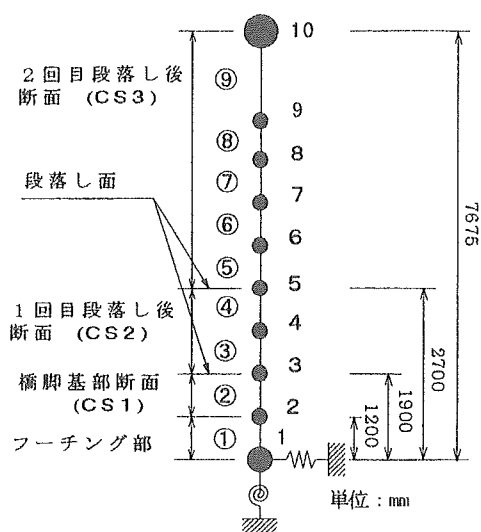


図-9 橋脚柱の解析モデル

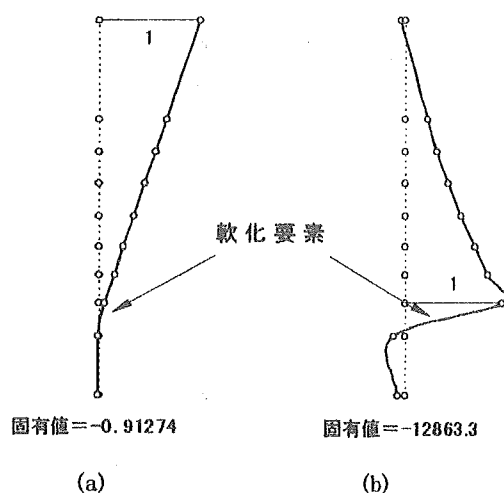


図-10 負の固有値に対する固有モード(水平成分)

剛性として $EI = 5.37147 \times 10^{14} \text{ kgf} \cdot \text{cm}^2$ の値を用い弾性範囲で一定とした。

水平および回転に関する地盤ばねは次の値を用いている。

$$\begin{Bmatrix} Q \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$K_1 = 1.02 \times 10^5 \text{ kgf/cm}$, $K_2 = 6.3 \times 10^6 \text{ kgf/rad}$,
 $K_3 = 6.3 \times 10^6 \text{ kgf cm/cm}$, $K_4 = 7.8 \times 10^8 \text{ kgf cm/rad}$
ただし Q = 水平力, M = 曲げモーメント, v = 水平変位, θ = 回転角。

時刻歴応答解析は Wilson の θ 法 ($\theta = 1.4$) を用いて行い, 時間間隔 Δt は検討の結果 $20 \mu\text{s}$ とした。入力波形は種々の地震波形についても検討したがここでは簡単のため, 正弦波入力による結果を示す。構造系

表-1 解析モデル諸元

(a) 構造諸元

| 節点 | 座標(m) | 重量(tf) | 要素 | 要素長さ(m) |
|----|--------|--------|----|---------|
| 1 | 0.0000 | 24.00 | ① | 1.2000 |
| 2 | 1.2000 | 25.35 | ② | 0.7000 |
| 3 | 1.9000 | 2.429 | ③ | 0.5625 |
| 4 | 2.4625 | 2.165 | ④ | 0.5625 |
| 5 | 3.0250 | 2.333 | ⑤ | 0.6500 |
| 6 | 3.6750 | 2.502 | ⑥ | 0.6500 |
| 7 | 4.3250 | 2.502 | ⑦ | 0.6500 |
| 8 | 4.9750 | 2.502 | ⑧ | 0.6500 |
| 9 | 5.6250 | 11.84 | ⑧ | 0.6500 |
| 10 | 7.6750 | 87.62 | ⑨ | 2.0500 |

(b) 断面諸元

| 要素番号 | 断面名 | |
|------|-----|---------------------------|
| 1 | | フーチング部 |
| 2 | CS1 | 橋脚基部断面 |
| 3 | CS2 | 1回目段落し後断面 (D19×48→×24) |
| 4 | CS2 | |
| 5 | CS3 | 2回目段落し後断面 (D19×24→×12) |
| 6 | CS3 | |
| 7 | CS3 | |
| 8 | CS3 | |
| 9 | CS3 | |

表-2 入力正弦波の振幅と周期

| ケース | 振幅(gal) | 周期(sec) |
|------|---------|---------|
| ケース1 | 200 | 0.2 |
| ケース2 | 400 | |
| ケース3 | 200 | 0.4 |
| ケース4 | 400 | |
| ケース5 | 200 | 0.6 |
| ケース6 | 400 | |

の弾性時の最低次固有周期は 0.422sec である。したがって解析では特徴的な応答が得られるように入力 sin 波の振幅を表-2に示すように 200gal, 400gal と変化させるとともに加振周期も 0.2sec, 0.4sec, 0.6sec と変化させて応答の変化を比較した。

b) 軟化領域での計算結果

時刻歴応答解析が軟化領域に入ると負の固有値が発生する。その時刻において増分ステップを中断し, 飛び移り処理プロセスに入る。すなわち負の固有値の数から数値計算上経過し得るつり合い経路の数を把握することができるが, 本論文では図-10 に示すように固有モードが弾性時の低次モードに近い, 一番零に近い負の固有値の振動モード $\{v\}$ を選択する。図-10 に示すように他の固有モードについてはかなり異なる振動モードとなっている。そして変位増分ベクトル $\{\Delta u\}$ は

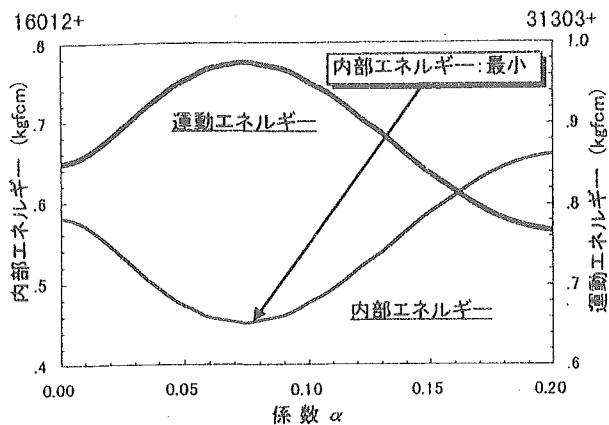


図-11 臨界領域での α とエネルギーの関係

任意のスカラー量である乗数 α を用いて

$$\{\Delta u\} = \alpha \{v\} \quad (15)$$

とする。

次に図-11に示すように α を変化させながら、内部エネルギー及び運動エネルギーを計算して、内部エネルギーが最小となる α を決定してここでのプロセスを終了する。そして得られた最終増分値を暫定的応答値として、中断していた増分ステップを再開し、応答計算を続けることができる。一般的に図-10(b)に示す固有モードの方が図-10(a)のモードより内部エネルギーの吸収量は小さい。数値計算では理論的背景¹³⁾と整合するように最小の内部エネルギーを与える固有モードに飛び移ることも可能であるが、瞬時に柱基部で曲げ破壊する実験的研究⁴³⁾などを参考として前述のように決定した。これらに関する選択の是非は最終的には実験結果との比較から明確にされるが、いずれの場合でも上記の計算プロセスは使用可能である。

なおここでは一番小さな負の固有値のモードに飛び移る場合を採用しているが、その他の負の固有値のモードに飛び移るとした場合には、最終的に履歴復元力が回復するまでの過程で飛び移り回数も多く、計算時間がかかる。また場合によっては最終解に収束しない場合もある。

c) 応答計算結果

表-2の6つのケースに対する数値計算結果を特徴的なもののみ図-12～図-15に示している。図-12はケース4とケース6の場合の柱上部(節点10)の水平変位の時刻歴応答結果、図-13は各要素に対するM- ϕ 履歴のうち、図-13(a)の弾性範囲応答を除いて、塑性化の大きかった要素に対する典型的なM- ϕ 履歴結果を示している。また図-14は式(3)より計算した入力エネルギー、内部履歴吸収エネルギー(ひずみエネルギーと表示)、運動エネルギーの応答結果を典型的なものについて比較している。さらに図-15に

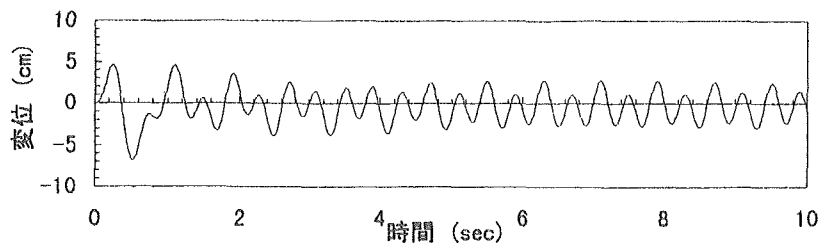
は柱上部(節点10)の水平変位と水平速度による位相平面(Phase plane)の比較を示している。

ケース1の結果についてはすべての要素断面において弾性応答を示しており、内部エネルギーは全て弾性ひずみエネルギーとなるので、図-14(a)に示すように履歴エネルギーの蓄積はない。図-15(a)の位相平面において全体的には周期振動(Periodical Oscillation)を示しているとともに、複数の振動周期が連成するPeriod Doubling⁵⁾に類似の傾向がある。ケース2の場合は図-13(b)に示すように、柱基部(要素2, 3, 4)に塑性化が発生し、M- ϕ 曲線の飛び移り応答結果が見られる。したがって図-14(b)に示すように内部履歴吸収エネルギーの蓄積が見られる。柱基部での塑性化は鉄筋が降伏するまでに至っていないため、飛び移り後のM- ϕ 履歴はほぼ原点指向を示している。図-15(b)の位相平面ではPeriod Doublingが変形した周期的応答となっている。これらの位相平面における特徴はDuffing型振動方程式の特徴的な性質に類似している²⁾。

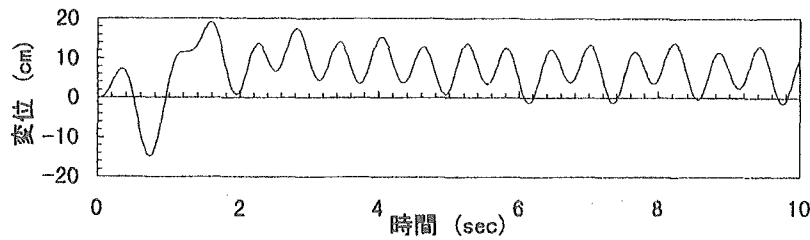
ケース3の場合は加振周期が一次固有周期(0.422sec)に近いこともあり、ケース1およびケース2の場合と比較しても塑性化が進み、図-13(c)に示すように要素5でも塑性化が大きい。変位応答では初期にM- ϕ 曲線の軟化による増幅がみられるが、その後は図-15(c)に示すように複雑な軌跡を示すものの、原点を中心とした運動に移行している。エネルギー応答としてはやはり応答初期に内部履歴吸収エネルギー(損傷に相当)が大きくなりそのまま蓄積されている。(図-14(c))ケース4の場合は図-13(d), (d')に示すように柱基部、段落し部での塑性化がさらに大きく進行する。特に2回目段落し部での塑性化が著しく、鉄筋の降伏による曲げ剛度の低下が顕著となる。図-12(a), 図-15(d)に示すようにM- ϕ 曲線の軟化時に変位応答が大きく負の方向に拡大したのち、周期軌道に移行している。エネルギー応答はケース3と同様の傾向である。

ケース5の場合も図-13(e), (e')に示すように応答初期に塑性化が進行するため、その後の応答は入力加振周期と同位相で振動している。また塑性化の進行による内部履歴吸収エネルギーの蓄積が徐々に見られる(図-14(d))。図-15(e)の位相平面においては軌跡の偏心が見られ、Symmetry Breaking⁵⁾の傾向となり、周期軌道に移行している。

またケース6の場合はすべての要素において塑性化が見られ、最大の塑性化は要素5に発生した。図-12(b), 図-13(f), 図-15(f)に見られるように変位応答と同時に速度応答も90kine程度となり、ほぼ終局状態に近い応答となっており、残留変位も大きい。

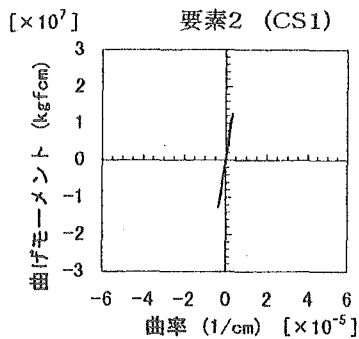


(a) ケース 4

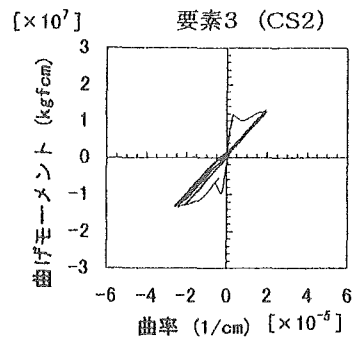


(b) ケース 6

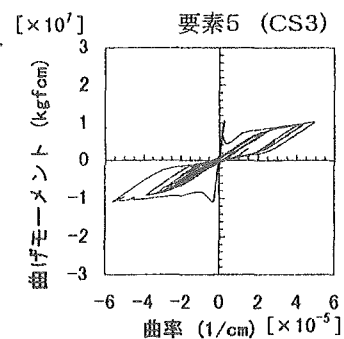
図-12 柱上部の水平変位応答の比較 (ケース 4、ケース 6)



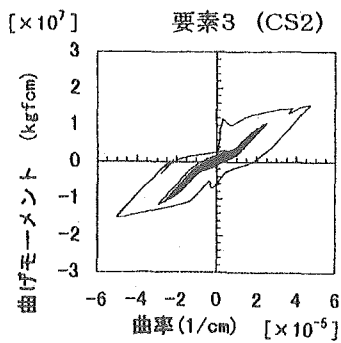
(a) ケース 1、要素 2



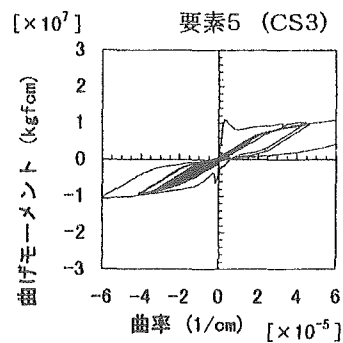
(b) ケース 2、要素 3



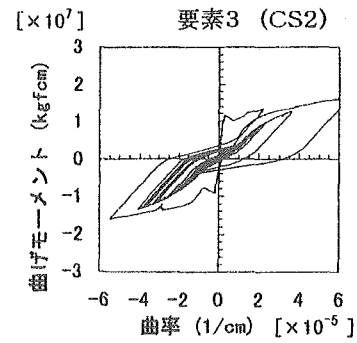
(c) ケース 3、要素 5



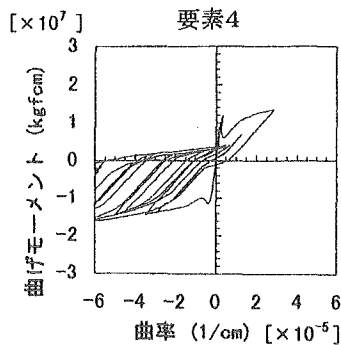
(d) ケース 4、要素 3



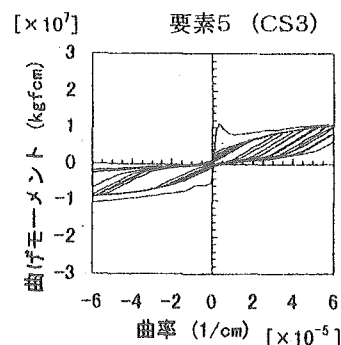
(d') ケース 4、要素 5



(e) ケース 5、要素 3



(e') ケース 5、要素 4



(f) ケース 6、要素 5

図-13 M-φ履歴結果

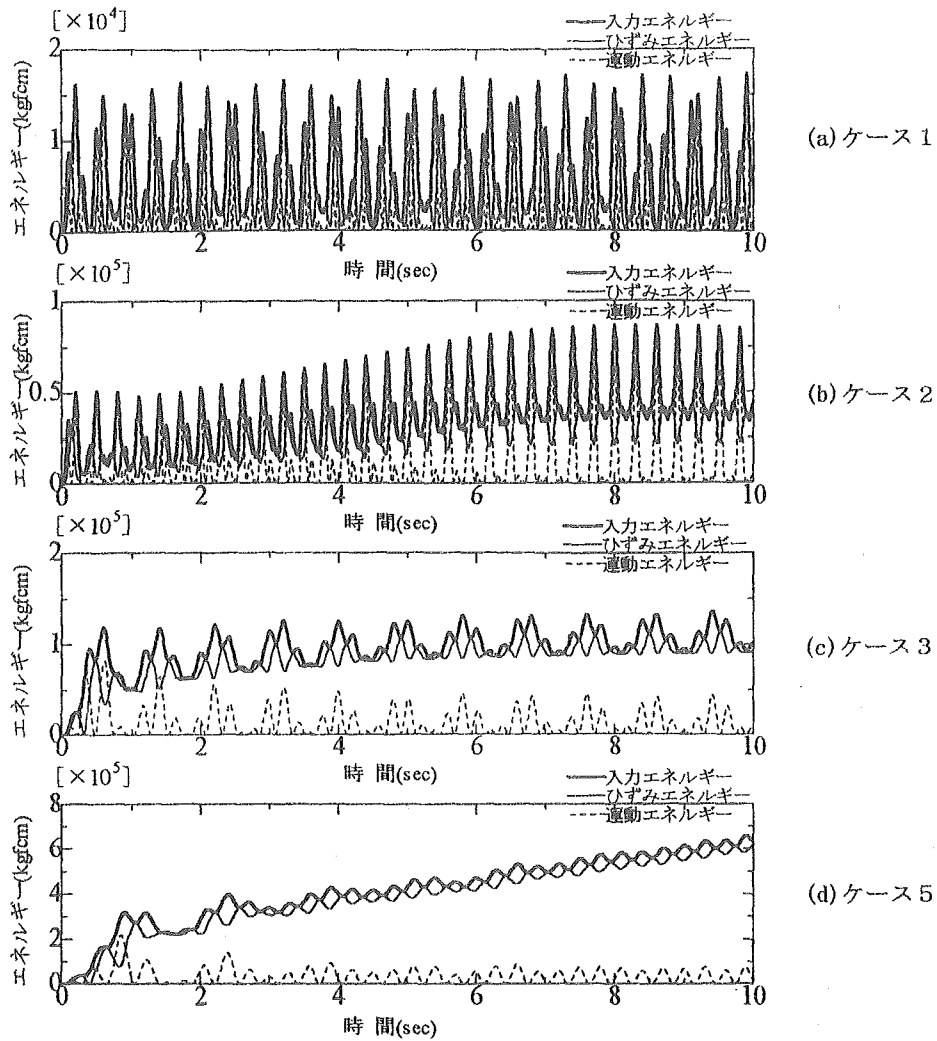


図-14 エネルギー応答結果比較

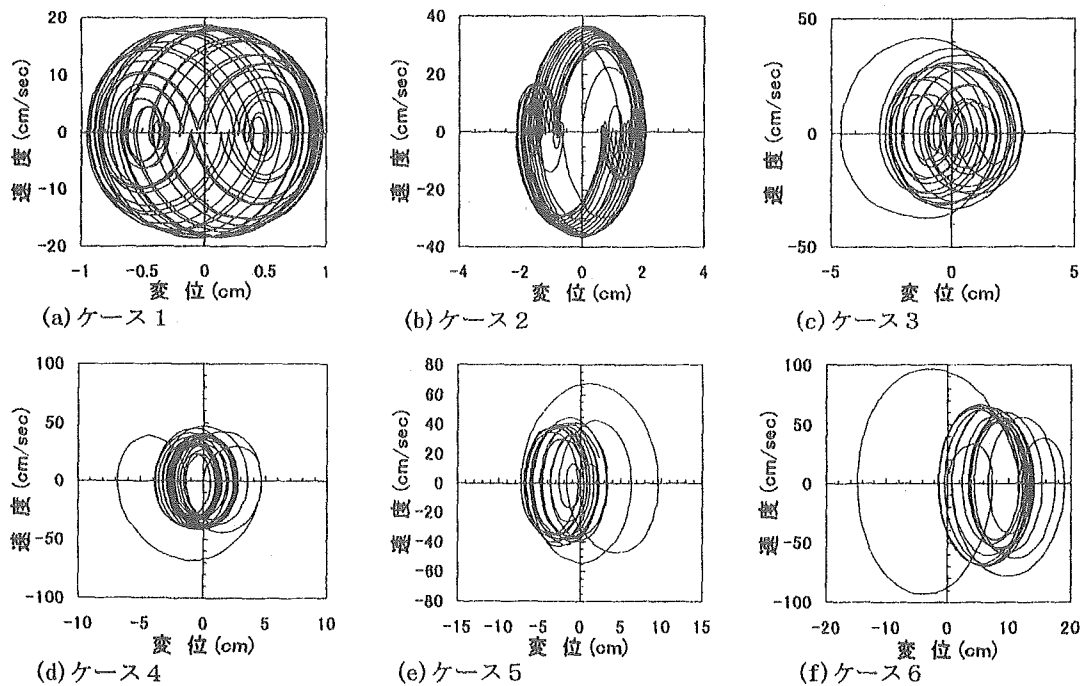


図-15 柱上部水平変位の位相平面

振動系に蓄積される内部エネルギーもケース5と同様直線的増加の傾向を示す。

以上よりM- ϕ 関係が一時的に軟化する場合を含めた特徴的な非線形曲げ振動応答解析結果が得られた。解析結果の全体的傾向としては断面が塑性化してM- ϕ 関係が軟化する場合に急激に応答が大きくなるとともに、内部履歴吸収エネルギーとなって蓄積される。さらに耐震設計法の基礎となっている Housner の履歴吸収エネルギー最大応答速度に関する仮説があるが^{29), 30)}、本論文の計算結果においてもケース1からケース6に変化するにつれて応答変位速度(図-15)の最大値が大きくなり、図-14に示す内部蓄積エネルギー(損傷に相当)も大きくなる結果が得られた。またこれらの応答結果の信頼性について次章において、M- ϕ 関係の直線近似による応答計算結果との比較によって確認する。

3. M- ϕ 曲線の直線近似による非線形弾塑性応答解析との比較

通常、以上述べたような弾塑性応答解析はM- ϕ 関係である履歴復元力特性を線形化して、あらかじめM- ϕ 関係を設定しておき、応答計算を実施する場合が多い。この方法は置換履歴系によるモデル化とも呼ばれている³⁰⁾。このような場合、実際の応答に近づくように等価なM- ϕ 関係をいかに設定するかが大きな問題であり、これによって応答計算結果が大きく異なることとなる。以下にはRC断面について通常用いられている方法によってM- ϕ 関係をモデル化した置換履歴特性を用いて計算した結果と前章の結果との比較について検討する。

(1) M- ϕ 関係のモデル化

2章の計算で用いた図-3及び図-9の3種類の断面について、曲げ(上部工重量を考慮)に対するM- ϕ 関係のモデル化を図-16に示すように計算する。

図中e点は断面の弾性限界、y点は引張側鉄筋の降伏、u点は圧縮側コンクリート降伏、t点は圧縮側コンクリートが終局ひずみに達する点をそれぞれ示している。除荷時の履歴特性は、引張側鉄筋が降伏に至っていないy点までは原点指向に、それ以上の曲率を経験した場合にはy点と原点とを結ぶ直線の傾きに平行となるようにモデル化している。更に曲率が正負に繰り返し変化する際の履歴特性には、図-17に示すように曲率が変化する方向の除荷開始点へ戻る履歴をとることとした。表-3にはCS1, CS2, CS3各断面のe, y, u, t点の値を示している。

(2) 直線近似非線形応答解析結果との比較

履歴復元力M- ϕ 関係を直線近似した非線形振動解析においては、式(2)及び式(3)において、図-16及び図-17で示したM- ϕ 関係の直線の傾きから曲げ剛度EIを求め、剛性マトリックス $[K_e]$ を作成する。本論文のRC断面のモデル化においては図-17の線形化M- ϕ 関係に軟化の影響は含まれない。したがってこの軟化部の有無による差異は主として軟化時における応答の急増となって現れている。逐次積分には前述と同様 Willson の θ 法を用いて応答計算を実施した結果を次に示すこととする。応答計算は2章で用いた構造に対して、表-2に示す6個の入力波形を用いて実施した。ここではそれらの結果の内比較の対象となる結果について以下に示すこととする。図-18ではケース4の場合の柱上部の水平変位の応答結果(破線)を図-12(a)の結果(実線)と比較して示している。応答初期の軟化時以外は全体的にはほぼ一致する結果が得られている。

図-19には同様にケース4の場合の線形化M- ϕ 履歴の応答結果を示している。これらのうち図-19(b)および図-19(c)と図-13(d)および図-13(d')とをそれぞれ比較すると要素3および要素5におけるM- ϕ 関係の履歴を比較することができる。図-18に示した変位応答では軟化時以外あまり大きな差は見られないが上記のM- ϕ 関係の相異が次に述べるエネルギー吸収の違いとなって表れる。

図-20にはエネルギー応答結果の一部を示している。これらを図-14の結果と比較することによってモデル化の違いによる影響を調べることができる。また同様に図-21には柱上部の水平変位の位相平面を示しており、これらは図-15の結果と比較することができる。ここでは特徴的結果についてのみ述べることとする。まず図-14(a)と図-20(a)および図-15(a)と図-21(a)の比較では全体的には両者はほぼ一致している。図-20(a)の内部エネルギーの蓄積に多少差が見られるのは、図-16および図-17のe点において断面が弾性限界を越えた後に直ちにy点に向かうため、塑性化による内部エネルギーの蓄積が始まるためである。このことはケース2においても生じており、軟化を許容する場合には飛び移り時に内部エネルギーを解放するとともに、飛び移りの後原点指向のM- ϕ 履歴を示すことから、変位および変位速度は大きいものの(図-15(b))、実際に系内部に蓄積されるエネルギー量は大きくなっていないと考えられる。

また内部エネルギーの蓄積は最初運動エネルギーの減少分で補われ、構造の一部が弾性限界に達し、入力エネルギーが初期のピークに達した後は入力エネルギーが増加しそのエネルギーはほとんど内部エネルギー

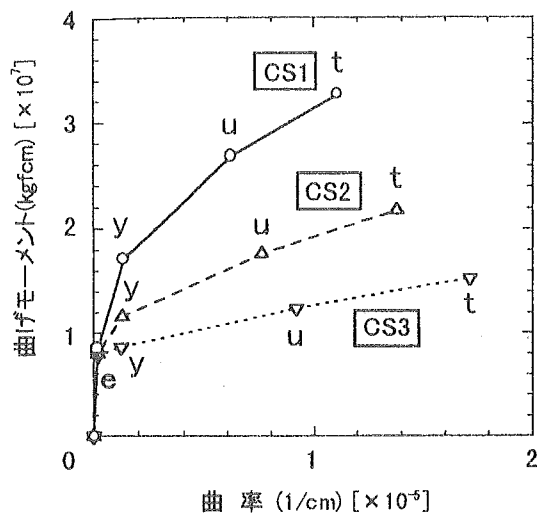


図-16 履歴復元力M- ϕ 関係のモデル

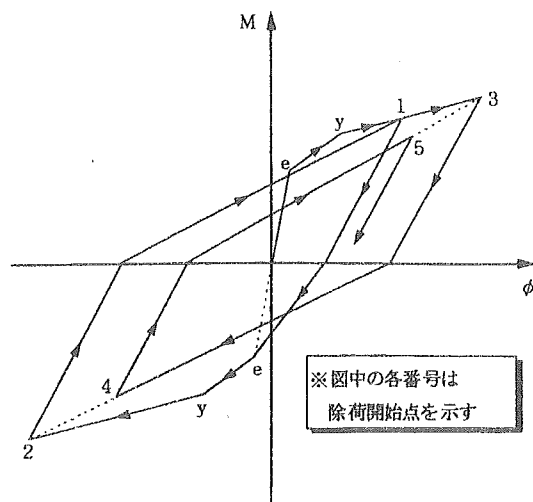


図-17 置換M- ϕ モデルの履歴特性

表-3 M- ϕ 関係の各点の値

| 断面名 | e 点 | | y 点 | | u 点 | | t 点 | |
|-----|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| | ϕ | M | ϕ | M | ϕ | M | ϕ | M |
| CS1 | 0.180 | 0.849 | 1.314 | 1.729 | 6.126 | 2.691 | 11.07 | 3.276 |
| CS2 | 0.180 | 0.799 | 1.258 | 1.116 | 7.558 | 1.764 | 13.77 | 2.177 |
| CS3 | 0.182 | 0.783 | 1.224 | 0.864 | 9.174 | 1.232 | 17.13 | 1.526 |

単位: $\phi \times 10^{-5}$ (1/cm), $M \times 10^7$ (kgf·cm)

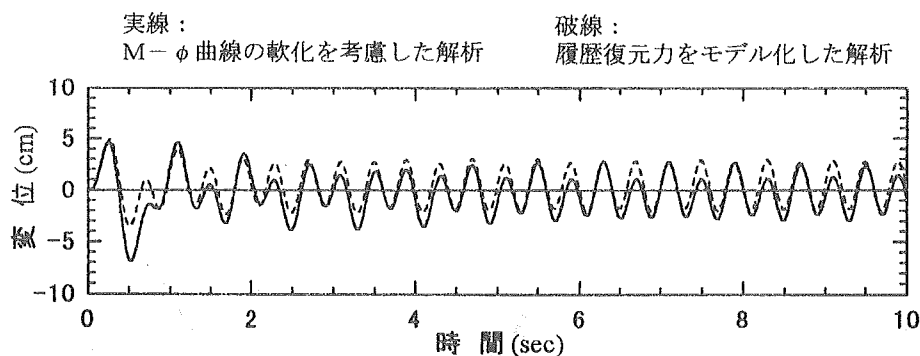


図-18 柱上部の水平変位応答の比較 (ケース4)

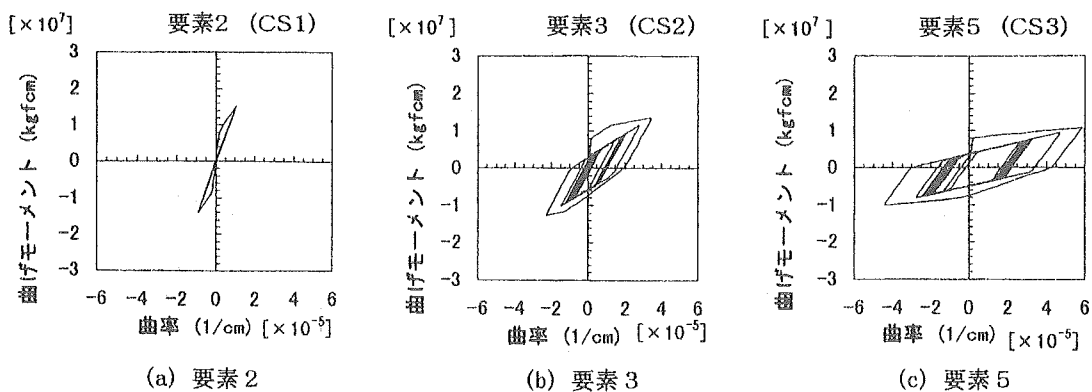


図-19 線形化M- ϕ 履歴 (ケース4)

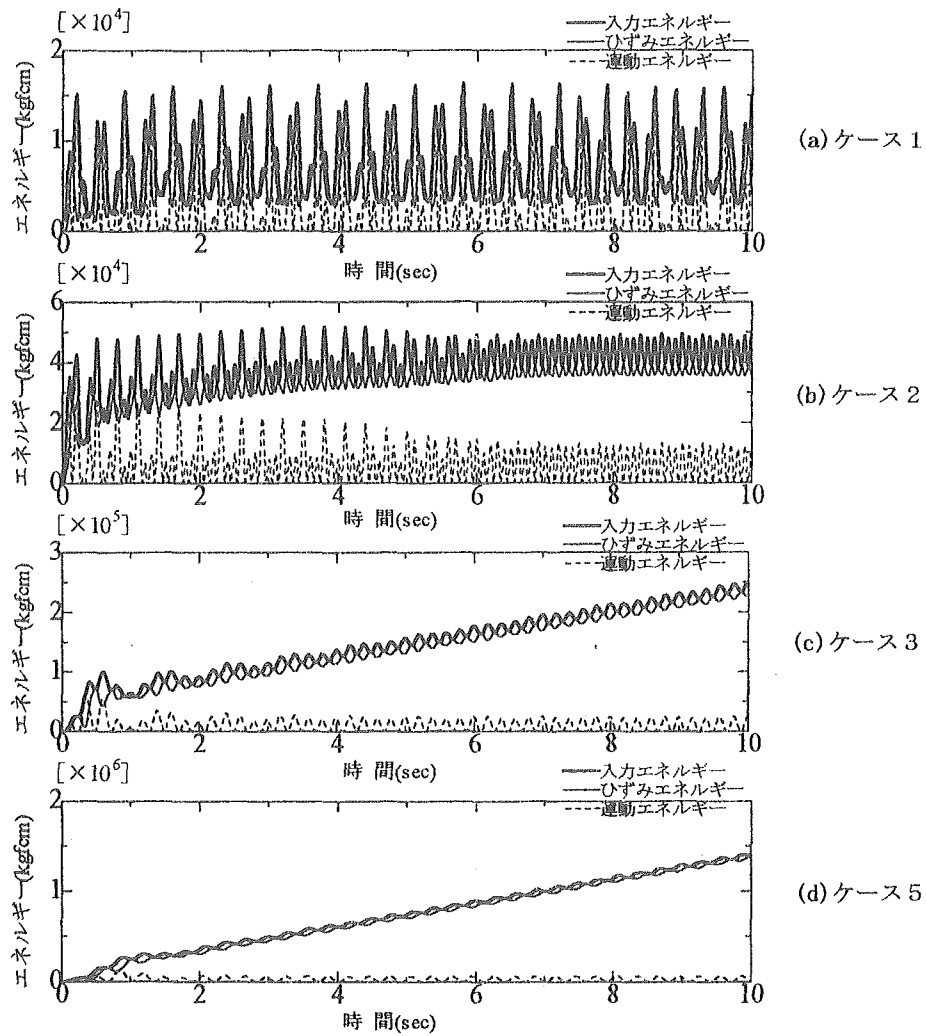


図-20 エネルギー応答結果比較 (線形化)

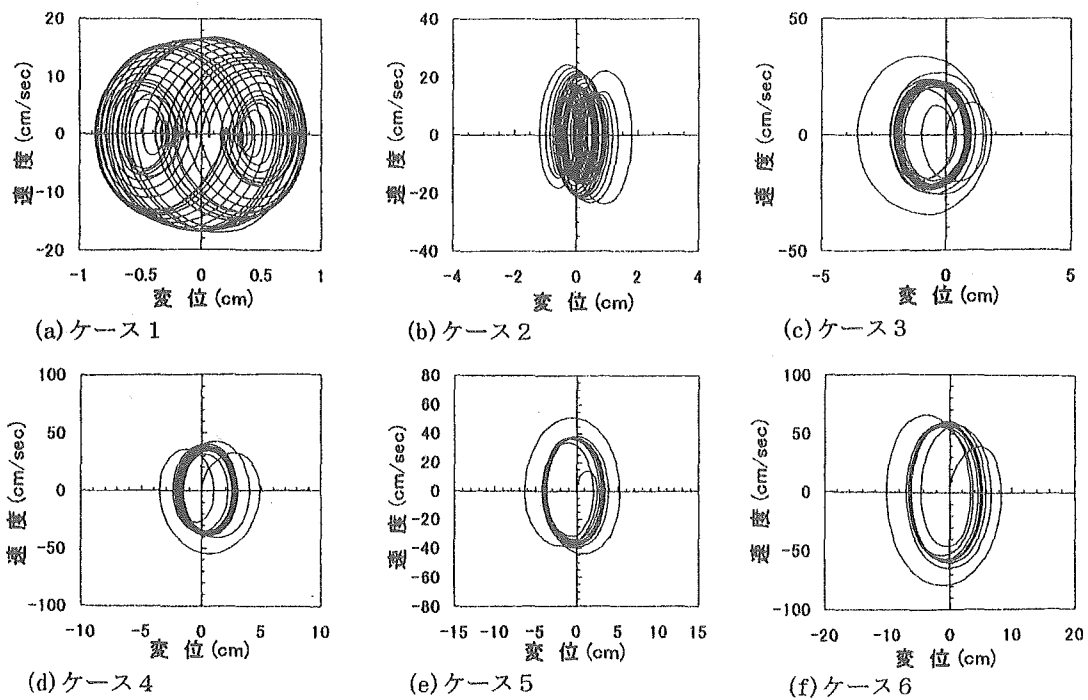


図-21 柱上部水平変位の位相平面 (線形化)

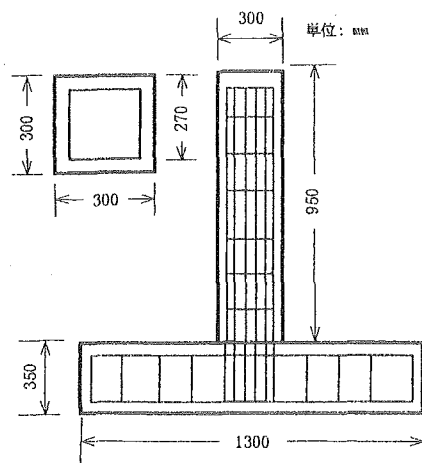


図-22 計算モデル (文献⁴³⁾のPD4)

となる。位相平面 (図-21) から応答初期の不規則な平面曲線から安定な周期アトラクタ^{1),2)}に移行していく様子が見られ、周期アトラクタに収束した後に入力エネルギーも増加を始め、構造内部に蓄積されるエネルギー (損傷) も増加していく。

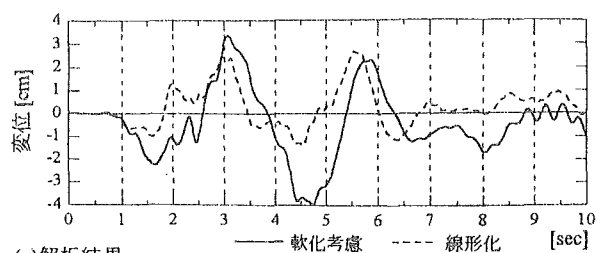
その他図-14(c), (d)と図-20(c), (d)の比較としては全体的に等しい正弦波加振によって構造系に入力されるエネルギーは直線近似したモデルの方が大きくなっている。すなわち式(3)右辺の外力と応答速度の積による時間積分値が大きく与えられている³⁰⁾。このようにM- ϕ 関係のモデル化の違いが構造に入力されるエネルギーの差異となって表れることから、塑性化および除荷される構造物の応答計算のモデル化にあたっては、注意が必要であり、実際の挙動に近づける必要がある。また図-21(c)~(f)の結果においては全体として周期的な軌道を描いている。図-21(d)の結果は図-15(d)の結果とほぼ一致している。他のケース3, ケース5, ケース6の場合は異なる位相平面となっている。

4. 既往の実験結果⁴³⁾との比較

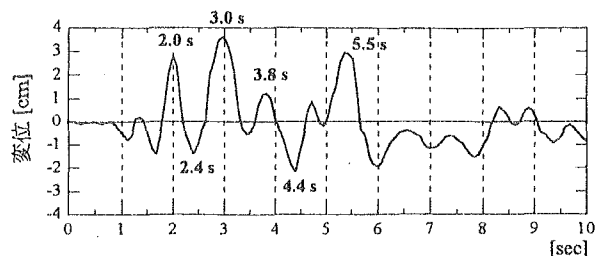
本論文の計算過程を検証するため、RC柱基部の塑性化に着目して準動的載荷実験を実施した文献⁴³⁾の結果を対象として、本論文の方法による計算結果と比較した。得られた結果としてはM- ϕ 関係の軟化発生による影響が小さいものの、本論文の断面分割法によって軟化を考慮した計算結果の方が、M- ϕ 関係を線形化した結果より実験結果に近い結果が得られた。

(1) 解析概要

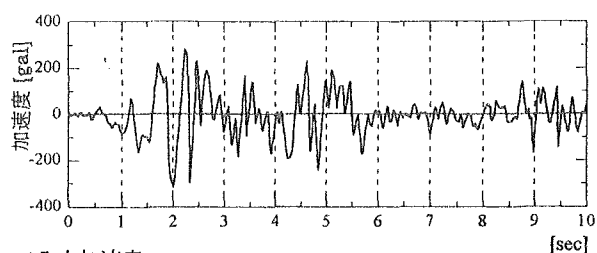
計算に用いたモデルを文献⁴³⁾から取り出して必要な部分のみ図-22に示している。比較計算に用いたモデルは文献⁴³⁾のPD-4の供試体である。この場合実験値



(a) 解析結果



(b) 実験結果



(c) 入力加速度

図-23 変位応答の比較

を参考として鉄筋については主鉄筋 D13 (降伏強度 2580kgf/cm², 引張強度 5190kgf/cm²) 16 本, フープ筋 D6 (降伏強度 4160kgf/cm², 引張強度 5390kgf/cm²), 4 cm 間隔. またコンクリートについては 弾性係数 $E_c = 24 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2$, 降伏応力 $\sigma_{cy} = 270 \text{ kgf/cm}^2$, 降伏ひずみ $\epsilon_{cy} = 4.4 \times 10^{-3}$, 終局ひずみ $\epsilon_{cu} = 8.18 \times 10^{-3}$ として図-5 及び図-6 と同様の応力ひずみ関係を用いている。

構造のモデル化としては図-9 と同様に RC 柱を等断面で 9 分割し、節点 10 に上部仮想重量 265 kg を考慮した。また実験状況に合わせて節点 9 と節点 10 を水平加振している。

フーチング部については図-9 と同様大きな質量とバネ定数を設定して柱基部に塑性化が発生しやすいようにしている。

入力地震波はエルセントロ (1940) 波 NS 成分であり継続時間 10sec に対して解析ステップ $20 \mu\text{s}$ になるように地震波を内挿して入力した。入力波の最大振幅は実験で用いられた破壊レベルの 198gal としている。

断面の塑性化の計算においては、実験で用いられている軸圧縮応力 $N = 47.1 \text{ kgf/cm}^2$ を用いている。

(2) 解析結果

図-23 には変位応答結果及び入力加速度を比較して

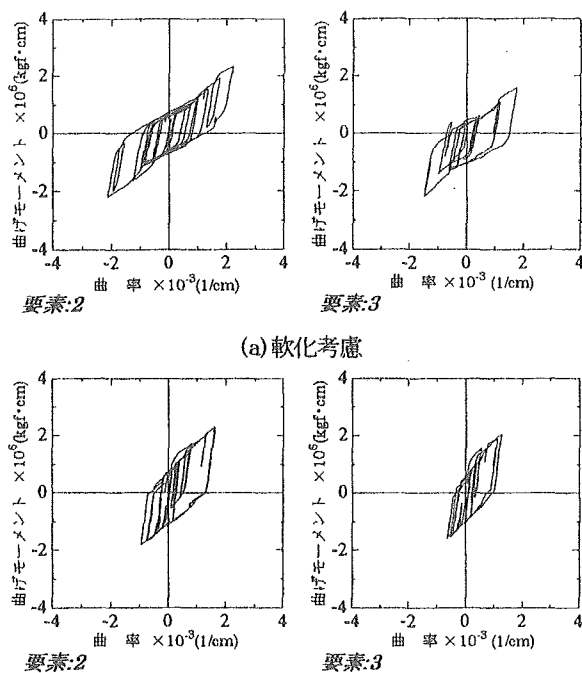


図-24 M- ϕ 履歴の比較

いる。図-23(a)には断面分割法によって軟化を考慮した場合(実線)と図-16のようにM- ϕ 関係を線形化した場合(破線)について柱上部水平変位応答結果を示している。また図-23(b)には文献⁴³⁾の図-10(b)のPD-4に対する応答変位を10secまで示している。図-23(c)には入力加速度波形を示している。これらの結果より波形の詳細について微妙に異なるものの全体としては応答変位の最大値を含めて実験結果をほぼ表現していると思われる。ただしこの計算の場合構造減衰の影響を無視しているが、一般に非線形弾塑性応答解析の場合履歴減衰の割合が非常に大きいので³⁰⁾、この構造減衰を無視した影響は小さいものと思われる。図-24にはこの時のM- ϕ 履歴を柱基部の要素2と要素3について比較している。軟化を考慮した図-24(a)の方が線形化した図-24(b)より発生曲率が大きくなっている。またこれらの比較は図-25のエネルギー応答の結果についても得られ、軟化を考慮した場合の図-25(a)の方が線形化した場合の図-25(b)より運動エネルギー(損傷エネルギーを含む)が大きくなっている。図-26には柱上部水平変位の位相平面を比較しており、上述の結果をさらに変位と速度の応答の軌跡として追跡できる。

軟化を考慮した解析の場合には図-24(a)に示しているようにM- ϕ 関係を直線近似する場合に比べて履歴特性をより忠実に表現でき、また図-26(a)に示すように正負の応答変位も大きくなる。このことはM- ϕ 関係を直線近似して常に履歴復元力を確保する手法

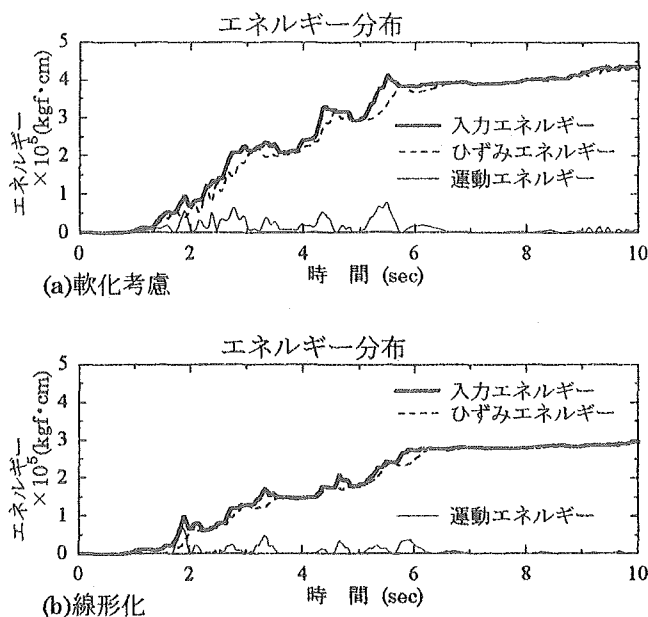


図-25 エネルギー応答結果の比較

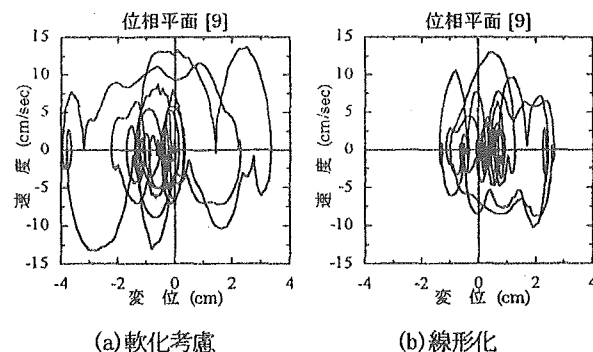


図-26 柱上部水平変位の位相平面

に比べて実際の現象に近いモデル化と言える。

5. 結論

本論文で提案した手法は広義の意味で常に接線係数を用いて材料非線形性を配分するNewton法に含まれると思われるが⁴²⁾、動的臨界挙動の場合には動的分岐問題となり解析例は非常に少ない³²⁾。本論文ではM- ϕ 関係が部分的に軟化する柱部材の非線形曲げ振動応答解析を行うとともに復元力が軟化する際に応答解析が不安定となる場合があるので、分岐処理を通じて安定的に解析を続行できる手法を提案し、解析結果を示した。また通常用いられているM- ϕ 関係を直線近似する方法による結果との比較を行うとともに、既往の実験結果との比較を行った。なお本論文で取り扱った軟化の影響は引張鉄筋比が小さく道路橋示方書⁴⁰⁾のひび割れ時の曲げモーメント M_c が降伏時曲げモーメント M_y に比べて相対的に大きい場合($M_c > M_y$)に顕著である。

得られた結果をまとめると以下ようになる。

(1) $M-\phi$ 関係が一時的に軟化する場合を含めた非線形曲げ振動応答解析結果において、断面が塑性化して $M-\phi$ 関係が軟化する場合に急激に応答が大きくなり、運動エネルギーの割合が大きくなる。

(2) 同時に軟化時には外力と応答速度から計算される入力エネルギーが急激に大きくなる。

(3) 柱上部の位相平面の結果からも軟化時に応答軌跡が外側にずれ復元力の復活によって周期軌道に入る過程が示された。

(4) $M-\phi$ 関係を直線近似する通常の手法は塑性化による内部履歴エネルギーの蓄積が始まるため、相対的に運動エネルギーより内部エネルギーの分担割合が大きくなる。

(5) 既往の実験結果との比較を行った結果、応答変位について全体として実験結果をほぼ再現できる結果が得られ、本論文の計算過程を検証できた。

前述しているように本論文においては履歴復元力が部分的に軟化する場合の数値解析上の安定性について主としてエネルギーのつり合いに着目して検討したもので、検討対象のモデルをかなり単純化している。すなわち、構造および支持機構における減衰の効果や構造のモデル化における大変形の影響など大きな項目を除外している。したがってこれらの影響に関する検討結果は今後報告する予定である。

謝辞：本論文の4章の数値計算においては北見工科大学の太田雅仁君（土木開発工学専攻）の助力を受けました。また査読意見に対する修正の過程で（株）八千代エンジニアリング耐震保全部の前原康夫部長に有益なコメントをいただきました。ここに感謝申し上げます。

本研究の一部は平成9年度文部省科学研究費（代表者 大島俊之）の補助を受けて行われました。

参考文献

- 1) Nayfeh, A. H. : *Introduction to Perturbation Techniques*, John Wiley & Sons, 1981.
- 2) Nayfeh, A. H. and Mook, D. T. : *Nonlinear Oscillations*, John Wiley & Sons, 1979.
- 3) Nayfeh, A. H. : *Perturbation Methods*, John Wiley & Sons, 1973.
- 4) Nayfeh, A. H. : *Problems in Perturbation*, John Wiley & Sons, 1985.
- 5) Nayfeh, A. H. and Sanchez, N. E. : Bifurcations in a Forced Softening Duffing Oscillator, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, Vol. 24, No. 6, pp. 483-497, 1989.
- 6) 鈴木森晶, 宇佐美勉, 寺田昌弘, 伊藤努, 才塚邦宏 : 鋼

製箱形断面橋脚の復元力モデルと弾塑性地震応答解析, 土木学会論文集, No. 549 / I-37, pp. 191-204, 1996. 10.

- 7) 中村秀治 : 鋼製円筒橋脚の動的弾塑性座屈解析, 土木学会論文集, No. 549/I-37, pp. 205-219, 1996. 10.
- 8) 川島一彦, 長谷川金二 : 鉄筋コンクリート橋脚の非線形地震応答特性及びエネルギー一定則の適用性に関する実験的研究, 土木学会論文集, No. 483/I-26, pp. 137-146, 1994. 1.
- 9) 川島一彦, 星隈順一, 運上茂樹 : 鉄筋コンクリート橋脚, 主鉄筋段落し部の耐震判定法とその適用, 土木学会論文集, No. 525/I-33, pp. 83-95, 1995. 10.
- 10) 幸佐賢二, 小林和夫, 村山八州雄, 吉澤義男 : 大型RC橋脚模型試験体による塑性変形挙動に関する実験的研究, 土木学会論文集, No. 583/V-31, pp. 47-56, 1996. 5.
- 11) 家村浩和, P. C. Jennings : 強震記録を利用したRC建築物の劣化履歴復元力解析, 土木学会論文報告集, No. 230, 1994. 10.
- 12) 町田篤彦, 睦好宏史, 豊田和彦 : 鉄筋コンクリート部材の塑性変形能定量化に関する研究, 土木学会論文集, No. 378/V-8, 1987. 2.
- 13) 田辺忠顕 : コンクリート構造解析法の最近の進歩, 土木学会誌, Vol. 79, 6月号, 1994.
- 14) 中村光, 田辺忠顕 : 鉄筋コンクリートはりのポストピーク挙動に関する解析的研究, 土木学会論文集, No. 490/V-23, pp. 81-90, 1994. 5.
- 15) 前川宏一, 岡村甫 : 鉄筋コンクリートの非線形地震応答解析法の開発, 土木学会誌, Vol. 81, 4月号, 1996.
- 16) 矢島哲司, 本郷和徳, 魚本健人 : 繰り返し載荷されたRC梁の累計損傷および破壊特性評価, 土木学会論文集, No. 490/V-23, pp. 31-39, 1994. 5.
- 17) 平沢征夫, 本山茂希, 藤城正裕 : 内部拘束鉄筋を有する鉄筋コンクリート短柱の二軸曲げ終局耐力に関する実験と解析, 土木学会論文集, No. 490/V-23, pp. 91-100, 1994. 5.
- 18) Goto, H. and Iemura, H. : Linearization Techniques for Earthquake Response of Simple Hysteretic Structures, *Proc. of JSCE*, No. 212, 1973. 4.
- 19) 鉄木基行, 赤倉康寛, 足立英明, 尾坂芳夫 : RC構造の損傷度評価に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No. 490/V-23, pp. 121-129, 1994. 5.
- 20) 鋼構造委員会鋼構造動的極限性状研究小委員会 : 鋼構造物の弾塑性性状と耐震設計法, 土木学会論文集, No. 489/I-27, pp. 1-16, 1994. 4.
- 21) Izuno, K., Iemura, H., Yamada, Y. and Ohkawa, T. : Inelastic Earthquake Response Analysis and Damage Assessment of Retrofitted RC Structures using Extended Fiber Model, 土木学会論文集, No. 465/I-23, pp. 25-34, 1993. 4.
- 22) 星隈順一, 川島一彦, 長屋和宏 : 鉄筋コンクリート橋脚の地震時保有水平耐力の照査に用いるコンクリートの応

- 力—ひずみ関係, 土木学会論文集, No. 520/V-28, pp. 1-11, 1995. 8.
- 23) 滝本和志, 川島一彦: 基部で曲げ破壊するRC橋脚のエネルギー吸収容量の定式化: 土木学会論文集, No. 532/V-30, pp. 5-13, 1996. 2.
- 24) 石橋忠良, 吉野伸一: 鉄筋コンクリート橋脚の地震時変形能力に関する研究, 土木学会論文集, No. 390/V-8, 1988. 2.
- 25) Darvall, P. L. and Mendis, P. A.: Elastic-Plastic-Softening Analysis of Plane Frames, *Journal of Structural Engineering, Proc. of ASCE*, Vol. 111, No. 4, 1985. 4.
- 26) 平尾潔, 沢田勉, 成行義文, 笹田修司: 強震下における一自由度系の履歴吸収エネルギーと弾性応答値とその関係について, 土木学会論文集, No. 368/I-5, pp. 401-410, 1986. 4.
- 27) 平尾潔, 笹田修司, 成行義文, 沢田勉, 川端茂樹: 所要降伏比スペクトルとこれを用いた強震時終局安全性の一照査方法について, 土木学会論文集, No. 525/I-33, pp. 213-225, 1995. 10.
- 28) 大野友則, 西岡隆, 藤野陽三: 構造物が地震時に受ける塑性ひずみエネルギー量の定量的評価, 土木学会論文報告集, No. 333, 1983. 5.
- 29) 加藤勉, 秋山宏: 強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷, 日本建築学会論文報告集, 第235号, pp. 9-18, 1975. 9.
- 30) 秋山宏: 建築物の耐震極限設計, 第2版, 東京大学出版会, 1987.
- 31) 岡村甫, 前川宏一: 鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1991.
- 32) 日本建築学会: 構造物の不安定現象と限界状態, 応用力学シリーズ1, 丸善, 1994.
- 33) 河島佑男: コンピュータによる構造工学講座, 動的応答解析, 培風館, 1972.
- 34) 大島俊之, 三上修一, 小倉裕介, 佐藤昌志: 段落し部を有するRC橋脚の強震時非線形挙動とエネルギー分布, 構造工学論文集, Vol. 41A, 1995. 3.
- 35) Mawhin, J.: Nonlinear Oscillations: One Hundred Years after Liapunov and Poincare', *ZAMM* 73, T54-62, 1993.
- 36) 土木学会・構造工学委員会・構造工学震災調査特別小委員会: 鋼製橋脚の非線形数値解析と耐震設計に関する論文集, 1997. 5.
- 37) 日本建築学会: 建築構造力学の最近の発展, 一応力解析の考え方一, 丸善, 1987.
- 38) 武村浩志, 川島一彦, 運上茂樹, 星隈順一: 繰り返し載荷実験に基づくRC橋脚の終局変位の評価, 構造工学論文集, Vol. 43A, pp. 869-880, 1997. 3.
- 39) 太田俊昭: 構造物の非弾性解析, 新体系土木工学8, 土木学会編, 技報堂出版, 1980.
- 40) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, V耐震設計編, 1996年12月.
- 41) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, V耐震設計編, 1990年2月.
- 42) 土木学会: 座屈設計ガイドライン, 鋼構造シリーズ2, 1987.
- 43) 池田尚治, 山口隆裕: 地震による鉄筋コンクリート柱の動的応答に関する映像とシミュレーション, 土木学会論文集, No. 451/V-17, pp. 139-149, 1992. 8.
- 44) 大島俊之, 三上修一, 山崎智之, 石川義樹: 歪軟化を有する構造の非線形振動応答解析, 第46回応用力学連合講演会講演予稿集, pp. 229-300, 1996.

(1997. 8. 11 受付)

STABILITY STUDY OF NONLINEAR BENDING RESPONSE ANALYSIS ON A COLUMN MEMBER WITH PARTIAL SOFTENING OF $M-\phi$ CURVE

Toshiyuki OSHIMA, Shuichi MIKAMI, Tomoyuki YAMAZAKI,
Yusuke OGURA and Yoshiki ISHIKAWA

Stability investigation of dynamic response analysis of nonlinear bending oscillation with softening of $M-\phi$ curve, is dealt with in this paper.

One method which can stabilize the nonlinear response analysis under softening is proposed taking the balance between kinetic and internal hysteretic energy into account. Numerical results of energy response and phase plane at the top of the column are compared with that of linearized $M-\phi$ curve method. And the comparison of dynamic nonlinear response between numerical simulation and experimental result is also shown.