

地下深部の弾性岩盤内部に多数の

空孔がある場合の応力解析とその応用

富長 勇作

富長 勇作

寄贈

目 次

第 1 編 序 論	1
第 1 章 緒 言	1
第 2 章 坑道周囲の応力解析に関する在来の研究	3
1. 概 要	3
2. 応力関数を利用する方法	3
3. 有限要素法を利用する方法	3
第 3 章 地圧測定に関する在来の研究	4
1. 概 要	4
2. 坑道・切羽等に作用する応力の変化を知る方法	4
3. 応力の値および絶対地圧を求める方法	5
第 4 章 本研究の目的および要旨	6
1. 本研究の目的および立場	6
2. 本論文の要旨	6
第 2 編 理 論	8
第 1 章 緒 言	8
第 2 章 複素応力関数の誘導	9
1. 応力関数の誘導	9
2. 応力関数と複素応力関数の関係	12
3. 複素応力関数 $\varphi(z)$, $\psi(z)$ と応力の関係	16
4. 変位の複素応力関数による表示	18

第 3 章	複素応力関数の決定法	20
1.	空孔が1個の場合の複素応力関数の決定法	20
2.	空孔が多数ある場合の複素応力関数の決定法	26
3.	電子計算機による複素応力関数の未知係数の決定法と応力の求め方	35

第 3 編	応力の解析例	37
-------	--------	----

第 1 章	本研究による応力の値と在来の研究による応力の値との比較	37
1.	1 円孔の場合	37
2.	2 円孔の場合	38
3.	3 円孔の場合	39

第 2 章	弾性岩盤内にある円形坑道周囲の応力解析	40
1.	緒言	40
2.	3 等円形坑道が 1 直線上にある場合	41
3.	3 等円形坑道の中心が正三角形の頂点上にある場合	43
4.	4 等円形坑道が 1 直線上にある場合	47
5.	4 等円形坑道の中心が正方形の頂点上にある場合	49
6.	4 等円形坑道の中心が正三角形の頂点, および重心上にある場合	52
7.	5 等円形坑道が 1 直線上にある場合	57
8.	5 等円形坑道の中心が正方形の頂点, および対角線の交点上にある場合	60

第 3 章	円形坑道周壁に発生する応力値の Fourier 級数による表示	64
1.	Fourier 級数	64
2.	坑道周壁に発生する応力値の Fourier 級数による表示	65

第4章 本編の総括 73

1. 緒言 73
2. 坑道周壁に発生する最大, 最小応力値への坑道数の影響 . . 73
3. 坑道周壁に発生する最大応力値と最小応力値への
主応力が作用する方向の影響 76
4. 本編の結言 94

第4編 羽孔法による地圧測定法 95

第1章 緒言 95

1. 地圧測定の意義 95
2. 従来行なわれている地圧測定の方法 96
3. 羽孔法による地圧の測定方法 97

第2章 地圧測定の方法 97

1. 理論 97
2. 地圧測定のための手順 103
3. 地圧の決定法 153
4. 地圧の数値解析例 155
 - 1) 1ゲージによる場合 155
 - 2) 2ゲージによる場合 156
 - 3) 3ゲージによる場合 158
5. 4ゲージによる連続地圧測定法 160

第3章 モデル実験による考察 162

1. 本実験の目的 162
2. 試料 162
3. 実験方法 163
4. 実験結果 166
5. 理論値と実験値との比較 175

第4章 本編の総括・・・・・・・・・・・・・・・・・・183

第5編 本研究の結論・・・・・・・・・・・・・・・・・・185

1. 応力解析法・・・・・・・・・・・・・・・・・・185

2. 応力解析の例・・・・・・・・・・・・・・・・・・185

3. 多孔法による地圧測定法・・・・・・・・・・・・・・・・・・186

4. 本研究の工学的意義・・・・・・・・・・・・・・・・・・186

結 言 および 感 謝・・・・・・・・・・・・・・・・・・187

本研究に関する著者の報告・・・・・・・・・・・・・・・・・・189

参 考 文 献・・・・・・・・・・・・・・・・・・190

電子計算機による応力計算プログラム・・・・・・・・・・ 巻末

第 1 編 序 論

第 1 章 緒 言

炭鉱・鉱山が地下に資源を求めて年々深部開発を行なうようになり、現在では地表下 1000 m を越えることもめずらしくない。石炭は地表下 1500 m 位の採行を計画⁽¹⁾しており、世界最深の鉱山は南アフリカの East Rand にある金山の Hercules 坑で、地表下 3300 m までにも開発が進んでいる⁽²⁾。

深部開発が進むにつれて、山はね・ガス突出等の発生する危険性も増すものと思われる。山はね・ガス突出の真の原因はまだ解明されていないが、地圧^{*}はその発生要素の 1 つとして考えられている。このような地圧に関連する災害防止のために下記の課題に向って随所で有限要素法等を用いてかなり研究されるようになった。

1. 岩石・岩盤の力学的挙動を解明すること。
2. 岩石・岩盤の破壊条件を究明すること。
3. 絶対地圧・岩盤内の地圧^{**}を測定すること。
4. 地圧により地下空間の周壁に発生する応力状態^{***}を解明すること。

上記の課題の中でも 3. と 4. は炭坑・鉱山の現場では、保安上特に必要であると思われるので著者はこの点に関しての研究を行なった。

岩盤内部の応力問題の解決には弾性論の発達に負う

* 岩盤内部に発生している力を単位面積に対する力で表現したもの

** 開発を行なう前の地圧を絶対地圧(一次地圧, 初期地圧とも言う)といい、開発がかなり行なわれて鉱柱等に坑道を開削する場合の鉱柱内の地圧を岩盤内の地圧と呼ぶことにする。

*** 地圧と同じ次元を持ち、本論文では特定の部分の地圧を応力と呼ぶ場合と弾性論の説明の場合に用いる。

ところが、弾性論にもとづく厳密な解析が必要であるが、岩盤を扱う現場の技術者には理解するのに必要な数学的知識が多すぎるように思われる。そのため著者は従来の複雑な解析方法よりもっと簡単な方法を開発する必要性を感じて研究を始め、かなり満足する結果を得たので本論文においてその解析方法についての説明とその方法を用いて多数個の円形地下空間が弾性岩盤中にある場合の応力集中問題を解き、その応用例として新しい地圧測定法について言及した次第である。

本論文が炭砒・鉍山の開発に少しでも役立つように応力集中の解析等において多くの場合の数値表と図を載せることに努めた。

第2章 坑道周囲の応力解析に 関する在来の研究

1. 概要

弾性岩盤中の坑道周囲の応力解析は弾性論における弾性体内の空孔周囲の応力解析の場合と同じに扱うことができる。

弾性理論による応力解析は次の方法に大別できる

- 1). 応力関数による方法 (1860年代以降)
- 2). 有限要素法を利用する方法 (1950年代以降)

2. 応力関数を利用する方法

応力関数とは弾性体内の応力の釣合と歪の適合から誘導される関数で、応力関数が定まると応力と歪が算定できる⁽³⁾。

応力関数を用いる方法により弾性板中に空孔が1個ある場合には空孔の形状が円形でない場合でも種々解かれており⁽⁴⁾、空孔が2個の場合は円孔の場合が解かれており⁽⁵⁾、3個の場合は等円孔が1直線上にある場合の結果が示されているに過ぎない⁽⁶⁾。又最近石田⁽⁷⁾により亀裂と円形介在物を含む場合の解法が示されている。

空孔が1列に無限個ならんだ場合については円孔列の場合^{(8),(9),(10)}と楕円孔列の場合⁽¹¹⁾が発表されている。

3. 有限要素法を利用する方法

有限要素法は弾性連続体を有限個の節点において結合された要素の集合体と仮定して、各要素の物理的釣合から全体の力と変位の釣合を求めて各節点の力と変位を計算し、各要素内に働く応力を決定するもので要素の数をふやすことにより精度が増すと言われている⁽¹²⁾。

この方法は応力関数を求める数学的方法と異なり、物理的な近似を出発点としているので塑性領域でも使用が可能である。岩石力学においても1960年代の後半から利用されるようになった⁽¹³⁾。

第 3 章 地圧測定法に関する 在来の研究

1. 概 要

炭鉱・鉱山等に地圧の測定が保安上の資料を得るため、支柱方法の選定、開発計画等のために行なわれるようになった。

地圧を測定する試みが始められたのは著者の知る限りでは 1932 年にアメリカ開拓局が Boulder Dam の安山岩中のトンネルおよびダム周壁に機械式歪計を取りつけ、まわりを槌などで穿孔して応力の解放を行ない、歪の回復量を測定して、歪と応力が弾性岩盤では正比例することから周壁に作用する応力の推定を行なっている。⁽¹⁴⁾

日本においては 1934 年に上下盤の移動量を記録する変位計を支柱に取り付けて切羽に作用する地圧(ドム圧)の変化を測定している。⁽¹⁵⁾

その後ボーリング技術の進歩と抵抗線歪ゲージの開発、岩石力学の発達により絶対地圧の測定が行なわれるようになった。

地圧測定の目的を大別すると次のようになる。

- 1). 坑道、切羽等に作用する応力の変化を知ること。
- 2). 地圧の値を知ること

以下に上記の地圧測定法について項別に述べる。

2. 坑道・切羽等に作用する応力の変化を知る方法

坑道・切羽に作用する応力および荷重の変化を知る方法には上下盤の距離の変化を測定する方法⁽¹⁶⁾、支柱にかかる荷重の変化を測定する方法⁽¹⁷⁾、周壁に歪計を設置して歪の変化量を測定する方法がある。

周壁での応力の変化を知るために歪計の代わりにほうけい酸ガラスでできた中空円筒形ゲージを周壁に埋設する方法⁽¹⁸⁾もある。これは光弾性を利用したもので、光弾性装置によりゲージ内のしま模様を観測して応力の変化量を決定するものである。

3. 応力の値および絶対地圧を求める方法

坑道周壁上の応力の値を求める方法と絶対地圧を求める方法の違いは、後者が坑道から十分離れた点での応力の値という距離の差だけである。

応力の値を求める方法は原理的に次の2つに分けられる。

1). 応力解放法による方法

2). 流体圧による亀裂発生を利用する方法

1). 応力解放による方法

応力解放による方法とは、応力を受けている箇所に変ゲージ等を設置した後、その部分の応力解放を行ない、歪の回復量から応力を推定するものである。一般にボーリング孔内に歪ゲージを設置した後、オーバーコアリング^{*}により応力解放を行なう。応力解放によるボーリング孔の底面での歪の変化⁽¹⁹⁾、ボーリング孔の周壁での歪の変化⁽²⁰⁾を測定したり、ボーリング孔の直径の変化⁽²¹⁾、オイルチューブをボーリング孔に入れて圧力変化⁽²²⁾を測定したりして応力を推定するものである。これらの方法は歪を測定しているので、応力に変換するためには歪と応力の関係が必要になる。直接応力を求める方法としては3個の歪ゲージを三角形の辺上の位置に設置した後、三角形の中心をボーリングして歪ゲージの歪を変化させ、その後ボーリング孔に2個の半円形のチューブを入れて油圧を周壁に掛けて歪ゲージの歪量を0にもどらせることにより、応力を油圧から求めるという方法⁽²³⁾が行われている。

2). 流体圧による亀裂発生を利用する方法

流体圧による亀裂発生法とは、ボーリング孔の一部をパッカーなどで遮断してその部分に流体を入れて圧力を高め、孔壁が破壊したときの流体圧から地圧を推定するものである⁽²⁴⁾。

* ボーリング孔を囲むようにより大きな口径で再ボーリングをすること。

第4章 本研究の目的および要旨

1. 本研究の目的および立場

炭鉱・金鉱などの地下空間は一本の坑道だけという簡単な状態にあるのではなく、坑道、斜坑、立坑、切羽などからなる複雑な集合空間である。しかも坑道、切羽などは空間を常に拡大していると同時に使用済みの空間は充填または崩落させるという生きた空間であり、その形は日ごとに姿を変える運命を持つものである。

本研究はこのような地下空間の開発しやすさと安全性を維持する方法を開発することを目的としている。すなわち本研究は地下に作用している地圧を知り地下空間周壁に発生する応力状態を解明することにより、地下に貯えられている歪エネルギーを地下空間を作る場合には破壊させるのに利用し、地下空間を作成した後は安全を維持するのにそのエネルギーを利用することを目的としている。

現在岩石力学は理論的な背景を弾性論に負うところが多く坑道周辺の応力解析においても弾性論における応力関数を求めるところから始めなければならなかった。弾性論は現在かなり進んでおり複雑な解法を利用するには相当の知識を必要とするので著者はより簡明な解法の開発から研究を始めた。

2. 本論文の要旨

本論文は5編15章25節にあたって記述した。

第1編は序論であって弾性岩盤の応力解析と地圧測定法に関する従来の研究を紹介すると共に著者が実施した研究の目的を明らかにしたものである。

第2編は本研究に用いた理論の説明と解法について述べたもので4章よりなっている。第1章は緒言であり、地下の地圧(応力)状態が平面歪状態にあることの説明と平面応力問題として扱うことについて述べた。第2章では解析に用いた複素応力関数の誘導について詳しく述べた。第3章では複素応力関数の決定法に

ついで述べ、従来の写像による方法とは異なる座標変換後に境界条件を適用する方法について示した。第4章では電子計算機による解法をフローチャートで示した。

第3編は弾性岩盤内にある円形坑道周囲の平面応力解析の結果について述べたものである。第1章ではすでに解析が行なわれている無限弾性板内の1円孔、2円孔、3円孔の各場合の孔壁での応力と本研究による解析値との比較を行ないよく合うことを示した。第2章では今迄にデータのない坑道周囲の応力分布について解析したもので代表的な位置にあるものについて述べた。どのような地圧状態でも坑道周囲の応力状態が計算できるように、 σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} の各地圧が単独で作用した場合に周壁で発生する応力を表と図で示した。解析例は次のとおりである。「3等円形坑道が1直線上にある場合」、「3等円形坑道が正三角形の頂点上にある場合」、「4等円形坑道が1直線上にある場合」、「4等円形坑道が正方形の頂点上にある場合」、「4等円形坑道が正三角形の頂点と重心上にある場合」、「5等円形坑道が1直線上にある場合」、「5等円形坑道が正方形の頂点および対角線の交点上にある場合」。第3章は本編の総括であって、坑道の位置と応力集中について述べたものである。

第4編は応力解析の応用として99孔法による地圧測定法について述べたものである。第1章では99孔法による地圧測定の特徴および利点について述べた。第2章では本測定法における理論が円孔周囲の応力分布が円孔の個数、大きさ、位置により変化することを利用したものであることを示し、地圧測定の具体的な方法について述べ、円孔周囲での応力の変化を歪の変化で取り出した場合の地圧の求め方について説明した。第3章ではモデル実験として石膏板に荷重をかけ円孔を掘削し、周壁に歪ゲージを貼った後に円孔をふやして歪の変化を測定した結果について述べる。第4章ではモデル実験の結果と理論との検討および本測定法の有効性について述べた。

第5編は本研究の結論と工学上の意義について述べたものである。

第 2 編 理 論

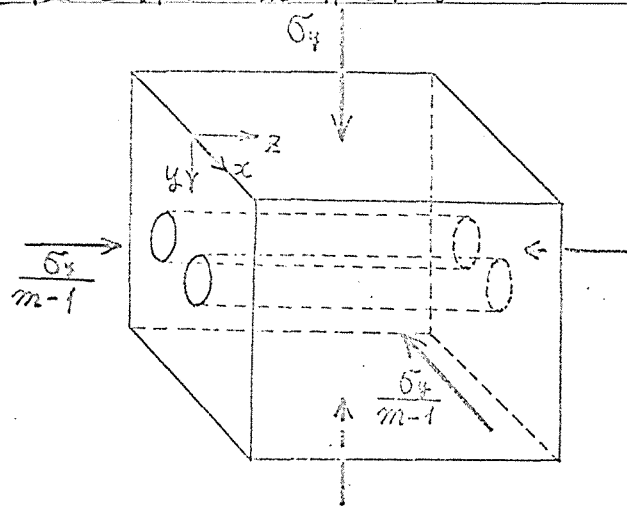
第 1 章 緒 言

岩石・岩盤の力学的挙動を扱う岩石力学は弾性理論を基礎として発展しつつある分野である。弾性岩盤の挙動をより正確に解明するためには弾性理論の正しい理解が必要である。弾性理論の中の応力集中の問題に関してはすでに多くの人々^{(25),(26)}により解かれているが、誘導過程での説明が少なくと理解しにくいものである。本研究が岩石力学の発展の一助になることを願って本論文では特に理論の誘導過程を詳しく説明した。

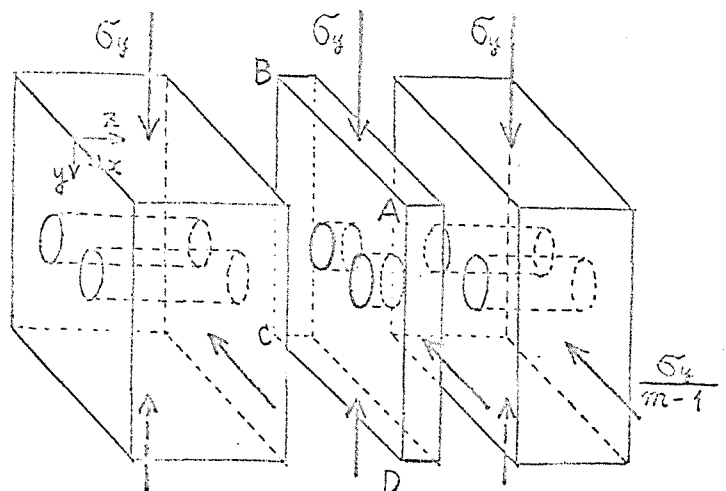
本研究は地下の空間に作用する応力問題を扱う3次元問題であるが次のように仮定することにより平面問題として扱うことができる。

垂直地圧が被覆岩石の重量によるものと仮定し、深さと直交する方向の歪が拘束されている平面歪の状態にあるものとする。今深さの方向を第1図に示したように z 方向にとるものとする。 z 方向の状態は皆同じになるので第1図の(b)のように z 方向に単位厚さの平板ABCDを任意にとりだし、この部分について考えると良いことになる。

又 z 方向の地圧が地下空間におよぼす影響は小さいものとして省略し、 $x-y$



(a) 3次元モデル



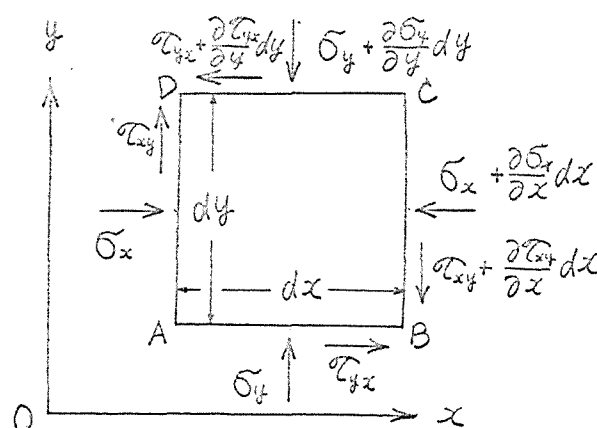
(b) 2次元モデル(ABCD)

平面における直応力 σ_x , σ_y および剪断応力 τ_{xy} が互に無関係なものであると一般化された平面応力問題として解析した。

第2章 複素応力関数の誘導

1. 応力関数の誘導

弾性論では一般に引張応力
の方向を正の基準の方向として応力
変位等を扱っている。岩石力学で
は圧縮応力を受ける場合が多いの
で圧縮応力の方向を正の方向の基
準にとる。すなわち第2図に示した
ように x 方向に単位厚みを持つ平板
ABCD を考える。各面 (AB, BC, CD,
DA) において外側へ向ってたてた法
線の向きが x - y 座標の正の方向



第2図 応力の表示法

と一致する面に作用する圧縮応力の方向を正の方向として定めると弾
性論での結果をそのまま引張かう圧縮とおきかえるだけですく用いる
ことができる。

平板 ABCD は微小長さ dx , dy で囲まれる長方形とし厚みを 1 とすると
 x 方向の力の釣合は次式で表わされるものとなる。但し体力は省略する。

$$-\sigma_x dy - \tau_{xy} dx + (\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx) dy + (\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy) dx = 0 \quad (1)$$

y 方向の力の釣合は次式で表わされるものとなる。但し体力は省略する。

$$-\sigma_y dx + (\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx) dy + (\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy) dx - \tau_{xy} dy = 0 \quad (2)$$

C 点におけるモーメントの釣合は次式で表わされるものとなる。

$$-\tau_{xy} dy dx + \sigma_x dy \cdot \frac{dy}{2} - \sigma_y dx \cdot \frac{dx}{2} + \tau_{yx} dx dy - (\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx) dy \cdot \frac{dy}{2} + (\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy) dx \cdot \frac{dx}{2} = 0 \quad (3)$$

(3) 式を整理することにより次式を得る。

$$\tau_{xx} - \tau_{yy} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dx - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dy \right) = 0 \quad (4)$$

(4) 式において高次の微小項を省略することにより剪断応力に関する次式が導びかれる。

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \quad (5)$$

(5) 式を (1), (2) 式に代入して式を整理することにより次式を得る。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

関数 $f_0(x, y)$ が全微分可能であれば次式が成立する。

$$df_0(x, y) = \frac{\partial f_0(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f_0(x, y)}{\partial y} dy = P_0(x, y) dx + Q_0(x, y) dy \quad (8)$$

$$\text{但し } P_0(x, y) = \frac{\partial f_0(x, y)}{\partial x}, \quad Q_0(x, y) = \frac{\partial f_0(x, y)}{\partial y}$$

(8) 式の $P_0(x, y)$, $Q_0(x, y)$ に関して次式が成立する。

$$\frac{\partial Q_0(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial (-P_0(x, y))}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

(6) 式と (9) 式を比較することにより σ_x , τ_{xy} と $f_0(x, y)$ の関係が次のように得られる。

$$\sigma_x = Q_0(x, y) = \frac{\partial f_0(x, y)}{\partial y}, \quad \tau_{xy} = -P_0(x, y) = -\frac{\partial f_0(x, y)}{\partial x} \quad (10)$$

同様にして (7) 式の τ_{xy} , σ_y を全微分可能な関数 $g(x, y)$ を用いて次式のように表わすことができる。

$$\tau_{xy} = \frac{\partial g(x, y)}{\partial y}, \quad \sigma_y = -\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \quad (11)$$

(10), (11) 式の τ_{xy} から $f(x, y)$ と $g(x, y)$ の関係は次のようになる。

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

(10), (11) 式を誘導した方法をくりかえすことにより (12) 式の関係を持つ $f(x, y)$, $g(x, y)$ と全微分可能な関数 $\chi(x, y)$ とを次のように結びつけることができる。

$$f(x, y) = \frac{\partial \chi(x, y)}{\partial y}, \quad g(x, y) = -\frac{\partial \chi(x, y)}{\partial x} \quad (13)$$

(10), (11), (13) 式から 応力 σ_x , σ_y , τ_{xy} を関数 $\chi(x, y)$ を用いて次のように表わすことができる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \chi(x, y)}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \chi(x, y)}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \chi(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (14)$$

(14) 式で表わされたように 関数 $\chi(x, y)$ を求めることにより 応力が決定できるので一般に $\chi(x, y)$ は 応力関数と呼ばれている。

応力関数の性質を調べるために歪について考える。

x 方向の変位を u , y 方向の変位を v とすると, x 方向の直歪 ϵ_x , y 方向の直歪 ϵ_y , 剪断歪 γ_{xy} は次式で表わされるものである。

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (15)$$

(15) 式を微分することにより次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} \quad (16)$$

(16) 式から次式が誘導される。

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (17)$$

歪と応力の間にフックの法則が成り立つものとする。次の関係が導びかれる。但しヤング率を E 、剛性率を G 、ポアソン比を ν で表わすものとする。

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu \sigma_x), \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \quad (18)$$

(17) 式に (18) 式を代入することにより次式を得る。

$$\frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} \right) = \frac{2(1+\nu)}{E} \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (19)$$

(6) を x , (7) 式を y でそれぞれ微分したものを加えると次式となる

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (20)$$

(19), (20) の両式を用いて τ_{xy} の項を消去した後整理することにより次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (21)$$

(21) 式に (14) 式を代入することにより次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 \chi(x, y) = 0 \quad (22)$$

(22) 式が応力関数として満足しなければならぬ条件である。

2. 応力関数と複素応力関数の関係

まず複素平面 z と複素解析関数 $F(z)$ について述べる。

複素平面 z を $x-y$ 座標により次のように定義する。

$$z = x + iy \quad \text{但し } i^2 = -1 \quad (23)$$

z の共役複素数 \bar{z} は次式のように定義されている。

$$\bar{z} = x - iy \quad (24)$$

複素解析関数 $F(z)$ とは z による微分の可能な複素関数のことであり、次のような性質を持つものである。

$F(z)$ の実部 $\text{Re}[F(z)]$ を $g(x, y)$ 、虚部 $\text{Im}[F(z)]$ を $h(x, y)$ とすると $F(z)$ および $\bar{F(z)}$ は次式で表わされるものとする。

$$F(z) = g(x, y) + ih(x, y), \quad \bar{F(z)} = g(x, y) - ih(x, y) \quad (25)$$

複素解析関数 $F(z)$ の微分は次のように定義される。

$$\frac{dF(z)}{dz} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \{ g(x+\Delta x, y+\Delta y) + ih(x+\Delta x, y+\Delta y) - g(x, y) - ih(x, y) \} \quad (26)$$

(26) 式において Δ は微小量を表わすものとする。 $\Delta z = \Delta x + i\Delta y$ を 0 に近ずける方法は自由なので $\Delta y = 0$ とおき $\Delta x \rightarrow 0$ としても、 $\Delta x = 0$ とおき $\Delta y \rightarrow 0$ としても結果は同じでなければならない。

$\Delta y = 0$ とおき $\Delta x \rightarrow 0$ とすると次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{dF(z)}{dz} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \{ g(x+\Delta x, y) + ih(x+\Delta x, y) - g(x, y) - ih(x, y) \} \\ &= \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} + i \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \end{aligned} \quad (27)$$

$\Delta x = 0$ とおき $\Delta y \rightarrow 0$ とすると次式となる。

$$\frac{dF(z)}{dz} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{1}{i\Delta y} \{ g(x, y+\Delta y) + ih(x, y+\Delta y) - g(x, y) - ih(x, y) \} = -i \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} \quad (28)$$

複素数において等号が成立するのは実部同志、虚部同志が共に等しい場合に限るので (27) 式と (28) 式が同じであるためには次の関係が

成立しなければならぬ。

$$\frac{\partial g(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial h(x,y)}{\partial y} \dots (a), \quad \frac{\partial h(x,y)}{\partial x} = -\frac{\partial g(x,y)}{\partial y} \dots (b) \quad (29)$$

(29)式を満足する関数 $g(x,y)$ と $h(x,y)$ は互に共役な関数であるという。

(29)式の (a) 式を x で微分し, (b) 式を y で微分することにより次式を得る。

$$\frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 h(x,y)}{\partial x \partial y} \dots (a), \quad \frac{\partial^2 h(x,y)}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 g(x,y)}{\partial y^2} \dots (b) \quad (30)$$

(30)式の (a) 式から (b) 式を引くことにより次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) g(x,y) = 0 \quad (31)$$

(29)式の (a) 式を y で微分し, (b) 式を x で微分し; 両式を加えることにより次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) h(x,y) = 0 \quad (32)$$

(31), (32) 式を満足させる関数 $g(x,y)$, $h(x,y)$ を調和関数という。

(29), (31), (32) 式を満足させることが複素解析関数 $F(z)$ の条件である。

次に関数 $P(x,y)$ が有力関数 $\chi(x,y)$ と次のような関係にあるものとする。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \chi(x,y) = P(x,y) \quad (33)$$

(33) 式を (22) 式に代入することにより次の関係を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) P(x,y) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 \chi(x,y) = 0 \quad (34)$$

(34) 式から $P(x,y)$ は調和関数であることがわかるので $P(x,y)$ に共役な関数を $Q(x,y)$ として複素解析関数 $f(z)$ を次のように定める。

$$f(z) = P(x, y) + iQ(x, y) \quad (35)$$

複素解析関数は z による積分を行った後も複素解析関数となるので、次式のように複素解析関数 $\varphi(z)$ を定める。

$$\varphi(z) = P(x, y) + iQ(x, y) = \frac{1}{4} \int f(z) dz \quad (36)$$

(36) 式の $P(x, y)$, $Q(x, y)$ に関する次のような演算を行なってみる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (x \cdot P(x, y) + y \cdot Q(x, y)) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(P(x, y) + x \cdot \frac{\partial P(x, y)}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial Q(x, y)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(x \cdot \frac{\partial P(x, y)}{\partial y} + Q(x, y) + y \cdot \frac{\partial Q(x, y)}{\partial y} \right) \\ &= 2 \cdot \frac{\partial P(x, y)}{\partial x} + x \cdot \frac{\partial^2 P(x, y)}{\partial x^2} + y \cdot \frac{\partial^2 Q(x, y)}{\partial x^2} + x \cdot \frac{\partial^2 P(x, y)}{\partial y^2} + 2 \cdot \frac{\partial Q(x, y)}{\partial y} + y \cdot \frac{\partial^2 Q(x, y)}{\partial y^2} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{\partial P(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial Q(x, y)}{\partial y} \right) + x \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) P(x, y) + y \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) Q(x, y) \quad (37) \end{aligned}$$

(37) 式において $P(x, y)$ と $Q(x, y)$ は互に共役な調和関数であるので(29)
(34)式で示された条件を適用することにより次のようになる

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (x \cdot P(x, y) + y \cdot Q(x, y)) = 4 \cdot \frac{\partial P(x, y)}{\partial x} \quad (38)$$

(38) 式に (36) 式と (35) 式の関係 $\frac{\partial P(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{4} \operatorname{Re}[f(z)] = \frac{1}{4} P(x, y)$ を適用した後、(33) 式を代入することにより次式を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (x \cdot P(x, y) + y \cdot Q(x, y)) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \chi(x, y) \quad (39)$$

(39) 式を約項することにより次の関係を得る。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\chi(x, y) - x \cdot P(x, y) - y \cdot Q(x, y)) = 0 \quad (40)$$

(40) 式は $\chi(x, y) - x \cdot p(x, y) - y \cdot q(x, y)$ が調和関数と示している
ので、新しい調和関数 $R(x, y)$ を次のように定める。

$$R(x, y) = \chi(x, y) - x \cdot p(x, y) - y \cdot q(x, y) \quad (41)$$

(41) 式から応力関数 $\chi(x, y)$ を調和関数により次式のように表わすことができる。

$$\chi(x, y) = x \cdot p(x, y) + y \cdot q(x, y) + R(x, y) \quad (42)$$

$R(x, y)$ の共役な関数を $\bar{q}_1(x, y)$ として、複素解析関数 $\psi(z)$ を次のように定める。

$$\psi(z) = R(x, y) + i \bar{q}_1(x, y) \quad (43)$$

応力関数 $\chi(x, y)$ を (42) 式を次のように変形した後に (36), (43) 式の
関係を用いて複素解析関数 $\varphi(z)$, $\psi(z)$ により表わすことができる。

$$\begin{aligned} \chi(x, y) &= \operatorname{Re}[x \cdot \{p(x, y) + i \bar{q}_1(x, y)\} + y \cdot \{q(x, y) - i p(x, y)\} + R(x, y) + i \bar{q}_1(x, y)] \\ &= \operatorname{Re}[x \cdot \varphi(z) - i y \varphi(z) + \psi(z)] \\ &= \operatorname{Re}[\bar{z} \cdot \varphi(z) + \psi(z)] \end{aligned} \quad (44)$$

(44) 式から応力関数 $\chi(x, y)$ は 2 つの複素解析関数 $\varphi(z)$, $\psi(z)$
から求められることがわかるので $\varphi(z)$, $\psi(z)$ を複素応力関数という。

3. 複素応力関数 $\varphi(z)$, $\psi(z)$ と応力の関係

まず (14) 式から次のような応力の組合せと応力関数の関係を得る
ことができる。

$$\sigma_x + \sigma_y = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \chi(x, y) \quad (45)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2i \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) \chi(x, y) \quad (46)$$

(45) 式に (33) 式を代入した後に (35), (36) 式の関係を代入すると次式を得る。

$$\sigma_x + \sigma_y = P_{(x,y)} = 4 \operatorname{Re} \left[\frac{d\varphi_{(z)}}{dz} \right] \quad (47)$$

(46) 式に (42) 式を代入して微分を行おうと次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 (x \cdot P_{(x,y)} + y \cdot Q_{(x,y)} + R_{(x,y)}) \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(P_{(x,y)} + x \cdot \frac{\partial P_{(x,y)}}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial P_{(x,y)}}{\partial y} + \frac{\partial^2 P_{(x,y)}}{\partial x^2} - i Q_{(x,y)} - ix \frac{\partial P_{(x,y)}}{\partial y} - iy \frac{\partial P_{(x,y)}}{\partial x} - i \frac{\partial Q_{(x,y)}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (48)$$

(48) 式に (29) 式の関係を用いて整理した後に微分を行おうと次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \left\{ P_{(x,y)} - i Q_{(x,y)} + (x - iy) \frac{\partial}{\partial x} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) + \frac{\partial}{\partial x} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) \right\} \\ &= \frac{\partial P_{(x,y)}}{\partial x} - i \frac{\partial Q_{(x,y)}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) + (x - iy) \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) \\ &\quad - i \frac{\partial P_{(x,y)}}{\partial y} - \frac{\partial Q_{(x,y)}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) - i(x - iy) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) - i \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) \\ &= (x - iy) \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) - i \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) \right\} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) - i \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) \end{aligned} \quad (49)$$

(27), (28) 式で示した複素解析関数の微分の関係を表わすと次のようになる。

$$\frac{d\varphi_{(z)}}{dz} = \frac{\partial}{\partial x} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) = -i \frac{\partial}{\partial y} (P_{(x,y)} + i Q_{(x,y)}) \quad (50)$$

(50) 式の関係を (49) 式に用いて整理することにより次式を得る。

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2 \left\{ \bar{z} \cdot \frac{d^2 \varphi_{(z)}}{dz^2} + \frac{d^2 \varphi_{(z)}}{dz^2} \right\} \quad (51)$$

(47) 式と (51) 式が 応力と複素応力関数の関係であり、両式から各応力を求めると次のようになる。

$$\sigma_x = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{d \varphi_{(z)}}{d z} \right] - \operatorname{Re} \left[\bar{z} \cdot \frac{d^2 \varphi_{(z)}}{d z^2} + \frac{d^2 \psi_{(z)}}{d z^2} \right] \quad (52)$$

$$\sigma_y = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{d \varphi_{(z)}}{d z} \right] + \operatorname{Re} \left[\bar{z} \cdot \frac{d^2 \varphi_{(z)}}{d z^2} + \frac{d^2 \psi_{(z)}}{d z^2} \right] \quad (53)$$

$$\tau_{xy} = \operatorname{Im} \left[\bar{z} \cdot \frac{d^2 \varphi_{(z)}}{d z^2} + \frac{d^2 \psi_{(z)}}{d z^2} \right] \quad (54)$$

4. 変位の複素応力関数による表示

x 方向の変位を u , y 方向の変位を v とすると変位と応力の関係は(15), (18)式を用いて次のようになる。

$$E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \sigma_x - \nu \sigma_y, \quad E \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = \sigma_y - \nu \sigma_x \quad (55)$$

$$E \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 2(1+\nu) \tau_{xy} \quad (56)$$

(55), (56)式に(14)式を代入して次式を得る

$$E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \chi_{(x,y)} - (1+\nu) \cdot \frac{\partial^2 \chi_{(x,y)}}{\partial x^2} \quad (57)$$

$$E \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \chi_{(x,y)} - (1+\nu) \cdot \frac{\partial^2 \chi_{(x,y)}}{\partial y^2} \quad (58)$$

$$E \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -2(1+\nu) \frac{\partial^2 \chi_{(x,y)}}{\partial x \partial y} \quad (59)$$

(57), (58)式に(33)式を代入した後に(35), (36)式の関係を用いると, 次式を得る。

$$E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 4 \cdot \frac{\partial \chi_{(x,y)}}{\partial x} - (1+\nu) \frac{\partial^2 \chi_{(x,y)}}{\partial x^2}, \quad E \cdot \frac{\partial v}{\partial y} = 4 \cdot \frac{\partial \chi_{(x,y)}}{\partial y} - (1+\nu) \frac{\partial^2 \chi_{(x,y)}}{\partial y^2} \quad (60)$$

(60)式を積分すると次式となる。

$$E \cdot u = 4 \cdot \chi_{(x,y)} - (1+\nu) \frac{\partial \chi_{(x,y)}}{\partial x} + f_u(y), \quad E \cdot v = 4 \cdot \chi_{(x,y)} - (1+\nu) \frac{\partial \chi_{(x,y)}}{\partial y} + f_v(x) \quad (61)$$

但し $f_u(y)$ は y の任意関数, $f_v(x)$ は x の任意関数

(61) 式を (59) 式に代入することにより次式を得る。

$$E \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 4 \cdot \frac{\partial z(x,y)}{\partial x} - (1+\nu) \frac{\partial^2 \chi(x,y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial f_u(x)}{\partial x} + 4 \frac{\partial p(x,y)}{\partial y} - (1+\nu) \frac{\partial^2 \chi(x,y)}{\partial x \partial y} + \frac{f_u(y)}{\partial y}$$

$$= -2(1+\nu) \frac{\partial^2 \chi(x,y)}{\partial x \partial y} \quad (62)$$

(62) 式において $p(x,y)$ と $z(x,y)$ は共役な関数なので (29) 式の関係を用いることにより次式を得る。

$$\frac{\partial f_u(y)}{\partial y} + \frac{\partial f_v(x)}{\partial x} = 0 \quad (63)$$

(63) 式は x, y の任意の値に対して成立しなければならないので次式で示す定数 A_c で表わされるものとなる。

$$\frac{\partial f_u(y)}{\partial y} = - \frac{\partial f_v(x)}{\partial x} = A_c \quad (64)$$

(64) 式を (61) 式に代入して変位を求めると次式となる

$$u(x,y) = \frac{1}{E} \left\{ 4p(x,y) - (1+\nu) \frac{\partial \chi(x,y)}{\partial x} + A_c y + B_c \right\} \quad (65)$$

$$v(x,y) = \frac{1}{E} \left\{ 4z(x,y) - (1+\nu) \frac{\partial \chi(x,y)}{\partial y} - A_c x + C_c \right\} \quad (66)$$

(65), (66) 式の B_c, C_c は定数である。定数 A_c, B_c, C_c の値はたかには無関係なのでこれらを含む項は剛体の変位と考えることができる。そのためたかによる変位を $u_a(x,y), v_a(x,y)$ とおき次のように定めることができる

$$u_a(x,y) = u(x,y) - (A_c y + B_c) = \frac{1}{E} \left\{ 4p(x,y) - (1+\nu) \frac{\partial \chi(x,y)}{\partial x} \right\} \quad (67)$$

$$v_a(x,y) = v(x,y) - (-A_c x + C_c) = \frac{1}{E} \left\{ 4z(x,y) - (1+\nu) \frac{\partial \chi(x,y)}{\partial y} \right\} \quad (68)$$

(67), (68) 式の変位 $u_a(x,y), v_a(x,y)$ の次のような組合せについて考える。

$$\begin{aligned}
 u_a(x, y) - i v_a(x, y) &= \frac{1}{E} \left\{ 4(p_{(x, y)} - i g_{(x, y)}) - (1+\nu) \left(\frac{\partial \chi_{(x, y)}}{\partial x} - i \frac{\partial \chi_{(x, y)}}{\partial y} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{E} \left\{ 4 \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \chi_{(x, y)} \right\} \quad (69)
 \end{aligned}$$

(69) 式に (42) 式を代入して微分を行なうと次のようになる。

$$\begin{aligned}
 u_a(x, y) - i v_a(x, y) &= \frac{1}{E} \left\{ 4 \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) (x p_{(x, y)} + y g_{(x, y)} + p_{(x, y)}) \right\} \\
 &= \frac{1}{E} \left\{ 4 \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left(p_{(x, y)} + x \frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial x} + y \frac{\partial g_{(x, y)}}{\partial x} + \frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial x} - i g_{(x, y)} - i x \frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial y} - i y \frac{\partial g_{(x, y)}}{\partial y} - i \frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial y} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{E} \left\{ 4 \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left\{ (p_{(x, y)} - i g_{(x, y)}) + x \left(\frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial x} - i \frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial y} \right) - i y \left(\frac{\partial g_{(x, y)}}{\partial y} - i \frac{\partial g_{(x, y)}}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial x} - i \frac{\partial p_{(x, y)}}{\partial y} \right) \right\} \right\} \quad (70)
 \end{aligned}$$

(70) 式に (29) 式の関係を用いた後に (50) 式の関係を代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 u_a(x, y) - i v_a(x, y) &= \frac{1}{E} \left[4 \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left\{ \overline{\varphi_{(z)}} + x \frac{\partial}{\partial x} (p_{(x, y)} + i g_{(x, y)}) - i y \frac{\partial}{\partial y} (p_{(x, y)} + i g_{(x, y)}) + \frac{\partial}{\partial x} (p_{(x, y)} + i g_{(x, y)}) \right\} \right] \\
 &= \frac{1}{E} \left[4 \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left\{ \overline{\varphi_{(z)}} + x \cdot \frac{d \varphi_{(z)}}{d z} - i y \cdot \frac{d \varphi_{(z)}}{d z} + \frac{d \varphi_{(z)}}{d z} \right\} \right] \\
 &= \frac{1}{E} \left\{ (3-\nu) \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left(\overline{z} \cdot \frac{d \varphi_{(z)}}{d z} + \frac{d \varphi_{(z)}}{d z} \right) \right\} \quad (71) \\
 &= \frac{1}{2G} \left\{ k \cdot \overline{\varphi_{(z)}} - \overline{z} \cdot \frac{d \varphi_{(z)}}{d z} - \frac{d \varphi_{(z)}}{d z} \right\} \quad \text{但し } k = \frac{3-\nu}{1+\nu} \quad (71')
 \end{aligned}$$

(71) 式が変位と複素応力関数の関係である。^{**}

第 3 章 複素応力関数の決定法

1. 空孔が 1 個の場合の複素応力関数の決定法

複素応力関数 $\varphi_{(z)}$, $\psi_{(z)}$ は z による微分, 積分の可能な解析関数なので「解析関数の性質の 1 つである「解析関数は微分, 積分しても解析関数となる」性質を用いて複素応力関数を求める。

一般に特異点^{*}を持つ複素解析関数はローラン級数展開により z に

* 関数の値が定まらない (不定又は発散) ような点。

** 本章では一般化された平面問題として扱っているが平面歪問題の場合は (71') 式において $k = 3 - 4\nu$ とおきかえること。

関する負のべきと正のべきからなる級数に展開できる。

平面内の応力は複素応力関数から求まるので、応力の値を持たない空孔内部は複素応力関数の特異点に相当する。本研究では複素応力関数をローラン級数による展開された形で扱い、級数の係数を境界条件から定めることにより複素応力関数を定める。

まず複素応力関数 $\varphi_{(z)}$, $\psi_{(z)}$ の平面内での状態を調べるために応力、変位と複素応力関数の関係をまとめて次のように表わす。

$$\sigma_x + \sigma_y = 4 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{d\varphi_{(z)}}{dz} \right] \quad (47)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2 \cdot \left\{ \bar{z} \cdot \frac{d^2\varphi_{(z)}}{dz^2} + \frac{d^2\psi_{(z)}}{dz^2} \right\} \quad (51)$$

$$u_a - i v_a = \frac{1}{E} \left\{ (3-\nu) \overline{\varphi_{(z)}} - (1+\nu) \left(\bar{z} \cdot \frac{d\varphi_{(z)}}{dz} + \frac{d\psi_{(z)}}{dz} \right) \right\} \quad (71)$$

空孔の中心を $x-y$ 座標の原点にとるものとする。空孔から無限に離れた点、(以下無限点、と言い x_∞ , y_∞ で表わすものとする) で応力が発散しないためには (51) 式から $\frac{d^2\varphi_{(z)}}{dz^2}$, $\frac{d^2\psi_{(z)}}{dz^2}$ が次式で示すような負のべき級数であればよいことがわかる。但し応力、変位はある基準の応力、変位の倍数として扱い無次元化したものを考えることにする。

$$\frac{d^2\varphi_{(z)}}{dz^2} = a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n z^{-n} \quad (72)$$

$$\frac{d^2\psi_{(z)}}{dz^2} = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^{-n} \quad (73)$$

(72) 式に定数項がないのは (51) 式で $\frac{d^2\varphi_{(z)}}{dz^2}$ に \bar{z} がかけられているためである。又定数および係数は複素数である。

(72), (73) 式を z で積分すると積分定数を a_0 , C_0 とおくことにより次式で表わされるものとなる。

$$\frac{d\varphi_{(z)}}{dz} = a_0 + a_1 \log z - a_2 z^{-1} - \frac{a_3}{2} z^{-2} - \dots = a_0 + a_1 \log z - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+1}}{n} z^{-n} \quad (74)$$

$$\frac{d\psi_{(z)}}{dz} = C_0 + b_0 z + b_1 \log z - b_2 z^{-1} - \frac{b_3}{2} z^{-2} - \dots = C_0 + b_0 z + b_1 \log z - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{n+1}}{n} z^{-n} \quad (75)$$

(47) 式で示された定力が無, 限点, で発散しないためには (74) 式の a_1 が 0 でなければならぬので $\frac{d\varphi(z)}{dz}$ は次式で表わされるものとなる。

$$\frac{d\varphi(z)}{dz} = a_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+1}}{n} z^{-n} \quad (76)$$

(76), (75) 式を積分すると積分定数を d_0, c_0 とおくことにより次式で表わされるものとなる。

$$\varphi(z) = d_0 + a_0 z - \frac{a_2}{2} \log z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{n(n+1)} z^{-n} \quad (77)$$

$$\psi(z) = c_0 + c_1 z + \frac{b_0}{2} z^2 + b_1 z \log z - \frac{b_2}{2} \log z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{n+2}}{n(n+1)} z^{-n} \quad (78)$$

定力と変位は一価関数^{*}でなければならぬので $\log z$ を含む項は一価となる条件を定めなければならぬ。まず $\log z$ が一価にでないことを次に示す。 z を極座標 (r, θ) で表わし, 空孔をひとまわりすると $(r, \theta + 2\pi)$ となり z は同じになるが 対数を取ると次のようになる

$$z = r e^{i\theta} = r e^{i(\theta + 2\pi)} \quad (79)$$

$$\log z = \log(r e^{i\theta}) = \log r + i\theta \quad (80)$$

$$\log z = \log(r e^{i(\theta + 2\pi)}) = \log r + i(\theta + 2\pi) \quad (81)$$

(80), (81) 式から $\log z$ は 79 価であることがわかる。このため $\log z$ の項を含む変位が一価となる条件を (74) 式から求める。すなわち z を極座標で表わし, (r, θ) と空孔をひとまわりした $(r, \theta + 2\pi)$ での変位が等しくなる条件を次のようにして求める。

$$(u_a - i v_a)_{\theta=0} - (u_a - i v_a)_{\theta=\theta+2\pi} = \frac{1}{E} \left[(3-\nu) \left(-\frac{\bar{a}_2}{2}\right) (\log r - i\theta) - (1+\nu) b_1 (\log r + i\theta) \right.$$

$$\left. - \left\{ (3-\nu) \left(-\frac{\bar{a}_2}{2}\right) (\log r - i(\theta + 2\pi)) - (1+\nu) b_1 (\log r + i(\theta + 2\pi)) \right\} \right]$$

* z をいっさめると関数の値がただ一つ定まること

$$= \frac{1}{E} \left\{ -(3-\nu) \frac{\bar{a}_2}{2} + (1+\nu) b_1 \right\} 2\pi i \quad (82)$$

(82)式が0になると変位は一個となる。その条件は次式で示されるものである。

$$-(3-\nu) \frac{\bar{a}_2}{2} + (1+\nu) b_1 = 0 \quad (83)$$

次に原点のまわりに関する合力の釣合と合モーメントの釣合に必要な条件について考える。合力のx成分を F_x 、y成分を F_y 、合モーメントを M で表わすとこれは極座標表示による点 (r, θ) から $(r, \theta+2\pi)$ までの次のような積分により求められる。

$$\begin{aligned} F_x &= \int_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} (\sigma_x dy - \tau_{xy} dx) = \int_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \left(\frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial y^2} dy - \frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial x \partial y} dx \right) \\ &= \left[\frac{\partial \chi_{(x, y)}}{\partial y} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \quad (84) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y &= \int_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} (\tau_{xy} dy - \sigma_y dx) = \int_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \left(-\frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial x \partial y} dy - \frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial x^2} dx \right) \\ &= \left[-\frac{\partial \chi_{(x, y)}}{\partial x} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \quad (85) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= \int_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \{ x(\tau_{xy} dy - \sigma_y dx) - y(\sigma_x dy - \tau_{xy} dx) \} \\ &= \int_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \left\{ -x \left(\frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial x \partial y} dy + \frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial x^2} dx \right) - y \left(\frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \chi_{(x, y)}}{\partial x \partial y} dx \right) \right\} \\ &= \left[x \chi_{(x, y)} - x \frac{\partial \chi_{(x, y)}}{\partial x} - y \frac{\partial \chi_{(x, y)}}{\partial y} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \quad (86) \end{aligned}$$

(84), (85)式から作られる次の組合せについて考える

$$-F_x - iF_y = \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \chi_{(x, y)} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \quad (87)$$

(87)式の大カッコの中の微分の結果に関して(69), (70), (71)の計算のなかですぐに行なわれており次のようになる。

$$-F_x - iF_y = \left[\overline{\varphi(z)} + \overline{z} \cdot \frac{d\varphi(z)}{dz} + \frac{d\psi(z)}{dz} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \quad (88)$$

(88) 式に (77), (78) 式の応力関数を代入し (79) 式で表わされる極座標表示を用いると次のようになる。

$$\begin{aligned} -F_x - iF_y &= -\frac{\overline{a_2}}{2} \{\log r - i(\theta+2\pi)\} + b_1 \{\log r + i(\theta+2\pi)\} + \frac{\overline{a_2}}{2} \{\log r - i\theta\} - b_1 \{\log r + i\theta\} \\ &= 2\pi i \left(\frac{\overline{a_2}}{2} + b_1 \right) \end{aligned} \quad (89)$$

原点のまわりの合力が釣り合うためには (89) 式が 0 でなければならぬので 応力関数の係数について次の関係を得る。

$$\frac{\overline{a_2}}{2} + b_1 = 0 \quad (90)$$

(83), (90) 式から複素応力関数の係数 a_2, b_1 は次のように定まる。

$$a_2 = b_1 = 0 \quad (91)$$

次に合モーメントに関する (86) 式を次のように変形する。

$$M = \left[x_{(x,y)} - x \cdot \frac{\partial x_{(x,y)}}{\partial x} - y \cdot \frac{\partial x_{(x,y)}}{\partial y} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} = \left[x_{(x,y)} - \operatorname{Re} \left\{ z \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) x_{(x,y)} \right\} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \quad (92)$$

(92) 式に (44) 式と (87) 式での微分の結果を代入することにより次式を得る。

$$M = \operatorname{Re} \left[\overline{z} \varphi(z) + \psi(z) - z \overline{\varphi(z)} + z \overline{z} \cdot \frac{d\varphi(z)}{dz} + \frac{d\psi(z)}{dz} \right]_{(r, \theta)}^{(r, \theta+2\pi)} \quad (93)$$

(93) 式に (91) 式の関係を (77), (78) 式の複素応力関数に用いて代入し (79) 式で表わされる極座標表示を用いると次のようになる。

$$M = \operatorname{Re} \left[-\frac{b_2}{2} \{\log r + i(\theta+2\pi)\} + \frac{b_2}{2} \{\log r + i\theta\} \right] = \operatorname{Re} \left[\frac{b_2}{2} \cdot 2\pi i \right]$$

$$= -I_m[b_2]\pi \quad \text{但し } I_m[\cdot]:[\cdot] \text{ の虚部} \quad (94)$$

原点のまわりの合モーメントが釣り合うためには (94) 式が 0 でなければならぬので、複素応力関数の係数に関する次の条件を得る。

$$I_m[b_2] = 0 \quad (95)$$

応力による変位を問題にする場合は (77), (78) 式において 積分定数として考えた d_0, e_0, c_0 は 0 と仮定できるので、さらに (91), (95) 式の条件を適用することにより複素応力関数は、次式で表わされるものについて考えると良いことになる。

$$\varphi(z) = a_0 z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{n(n+1)} z^{-n} \quad (96)$$

$$\psi(z) = \frac{b_0}{2} z^2 - \frac{1}{2} \operatorname{Re}[b_2] \log z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{n+2}}{n(n+1)} z^{-n} \quad (97)$$

(96), (97) 式の複素応力関数は無限点で作用する応力に対応する項 $\varphi_0(z), \psi_0(z)$ と空孔による特異性を表わす項 $\varphi_1(z), \psi_1(z)$ とに分けて次のように表わすことができる。

$$\varphi(z) = \varphi_0(z) + \varphi_1(z), \quad \psi(z) = \psi_0(z) + \psi_1(z) \quad (98)$$

(98) 式において $\varphi_0(z), \psi_0(z), \varphi_1(z), \psi_1(z)$ は次式で表わされるものである。

$$\varphi_0(z) = a_0 z, \quad \psi_0(z) = \frac{b_0}{2} z^2 \quad (99)$$

$$\varphi_1(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{n(n+1)} z^{-n}, \quad \psi_1(z) = -\frac{1}{2} \operatorname{Re}[b_2] \log z + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{n+2}}{n(n+1)} z^{-n} \quad (100)$$

(98) 式を (44) 式に代入することにより、応力関数 $\sigma_{(x,y)}$ を無限点で作用する応力に対応する項 $\sigma_{0(x,y)}$ と空孔の特異性を表わす項 $\sigma_{1(x,y)}$ とに

わけて次のように表わすことができる。

$$\chi(x, y) = \chi_0(x, y) + \chi_1(x, y) \quad (101)$$

(101)式における $\chi_0(x, y)$, $\chi_1(x, y)$ は次式で表わされるものである。

$$\chi_0(x, y) = \operatorname{Re}[\bar{z} \varphi_0(z) + \psi_0(z)] \quad (102)$$

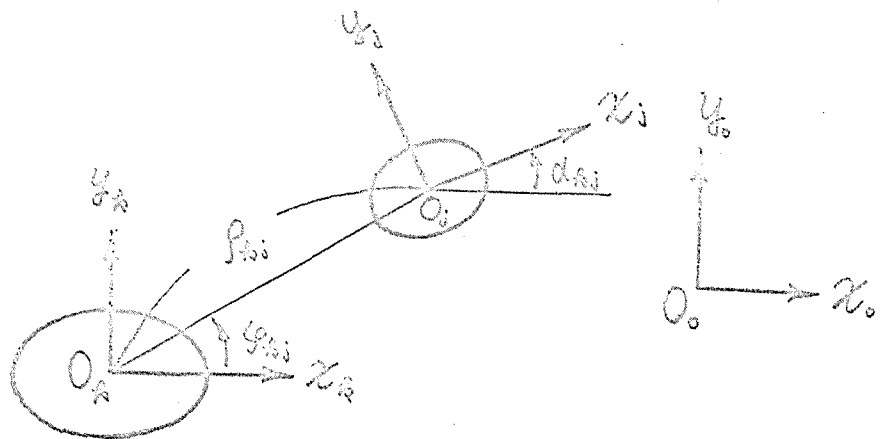
$$\chi_1(x, y) = \operatorname{Re}[\bar{z} \varphi_1(z) + \psi_1(z)] \quad (103)$$

以上により複素応力関数の形が定まったので空孔が多数ある場合も同様に考えると良いことがわかる。

(96), (97)式で示された複素応力関数の未定係数の決定法については次の節においてまとめて述べる。

2. 空孔が多数ある場合の複素応力関数の決定法

前節の複素応力関数を決定する場合に述べたように計算上における物理的な意味を消すために、長さ、応力をそれぞれある基準の長さ、応力の倍数として表わし無次元化する。又以下に出てくる諸値はすべて無次元化した量として扱うものとする。



第 3 図 空孔の分布図

第3図に示したように、任意に分布する N 個の空孔の中心を O_1, O_2, \dots, O_N とする。各孔の中心を原点とする座標系 (x_j, y_j) と複素座標 z_j を次式のように定める。

$$z_j = x_j + iy_j \quad (j=0, 1, 2, \dots, N) \quad (104)$$

(104) 式において $j=0$ の場合は無限板内の各空孔の位置を決定するために定めた座標である。

各孔から無限に離れた点 (x_∞, y_∞) での応力が次式で表わされる場合について考える。

$$\sigma_{x_\infty} = a, \quad \sigma_{y_\infty} = b, \quad \tau_{x_\infty y_\infty} = c \quad (105)$$

前節の(101)式で示したように無限板内部の応力解析に使用する応力関数は次式の形により表わされるものとする。^{(6), (7)}

$$\chi(x, y) = \chi_0(x, y) + \sum_{n=1}^N \chi_n(x, y) \quad (106)$$

(106) 式の応力関数 $\chi_0(x, y)$ は各孔から無限に離れた点における応力状態(105)式に対応するもので次式により定められるものである。

$$\chi_0(x, y) = \operatorname{Re} [\bar{z}_0 \varphi_0(z_0) + \psi_0(z_0)] \quad (107)$$

(107) 式における $\varphi_0(z_0)$, $\psi_0(z_0)$ は(47), (48)式で示された応力と複素応力関数の関係から次式のように表わすことができる。但し応力に無関係な項は省略してある。

$$\varphi_0(z_0) = \frac{1}{4}(a+b)z_0 \quad (108)$$

$$\psi_0(z_0) = \frac{1}{4}(b-a+2ic)z_0^2 \quad (109)$$

(106) 式の応力関数 $\chi_n(x, y)$ は前節(101)式において示したように空孔の中心 O_n に特異性を持つ応力関数で次式により表わされるものである。

$$\chi_n(x, y) = \operatorname{Re} [\bar{z}_n \varphi_n(z_n) + \psi_n(z_n)] \quad (110)$$

(110) 式における複素応力関数 $\varphi_n(z_n)$, $\psi_n(z_n)$ は前節の(100)式で示された

ように複素変数 z_R により次のように表わすことができる。但し係数は一般に複素数を表わすものとする。

$$\varphi_R(z_R) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{n,R} z_R^{-n} \quad (111)$$

$$\psi_R(z_R) = \operatorname{Re}[B_{0,R}] \log z_R + \sum_{n=1}^{\infty} B_{n,R} z_R^{-n} \quad (112)$$

(111), (112)における未定係数 $A_{n,R}$, $B_{n,R}$ を各室孔の境界条件を満足するように定めることにより複素応力関数が求まる。

境界条件を適用するためには $z_{(x,y)}$ を任意のある座標 z_j により書き直す必要があるので各座標間の関係を次式により示す。但し $\rho_{0j} = O_R O_j$ であり, φ_{0j} , α_{0j} は第3図において示したように $O_R O_j$ と z_R 方向, z_j 方向と z_R 方向とのなり角である。

$$z_R = \rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}} \quad (113)$$

(113) 式を (108), (109) に代入することにより次式を得る。但し応力, 変位に無関係な項は省略してある。

$$\varphi_0(z_0) = \frac{1}{4} (a+b) z_j e^{i\alpha_{0j}} + \frac{1}{4} (a+b) \rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} \quad (114)$$

$$\psi_0(z_0) = \frac{1}{4} (b-a+2ic) (e^{2i\alpha_{0j}} z_j^2 + 2\rho_{0j} e^{i(\alpha_{0j}+\varphi_{0j})} z_j) \quad (115)$$

(113) 式を (111), (112) 式に代入することにより次式を得る。

$$\varphi_R(z_R) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{n,R} (\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}})^{-n} \quad (116)$$

$$\psi_R(z_R) = \operatorname{Re}[B_{0,R}] \log(\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}}) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{n,R} (\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}})^{-n} \quad (117)$$

(107) 式の右辺に (113), (114), (115) 式を代入することにより次式を得る。

$$z_{(x,y)} = \operatorname{Re}[(\rho_{0j} e^{-i\varphi_{0j}} + \bar{z}_j e^{-i\alpha_{0j}}) \cdot \frac{1}{4} (a+b) (\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}})]$$

$$+ \frac{1}{4} (b-a+2ic) \cdot (e^{2i\alpha_{0j}} z_j^2 + 2\rho_{0j} e^{i(\alpha_{0j}+\varphi_{0j})} z_j)] \quad (118)$$

(110) 式の右辺に (113), (116), (117) 式を代入することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} \chi_R(z, y) = & \operatorname{Re}[(\rho_{0j} e^{-i\varphi_{0j}} + \bar{z}_j e^{-i\alpha_{0j}}) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_{n,R} (\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}})^{-n} \\ & + \operatorname{Re}[B_{0,R}] \log(\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}}) + \sum_{n=1}^{\infty} B_{n,R} (\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}})^{-n}] \quad (119) \end{aligned}$$

(106) 式に (118), (119) 式を代入することにより応力関数 $\chi(z, y)$ および複素応力関数 $\Phi_j(z)$, $\Psi_j(z)$ は次式で与えられるものとなる。

$$\chi(z, y) = \operatorname{Re}[\bar{z}_j \Phi_j(z) + \Psi_j(z)] \quad (120)$$

$$\begin{aligned} \Phi_j(z) = & \frac{1}{4} (a+b)(z_j + \rho_{0j} e^{-i(\alpha_{0j}-\varphi_{0j})}) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \{A_{n,j} \bar{z}_j^{-n} - \sum_{k=1}^N A_{n,k} e^{-i\alpha_{kj}} (\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}})^{-n}\} \quad (121) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_j(z) = & \frac{1}{4} (a+b)\rho_{0j} (\rho_{0j} + z_j e^{i(\alpha_{0j}-\varphi_{0j})}) + \frac{1}{4} (b-a+2ic)(e^{2i\alpha_{0j}} z_j^2 + 2\rho_{0j} e^{i(\alpha_{0j}+\varphi_{0j})} z_j) \\ & + \operatorname{Re}[B_{0,j}] \log z_j + \sum_{k=1}^N \operatorname{Re}[B_{0,k}] \cdot \log(\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}}) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \{B_{n,j} \bar{z}_j^{-n} + \sum_{k=1}^N (A_{n,k} \rho_{0j} e^{-i\varphi_{0j}} + B_{n,k})(\rho_{0j} e^{i\varphi_{0j}} + z_j e^{i\alpha_{0j}})^{-n}\} \quad (122) \end{aligned}$$

但し $\sum_{k=1}^N C_k = \sum_{k=1}^N C_k - C_j$ を表わすものとする。

前節の (47), (51) 式で示したように応力と複素応力関数 $\Phi_j(z)$, $\Psi_j(z)$ の関係は次式で与えられるものである。

$$\sigma_{x_j} + \sigma_{y_j} = 4 \cdot \operatorname{Re}\left[\frac{d\Phi_j(z)}{dz_j}\right] \quad (123)$$

$$\sigma_{y_j} - \sigma_{x_j} + 2i\tau_{x_j y_j} = 2 \cdot \left(\bar{z}_j \cdot \frac{d^* \Phi_j(z)}{dz_j^*} + \frac{d^* \Psi_j(z)}{dz_j^*}\right) \quad (124)$$

空孔の形が楕円形で表わされるものと仮定すると、境界条件は楕円座標による応力表示の方が適用しやすいので直線座標系 (x_j, y_j) と楕円座標系 (α_j, β_j) の関係を次に示す。

$$z_j = C_j \cosh \zeta_j \quad \text{但し} \quad \zeta_j = \alpha_j + i\beta_j \quad (125)$$

(125)式における C_j は原点と楕円の焦点との距離である。

楕円座標による応力表示の誘導のために第4図に示したような応力 σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} が作用している場合に x_j 方向と面の法線方向とのなす角が θ_j で表わすものとするとこの面に作用する直応力 σ_{n_j} , せん断応力 τ_{n_j} およびこの面に直交する方向の直応力 σ_{t_j} は力の釣合から次式のようにまとめ表わすことができる。

$$\sigma_{n_j} + \sigma_{t_j} = \sigma_{x_j} + \sigma_{y_j} \quad (126)$$

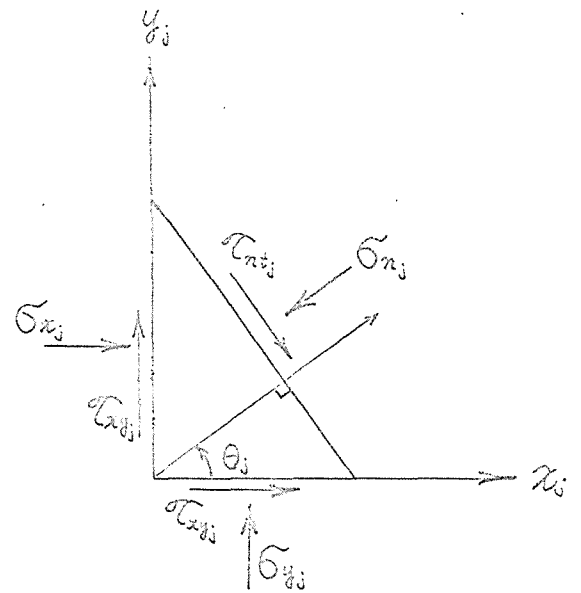
$$\sigma_{t_j} - \sigma_{n_j} + 2i\tau_{n_j} = e^{2i\theta_j} (\sigma_{y_j} - \sigma_{x_j} + 2i\tau_{xy_j}) \quad (127)$$

(126), (127)式は第5図のような法線と x_j の方向とのなす角 θ_j の曲面上においても成立する。

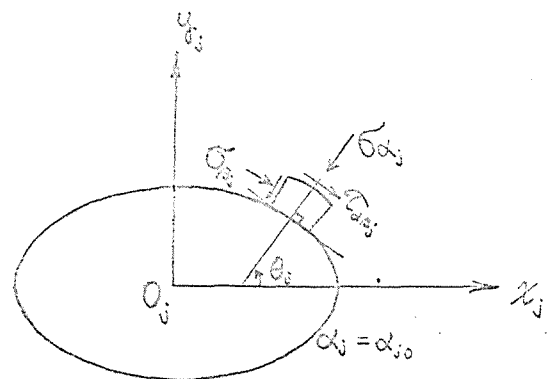
第5図に示したように楕円座標による直応力 σ_{α_j} , σ_{β_j} , せん断応力 $\tau_{\alpha\beta_j}$ を定める。

楕円は(125)式において $\alpha_j = \alpha_0$ (一定)と置くことにより得られる。

楕円の周上の点 (α_0, β_0) における $e^{2i\theta}$ は次のようにして求めることができる。



第4図 応力の表示図



第5図 楕円座標による応力表示図

まず (125) 式の関係から次式が得られる。

$$z_{j0} = C_j \cosh(\alpha_{j0} + i\beta_j) = C_j \cosh \alpha_{j0} \cos \beta_j + i C_j \sinh \alpha_{j0} \sin \beta_j \quad (128)$$

(128) 式と (104) 式から x_j , y_j は次式で表わされるものとなる。

$$x_j = C_j \cosh \alpha_{j0} \cos \beta_j, \quad y_j = C_j \sinh \alpha_{j0} \sin \beta_j \quad (129)$$

法線の傾き: $\tan \theta_j$ は次式で表わされるものである。

$$\tan \theta_j = - \frac{dx_j}{dy_j} \quad (130)$$

(130) 式に (129) 式を代入して微分すると次のようになる。

$$\tan \theta_j = - \left(\frac{dx_j}{d\beta_j} \right) / \left(\frac{dy_j}{d\beta_j} \right) = \cosh \alpha_{j0} \sin \beta_j / (\sinh \alpha_{j0} \cos \beta_j) \quad (131)$$

$\tan \theta_j$ を指数を用いて表わすと次のようになる。

$$\tan \theta_j = (e^{i\theta_j} - e^{-i\theta_j}) / i(e^{i\theta_j} + e^{-i\theta_j}) = (e^{2i\theta_j} - 1) / i(e^{2i\theta_j} + 1) \quad (132)$$

(131) 式と (132) 式から次式を得る。

$$(e^{2i\theta_j} - 1) \sinh \alpha_{j0} \cos \beta_j = i(e^{2i\theta_j} + 1) \cosh \alpha_{j0} \sin \beta_j \quad (133)$$

(133) 式を整理することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} e^{2i\theta_j} &= (\sinh \alpha_{j0} \cos \beta_j + i \cosh \alpha_{j0} \sin \beta_j) / (\sinh \alpha_{j0} \cos \beta_j - i \cosh \alpha_{j0} \sin \beta_j) \\ &= \sinh(\alpha_{j0} + i\beta_j) / \sinh(\alpha_{j0} - i\beta_j) = \sinh \zeta_j / \sinh \bar{\zeta}_j \end{aligned} \quad (134)$$

槽円座標による応力は (126) 式 および (127) 式の $e^{2i\theta}$ に (134) 式を代入することにより次式で表わされるものとなる。

$$\sigma_{\alpha_j} + \sigma_{\beta_j} = \sigma_{x_j} + \sigma_{y_j} \quad (135)$$

$$\sigma_{\beta_j} - \sigma_{\alpha_j} + 2i\tau_{\alpha\beta_j} = (\sinh \zeta_j / \sinh \bar{\zeta}_j) \cdot (\sigma_{y_j} - \sigma_{x_j} + 2i\tau_{xy_j}) \quad (136)$$

(135) 式に (123) 式を代入し, (136) 式に (124) 式を代入することにより槽円座標による応力と複素応力関数 $\Phi_j(z_j)$, $\bar{\Psi}_j(\bar{z}_j)$ の関係は次式で表わされるものとなる。

$$\sigma_{\alpha_j} + \sigma_{\beta_j} = 4 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{d\Phi_j(z_j)}{dz_j} \right] \quad (137)$$

$$\sigma_{\beta_j} - \sigma_{\alpha_j} + 2i\tau_{\alpha\beta_j} = (\sinh \zeta_j / \sinh \bar{\zeta}_j) \cdot 2 \cdot \left(\bar{z}_j \cdot \frac{d^2\Phi_j(z_j)}{dz_j^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_j(\bar{z}_j)}{d\bar{z}_j^2} \right) \quad (138)$$

(137) 式と (138) 式から σ_{β_j} を消去することにより次式が導かれる。

$$\sigma_{\alpha_j} - i\tau_{\alpha\beta_j} = 2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{d\Phi_j(z_j)}{dz_j} \right] - \frac{\sinh \zeta_j}{\sinh \bar{\zeta}_j} \cdot \left(\bar{z}_j \cdot \frac{d^2\Phi_j(z_j)}{dz_j^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_j(\bar{z}_j)}{d\bar{z}_j^2} \right) \quad (139)$$

空孔の形が $\alpha_j = \alpha_{jb}$ で表わされるものとするとき空孔の周上の点は次式により与えられるものとなる。

$$z_{jb} = c_j \cosh \zeta_{jb} = c_j \cosh(\alpha_{jb} + i\beta_j) \quad (140)$$

空孔の壁面における面応力 σ_{α_j} , せん断応力 $\tau_{\alpha\beta_j}$ はともに 0 と仮定すると境界条件は次式で表されるものとなる。

$$(\sigma_{\alpha_j} - i\tau_{\alpha\beta_j})_{\alpha_j = \alpha_{jb}} = 0 \quad (141)$$

(141) 式に (139), (140) 式を代入することにより次式を得る。

$$2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{d\Phi_j(z_j)}{dz_j} \right]_{z_j = z_{jb}} - \frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \bar{\zeta}_{jb}} \cdot \left(\bar{z}_j \cdot \frac{d^2\Phi_j(z_j)}{dz_j^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_j(\bar{z}_j)}{d\bar{z}_j^2} \right)_{z_j = z_{jb}} = 0 \quad (142)$$

(142)式の複素応力関数 $\Phi_1(z)$, $\Phi_2(z)$ に(121), (122)式を代入することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(a+b) - \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \{ 2n A_{n,j} \bar{z}_{jb}^{-(n+1)} + \sum_{k \neq j}^N 2n A_{n,k} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+1)} \} \right] \\ & - \frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \left[\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)n \bar{z}_{jb} \{ A_{n,j} \bar{z}_{jb}^{-(n+2)} + \sum_{k \neq j}^N A_{n,k} e^{i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \} \right. \\ & + \frac{1}{2}(b-a+2ic) e^{2i\alpha_{jj}} - \operatorname{Re}[B_{0,j}] \bar{z}_{jb}^{-2} - \sum_{k \neq j}^N \operatorname{Re}[B_{0,k}] e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-2} \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)n \{ B_{n,j} \bar{z}_{jb}^{-(n+2)} + \sum_{k \neq j}^N e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{-i\varphi_{kj}} A_{n,k} + B_{n,k}) (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \} \right] = 0 \end{aligned} \quad (143)$$

表示における便宜上複素数の実部と虚部を次のように表わすものとする。

$$\operatorname{Re}[A_{n,j}] = A_{n,j}, \quad \operatorname{Im}[A_{n,j}] = A_{n,j}^{\circ}, \quad \dots \quad (144)$$

(144)式の表示法を用いて(143)式を実部と虚部に分けることができる。実部を各未知数 \circ とにまとめると次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[(b-a+2ic) \frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot e^{2i\alpha_{jj}} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{Re} \left[\{ 2 \bar{z}_{jb} + (n+1) \frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot \bar{z}_{jb} \} \bar{z}_{jb}^{-(n+2)} \right] A_{n,j}^{\circ} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{Im} \left[\{ 2 \bar{z}_{jb} + (n+1) \frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot \bar{z}_{jb} \} \bar{z}_{jb}^{-(n+2)} \right] A_{n,j}^{\circ} - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n \operatorname{Re} \left[2 (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}}) \right. \\ & \left. + (n+1) \frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot e^{i\alpha_{kj}} (\bar{z}_{jb} + \rho_{kj} e^{i(\alpha_{kj}-\varphi_{kj})}) \cdot (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \right] A_{n,k}^{\circ} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n \operatorname{Im} \left[2 (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}}) + (n+1) \frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot e^{i\alpha_{kj}} (\bar{z}_{jb} + \rho_{kj} e^{i(\alpha_{kj}-\varphi_{kj})}) \cdot (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \right] A_{n,k}^{\circ} \\ & + \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot \bar{z}_{jb}^{-2} \right] B_{0,j}^{\circ} + \sum_{k \neq j}^N \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-2} \right] B_{0,k}^{\circ} \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot \bar{z}_{jb}^{-(n+2)} \right] B_{n,j}^{\circ} + \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \frac{b}{2}}{\sinh \frac{b}{2}} \cdot \bar{z}_{jb}^{-(n+2)} \right] B_{n,j}^{\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n(n+1) \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \right] B_{n,k}^{\bullet} \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n(n+1) \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \right] B_{n,k}^{\wedge} = 0 \quad (145)
\end{aligned}$$

(143)式の虚部を各未知数ごとにまとめると次のようになる。

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{2} \operatorname{Im} [(b-a+2ic) e^{2i\alpha_{0j}} \frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}}] - \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot \bar{z}_{jb} z_{jb}^{-(n+2)} \right] A_{n,j}^{\bullet} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot \bar{z}_{jb} z_{jb}^{-(n+2)} \right] A_{n,j}^{\wedge} - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n(n+1) \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot e^{i\alpha_{kj}} (\bar{z}_{jb} + e^{i(\alpha_{kj}-\varphi_{kj})} \rho_{kj}) \right. \\
& \times (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \left. \right] A_{n,k}^{\bullet} - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n(n+1) \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot e^{i\alpha_{kj}} (\bar{z}_{jb} + e^{i(\alpha_{kj}-\varphi_{kj})} \rho_{kj}) \right. \\
& \times (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \left. \right] A_{n,k}^{\wedge} \\
& + \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot z_{jb}^{-2} \right] B_{0,j}^{\bullet} + \sum_{k \neq j}^N \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-2} \right] B_{0,k}^{\bullet} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot z_{jb}^{-(n+2)} \right] B_{n,j}^{\bullet} - \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot z_{jb}^{-(n+2)} \right] B_{n,j}^{\wedge} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n(n+1) \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \right] B_{n,k}^{\bullet} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k \neq j}^N n(n+1) \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \zeta_{jb}}{\sinh \zeta_{jb}} \cdot e^{2i\alpha_{kj}} (\rho_{kj} e^{i\varphi_{kj}} + z_{jb} e^{i\alpha_{kj}})^{-(n+2)} \right] B_{n,k}^{\wedge} = 0 \quad (146)
\end{aligned}$$

(140)式において β_j を1つ決めると、空孔の周上の点が1つ定まり、未知係数に関する2本の式(145), (146)が得られる。 β_j を0から 2π まで取ることにより空孔の周囲を1周することができる。0から 2π までの間を無限に細かくすることにより β_j は無限個定められ、それにより複素応力関数の未知係数 $A_{n,j}^{\bullet}, A_{n,j}^{\wedge}, \dots$ は無限連立1次方程式の根となる。また β_j を0から 2π の間で無限個とることにより境界条件(141)式を空孔周囲で満足していると思わせることができる。

一般に(121), (122)式で表わした複素応力関数 $\Phi_{(2)}, \Psi_{(2)}$ の形はある複素解析関数の z_j による級数展開の形を仮定しているので未知係数は

n の増加につれて小さくなるものと予想されるので、 n を有限個で打ち切っても十分精度を上げられることが期待できる。

複素応力関数が求まると応力は(123), (124)式から σ_{x_i} , σ_{y_i} , τ_{xy_i} が求まり (137), (138)式から $\bar{\sigma}_{x_i}$, $\bar{\sigma}_{y_i}$, $\bar{\tau}_{xy_i}$ が求まるので以下にまとめて表わす。

$$\sigma_{x_i} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{d\Phi_i(z_i)}{dz_i} \right] - \operatorname{Re} \left[\bar{z}_i \cdot \frac{d^2\Phi_i(z_i)}{dz_i^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_i(z_i)}{dz_i^2} \right] \quad (147)$$

$$\sigma_{y_i} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{d\bar{\Phi}_i(z_i)}{dz_i} \right] + \operatorname{Re} \left[\bar{z}_i \cdot \frac{d^2\Phi_i(z_i)}{dz_i^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_i(z_i)}{dz_i^2} \right] \quad (148)$$

$$\tau_{xy_i} = \operatorname{Im} \left[\bar{z}_i \cdot \frac{d^2\Phi_i(z_i)}{dz_i^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_i(z_i)}{dz_i^2} \right] \quad (149)$$

$$\bar{\sigma}_{x_i} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{d\bar{\Phi}_i(z_i)}{dz_i} \right] - \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \bar{z}_i}{\sinh z_i} \left(\bar{z}_i \cdot \frac{d^2\Phi_i(z_i)}{dz_i^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_i(z_i)}{dz_i^2} \right) \right] \quad (150)$$

$$\bar{\sigma}_{y_i} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{d\bar{\Phi}_i(z_i)}{dz_i} \right] + \operatorname{Re} \left[\frac{\sinh \bar{z}_i}{\sinh z_i} \left(\bar{z}_i \cdot \frac{d^2\Phi_i(z_i)}{dz_i^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_i(z_i)}{dz_i^2} \right) \right] \quad (151)$$

$$\bar{\tau}_{xy_i} = \operatorname{Im} \left[\frac{\sinh \bar{z}_i}{\sinh z_i} \left(\bar{z}_i \cdot \frac{d^2\Phi_i(z_i)}{dz_i^2} + \frac{d^2\bar{\Psi}_i(z_i)}{dz_i^2} \right) \right] \quad (152)$$

3. 電子計算機による複素応力関数の未知係数の決定法と応力の求め方

前節において示したように(145), (146)式中の未知係数の個数は非常に多いので未知係数を根とする連立一次方程式を解くためには電子計算機による解法が必要となる。第6図に電子計算機により複素応力関数の未知係数の決定および応力を求めるプログラムの流れ図を示した。

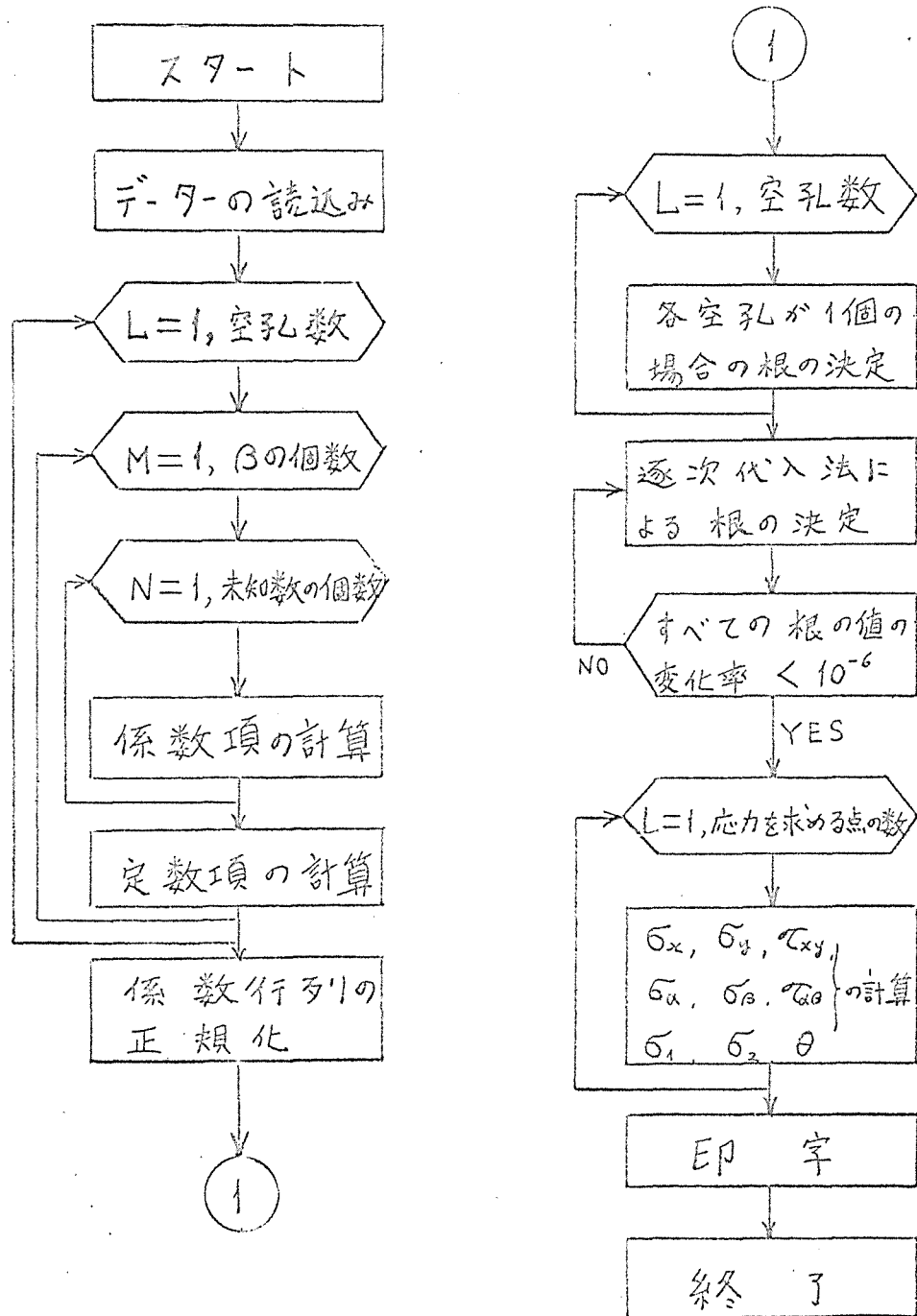
本プログラムでは境界条件をより正確に適用するために境界上の点を定める B_j を必要とする未知係数の個数よりはるかに多くとり、正規化して 99 元連立一次方程式を作成した。

連立一次方程式の解法は、未知係数が各空孔について n の増加につれて小さくなることが予想されるので各空孔ごとの

Success - Serial 23333.

逐次代入法を用い、すべての根のくり返しによる変化率が 10^{-6} 以下になるまでくり返すようにした。

尚用いたプログラムの例として円孔の個数が3個まで計算できるものを巻末に記載した。



第6図 プログラムの流れ図

第 3 編 応力の解析例

第 1 章 本研究による応力の値と在来の研究による 応力の値との比較

円孔を有する無限弾性板の応力解析は (140) 式において $\alpha_{jb} \rightarrow \infty$ とおくことにより行うことができる。

円孔周辺の応力解析に関する在来の結果は 1 円孔から 3 円孔の場合について求められているので以下に本研究による結果との比較を示す。

1. 1 円孔の場合

1 円孔を有する無限弾性板が孔から無限に離れた点において一定の応力 ($\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$) を受けた場合の円孔周壁における応力 σ_θ の分布は次式で与えられることが知られている。²⁷⁾

$$\sigma_\theta = \sigma_{x\infty} + \sigma_{y\infty} + 2(\sigma_{y\infty} - \sigma_{x\infty})\cos 2\theta - 4\tau_{xy\infty}\sin 2\theta \quad (147)$$

第 1 表に (147) 式による σ_θ の値と本解析法による結果との比較を示した。表中の値は応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ がそれぞれ単独に作用した場合における円孔周壁での応力 σ_θ を作用応力との比 $\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$, $\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$, $\sigma_\theta/\tau_{xy\infty}$ の形で表わしたものである。

第 1 表 1 円孔の場合における円孔周壁での σ_θ の比較

	θ	0°	10°	20°	30°	40°	45°
(147) 式による結果	$\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$	-1.000	-0.880	-0.532	0.000	0.652	1.000
	$\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$	3.000	2.880	2.532	2.000	1.348	1.000
	$\sigma_\theta/\tau_{xy\infty}$	0.000	-1.368	-2.572	-3.464	-3.940	-4.000
本解析法による結果	$\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$	-1.000	-0.879	-0.532	0.000	0.653	1.000
	$\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$	3.000	2.879	2.532	2.000	1.347	1.000
	$\sigma_\theta/\tau_{xy\infty}$	0.000	-1.368	-2.571	-3.464	-3.939	-4.000

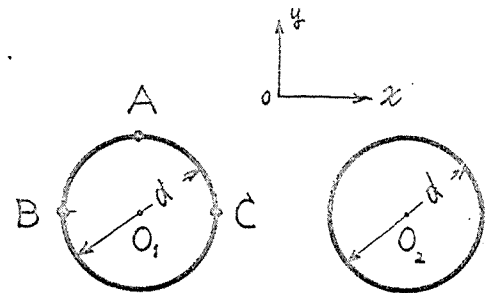
2. 2円孔の場合

1) 等円孔の場合

2個の等円孔を有する無限弾性板が孔から無限に離れた点において1方向の応力を受けた場合の円孔周壁における応力 σ_θ の値は、C.B. Ling²⁸⁾により第7図に示したA, B, C点での値が求められているので第2表において本解析による値との比較を行なった。

第2表 等2円孔の場合の σ_θ の比較

	$0, O_2/d$	A点での $\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$	B点での $\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$	C点での $\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$
C.B. Ling	1.5	2.623	3.151	3.264
による値	2.0	2.703	3.066	3.020
本解析に	1.5	2.623	3.151	3.264
よる値	2.0	2.702	3.066	3.020



第7図

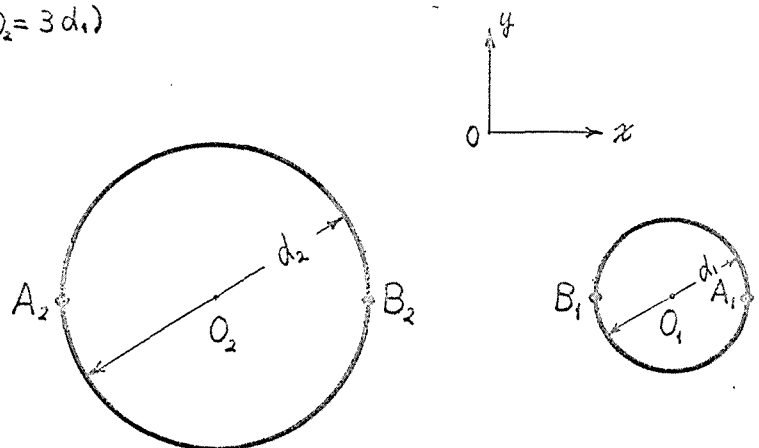
2) 不等円孔の場合

不等円孔の場合については宮尾他²⁹⁾により第8図に示したような $d_2 = 2d_1$, $O_1 O_2 = 3d_1$ の2円孔が孔から無限に離れた点において1方向の1様な応力を受けた場合の円孔周壁上の点 A_1, B_1, B_2, A_2 における σ_θ が求められている。

第3表において本解析による値との比較を行なった。

第3表 不等2円孔の場合($d_2 = 2d_1, O_1 O_2 = 3d_1$)

		宮尾他による値	本解析による値
A_1 点	$\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$	-0.786	-0.786
	$\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$	3.110	3.110
B_1 点	$\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$	-0.460	-0.460
	$\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$	3.085	3.084
B_2 点	$\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$	-0.786	-0.786
	$\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$	2.995	2.995
A_2 点	$\sigma_\theta/\sigma_{x\infty}$	-0.972	-0.971
	$\sigma_\theta/\sigma_{y\infty}$	3.033	3.033

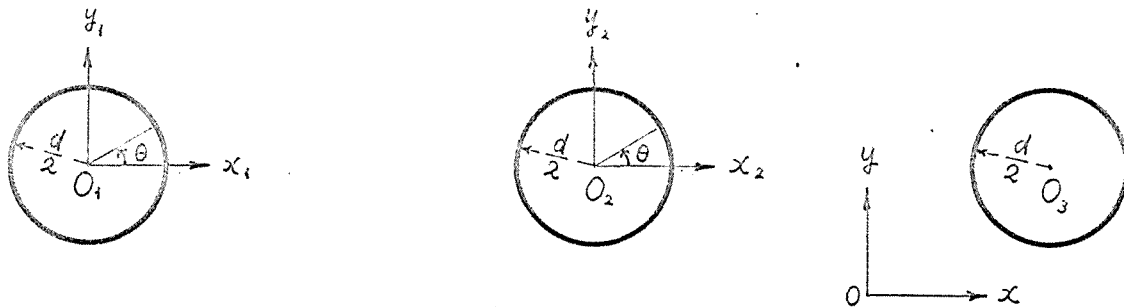


第8図

3. 3円孔の場合

3円孔を有する無限弾性板の応力解析は第9図に示したような等円孔が等間隔にならんだ場合 ($d = 0.3 O_1 O_2$) について Green⁶⁾ により解かれている。

孔壁における応力の値について, Green による結果と本解析による結果との比較を第4表において示した。



第 9 図

第4表 等3円孔の場合 ($d = 0.3 O_1 O_2 = 0.3 O_2 O_3$) の $\bar{\sigma}_\theta$ の比較

円1の孔壁における $\frac{\bar{\sigma}_\theta}{\sigma_{y\infty}}$	角度 θ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
	Greenによる値	2.997	2.884	2.558	2.054	1.428	0.752	0.108
	本解析による値	2.996	2.884	2.558	2.054	1.428	0.752	0.107
	角度 θ	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°
	Greenによる値	-0.426	-0.782	-0.915	-0.807	-0.473	0.047	0.690
	本解析による値	-0.426	-0.781	-0.915	-0.807	-0.473	0.047	0.690
	角度 θ	140°	150°	160°	170°	180°		
	Greenによる値	1.377	2.024	2.553	2.899	3.019		
	本解析による値	1.378	2.025	2.554	2.899	3.019		
円2の孔壁における $\frac{\bar{\sigma}_\theta}{\sigma_{y\infty}}$	角度 θ	0°	10°	20°	30°	40°	45°	50°
	Greenによる値	3.009	2.896	2.570	2.065	1.439	1.103	0.766
	本解析による値	3.009	2.896	2.570	2.065	1.439	1.103	0.765
	角度 θ	60°	70°	80°	90°			
	Greenによる値	0.126	-0.399	-0.743	-0.863			
	本解析による値	0.126	-0.399	-0.743	-0.863			

第 2 章 弾性岩盤内にある円形坑道 周囲の応力解析

1. 緒言

炭鉱、鉛山には多数の坑道があり、一般に坑道はかなり長期にわたり安全性が維持されなければならない。

坑道が二本までである場合の坑道周囲の応力解析は行なわれているが、多数の坑道が存在する場合の応力解析は十分行なわれているとは言い難い。

本研究では多数の円形坑道がある場合の坑道周囲の応力解析を行なうことにより、炭鉱、鉛山の深部開発における坑道展開の一助となることを目的とした。

解析例は円形坑道の大きさはすべて同じ場合で坑道の中心間距離は一番近接する距離が直径の2倍となるようにした。

代表的な例として以下の場合についての応力解析を行なった。

- 1). 3等円形坑道が一直線上にある場合。
- 2). 3等円形坑道の中心が正三角形の頂点上にある場合
- 3). 4等円形坑道が一直線上にある場合
- 4). 4等円形坑道の中心が正方形の頂点上にある場合
- 5). 4等円形坑道の中心が正三角形の頂点および重心上にある場合
- 6). 5等円形坑道が一直線上にある場合
- 7). 5等円形坑道の中心が正方形の頂点、および対角線の交点上にある場合

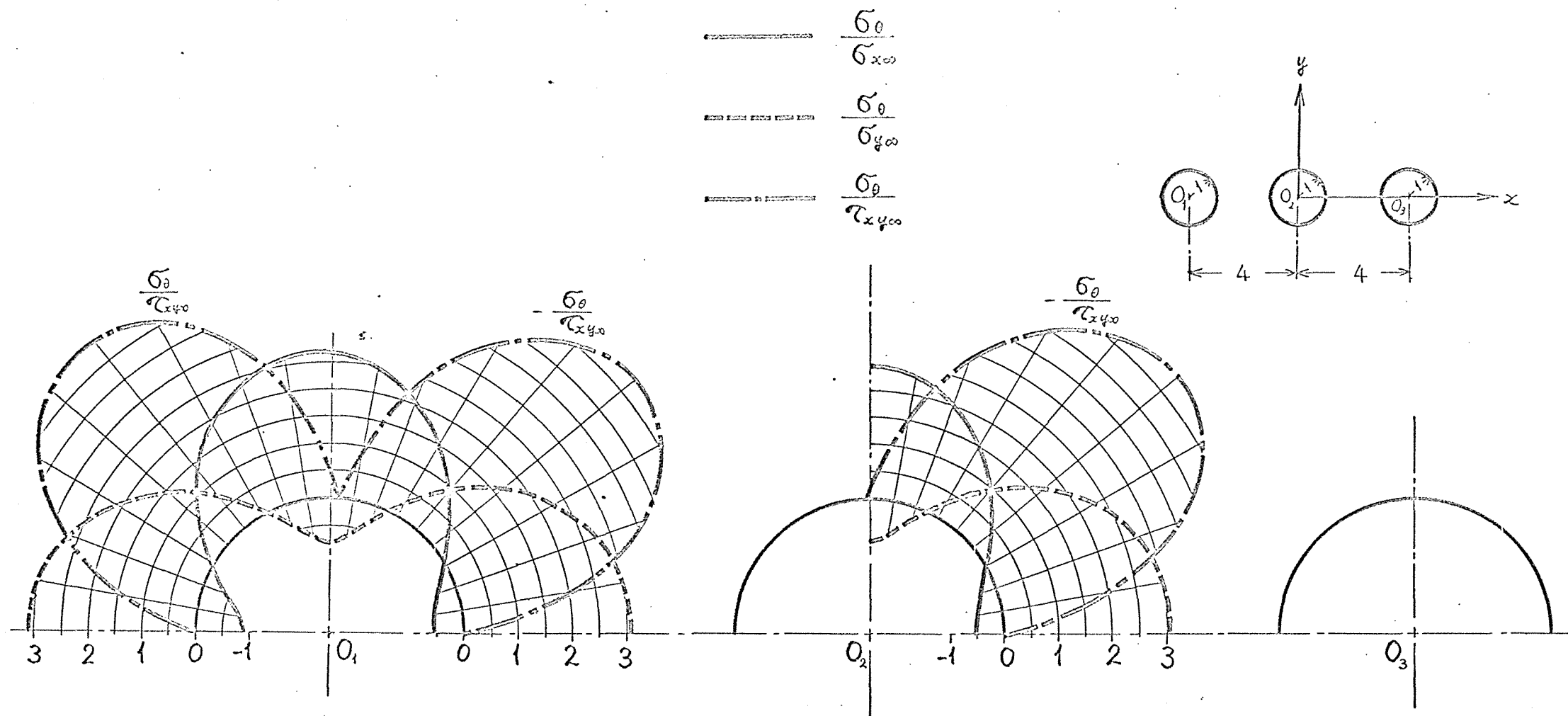
坑道の周囲に発生する応力は、坑道から十分離れた点において、 σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} の各応力が単独に作用した場合につき計算し、各応力との比 (σ_0/σ_{xx} , σ_0/σ_{yy} , σ_0/τ_{xy}) により表わした。坑道周囲の応力は各場合につき 5° おきに表に表わし、応力の分布状態を図により示した。

応力分布が対称的となる場合は片方のみ表、図において示した。

2. 3等円形坑道が一直線上にある場合

第5表

又軸方 向からの 角度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x00}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y00}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy00}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x00}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y00}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy00}}$
0°	-0.5761	3.0472	0.0000	-0.5274	3.0962	0.0000
5	-0.5650	3.0249	-1.0062	-0.5167	3.0733	-0.9966
10	-0.5305	2.9576	-1.9603	-0.4831	3.0043	-1.9438
15	-0.4691	2.8446	-2.8158	-0.4231	2.8885	-2.7977
20	-0.3762	2.6853	-3.5365	-0.3323	2.7257	-3.5242
25	-0.2474	2.4804	-4.0986	-0.2064	2.5167	-4.1008
30	-0.0802	2.2324	-4.4904	-0.0430	2.2644	-4.5169
35	0.1252	1.9463	-4.7110	0.1574	1.9743	-4.7710
40	0.3659	1.6298	-4.7667	0.3911	1.6542	-4.8689
45	0.6352	1.2923	-4.6690	0.6511	1.3141	-4.8204
50	0.9243	0.9453	-4.4322	0.9280	0.9655	-4.6378
55	1.2225	0.6006	-4.0715	1.2106	0.6209	-4.3341
60	1.5182	0.2705	-3.6030	1.4869	0.2925	-3.9227
65	1.7995	-0.0335	-3.0431	1.7448	-0.0077	-3.4175
70	2.0552	-0.3009	-2.4087	1.9730	-0.2691	-2.8326
75	2.2753	-0.5226	-1.7171	2.1615	-0.4825	-2.1827
80	2.4510	-0.6912	-0.9863	2.3023	-0.6404	-1.4832
85	2.5757	-0.8015	-0.2350	2.3892	-0.7373	-0.7501
90	2.6447	-0.8500	0.5177	2.4186	-0.7700	0.0000
95	2.6554	-0.8355	1.2526	2.3892	-0.7373	0.7501
100	2.6073	-0.7587	1.9504	2.3023	-0.6404	1.4832
105	2.5023	-0.6225	2.5926	2.1615	-0.4825	2.1827
110	2.3437	-0.4314	3.1620	1.9730	-0.2691	2.8326
115	2.1372	-0.1917	3.6429	1.7448	-0.0077	3.4175
120	1.8895	0.0890	4.0221	1.4869	0.2926	3.9227
125	1.6091	0.4016	4.2889	1.2106	0.6209	4.3341
130	1.3053	0.7362	4.4355	0.9280	0.9655	4.6378
135	0.9880	1.0825	4.4576	0.6511	1.3141	4.8204
140	0.6678	1.4296	4.3540	0.3911	1.6542	4.8689
145	0.3550	1.7666	4.1275	0.1574	1.9743	4.7710
150	0.0599	2.0833	3.7842	-0.0430	2.2644	4.5169
155	-0.2081	2.3698	3.3336	-0.2064	2.5167	4.1008
160	-0.4402	2.6172	2.7884	-0.3323	2.7257	3.5242
165	-0.6289	2.8180	2.1639	-0.4231	2.8885	2.7977
170	-0.7682	2.9660	1.4779	-0.4831	3.0043	1.9438
175	-0.8536	3.0567	0.7496	-0.5167	3.0733	0.9966
180	-0.8824	3.0872	0.0000	-0.5274	3.0962	0.0000



第10図 無限点で作用する応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ による3円形坑道の各周壁での接線方向の直応力 σ_θ への影響度

3. 3 等円形坑道の中心が正三角形の頂点, 上にある場合

第 6 表

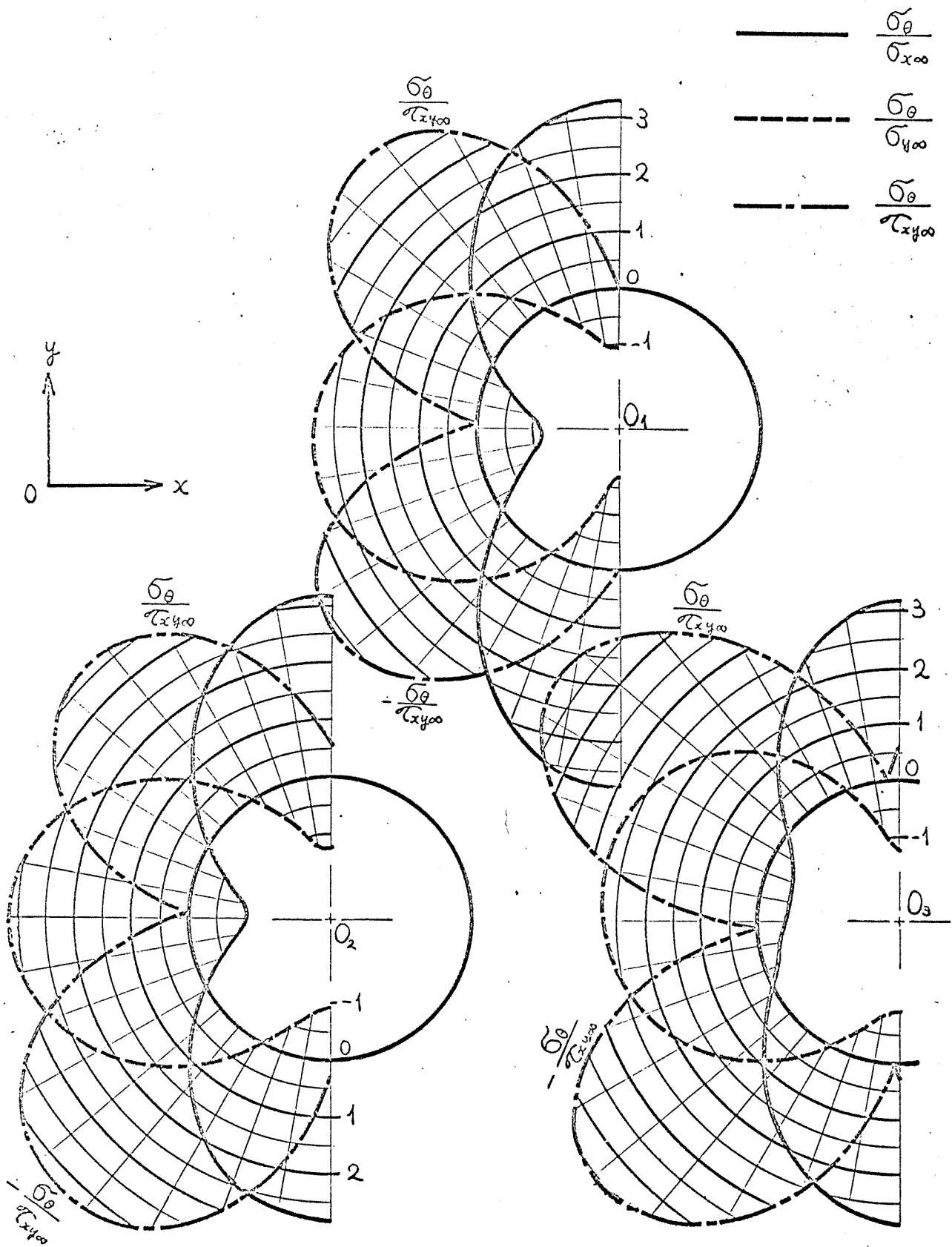
2 方向 からの角 度	円 1 の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x0}}$	円 1 の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y0}}$	円 1 の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x45}}$	円 2 の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x0}}$	円 2 の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y0}}$	円 2 の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x45}}$
0°	-1.1087	2.8623	0.3088	-0.5074	2.6977	-0.6362
5	-1.0272	2.7894	-0.4290	-0.5378	2.7280	-1.6270
10	-0.8898	2.6697	-1.1511	-0.5531	2.7326	-2.5476
15	-0.6999	2.5051	-1.8324	-0.5473	2.7103	-3.3506
20	-0.4620	2.2983	-2.4506	-0.5112	2.6572	-3.9988
25	-0.1821	2.0536	-2.9860	-0.4340	2.5674	-4.4674
30	0.1327	1.7766	-3.4224	-0.3054	2.4342	-4.7451
35	0.4740	1.4741	-3.7473	-0.1174	2.2508	-4.8331
40	0.8327	1.1541	-3.9514	0.1335	2.0124	-4.7433
45	1.1989	0.8255	-4.0296	0.4450	1.7180	-4.4965
50	1.5623	0.4976	-3.9803	0.8081	1.3714	-4.1194
55	1.9127	0.1800	-3.8060	1.2071	0.9831	-3.6418
60	2.2401	-0.1181	-3.5128	1.6209	0.5693	-3.0938
65	2.5351	-0.3875	-3.1106	2.0254	0.1513	-2.5029
70	2.7892	-0.6203	-2.6121	2.3955	-0.2472	-1.8911
75	2.9949	-0.8091	-2.0329	2.7091	-0.6026	-1.2748
80	3.1463	-0.9483	-1.3911	2.9486	-0.8943	-0.6642
85	3.2389	-1.0336	-0.7064	3.1031	-1.1068	-0.0655
90	3.2701	-1.0623	0.0000	3.1680	-1.2307	0.5173
95	3.2389	-1.0336	0.7064	3.1447	-1.2629	1.0798
100	3.1463	-0.9483	1.3911	3.0394	-1.2056	1.6156
105	2.9949	-0.8091	2.0329	2.8612	-1.0653	2.1161
110	2.7892	-0.6203	2.6121	2.6212	-0.8514	2.5698
115	2.5351	-0.3875	3.1106	2.3312	-0.5754	2.9637
120	2.2401	-0.1181	3.5128	2.0033	-0.2497	3.2846
125	1.9127	0.1800	3.8060	1.6494	0.1127	3.5198
130	1.5623	0.4976	3.9803	1.2814	0.4985	3.6582
135	1.1989	0.8255	4.0296	0.9104	0.8948	3.6918
140	0.8327	1.1541	3.9514	0.5471	1.2892	3.6158
145	0.4740	1.4741	3.7473	0.2017	1.6698	3.4292
150	0.1327	1.7766	3.4224	-0.1164	2.0256	3.1349
155	-0.1821	2.0536	2.9860	-0.3986	2.3467	2.7397
160	-0.4620	2.2984	2.4506	-0.6373	2.6241	2.2541
165	-0.6999	2.5051	1.8324	-0.8260	2.8504	1.6915
170	-0.8898	2.6697	1.1511	-0.9597	3.0196	1.0681
175	-1.0272	2.7894	0.4290	-1.0349	3.1275	0.4024
180	-1.1087	2.8623	-0.3088	-1.0496	3.1717	-0.2858

第 6 表

方位角 から角度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$
180°	-1.1087	2.8623	-0.3088	-1.0496	3.1717	-0.2858
185	-1.1321	2.8879	-1.0353	-1.0038	3.1514	-0.9758
190	-1.0960	2.8658	-1.7225	-0.8990	3.0679	-1.6466
195	-0.9999	2.7959	-2.3424	-0.7384	2.9242	-2.2779
200	-0.8439	2.6777	-2.8685	-0.5270	2.7250	-2.8505
205	-0.6285	2.5104	-3.2772	-0.2713	2.4767	-3.3468
210	-0.3550	2.2923	-3.5507	0.0208	2.1870	-3.7519
215	-0.0260	2.0223	-3.6786	0.3405	1.8649	-4.0533
220	0.3540	1.7003	-3.6602	0.6777	1.5203	-4.2416
225	0.7773	1.3292	-3.5054	1.0222	1.1636	-4.3108
230	1.2323	0.9159	-3.2342	1.3632	0.8058	-4.2587
235	1.7036	0.4731	-2.8744	1.6900	0.4575	-4.0864
240	2.1719	0.0184	-2.4576	1.9926	0.1295	-3.7986
245	2.6160	-0.4259	-2.0148	2.2612	-0.1685	-3.4035
250	3.0143	-0.8348	-1.5718	2.4873	-0.4274	-2.9121
255	3.3468	-1.1838	-1.1459	2.6637	-0.6393	-2.3381
260	3.5966	-1.4507	-0.7445	2.7848	-0.7980	-1.6974
265	3.7515	-1.6181	-0.3656	2.8467	-0.8986	-1.0076
270	3.8040	-1.6752	0.0000	2.8476	-0.9383	-0.2876
275	3.7515	-1.6181	0.3656	2.7877	-0.9161	0.4432
280	3.5966	-1.4506	0.7445	2.6694	-0.8331	1.1653
285	3.3468	-1.1838	1.1459	2.4973	-0.6921	1.8594
290	3.0143	-0.8348	1.5718	2.2783	-0.4984	2.5071
295	2.6160	-0.4259	2.0148	2.0210	-0.2588	3.0908
300	2.1719	0.0184	2.4576	1.7359	0.0177	3.5934
305	1.7036	0.4731	2.8744	1.4346	0.3212	3.9990
310	1.2323	0.9160	3.2343	1.1295	0.6403	4.2923
315	0.7773	1.3292	3.5054	0.8326	0.9633	4.4585
320	0.3540	1.7003	3.6602	0.5552	1.2786	4.4841
325	-0.0260	2.0223	3.6786	0.3065	1.5753	4.3570
330	-0.3550	2.2923	3.5507	0.0930	1.8443	4.0680
335	-0.6285	2.5104	3.2772	-0.0827	2.0790	3.6131
340	-0.8439	2.6777	2.8685	-0.2212	2.2755	2.9960
345	-0.9999	2.7959	2.3424	-0.3267	2.4332	2.2306
350	-1.0960	2.8658	1.7225	-0.4054	2.5537	1.3431
355	-1.1321	2.8879	1.0353	-0.4640	2.6406	0.3716
360	-1.1087	2.8623	0.3088	-0.5074	2.6977	-0.6362

第 6 表

又方向 が 角 度	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x0}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y0}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy0}}$	角 度	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x0}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y0}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy0}}$
0°	-1.0496	3.1717	0.2858	180	-0.5074	2.6977	0.6362
5	-1.0349	3.1275	-0.4024	185	-0.4640	2.6406	-0.3716
10	-0.9597	3.0196	-1.0681	190	-0.4054	2.5537	-1.3431
15	-0.8260	2.8504	-1.6915	195	-0.3267	2.4332	-2.2306
20	-0.6373	2.6241	-2.2541	200	-0.2212	2.2755	-2.9960
25	-0.3986	2.3467	-2.7397	205	-0.0827	2.0790	-3.6131
30	-0.1164	2.0256	-3.1349	210	0.0930	1.8443	-4.0680
35	0.2017	1.6698	-3.4292	215	0.3066	1.5753	-4.3570
40	0.5471	1.2892	-3.6158	220	0.5552	1.2786	-4.4841
45	0.9104	0.8948	-3.6918	225	0.8326	0.9633	-4.4585
50	1.2814	0.4984	-3.6582	230	1.1295	0.6403	-4.2923
55	1.6494	0.1127	-3.5198	235	1.4346	0.3212	-3.9990
60	2.0033	-0.2497	-3.2846	240	1.7359	0.0177	-3.5934
65	2.3312	-0.5754	-2.9637	245	2.0210	-0.2588	-3.0907
70	2.6212	-0.8514	-2.5698	250	2.2783	-0.4984	-2.5071
75	2.8612	-1.0653	-2.1161	255	2.4973	-0.6921	-1.8594
80	3.0394	-1.2056	-1.6156	260	2.6694	-0.8331	-1.1653
85	3.1447	-1.2629	-1.0798	265	2.7877	-0.9161	-0.4432
90	3.1680	-1.2307	-0.5173	270	2.8476	-0.9383	0.2876
95	3.1031	-1.1068	0.0655	275	2.8467	-0.8986	1.0076
100	2.9486	-0.8943	0.6642	280	2.7848	-0.7980	1.6974
105	2.7091	-0.6026	1.2748	285	2.6637	-0.6393	2.3381
110	2.3955	-0.2472	1.8911	290	2.4873	-0.4274	2.9121
115	2.0254	0.1513	2.5029	295	2.2612	-0.1685	3.4035
120	1.6209	0.5693	3.0939	300	1.9926	0.1295	3.7986
125	1.2071	0.9831	3.6418	305	1.6900	0.4575	4.0864
130	0.8081	1.3714	4.1194	310	1.3631	0.8058	4.2587
135	0.4450	1.7180	4.4965	315	1.0222	1.1636	4.3108
140	0.1335	2.0124	4.7433	320	0.6777	1.5203	4.2416
145	-0.1174	2.2508	4.8330	325	0.3405	1.8649	4.0533
150	-0.3054	2.4342	4.7451	330	0.0208	2.1870	3.7519
155	-0.4340	2.5675	4.4674	335	-0.2713	2.4767	3.3468
160	-0.5112	2.6572	3.9988	340	-0.5270	2.7250	2.8504
165	-0.5473	2.7103	3.3506	345	-0.7384	2.9242	2.2779
170	-0.5531	2.7326	2.5476	350	-0.8990	3.0679	1.6466
175	-0.5378	2.7280	1.6270	355	-1.0038	3.1514	0.9758
180	-0.5074	2.6977	0.6362	360	-1.0496	3.1717	0.2858

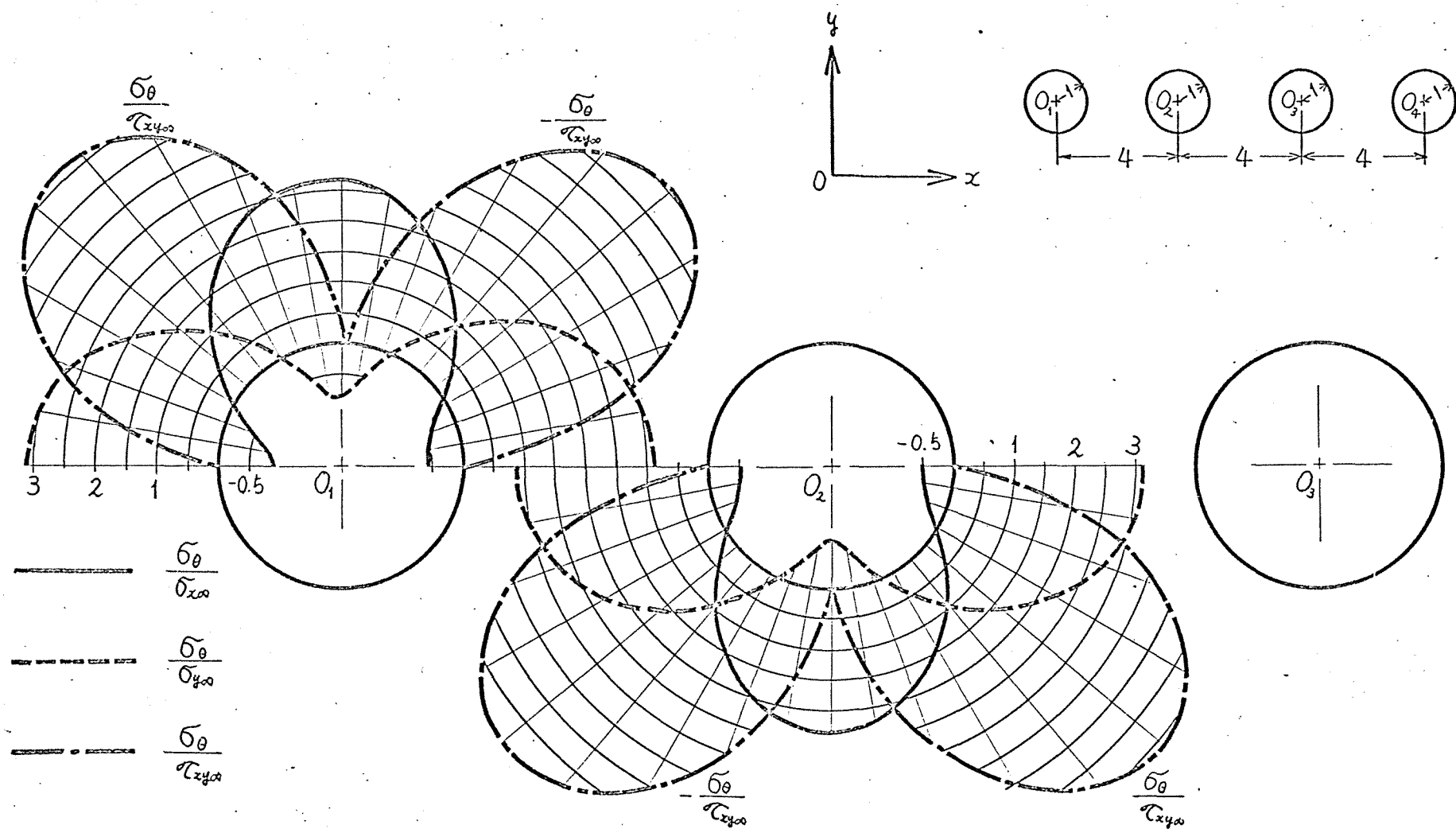


第11図 3円形坑道の中心が正三角形の頂点, 上にある場合

4. 4等円形坑道が一直線上にある場合

第 7 表

α方向 の 角 度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy\infty}}$
0°	-0.5612	3.0588	-0.0003	-0.4946	3.1242	-0.0006
5	-0.5504	3.0366	-1.0352	-0.4843	3.1016	-1.0598
10	-0.5166	2.9695	-2.0160	-0.4520	3.0331	-2.0651
15	-0.4562	2.8567	-2.8946	-0.3944	2.9183	-2.9689
20	-0.3649	2.6977	-3.6337	-0.3070	2.7566	-3.7341
25	-0.2382	2.4930	-4.2085	-0.1860	2.5489	-4.3365
30	-0.0737	2.2454	-4.6073	-0.0290	2.2980	-4.7646
35	0.1286	1.9598	-4.8290	0.1637	2.0093	-5.0177
40	0.3656	1.6436	-4.8804	0.3886	1.6904	-5.1028
45	0.6311	1.3066	-4.7736	0.6392	1.3512	-5.0316
50	0.9163	0.9598	-4.5237	0.9067	1.0033	-4.8186
55	1.2108	0.6153	-4.1471	1.1803	0.6588	-4.4793
60	1.5028	0.2855	-3.6613	1.4484	0.3301	-4.0297
65	1.7806	-0.0182	-3.0835	1.6993	0.0293	-3.4856
70	2.0332	-0.2851	-2.4315	1.9220	-0.2330	-2.8627
75	2.2506	-0.5063	-1.7228	2.1068	-0.4475	-2.1768
80	2.4245	-0.6747	-0.9755	2.2457	-0.6068	-1.4441
85	2.5484	-0.7851	-0.2084	2.3326	-0.7055	-0.6812
90	2.6178	-0.8343	0.5594	2.3638	-0.7403	0.0948
95	2.6299	-0.8209	1.3078	2.3379	-0.7098	0.8668
100	2.5839	-0.7452	2.0171	2.2527	-0.6150	1.6175
105	2.4811	-0.6099	2.6681	2.1205	-0.4589	2.3304
110	2.3249	-0.4192	3.2434	1.9381	-0.2469	2.9898
115	2.1206	-0.1795	3.7275	1.7163	0.0136	3.5807
120	1.8754	0.1013	4.1078	1.4651	0.3132	4.0889
125	1.5977	0.4139	4.3739	1.1954	0.6412	4.5004
130	1.2970	0.7484	4.5185	0.9194	0.9856	4.8017
135	0.9831	1.0942	4.5373	0.6487	1.3340	4.9793
140	0.6632	1.4407	4.4292	0.3945	1.6741	5.0201
145	0.3568	1.7772	4.1967	0.1659	1.9946	4.9119
150	0.0646	2.0934	3.8460	-0.0303	2.2852	4.6450
155	-0.2009	2.3796	3.3868	-0.1903	2.5382	4.2134
160	-0.4308	2.6268	2.8321	-0.3137	2.7480	3.6185
165	-0.6179	2.8275	2.1973	-0.4026	2.9116	2.8712
170	-0.7559	2.9753	1.5004	-0.4613	3.0280	1.9941
175	-0.8405	3.0659	0.7611	-0.4943	3.0975	1.0221
180	-0.8690	3.0963	0.0002	-0.5048	3.1205	-0.0004



第12図 4等円形坑道が1直線上にある場合

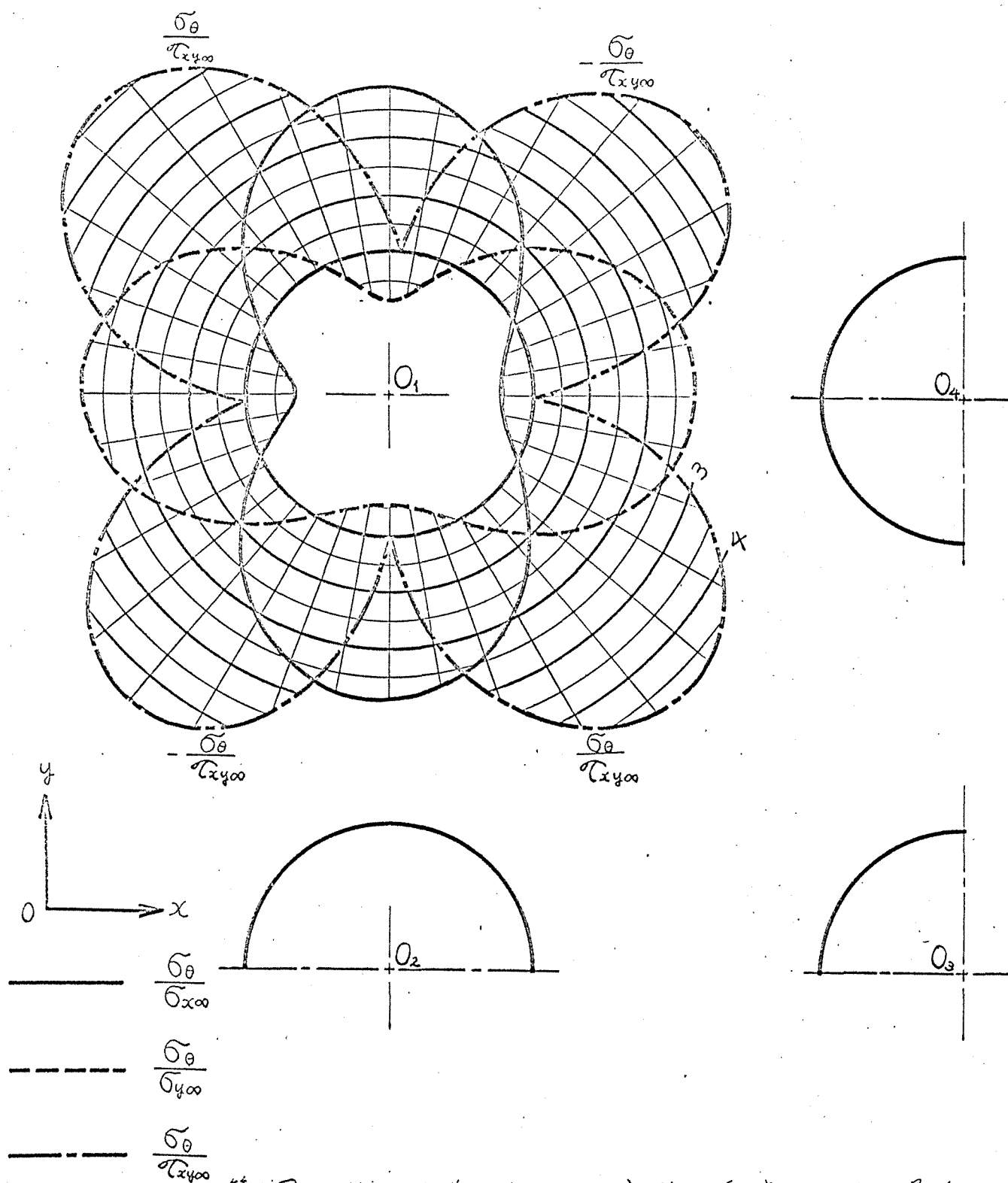
5. 4等円形坑道の中心が正方形の頂点上にある場合

第8表

又方向 が5°の 角度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_{\theta y\infty}}{\sigma_{x\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_{\theta y\infty}}{\sigma_{x\infty}}$
0°	-0.5962	2.7921	-0.1184	-0.5970	2.7928	0.1206
5	-0.5895	2.7774	-1.0443	-0.5762	2.7609	-0.8093
10	-0.5545	2.7163	-1.9206	-0.5244	2.6811	-1.6984
15	-0.4884	2.6089	-2.7065	-0.4370	2.5524	-2.5079
20	-0.3875	2.4557	-3.3700	-0.3091	2.3750	-3.2093
25	-0.2478	2.2580	-3.8897	-0.1368	2.1513	-3.7850
30	-0.0669	2.0191	-4.2553	0.0804	1.8867	-4.2285
35	0.1546	1.7443	-4.4652	0.3393	1.5899	-4.5401
40	0.4130	1.4411	-4.5244	0.6320	1.2728	-4.7240
45	0.7014	1.1192	-4.4419	0.9472	0.9492	-4.7845
50	1.0101	0.7895	-4.2294	1.2709	0.6339	-4.7234
55	1.3275	0.4636	-3.8992	1.5884	0.3410	-4.5392
60	1.6411	0.1535	-3.4647	1.8855	0.0819	-4.2281
65	1.9384	-0.1298	-2.9397	2.1503	-0.1355	-3.7862
70	2.2074	-0.3762	-2.3389	2.3741	-0.3080	-3.2128
75	2.4379	-0.5771	-1.6777	2.5515	-0.4361	-2.5142
80	2.6214	-0.7262	-0.9727	2.6804	-0.5236	-1.7068
85	2.7512	-0.8187	-0.2417	2.7606	-0.5759	-0.8185
90	2.8229	-0.8518	0.4970	2.7930	-0.5973	0.1124
95	2.8338	-0.8244	1.2243	2.7786	-0.5907	1.0405
100	2.7834	-0.7374	1.9212	2.7176	-0.5556	1.9192
105	2.6732	-0.5934	2.5694	2.6102	-0.4894	2.7067
110	2.5068	-0.3971	3.1516	2.4565	-0.3881	3.3702
115	2.2902	-0.1550	3.6519	2.2581	-0.2478	3.8887
120	2.0308	0.1247	4.0564	2.0184	-0.0663	4.2525
125	1.7377	0.4325	4.3549	1.7429	0.1557	4.4612
130	1.4208	0.7585	4.5358	1.4395	0.4144	4.5203
135	1.0904	1.0919	4.5970	1.1177	0.7026	4.4389
140	0.7572	1.4222	4.5357	0.7883	1.0110	4.2280
145	0.4318	1.7386	4.3537	0.4629	1.3280	3.8994
150	0.1247	2.0309	4.0563	0.1530	1.6414	3.4661
155	-0.1542	2.2894	3.6518	-0.1303	1.9388	2.9419
160	-0.3957	2.5055	3.1514	-0.3769	2.2082	2.3415
165	-0.5918	2.6717	2.5690	-0.5784	2.4393	1.6808
170	-0.7362	2.7823	1.9203	-0.7278	2.6232	0.9763
175	-0.8238	2.8334	1.2229	-0.8203	2.7530	0.2457
180	-0.8518	2.8232	0.4953	-0.8528	2.8241	-0.4927

第 8 表

と 方 角 の 度	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$
0°	-0.8529	2.8241	0.4994	-0.8535	2.8247	-0.4973
5	-0.8201	2.7528	-0.2392	-0.8254	2.8348	-1.2243
10	-0.7274	2.6228	-0.9702	-0.7376	2.7835	-1.9212
15	-0.5778	2.4388	-1.6750	-0.5932	2.6728	-2.5694
20	-0.3762	2.2076	-2.3361	-0.3969	2.5065	-3.1514
25	-0.1294	1.9380	-2.9369	-0.1553	2.2903	-3.6514
30	0.1540	1.6406	-3.4618	0.1238	2.0316	-4.0556
35	0.4641	1.3271	-3.8962	0.4312	1.7390	-4.3527
40	0.7896	1.0100	-4.2264	0.7571	1.4222	-4.5346
45	1.1189	0.7017	-4.4390	1.0907	1.0916	-4.5961
50	1.4404	0.4138	-4.5216	1.4212	0.7580	-4.5356
55	1.7432	0.1557	-4.4628	1.7380	0.4322	-4.3545
60	2.0179	-0.0657	-4.2534	2.0306	0.1247	-4.0575
65	2.2570	-0.2468	-3.8885	2.2895	-0.1545	-3.6527
70	2.4551	-0.3870	-3.3695	2.5060	-0.3964	-3.1512
75	2.6090	-0.4886	-2.7068	2.6727	-0.5929	-2.5672
80	2.7170	-0.5552	-1.9215	2.7837	-0.7376	-1.9174
85	2.7785	-0.5906	-1.0454	2.8351	-0.8254	-1.2200
90	2.7931	-0.5974	-0.1194	2.8249	-0.8534	-0.4936
95	2.7606	-0.5757	0.8110	2.7534	-0.8205	0.2430
100	2.6800	-0.5232	1.7008	2.6231	-0.7277	0.9719
105	2.5510	-0.4355	2.5112	2.4391	-0.5781	1.6754
110	2.3738	-0.3076	3.2133	2.2080	-0.3766	2.3365
115	2.1507	-0.1359	3.7895	1.9387	-0.1300	2.9385
120	1.8869	0.0806	4.2332	1.6417	0.1531	3.4651
125	1.5908	0.3388	4.5449	1.3285	0.4629	3.9008
130	1.2740	0.6312	4.7291	1.0115	0.7884	4.2312
135	0.9506	0.9462	4.7902	0.7030	1.1179	4.4430
140	0.6354	1.2698	4.7299	0.4146	1.4399	4.5242
145	0.3425	1.5872	4.5462	0.1560	1.7431	4.4638
150	0.0834	1.8843	4.2349	-0.0658	2.0182	4.2532
155	-0.1342	2.1491	3.7917	-0.2470	2.2574	3.8873
160	-0.3069	2.3731	3.2160	-0.3870	2.4553	3.3675
165	-0.4353	2.5509	2.5146	-0.4884	2.6089	2.7041
170	-0.5233	2.6802	1.7049	-0.5548	2.7166	1.9182
175	-0.5758	2.7606	0.8158	-0.5904	2.7782	1.0418
180	-0.5974	2.7931	-0.1142	-0.5976	2.7933	0.1159



第13図 4等円形坑道の中心が正方形の頂点, 上にある場合

6. 4等円形坑道の中心が正三角形の頂点、および重心上にある場合

第9表

α方向 の 角 度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$
0°	-0.8773	2.6121	-0.2785	-1.2474	3.3869	-0.1711
5	-0.8532	2.6144	-0.9817	-1.1559	3.3826	-0.7493
10	-0.7664	2.5587	-1.6585	-0.9865	3.2956	-1.3029
15	-0.6201	2.4472	-2.2892	-0.7460	3.1270	-1.8791
20	-0.4192	2.2835	-2.8555	-0.4462	2.8832	-2.4168
25	-0.1703	2.0733	-3.3404	-0.1030	2.5757	-2.9236
30	0.1189	1.8235	-3.7293	0.2652	2.2197	-3.3851
35	0.4392	1.5422	-4.0105	0.6398	1.8328	-3.7821
40	0.7808	1.2386	-4.1753	1.0040	1.4329	-4.0926
45	1.1331	0.9226	-4.2186	1.3446	1.0363	-4.2946
50	1.4854	0.6042	-4.1385	1.6525	0.6565	-4.3697
55	1.8270	0.2938	-3.9371	1.9228	0.3038	-4.3059
60	2.1474	0.0011	-3.6198	2.1535	-0.0140	-4.0998
65	2.4369	-0.2642	-3.1956	2.3440	-0.2912	-3.7566
70	2.6867	-0.4939	-2.6769	2.4941	-0.5233	-3.2892
75	2.8893	-0.6806	-2.0790	2.6035	-0.7065	-2.7164
80	3.0386	-0.8183	-1.4199	2.6710	-0.8372	-2.0608
85	3.1300	-0.9028	-0.7194	2.6950	-0.9126	-1.3477
90	3.1608	-0.9313	0.0017	2.6738	-0.9305	-0.6032
95	3.1301	-0.9029	0.7223	2.6064	-0.8900	0.1464
100	3.0388	-0.8185	1.4216	2.4926	-0.7915	0.8755
105	2.8895	-0.6808	2.0793	2.3334	-0.6371	1.5608
110	2.6868	-0.4940	2.6763	2.1317	-0.4305	2.1811
115	2.4369	-0.2642	3.1949	1.8916	-0.1772	2.7188
120	2.1474	0.0012	3.6197	1.6194	0.1154	3.1592
125	1.8269	0.2938	3.9377	1.3225	0.4387	3.4911
130	1.4854	0.6043	4.1396	1.0092	0.7830	3.7060
135	1.1331	0.9226	4.2197	0.6890	1.1380	3.7986
140	0.7809	1.2386	4.1761	0.3114	1.4929	3.7670
145	0.4393	1.5421	4.0107	0.0662	1.8369	3.6127
150	0.1191	1.8233	3.7290	-0.2172	2.1596	3.3410
155	-0.1701	2.0731	3.3397	-0.4697	2.4512	2.9610
160	-0.4191	2.2833	2.8545	-0.6833	2.7027	2.4849
165	-0.6200	2.4470	2.2879	-0.8508	2.9065	1.9278
170	-0.7663	2.5586	1.6568	-0.9666	3.0563	1.3070
175	-0.8531	2.6142	0.9797	-1.0267	3.1474	0.6418
180	-0.8772	2.6119	0.2761	-1.0285	3.1771	-0.0476

第 9 表




又方角が の 角度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x0}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y0}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x45}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x0}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y0}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x45}}$
180°	-0.8772	2.6119	0.2761	-1.0285	3.1771	-0.0476
185	-0.8372	2.5516	-0.4339	-0.9716	3.1443	-0.7399
190	-0.7338	2.4349	-1.1305	-0.8571	3.0500	-1.4141
195	-0.5697	2.2660	-1.7949	-0.6880	2.8968	-2.0496
200	-0.3495	2.0505	-2.4092	-0.4689	2.6892	-2.6273
205	-0.0800	1.7964	-2.9575	-0.2061	2.4334	-3.1297
210	0.2303	1.5130	-3.4253	0.0927	2.1369	-3.5417
215	0.5711	1.2114	-3.8003	0.4188	1.8084	-3.8510
220	0.9305	0.9034	-4.0715	0.7627	1.4576	-4.0484
225	1.2960	0.6011	-4.2287	1.1140	1.0948	-4.1283
230	1.6547	0.3161	-4.2630	1.4622	0.7307	-4.0891
235	1.9940	0.0587	-4.1663	1.7965	0.3763	-3.9329
240	2.3030	-0.1635	-3.9322	2.1066	0.0420	-3.6655
245	2.5729	-0.3462	-3.5583	2.3828	-0.2621	-3.2955
250	2.7973	-0.4882	-3.0475	2.6167	-0.5271	-2.8346
255	2.9728	-0.5918	-2.4109	2.8008	-0.7453	-2.2968
260	3.0979	-0.6608	-1.6689	2.9299	-0.9106	-1.6984
265	3.1728	-0.7001	-0.8508	2.9998	-1.0186	-1.0576
270	3.1978	-0.7129	+0.0066	3.0086	-1.0664	-0.3946
275	3.1732	-0.7005	0.8626	2.9556	-1.0526	0.2692
280	3.0987	-0.6616	1.6771	2.8419	-0.9776	0.9123
285	2.9736	-0.5927	2.4142	2.6704	-0.8433	1.5138
290	2.7981	-0.4892	3.0458	2.4455	-0.6531	2.0544
295	2.5735	-0.3469	3.5527	2.1733	-0.4120	2.5171
300	2.3035	-0.1640	3.9244	1.8614	-0.1265	2.8877
305	1.9943	0.0584	4.1578	1.5189	0.1956	3.1553
310	1.6549	0.3159	4.2550	1.1557	0.5456	3.3125
315	1.2962	0.6009	4.2217	0.7822	0.9141	3.3556
320	0.9306	0.9033	4.0654	0.4096	1.2915	3.2850
325	0.5711	1.2113	3.7950	0.0490	1.6675	3.1052
330	0.2304	1.5130	3.4204	-0.2886	2.0320	2.8247
335	-0.0800	1.7964	2.9529	-0.5920	2.3745	2.4556
340	-0.3495	2.0506	2.4050	-0.8504	2.6844	2.0127
345	-0.5698	2.2660	1.7911	-1.0536	2.9508	1.5125
350	-0.7339	2.4350	1.1272	-1.1924	3.1633	0.9717
355	-0.8373	2.5517	0.4310	-1.2588	3.3116	0.4061
360	-0.8773	2.6121	-0.2786	-1.2474	3.3869	-0.1711

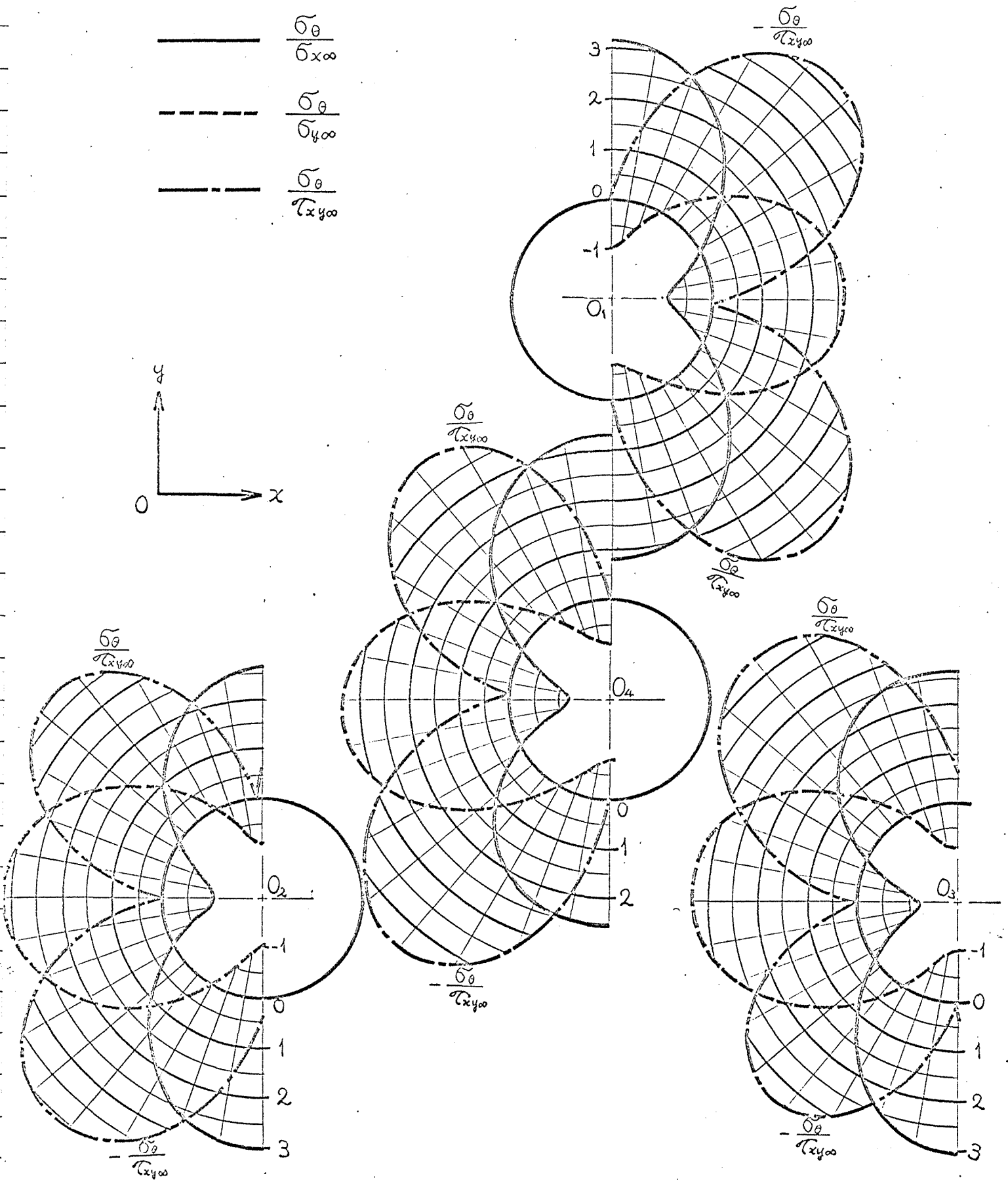
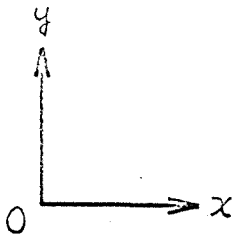
第 9 表

α方向か の角度	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y\infty}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy\infty}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y\infty}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy\infty}}$
0°	-1.0298	3.1783	0.0499	-1.2609	3.3154	0.3716
5	-1.0278	3.1485	-0.6396	-1.2278	3.2058	-0.2166
10	-0.9676	3.0572	-1.3051	-1.1092	3.0179	-0.8040
15	-0.8516	2.9073	-1.9260	-0.9124	2.7630	-1.3817
20	-0.6840	2.7034	-2.4833	-0.6471	2.4541	-1.9383
25	-0.4703	2.4517	-2.9597	-0.3256	2.1055	-2.4597
30	-0.2176	2.1600	-3.3400	0.0387	1.7320	-2.9306
35	0.0659	1.8371	-3.6123	0.4316	1.3482	-3.3343
40	0.3713	1.4929	-3.7675	0.8385	0.9684	-3.6540
45	0.6890	1.1381	-3.8000	1.2450	0.6056	-3.8731
50	1.0091	0.7832	-3.7080	1.6373	0.2714	-3.9758
55	1.3221	0.4390	-3.4929	2.0030	-0.0250	-3.9479
60	1.6190	0.1158	-3.1602	2.3317	-0.2772	-3.7780
65	1.8912	-0.1768	-2.7184	2.6154	-0.4822	-3.4594
70	2.1317	-0.4305	-2.1797	2.8490	-0.6405	-2.9928
75	2.3341	-0.6378	-1.5590	3.0301	-0.7553	-2.3878
80	2.4940	-0.7929	-0.8746	3.1584	-0.8317	-1.6651
85	2.6083	-0.8918	-0.1469	3.2348	-0.8750	-0.8562
90	2.6756	-0.9322	0.6011	3.2603	-0.8892	-0.0017
95	2.6963	-0.9138	1.3446	3.2353	-0.8756	0.8531
100	2.6717	-0.8378	2.0579	3.1592	-0.8325	1.6624
105	2.6038	-0.7067	2.7145	3.0309	-0.7560	2.3858
110	2.4944	-0.5236	3.2889	2.8495	-0.6409	2.9917
115	2.3447	-0.2919	3.7576	2.6154	-0.4822	3.4592
120	2.1548	-0.0152	4.1016	2.3314	-0.2768	3.7785
125	1.9246	0.3021	4.3078	2.0025	-0.0244	3.9492
130	1.6543	0.6547	4.3712	1.6369	0.2718	3.9779
135	1.3461	1.0349	4.2957	1.2449	0.6057	3.8758
140	1.0050	1.4320	4.0933	0.8388	0.9682	3.6572
145	0.6403	1.8324	3.7828	0.4322	1.3478	3.3378
150	0.2652	2.2197	3.3861	0.0394	1.7313	2.9344
155	-0.1034	2.5761	2.9249	-0.3248	2.1048	2.4637
160	-0.4469	2.8839	2.4184	-0.6463	2.4533	1.9423
165	-0.7470	3.1279	1.8810	-0.9115	2.7621	1.3858
170	-0.9877	3.2967	1.3230	-1.1084	3.0171	0.8080
175	-1.1574	3.3840	0.7517	-1.2269	3.2050	0.2206
180	-1.2490	3.3885	0.1736	-1.2601	3.3147	-0.3678

第 9 表

α 方向から の 角度	円 3 の $\frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}_{\infty}}$	円 3 の $\frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}_{\infty}}$	円 3 の $\frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}_{\infty}}$	円 4 の $\frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}_{\infty}}$	円 4 の $\frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}_{\infty}}$	円 4 の $\frac{\bar{\sigma}_0}{\bar{\sigma}_{\infty}}$
180°	-1.2490	3.3885	0.1736	-1.2601	3.3147	-0.3678
185	-1.2606	3.3133	-0.4034	-1.2050	3.3382	-0.9509
190	-1.1944	3.1651	-0.9689	-1.0633	3.2718	-1.5245
195	-1.0558	2.9528	-1.5095	-0.8423	3.1171	-2.0842
200	-0.8527	2.6865	-2.0095	-0.5548	2.8814	-2.6236
205	-0.5943	2.3767	-2.4523	-0.2181	2.5778	-3.1322
210	-0.2910	2.0343	-2.8212	0.1476	2.2234	-3.5937
215	-0.0464	1.6700	-3.1016	0.5217	1.8380	-3.9872
220	0.4067	1.2942	-3.2811	0.8853	1.4413	-4.2882
225	0.7789	0.9173	-3.3512	1.2237	1.0511	-4.4722
230	1.1519	0.5491	-3.3075	1.5266	0.6819	-4.5182
235	1.5152	0.1990	-3.1495	1.7890	0.3441	-4.4119
240	1.8584	-0.1238	-2.8813	2.0097	0.0447	-4.1480
245	2.1719	-0.4108	-2.5108	2.1901	-0.2121	-3.7303
250	2.4464	-0.6541	-2.0494	2.3330	-0.4244	-3.1714
255	2.6739	-0.8467	-1.5113	2.4414	-0.5907	-2.4914
260	2.8476	-0.9831	-0.9133	2.5175	-0.7105	-1.7161
265	2.9624	-1.0591	-0.2739	2.5630	-0.7830	-0.8750
270	3.0152	-1.0726	0.3868	2.5786	-0.8078	-0.0004
275	3.0050	-1.0234	1.0483	2.5645	-0.7845	0.8741
280	2.9327	-0.9131	1.6897	2.5201	-0.7131	1.7153
285	2.8011	-0.7454	2.2906	2.4446	-0.5939	2.4908
290	2.6147	-0.5251	2.8318	2.3363	-0.4276	3.1709
295	2.3794	-0.2588	3.2960	2.1930	-0.2150	3.7300
300	2.1025	0.0459	3.6686	2.0121	0.0425	4.1479
305	1.7924	0.3801	3.9374	1.7909	0.3423	4.4120
310	1.4586	0.7341	4.0938	1.5282	0.6804	4.5185
315	1.1109	1.0977	4.1326	1.2250	1.0499	4.4728
320	0.7601	1.4600	4.0521	0.8865	1.4403	4.2892
325	0.4165	1.8106	3.8542	0.5226	1.8372	3.9886
330	0.0905	2.1389	3.5448	0.1482	2.2228	3.5955
335	-0.2082	2.4352	3.1327	-0.2178	2.5775	3.1343
340	-0.4708	2.6909	2.6302	-0.5548	2.8815	2.6262
345	-0.6897	2.8983	2.0524	-0.8426	3.1174	2.0871
350	-0.8587	3.0514	1.4167	-1.0638	3.2723	1.5277
355	-0.9730	3.1456	0.7424	-1.2057	3.3389	0.9544
360	-1.0298	3.1783	0.0499	-1.2609	3.3154	0.3715

	$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$
	$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{y\infty}}$
	$\frac{\sigma_\theta}{\tau_{xy\infty}}$



第14図 4等円形坑道の中心が正三角形の頂点および重心上にある場合

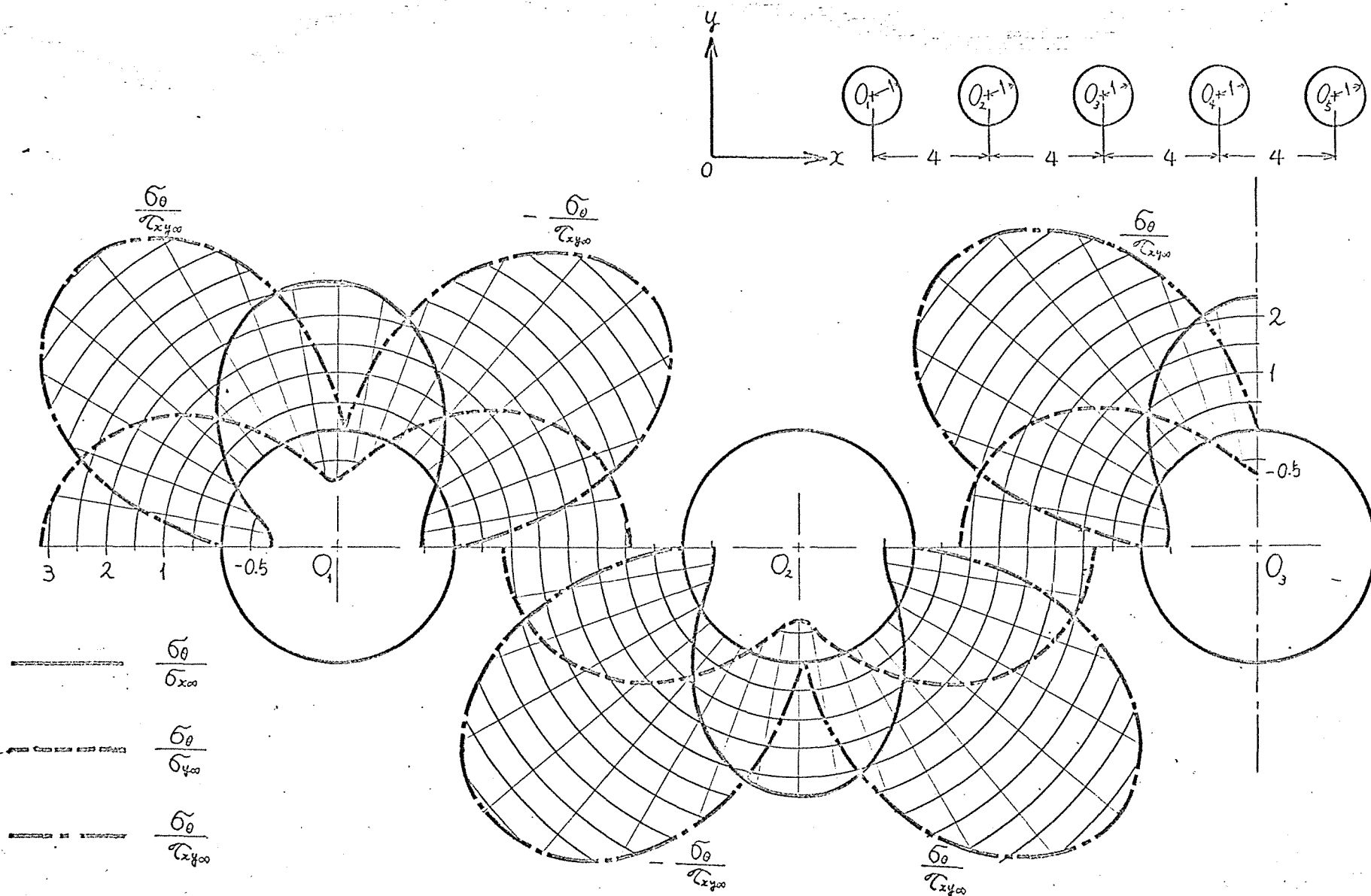
7. 5等円形坑道が一直線上にある場合

第10表

αの角度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{x\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{y\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{xy\infty}}$
0°	-0.5535	3.0658	-0.0003	-0.4809	3.1374	-0.0006
5	-0.5427	3.0436	-1.0516	-0.4708	3.1147	-1.0894
10	-0.5092	2.9765	-2.0479	-0.4390	3.0463	-2.1224
15	-0.4494	2.8637	-2.9401	-0.3823	2.9315	-3.0503
20	-0.3589	2.7047	-3.6900	-0.2965	2.7700	-3.8347
25	-0.2333	2.5001	-4.2726	-0.1774	2.5625	-4.4506
30	-0.0702	2.2526	-4.6759	-0.0230	2.3119	-4.8862
35	0.1304	1.9672	-4.8989	0.1666	2.0234	-5.1409
40	0.3655	1.6512	-4.9486	0.3880	1.7049	-5.2222
45	0.6289	1.3144	-4.8374	0.6349	1.3660	-5.1425
50	0.9119	0.9678	-4.5808	0.8985	1.0184	-4.9172
55	1.2042	0.6236	-4.1960	1.1683	0.6741	-4.5629
60	1.4941	0.2939	-3.7005	1.4329	0.3456	-4.0961
65	1.7701	-0.0096	-3.1123	1.6808	0.0447	-3.5337
70	2.0211	-0.2764	-2.4495	1.9010	-0.2177	-2.8921
75	2.2372	-0.4976	-1.7300	2.0839	-0.4325	-2.1879
80	2.4103	-0.6660	-0.9722	2.2216	-0.5921	-1.4376
85	2.5338	-0.7765	-0.1951	2.3082	-0.6913	-0.6584
90	2.6031	-0.8258	0.5818	2.3398	-0.7266	0.1325
95	2.6155	-0.8126	1.3384	2.3148	-0.6967	0.9176
100	2.5702	-0.7372	2.0547	2.2343	-0.6025	1.6796
105	2.4684	-0.6020	2.7115	2.1012	-0.4470	2.4019
110	2.3135	-0.4116	3.2913	1.9213	-0.2355	3.0687
115	2.1107	-0.1721	3.7787	1.7024	0.0245	3.6652
120	1.8672	0.1084	4.1608	1.4542	0.3237	4.1770
125	1.5914	0.4208	4.4275	1.1877	0.6514	4.5905
130	1.2925	0.7550	4.5715	0.9147	0.9956	4.8920
135	0.9806	1.1006	4.5885	0.6470	1.3440	5.0682
140	0.6656	1.4469	4.4775	0.3954	1.6842	5.1059
145	0.3578	1.7832	4.2412	0.1692	2.0048	4.9929
150	0.0672	2.0994	3.8858	-0.0249	2.2957	4.7193
155	-0.1968	2.3854	3.4212	-0.1832	2.5490	4.2792
160	-0.4256	2.6326	2.8603	-0.3053	2.7591	3.6740
165	-0.6117	2.8332	2.2190	-0.3933	2.9230	2.9146
170	-0.7490	2.9810	1.5151	-0.4513	3.0396	2.0241
175	-0.8332	3.0715	0.7685	-0.4838	3.1092	1.0373
180	-0.8615	3.1018	0.0003	-0.4943	3.1323	-0.0004

第10表

北方向が の角度	$\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$ 円3の	$\frac{\sigma_0}{\sigma_{400}}$ 円3の	$\frac{\sigma_0}{\sigma_{1000}}$ 円3の			
0°	-0.4726	3.1494	-0.0006			
5	-0.4625	3.1266	-1.0866			
10	-0.4309	3.0578	-2.1179			
15	-0.3746	2.9423	-3.0457			
20	-0.2891	2.7799	-3.8324			
25	-0.1707	2.5714	-4.4535			
30	-0.0170	2.3198	-4.8974			
35	0.1716	2.0304	-5.1634			
40	0.3916	1.7109	-5.2585			
45	0.6368	1.3714	-5.1947			
50	0.8982	1.0234	-4.9865			
55	1.1653	0.6791	-4.6494			
60	1.4267	0.3510	-4.1993			
65	1.6709	0.0509	-3.6516			
70	1.8871	-0.2103	-3.0220			
75	2.0658	-0.4235	-2.3259			
80	2.1993	-0.5813	-1.5793			
85	2.2818	-0.6782	-0.7984			
90	2.3099	-0.7111	-0.0002			
95	2.2823	-0.6788	0.7980			
100	2.2000	-0.5821	1.5791			
105	2.0666	-0.4244	2.3260			
110	1.8876	-0.2109	3.0224			
115	1.6711	0.0507	3.6522			
120	1.4266	0.3510	4.2000			
125	1.1651	0.6793	4.6501			
130	0.8981	1.0235	4.9869			
135	0.6368	1.3714	5.1948			
140	0.3919	1.7106	5.2583			
145	0.1720	2.0299	5.1630			
150	-0.0165	2.3193	4.8969			
155	-0.1703	2.5709	4.4528			
160	-0.2888	2.7795	3.8317			
165	-0.3743	2.9420	3.0449			
170	-0.4307	3.0575	2.1170			
175	-0.4624	3.1264	1.0857			
180	-0.4726	3.1493	-0.0004			



第15圖 5等円形坑道が1直線上にある場合

8. 5等円形坑道の中心が正方形の頂点、および対角線の交点上にある場合

第11表

α方向の の角度	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円1の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円2の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$
0°	-1.1111	2.8551	-0.3168	-0.8678	3.2694	0.0005
5	-1.0676	2.8265	-0.9855	-0.8498	3.2410	-0.9288
10	-0.9574	2.7374	-1.6320	-0.7946	3.1559	-1.8057
15	-0.7850	2.5917	-2.2377	-0.6994	3.0140	-2.5842
20	-0.5565	2.3945	-2.7847	-0.5608	2.8164	-3.2301
25	-0.2793	2.1524	-3.2561	-0.3764	2.5654	-3.7231
30	0.0377	1.8731	-3.6368	-0.1461	2.2659	-4.0563
35	0.3848	1.5652	-3.9145	0.1267	1.9251	-4.2336
40	0.7517	1.2381	-4.0797	0.4352	1.5528	-4.2664
45	1.1273	0.9016	-4.1265	0.7693	1.1611	-4.1693
50	1.5008	0.5659	-4.0526	1.1162	0.7638	-3.9580
55	1.8612	0.2409	-3.8592	1.4620	0.3753	-3.6471
60	2.1979	-0.0636	-3.5513	1.7923	0.0097	-3.2498
65	2.5013	-0.3386	-3.1374	2.0940	-0.3199	-2.7778
70	2.7625	-0.5757	-2.6296	2.3555	-0.6020	-2.2416
75	2.9739	-0.7680	-2.0430	2.5676	-0.8274	-1.6519
80	3.1294	-0.9096	-1.3956	2.7239	-0.9897	-1.0203
85	3.2246	-0.9963	-0.7070	2.8200	-1.0846	-0.3600
90	3.2567	-1.0256	0.0021	2.8541	-1.1103	0.3138
95	3.2247	-0.9964	0.7106	2.8260	-1.0672	0.9838
100	3.1296	-0.9097	1.3979	2.7375	-0.9574	1.6315
105	2.9740	-0.7682	2.0437	2.5921	-0.7853	2.2380
110	2.7626	-0.5759	2.6292	2.3949	-0.5567	2.7849
115	2.5015	-0.3387	3.1369	2.1523	-0.2792	3.2556
120	2.1981	-0.0637	3.5513	1.8725	0.0382	3.6356
125	1.8614	0.2408	3.8600	1.5642	0.3857	3.9128
130	1.5011	0.5658	4.0539	1.2370	0.7526	4.0779
135	1.1276	0.9015	4.1278	0.9007	1.1281	4.1250
140	0.7520	1.2378	4.0805	0.5653	1.5013	4.0513
145	0.3852	1.5649	3.9146	0.2407	1.8614	3.8582
150	0.0380	1.8728	3.6363	-0.0636	2.1979	3.5506
155	-0.2789	2.1521	3.2551	-0.3384	2.5012	3.1373
160	-0.5561	2.3942	2.7834	-0.5754	2.7623	2.6305
165	-0.7846	2.5914	2.2360	-0.7676	2.9736	2.0452
170	-0.9570	2.7372	1.6298	-0.9091	3.1291	1.3988
175	-1.0673	2.8262	0.9829	-0.9957	3.2241	0.7105
180	-1.1110	2.8549	0.3137	-1.0248	3.2561	0.0009

第 11 表

交角の 角度	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{400}}$	円3の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{1400}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{400}}$	円4の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{1400}}$
0°	-1.1113	2.8553	0.3174	-1.0260	3.2570	0.0005
5	-1.0859	2.8215	-0.3561	-0.9968	3.2249	-0.7091
10	-0.9909	2.7253	-1.0169	-0.9101	3.1297	-1.3974
15	-0.8283	2.5686	-1.6497	-0.7684	2.9742	-2.0440
20	-0.6024	2.3559	-2.2407	-0.5761	2.7627	-2.6294
25	-0.3200	2.0939	-2.7780	-0.3389	2.5015	-3.1363
30	0.0097	1.7921	-3.2507	-0.0639	2.1982	-3.5498
35	0.3753	1.4617	-3.6479	0.2406	1.8614	-3.8577
40	0.7638	1.1161	-3.9583	0.5656	1.5011	-4.0515
45	1.1610	0.7694	-4.1690	0.9013	1.1277	-4.1260
50	1.5525	0.4354	-4.2655	1.2376	0.7520	-4.0796
55	1.9248	0.1269	-4.2325	1.5647	0.3852	-3.9147
60	2.2657	-0.1459	-4.0552	1.8726	0.0381	-3.6371
65	2.5654	-0.3764	-3.7225	2.1521	-0.2790	-3.2561
70	2.8166	-0.5610	-3.2304	2.3944	-0.5564	-2.7842
75	3.0145	-0.7000	-2.5856	2.5920	-0.7851	-2.2364
80	3.1567	-0.7956	-1.8080	2.7380	-0.9577	-1.6299
85	3.2420	-0.8510	-0.9315	2.8271	-1.0680	-0.9830
90	3.2704	-0.8690	-0.0018	2.8557	-1.1115	-0.3144
95	3.2419	-0.8508	0.9284	2.8216	-1.0859	0.3581
100	3.1565	-0.7952	1.8064	2.7251	-0.9906	1.0179
105	3.0144	-0.6998	2.5855	2.5683	-0.8279	1.6500
110	2.8168	-0.5611	3.2313	2.3556	-0.6020	2.2410
115	2.5659	-0.3768	3.7234	2.0938	-0.3197	2.7788
120	2.2665	-0.1467	4.0553	1.7922	0.0098	3.2522
125	1.9257	0.1260	4.2316	1.4622	0.3752	3.6501
130	1.5534	0.4346	4.2642	1.1167	0.7636	3.9607
135	1.1617	0.7687	4.1678	0.7698	1.1608	4.1713
140	0.7644	1.1156	3.9577	0.4357	1.5525	4.2675
145	0.3758	1.4613	3.6482	0.1270	1.9249	4.2342
150	0.0101	1.7918	3.2518	-0.1460	2.2659	4.0565
155	-0.3197	2.0937	2.7798	-0.3765	2.5655	3.7233
160	-0.6022	2.3557	2.2428	-0.5610	2.8166	3.2304
165	-0.8282	2.5685	1.6522	-0.6999	3.0144	2.5846
170	-0.9909	2.7253	1.0200	-0.7953	3.1564	1.8062
175	-1.0860	2.8216	0.3598	-0.8508	3.2417	0.9295
180	-1.1115	2.8554	-0.3132	-0.8690	3.2703	0.0004

第11表

α方向から の角度	円5の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円5の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$	円5の $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}}$			
0°	-0.1751	2.3926	0.0015			
5	-0.1650	2.3736	-1.0153			
10	-0.1327	2.3160	-1.9893			
15	-0.0744	2.2192	-2.8824			
20	0.0148	2.0832	-3.6648			
25	0.1390	1.9095	-4.3164			
30	0.2999	1.7024	-4.8261			
35	0.4957	1.4693	-5.1897			
40	0.7208	1.2200	-5.4072			
45	0.9658	0.9666	-5.4795			
50	1.2193	0.7215	-5.4074			
55	1.4686	0.4964	-5.1903			
60	1.7019	0.3005	-4.8271			
65	1.9090	0.1395	-4.3181			
70	2.0827	0.0153	-3.6672			
75	2.2188	-0.0739	-2.8854			
80	2.3156	-0.1323	-1.9927			
85	2.3734	-0.1648	-1.0188			
90	2.3927	-0.1753	-0.0017			
95	2.3738	-0.1651	+1.0156			
100	2.3164	-0.1329	1.9901			
105	2.2197	-0.0746	2.8838			
110	2.0837	0.0146	3.6666			
115	1.9099	0.1389	4.3186			
120	1.7027	0.2999	4.8286			
125	1.4694	0.4959	5.1925			
130	1.2202	0.7209	5.4102			
135	0.9669	0.9658	5.4828			
140	0.7220	1.2192	5.4108			
145	0.4970	1.4684	5.1935			
150	0.3011	1.7016	4.8300			
155	0.1400	1.9087	4.3203			
160	0.0157	2.0825	3.6687			
165	-0.0737	2.2187	2.8861			
170	-0.1322	2.3157	1.9928			
175	-0.1648	2.3735	1.0186			
180	-0.1752	2.3927	0.0015			

第 3 章 円形坑道周壁に発生する応力値の Fourier 級数による表示

1. Fourier 級数

前章において示した坑道周壁に発生する応力値を Fourier 級数により表わす事は 鉱山等の現場における応力解析において便利であるばかりでなくより複雑な応力解析への手がかりともなるので以下に Fourier 級数の求め方について述べる。

坑道の中に極座標の原点を取ると坑道周壁上の応力値の分布は 2π の周期を持つことが分かる。

2π の周期を持つ周期関数 $f(\theta)$ は Fourier 級数に展開すると次式で表わされる。⁽³⁵⁾

$$f(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (148)$$

$$\text{但し} \quad a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \quad (149)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (150)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \sin n\theta d\theta \quad (151)$$

$f(\theta)$ が実験値として与えられる場合は (149) ~ (151) 式の積分は数値積分により求めなければならぬので (152) 式に数値積分におけるシンプソンの公式を示す。

$$\int_a^b g(\theta) d\theta = \frac{\Delta\theta}{3} [g(\theta_0) + 4g(\theta_1) + 2g(\theta_2) + 4g(\theta_3) + \cdots + 4g(\theta_{2n-1}) + g(\theta_{2n})] \quad (152)$$

$$\text{但し} \quad \Delta\theta = \frac{b-a}{2n} \quad (153)$$

$$\theta_0 = a, \theta_1 = a + \Delta\theta, \theta_2 = a + 2\Delta\theta, \cdots, \theta_{2n} = b \quad (154)$$

実験値 $q(\theta)$ が 2π の周期を持つ場合は、 $a=0$ 、 $b=2\pi$ にとることにより $\theta_0=0$ 、 $\theta_{2n}=2\pi$ となり $q(\theta_0)=q(\theta_{2n})$ となるので (152) 式は次式のように変形することができる。

$$\int_0^{2\pi} q(\theta) d\theta = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \{q(\theta_{2k-2}) + 2q(\theta_{2k-1})\} \quad (155)$$

(153) 式で表わされる $\Delta\theta$ を 5° にとると同式から $n=36$ となり (149) ~ (151) 式の積分は次式で表わされるものとなる。

$$a_0 = \frac{1}{108} \cdot \sum_{k=1}^{36} \{f(\theta_{2k-2}) + 2f(\theta_{2k-1})\} \quad (156)$$

$$a_n = \frac{1}{54} \sum_{k=1}^{36} \left[f(\theta_{2k-2}) \cos \left\{ n \cdot \frac{\pi}{18} (k-1) \right\} + 2f(\theta_{2k-1}) \cos \left\{ n \cdot \frac{\pi}{36} (2k-1) \right\} \right] \quad (157)$$

$$b_n = \frac{1}{54} \sum_{k=1}^{36} \left[f(\theta_{2k-2}) \sin \left\{ n \cdot \frac{\pi}{18} (k-1) \right\} + 2f(\theta_{2k-1}) \sin \left\{ n \cdot \frac{\pi}{36} (2k-1) \right\} \right] \quad (158)$$

2. 坑道周壁に発生する応力値の Fourier 級数による表示

前章において坑道周壁に発生する応力値は 5° おきに求めてあるので前節における (156) ~ (158) 式により応力値を Fourier 級数により表示することができる。(156) ~ (158) の計算には北大の大型計算機 FACOM 230-60 を利用した。

以下に示す Fourier 級数は釜山等の現場における応力解析という点から 10^{-3} 以下の係数を持つ項は省略してある。

応力値の Fourier 級数表示による精度上のチェックのために第2編の理論を用いて求めた円孔の結果から (156) ~ (158) を用いると (148) 式は次のようになる

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{\infty}} = 1.0000 - 2.0000 \cos 2\theta \quad (159)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{\infty}} = 1.0000 + 2.0000 \cos 2\theta \quad (160)$$

$$\frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_{x\infty}} = -3.9999 \sin 2\theta \quad (161)$$

1 円形坑道の周壁に発生する応力値は理論的に解かれており、その結果は(147)式に示してある。(159)～(161)式と(147)式を比較すると良く合うことが分かる。

以下に第3編第2章において表示した応力値のFourier級数展開の結果を示す。この結果は坑道の形が円形で、直径が皆同じであり中心距離の最小のものが坑道直径の2倍となる場合である。

尚参考資料となるように2等円形坑道の場合についても示した。

1) 2等円形坑道

円Iの場合

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} &= 0.896 - 0.051 \cos \theta - 1.741 \cos 2\theta + 0.169 \cos 3\theta \\ &+ 0.076 \cos 4\theta + 0.029 \cos 5\theta + 0.010 \cos 6\theta \\ &+ 0.003 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta \end{aligned} \quad (162)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\theta_2}}{\sigma_{y\infty}} &= 1.120 + 0.060 \cos \theta + 1.969 \cos 2\theta - 0.063 \cos 3\theta \\ &- 0.039 \cos 4\theta - 0.017 \cos 5\theta - 0.007 \cos 6\theta \\ &- 0.002 \cos 7\theta - 0.001 \cos 8\theta \end{aligned} \quad (163)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{x\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} &= 0.145 \sin \theta - 4.417 \sin 2\theta - 0.331 \sin 3\theta \\ &- 0.166 \sin 4\theta - 0.068 \sin 5\theta - 0.025 \sin 6\theta \\ &- 0.009 \sin 7\theta - 0.003 \sin 8\theta - 0.001 \sin 9\theta \end{aligned} \quad (164)$$

2) 3等円形坑道 (坑道の中心が1直線上にある場合)

円Iの場合

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} &= 0.884 - 0.051 \cos \theta - 1.696 \cos 2\theta + 0.175 \cos 3\theta \\ &+ 0.073 \cos 4\theta + 0.027 \cos 5\theta + 0.009 \cos 6\theta \\ &+ 0.003 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta \end{aligned} \quad (165)$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{400}} &= 1.149 + 0.067 \cos \theta + 1.965 \cos 2\theta - 0.067 \cos 3\theta \\ &\quad - 0.039 \cos 4\theta - 0.017 \cos 5\theta - 0.007 \cos 6\theta \\ &\quad - 0.002 \cos 7\theta - 0.001 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (166)$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\tau_{xy00}} &= 0.176 \sin \theta - 4.590 \sin 2\theta - 0.409 \sin 3\theta \\ &\quad - 0.191 \sin 4\theta - 0.075 \sin 5\theta - 0.027 \sin 6\theta \\ &\quad - 0.009 \sin 7\theta - 0.003 \sin 8\theta - 0.001 \sin 9\theta\end{aligned}\quad (167)$$

円IIの場合

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_2}}{\sigma_{x00}} &= 0.797 - 1.492 \cos 2\theta + 0.147 \cos 4\theta \\ &\quad + 0.019 \cos 6\theta + 0.002 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (168)$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_2}}{\sigma_{y00}} &= 1.240 + 1.946 \cos 2\theta - 0.076 \cos 4\theta \\ &\quad - 0.013 \cos 6\theta - 0.001 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (169)$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_2}}{\tau_{xy00}} &= -4.873 \sin 2\theta - 0.349 \sin 4\theta - 0.053 \sin 6\theta \\ &\quad - 0.006 \sin 8\theta - 0.001 \sin 10\theta\end{aligned}\quad (170)$$

3) 4等円形坑道 (坑道の中心が1直線上にある場合)

円Iの場合

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{x00}} &= 0.879 - 0.051 \cos \theta - 1.676 \cos 2\theta + 0.175 \cos 3\theta \\ &\quad + 0.072 \cos 4\theta + 0.026 \cos 5\theta + 0.009 \cos 6\theta \\ &\quad + 0.003 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (171)$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{y00}} &= 1.162 + 0.068 \cos \theta + 1.963 \cos 2\theta - 0.068 \cos 3\theta \\ &\quad - 0.039 \cos 4\theta - 0.017 \cos 5\theta - 0.007 \cos 6\theta \\ &\quad - 0.003 \cos 7\theta\end{aligned}\quad (172)$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\tau_{xy00}} &= 0.189 \sin \theta - 4.684 \sin 2\theta - 0.442 \sin 3\theta \\ &\quad - 0.200 \sin 4\theta - 0.078 \sin 5\theta - 0.029 \sin 6\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -0.009 \sin 7\theta - 0.002 \sin 8\theta - 0.001 \sin 9\theta \\
 & - 0.001 \sin 10\theta
 \end{aligned}
 \tag{173}$$

円IIの場合

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{x\infty}} &= 0.786 - 0.001 \cos \theta - 1.450 \cos 2\theta + 0.007 \cos 3\theta \\
 & + 0.144 \cos 4\theta - 0.001 \cos 5\theta + 0.018 \cos 6\theta \\
 & + 0.002 \cos 8\theta
 \end{aligned}
 \tag{174}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{y\infty}} &= 1.268 + 0.007 \cos \theta + 1.944 \cos 2\theta - 0.005 \cos 3\theta \\
 & - 0.076 \cos 4\theta - 0.013 \cos 6\theta - 0.001 \cos 8\theta
 \end{aligned}
 \tag{175}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\tau}_{xy\infty}} &= 0.029 \sin \theta - 5.061 \sin 2\theta - 0.072 \sin 3\theta \\
 & - 0.379 \sin 4\theta - 0.006 \sin 5\theta - 0.056 \sin 6\theta \\
 & - 0.006 \sin 8\theta - 0.001 \sin 10\theta
 \end{aligned}
 \tag{176}$$

4) 5等円形坑道(坑道の中心が1直線上にある場合)

円Iの場合

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\sigma}_{x\infty}} &= 0.876 - 0.051 \cos \theta - 1.665 \cos 2\theta + 0.176 \cos 3\theta \\
 & + 0.072 \cos 4\theta + 0.026 \cos 5\theta + 0.009 \cos 6\theta \\
 & + 0.003 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta
 \end{aligned}
 \tag{177}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\sigma}_{y\infty}} &= 1.169 + 0.069 \cos \theta + 1.962 \cos 2\theta - 0.068 \cos 3\theta \\
 & - 0.039 \cos 4\theta - 0.017 \cos 5\theta - 0.007 \cos 6\theta \\
 & - 0.003 \cos 7\theta
 \end{aligned}
 \tag{178}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\tau}_{xy\infty}} &= 0.195 \sin \theta - 4.742 \sin 2\theta - 0.459 \sin 3\theta \\
 & - 0.205 \sin 4\theta - 0.080 \sin 5\theta - 0.029 \sin 6\theta \\
 & - 0.009 \sin 7\theta - 0.003 \sin 8\theta - 0.001 \sin 9\theta \\
 & - 0.001 \sin 10\theta
 \end{aligned}
 \tag{179}$$

円Ⅱの場合

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{x\infty}} &= 0.782 - 0.001 \cos \theta - 1.432 \cos 2\theta + 0.009 \cos 3\theta \\ &\quad + 0.143 \cos 4\theta - 0.002 \cos 5\theta + 0.018 \cos 6\theta \\ &\quad + 0.002 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (180)$$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{y\infty}} &= 1.281 + 0.009 \cos \theta + 1.944 \cos 2\theta - 0.007 \cos 3\theta \\ &\quad - 0.075 \cos 4\theta - 0.013 \cos 6\theta - 0.001 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (181)$$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{x4\infty}} &= 0.040 \sin \theta - 5.162 \sin 2\theta - 0.100 \sin 3\theta \\ &\quad - 0.391 \sin 4\theta - 0.007 \sin 5\theta - 0.057 \sin 6\theta \\ &\quad - 0.006 \sin 8\theta - 0.001 \sin 10\theta\end{aligned}\quad (182)$$

円Ⅲの場合

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{x\infty}} &= 0.776 - 1.409 \cos 2\theta + 0.141 \cos 4\theta + 0.017 \cos 6\theta \\ &\quad + 0.002 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (183)$$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{y\infty}} &= 1.297 + 1.943 \cos 2\theta - 0.076 \cos 4\theta - 0.013 \cos 6\theta \\ &\quad - 0.001 \cos 8\theta\end{aligned}\quad (184)$$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{x4\infty}} &= -5.253 \sin 2\theta - 0.409 \sin 4\theta - 0.059 \sin 6\theta \\ &\quad - 0.006 \sin 8\theta - 0.001 \sin 10\theta\end{aligned}\quad (185)$$

5) 3等円形坑道(坑道の中心が正三角形の頂点上にある場合)

円Ⅰの場合

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\sigma}_{x\infty}} &= 1.103 + 0.012 \sin \theta - 2.321 \cos 2\theta + 0.252 \sin 3\theta \\ &\quad + 0.113 \cos 4\theta - 0.030 \sin 5\theta - 0.002 \cos 6\theta \\ &\quad - 0.003 \sin 7\theta - 0.002 \cos 8\theta + 0.001 \sin 9\theta\end{aligned}\quad (186)$$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\sigma}_{y\infty}} &= 0.911 - 0.023 \sin \theta + 2.105 \cos 2\theta - 0.275 \sin 3\theta \\ &\quad - 0.165 \cos 4\theta + 0.057 \sin 5\theta + 0.010 \cos 6\theta\end{aligned}$$

$$+0.001 \sin 7\theta + 0.002 \cos 8\theta - 0.001 \sin 9\theta \quad (187)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} = & -0.036 \cos \theta - 3.737 \sin 2\theta + 0.454 \cos 3\theta \\ & - 0.289 \sin 4\theta - 0.114 \cos 5\theta + 0.030 \sin 6\theta \\ & + 0.004 \cos 7\theta + 0.001 \sin 8\theta + 0.001 \cos 9\theta \quad (188) \end{aligned}$$

6) 4等円形坑道(坑道の中心が正三角形の頂点, および重心上にある場合)

円Iの場合

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} = & 1.184 - 0.070 \sin \theta - 2.036 \cos 2\theta - 0.031 \sin 3\theta \\ & - 0.032 \cos 4\theta + 0.018 \sin 5\theta + 0.008 \cos 6\theta \\ & - 0.003 \sin 7\theta - 0.001 \cos 8\theta \quad (189) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} = & 0.827 + 0.063 \sin \theta + 1.728 \cos 2\theta + 0.140 \sin 3\theta \\ & + 0.067 \cos 4\theta - 0.029 \sin 5\theta - 0.011 \cos 6\theta \\ & + 0.004 \sin 7\theta + 0.001 \cos 8\theta \quad (190) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} = & -0.001 - 0.129 \cos \theta + 0.001 \sin \theta - 0.001 \cos 2\theta \\ & - 4.244 \sin 2\theta - 0.196 \cos 3\theta + 0.002 \sin 3\theta \\ & + 0.002 \cos 4\theta + 0.116 \sin 4\theta + 0.055 \cos 5\theta \\ & - 0.001 \sin 5\theta - 0.001 \cos 6\theta - 0.022 \sin 6\theta \\ & - 0.008 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta + 0.002 \sin 8\theta \\ & + 0.001 \cos 9\theta \quad (191) \end{aligned}$$

円IVの場合

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} = & 1.031 + 0.188 \sin \theta - 2.086 \cos 2\theta - 0.001 \sin 2\theta \\ & - 0.001 \cos 3\theta - 0.150 \sin 3\theta - 0.203 \cos 4\theta \\ & + 0.013 \sin 5\theta - 0.004 \cos 6\theta + 0.010 \sin 7\theta \\ & + 0.001 \cos 8\theta \quad (192) \end{aligned}$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\sigma_{x\infty}} = 1.031 - 0.188 \sin \theta + 2.086 \cos 2\theta + 0.001 \sin 2\theta$$

$$\begin{aligned}
& + 0.001 \cos 3\theta - 0.150 \sin 3\theta - 0.203 \cos 4\theta \\
& - 0.013 \sin 5\theta - 0.004 \cos 6\theta - 0.010 \sin 7\theta \\
& - 0.001 \cos 8\theta
\end{aligned} \tag{193}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{\theta_4}}{\tau_{x-y\infty}} &= 0.001 + 0.376 \cos \theta + 0.002 \cos 2\theta - 4.173 \sin 2\theta \\
& + 0.001 \sin 3\theta + 0.405 \sin 4\theta - 0.027 \cos 5\theta \\
& + 0.020 \cos 7\theta + 0.001 \sin 8\theta - 0.001 \sin 10\theta
\end{aligned} \tag{194}$$

7) 4等円形坑道(坑道の中心が正方形の頂点上にある場合)

田 I の場合

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}} &= 1.003 - 0.039 \cos \theta - 0.043 \sin \theta - 1.785 \cos 2\theta \\
& - 0.054 \sin 2\theta + 0.123 \cos 3\theta - 0.034 \sin 3\theta \\
& + 0.039 \cos 4\theta + 0.020 \sin 4\theta + 0.033 \cos 5\theta \\
& + 0.022 \sin 5\theta + 0.018 \cos 6\theta + 0.004 \cos 7\theta
\end{aligned} \tag{195}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{y\infty}} &= 1.003 + 0.043 \cos \theta + 0.039 \sin \theta + 1.785 \cos 2\theta \\
& - 0.054 \sin 2\theta - 0.035 \cos 3\theta + 0.129 \sin 3\theta \\
& + 0.038 \cos 4\theta - 0.020 \sin 4\theta - 0.022 \cos 5\theta \\
& - 0.033 \sin 5\theta - 0.018 \cos 6\theta + 0.001 \sin 6\theta \\
& - 0.003 \cos 7\theta + 0.003 \sin 7\theta + 0.001 \cos 8\theta
\end{aligned} \tag{196}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{\theta_1}}{\tau_{x-y\infty}} &= 0.158 - 0.111 \cos \theta + 0.111 \sin \theta - 0.002 \cos 2\theta \\
& - 4.621 \sin 2\theta - 0.263 \cos 3\theta - 0.263 \sin 3\theta \\
& + 0.032 \cos 4\theta + 0.077 \cos 5\theta - 0.077 \sin 5\theta \\
& - 0.056 \sin 6\theta - 0.011 \cos 7\theta - 0.009 \sin 7\theta \\
& + 0.001 \sin 8\theta + 0.001 \cos 9\theta - 0.001 \sin 9\theta \\
& - 0.001 \sin 10\theta
\end{aligned} \tag{197}$$

8) 5 等円形坑道 (坑道の中心が正方形の頂点, および対角線の交点, 上にある場合)

円 I の場合

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{\infty}} &= 1.111 - 0.017 \sin \theta - 2.194 \cos 2\theta + 0.012 \sin 3\theta \\ &\quad - 0.034 \cos 4\theta + 0.020 \sin 5\theta - 0.007 \cos 6\theta \\ &\quad - 0.002 \sin 7\theta \quad (198)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{\infty}} &= 0.894 + 0.011 \sin \theta + 1.913 \cos 2\theta + 0.053 \sin 3\theta \\ &\quad + 0.059 \cos 4\theta - 0.033 \sin 5\theta - 0.012 \cos 6\theta \\ &\quad + 0.003 \sin 7\theta + 0.001 \cos 8\theta \quad (199)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{\infty}} &= -0.132 \cos \theta - 0.001 \cos 2\theta - 4.184 \sin 2\theta \\ &\quad - 0.274 \cos 3\theta + 0.211 \sin 4\theta + 0.102 \cos 5\theta \\ &\quad - 0.001 \cos 6\theta - 0.037 \sin 6\theta - 0.012 \cos 7\theta \\ &\quad + 0.001 \cos 8\theta + 0.003 \sin 8\theta + 0.001 \cos 9\theta \quad (200)\end{aligned}$$

円 V の場合

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{\infty}} &= 1.037 - 0.001 \cos \theta - 1.324 \cos 2\theta + 0.071 \cos 4\theta \\ &\quad + 0.039 \cos 6\theta \quad (201)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{\infty}} &= 1.037 + 1.324 \cos 2\theta + 0.071 \cos 4\theta - 0.039 \cos 6\theta \\ &\quad + 0.001 \cos 8\theta \quad (202)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{\infty}} &= 0.001 \sin \theta - 5.576 \sin 2\theta + 0.002 \sin 3\theta \\ &\quad - 0.096 \sin 6\theta - 0.001 \sin 10\theta \quad (203)\end{aligned}$$

第4章 本編の総括

1. 緒言

前章において円形坑道が多数ある場合の坑道周壁に発生する応力について解析した。前章の結果から坑道周壁に発生する応力の値は坑道の数および位置により変化することが解った。

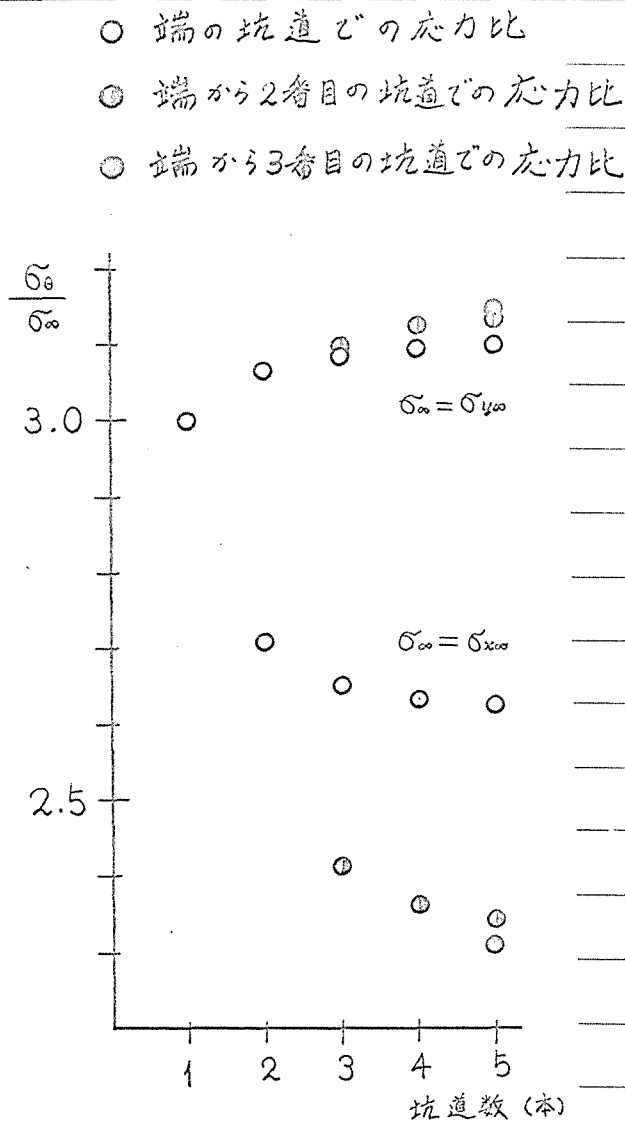
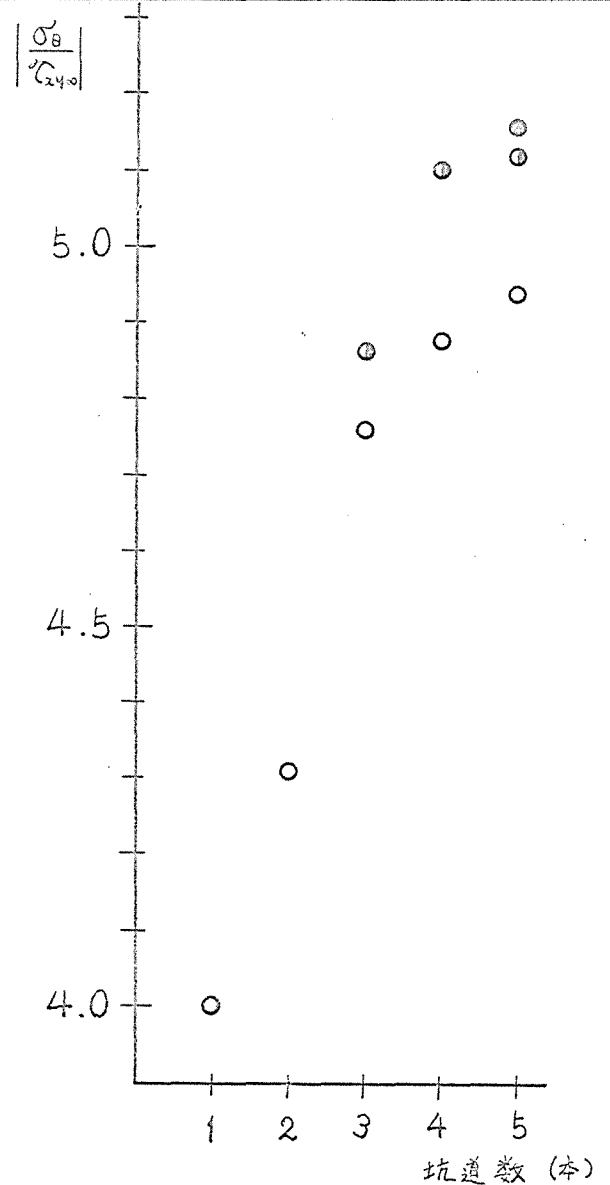
坑道周壁に発生する応力の最大値と最小値を知ることは保安上必要であるので以下に最大、最小応力値に及ぼす坑道の個数の影響および主応力の方向の影響について述べる。

2. 坑道周壁に発生する最大、最小応力値への坑道数の影響

坑道の中心が1直線(x軸方向)上に等間隔(坑道は皆等しい円形で中心間距離は坑道直径の2倍の場合)に並んだ場合に各坑道の周壁に発生する応力の最大値と最小値を第12表および第17図に示した。各値は坑道から十分離れた点において応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ がそれぞれ単独に作用した場合に坑道周壁に発生する応力 σ_0 を作用した応力との比 $\sigma_0/\sigma_{x\infty}$, $\sigma_0/\sigma_{y\infty}$, $\sigma_0/\tau_{xy\infty}$ で表わしたものである。

第12表 各坑道の周壁に発生する応力の最大値と最小値

坑道数	坑道位置	最大値			最小値		
		$\sigma_0/\sigma_{x\infty}$	$\sigma_0/\sigma_{y\infty}$	$\sigma_0/\tau_{xy\infty}$	$\sigma_0/\sigma_{x\infty}$	$\sigma_0/\sigma_{y\infty}$	$\sigma_0/\tau_{xy\infty}$
1		3.000	3.000	4.000	-1.000	-1.000	-4.000
2		2.714	3.066	4.545	-0.908	-0.883	-4.545
3	端の坑道	2.658	3.087	4.768	-0.882	-0.852	-4.768
	端から2番目	2.419	3.096	4.871	-0.527	-0.770	-4.871
4	端の坑道	2.632	3.096	4.883	-0.869	-0.834	-4.883
	端から2番目	2.364	3.124	5.103	-0.505	-0.740	-5.103
5	端の坑道	2.616	3.102	4.952	-0.862	-0.826	-4.952
	端から2番目	2.340	3.137	5.222	-0.494	-0.727	-5.222
	端から3番目	2.310	3.149	5.259	-0.473	-0.711	-5.259

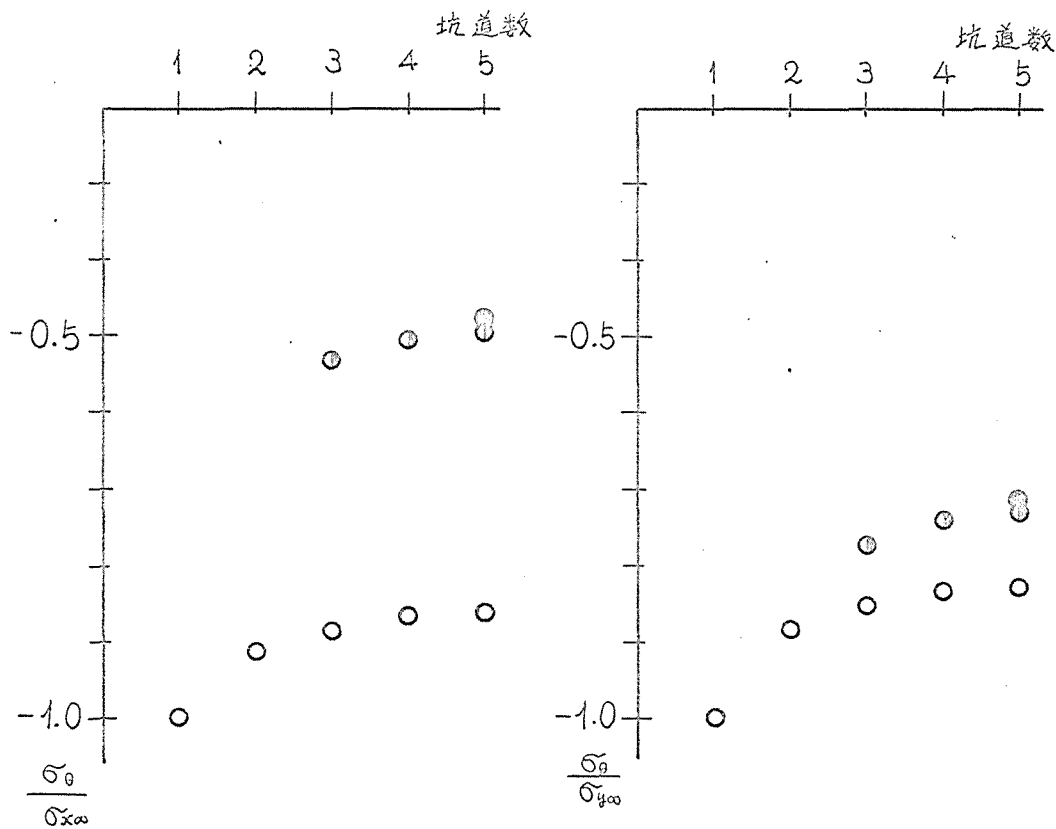
第17-a図 $\sigma_{x\infty}, \sigma_{y\infty}$ による最大値第17-b図 $\tau_{xy\infty}$ による絶対値の最大値

第17-a図は坑道から十分離れた点において直応力 $\sigma_{x\infty}, \sigma_{y\infty}$ がそれぞれ単独に作用した場合に坑道周壁に発生する応力の最大値を応力比 (それぞれ $\sigma_0/\sigma_{x\infty}, \sigma_0/\sigma_{y\infty}$) で表わしたものである。

第17-b図は剪断応力 $\tau_{xy\infty}$ が作用した場合に坑道周壁に発生する応力の最大値と最小値を応力比 ($\sigma_0/\tau_{xy\infty}$) により表わしたものである。第12表から剪断応力 $\tau_{xy\infty}$ が作用した場合の応力比の最大値と最小値の絶対値は等しい事が分かるので第17-b図では最大値および最小値を応力比の絶対値の最大値として表わしてある。

第17-c, d図は $\sigma_{x\infty}, \sigma_{y\infty}$ が作用した場合に坑道周壁に発生する

応力の最小値を応力比により表わしたものである。



第17-c図 $\sigma_{x\infty}$ による最小値

第17-d図 $\sigma_{y\infty}$ による最小値

算円形坑道が1直線上に等間隔で並んだ場合における坑道周壁に発生する応力の最大値および最小値については第17図から次のことが分かる。

- i 坑道周壁に発生する応力の最大値および最小値は坑道数により変化する。
- ii 坑道数による最大値および最小値の変化量は坑道数が3の場合までは大きく、その後は小さくなる。
- iii 直応力 $\sigma_{x\infty}$ が作用した場合は坑道数の増加につれて最大値は減少し、最小値は増加する。
- iv 直応力 $\sigma_{y\infty}$ が作用した場合は坑道数の増加につれて最大値と最小値は共に増加する。
- v 剪断応力 $\sigma_{xy\infty}$ が作用した場合は最大値と最小値の絶対値は等しく、坑道数の増加につれて絶対値は増加し、絶対値は直応力 ($\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$) が作用した場合よりも大きい。

vi 坑道数の増加により最大値が増加する場合は端の坑道より内側の坑道の方が最大値は大きく、最大値が減少する場合は端の坑道より内側の坑道の方が最大値は小さい

vii 坑道数の増加により最小値は常に増加し端の坑道より内側の坑道の方が最小値は大きい。(但し直応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$ が作用した場合)

3. 坑道周壁に発生する最大応力値と最小応力値への主応力が作用する方向の影響

坑道から十分離れた点において主応力 σ_1 のみ ($\sigma_2 = 0$) が作用する場合には、主応力の方向により坑道周壁に発生する応力は変化する。主応力の方向と x 軸の正の方向とのなす角度を α° とすると x , y 方向の直応力および剪断応力は次式で表わされるものとなる。

$$\sigma_{x\infty} = \sigma_1 \cos^2 \alpha$$

$$\sigma_{y\infty} = \sigma_1 \sin^2 \alpha$$

$$\tau_{xy\infty} = \sigma_1 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

(204)

$\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ がそれぞれ単独に作用した場合の坑道周壁に発生する応力 σ_θ を作用応力との比 (X_θ , Y_θ , T_θ) で表すと次式となる。

$$X_\theta = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$$

$$Y_\theta = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_{y\infty}}$$

$$T_\theta = \frac{\sigma_\theta}{\tau_{xy\infty}}$$

(205)

(148), (149)式を用いることにより主応力 σ_1 が作用する場合に坑道周壁に発生する応力 σ_θ は (150)式で表されるものとなる。

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= X_{\theta} \cdot \sigma_{x\infty} + Y_{\theta} \cdot \sigma_{y\infty} + T_{\theta} \cdot \tau_{xy\infty} \\ &= X_{\theta} \cdot \sigma_1 \cos^2 \alpha + Y_{\theta} \cdot \sigma_1 \sin^2 \alpha + T_{\theta} \cdot \sigma_1 \sin \alpha \cos \alpha\end{aligned}\quad (206)$$

第3編第2章において(149)式の各値(X_{θ} , Y_{θ} , T_{θ})は、坑道周壁上の点を定める θ に対して 5° 間隔で与えられている。

各 α に対する σ_{θ} の最大値、最小値およびその時の角度 θ_2 は次のようにして定めた。まず 5° おきに求めた σ_{θ} の中から最大値、最小値を選びその時の θ を θ_2^* とする。 $\theta_2^* - 5^{\circ}$, θ_2^* , $\theta_2^* + 5^{\circ}$ に対する σ_{θ} を求める。 θ の間隔が 10° の中では σ_{θ} の値が θ に関しての2次曲線により表されるものと仮定すると、 σ_{θ} は未知係数 a, b, c を用いて次式となる。

$$\sigma_{\theta} = a\theta^2 + b\theta + c \quad (207)$$

$\theta_2^* - 5^{\circ}$, θ_2^* , $\theta_2^* + 5^{\circ}$ に対する σ_{θ} を(151)式に代入することにより係数 a, b, c は3元連立1次方程式の根として定まる。

2次方程式の極値として σ_{θ} の最大値および最小値 $\sigma_{\theta 2}$ とその時の角度 θ_2 は次式で与えられるものとなる。

$$\sigma_{\theta 2} = c - \frac{b^2}{4a} \quad (208)$$

$$\theta_2 = -\frac{b}{2a} \quad (209)$$

以下に α を 5° 間隔で変化させた場合に対する最大値および最小値とその時の角度 θ_2 の値を第13表から第18表に表わした。又主応力の方向 α による最大値、最小値 $\sigma_{\theta 2}$ の変化について第18図から第25図に示した。表および図において最大値と最小値は作用した主応力との比($\sigma_{\theta 2}/\sigma_1$)により表してある。

また各坑道状態における応力比($\sigma_{\theta 2}/\sigma_1$)の最大値および最小値を α に関するFourier級数により表わした。

1) 1円形坑道

$$\frac{\sigma_{\theta \max}}{\sigma_1} = 3.000$$

(210)

$$\frac{\sigma_{\theta \min}}{\sigma_1} = -1.000$$

(211)

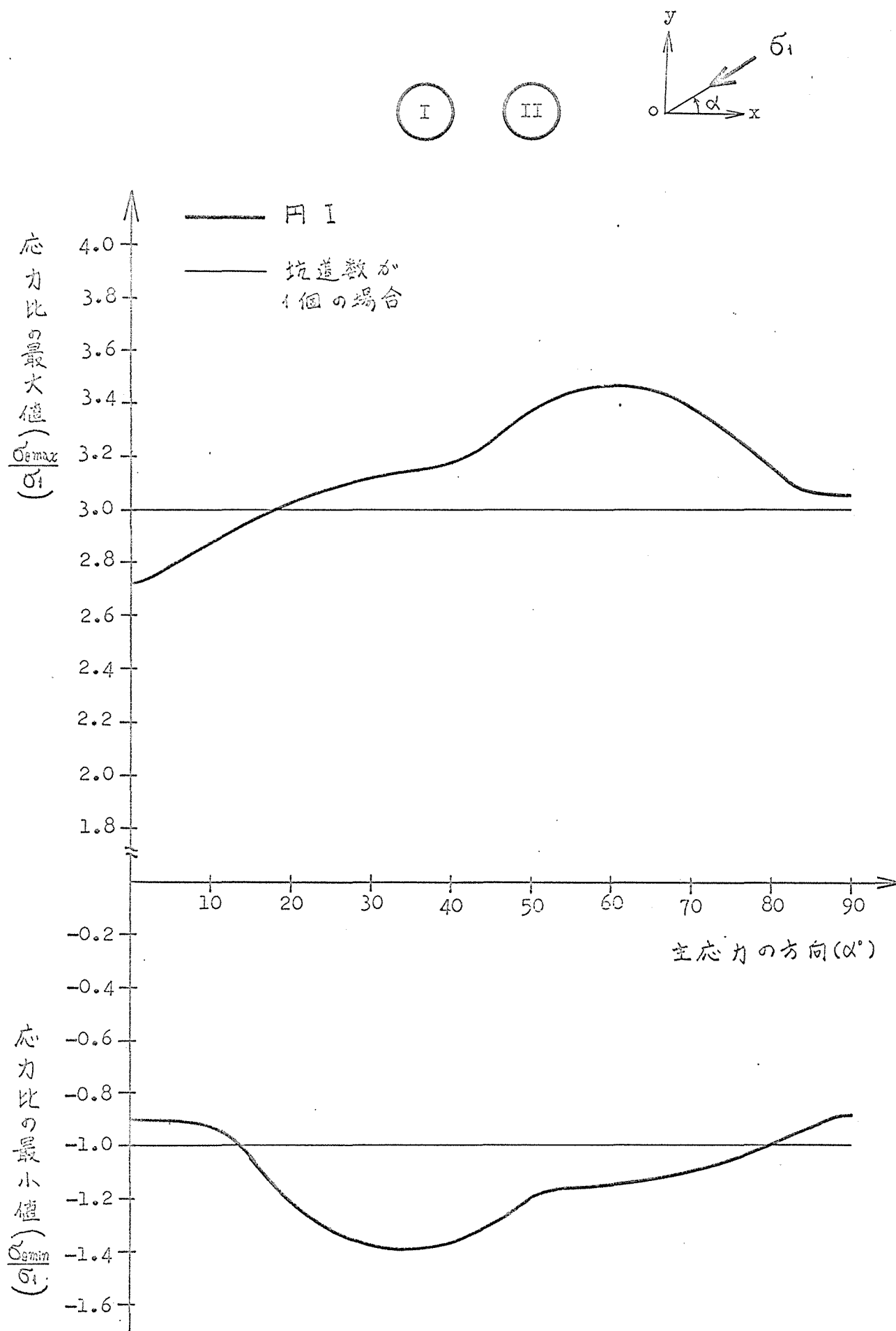
2) 2円形坑道 (円Iの場合)

$$\frac{\sigma_{\theta \max}}{\sigma_1} = 3.16 - 0.22 \cos 2\alpha - 0.17 \cos 4\alpha + 0.07 \cos 6\alpha - 0.08 \cos 8\alpha \quad (212)$$

$$\frac{\sigma_{\theta \min}}{\sigma_1} = -1.14 + 0.20 \cos 4\alpha + 0.08 \cos 6\alpha + 0.03 \cos 8\alpha - 0.04 \cos 10\alpha \quad (213)$$

第13表 主応力の方向(α)による応力比の最大値および最小値

1 円形坑道				2 等円形坑道 ($0.0_2 = 4R_1 = 4R_2$)			
最大値		最小値		円Iでの最大値		円Iでの最小値	
角度 α°	$\sigma_{\theta \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta \min}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta \min}/\sigma_1$
0	3.000	90	-1.000	0	2.715	93.2	-0.908
5	3.000	95	-1.000	5	2.794	98.2	-0.913
10	3.000	100	-1.000	10	2.875	102.9	-0.927
15	3.000	105	-1.000	15	2.953	107.5	-1.056
20	3.000	110	-1.000	20	3.022	112.0	-1.205
25	3.000	115	-1.000	25	3.081	116.4	-1.314
30	3.000	120	-1.000	30	3.127	120.9	-1.378
35	3.000	125	-1.000	35	3.159	125.4	-1.395
40	3.000	130	-1.000	40	3.178	130.0	-1.366
45	3.000	135	-1.000	45	3.262	322.5	-1.297
50	3.000	140	-1.000	50	3.376	325.7	-1.198
55	3.000	145	-1.000	55	3.447	328.6	-1.154
60	3.000	150	-1.000	60	3.471	331.3	-1.145
65	3.000	155	-1.000	65	3.449	334.1	-1.124
70	3.000	160	-1.000	70	3.384	337.1	-1.090
75	3.000	165	-1.000	75	3.285	340.7	-1.046
80	3.000	170	-1.000	80	3.170	345.2	-0.993
85	3.000	175	-1.000	85	3.069	174.8	-0.938
90	3.000	180	-1.000	90	3.066	180.0	-0.883



第 18 図 2 等円形坑道 (坑道の中心が 1 直線上にある場合)

3) 3等円形坑道 (坑道の中心位置が1直線上にある場合)

円Ⅰの場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.22 - 0.27 \cos 2\alpha - 0.23 \cos 4\alpha + 0.08 \cos 6\alpha - 0.09 \cos 8\alpha \quad (214)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.18 + 0.26 \cos 4\alpha + 0.09 \cos 6\alpha + 0.04 \cos 8\alpha - 0.04 \cos 10\alpha \quad (215)$$

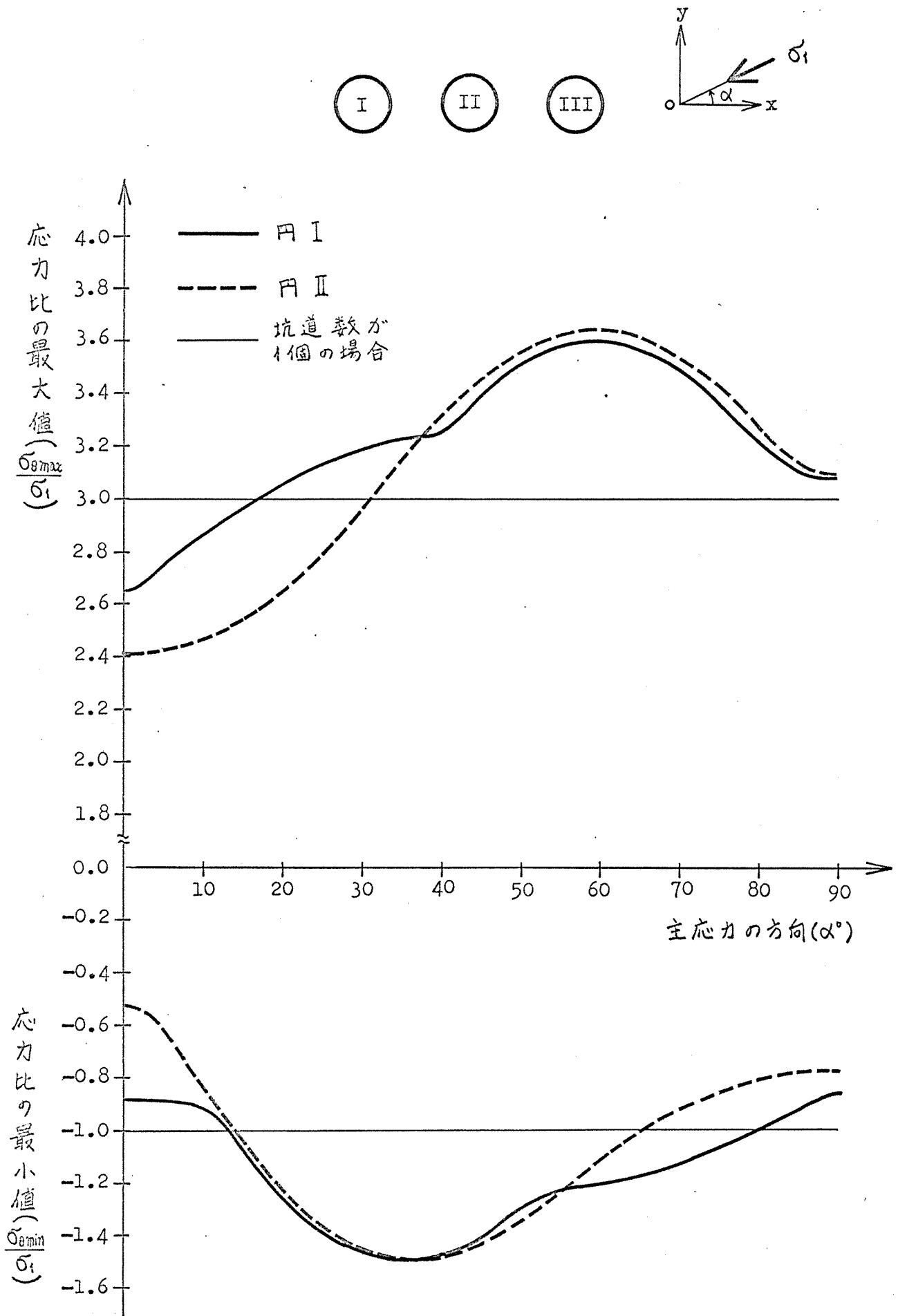
円Ⅱの場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.12 - 0.50 \cos 2\alpha - 0.32 \cos 4\alpha + 0.04 \sin 3\alpha + 0.13 \cos 6\alpha \quad (216)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.09 - 0.05 \cos 2\alpha + 0.38 \cos 4\alpha - 0.03 \sin 4\alpha + 0.13 \cos 6\alpha \quad (217)$$

第13表 主応力の方向(α)に対する応力比の最大値および最小値

3等円形坑道 (中心位置1直線上(x 方向), $0, 0_2 = 0_2, 0_3 = 4R_1 = 4R_2 = 4R_3$)								
円Ⅰでの最大値		円Ⅰでの最小値		円Ⅱでの最大値		円Ⅱでの最小値		
角度 α°	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ°
0	2.658	93.4	-0.882	180.0	2.419	90.0	-0.527	0.0
5	2.753	98.6	-0.890	185.7	2.431	95.6	-0.641	14.4
10	2.854	103.5	-0.910	191.3	2.469	101.4	-0.844	21.0
15	2.953	108.1	-1.089	24.8	2.537	107.6	-1.049	25.3
20	3.043	112.5	-1.260	27.9	2.639	114.3	-1.228	28.7
25	3.121	116.9	-1.388	30.7	2.778	121.3	-1.365	31.6
30	3.183	121.2	-1.465	33.2	2.949	128.1	-1.455	34.4
35	3.227	125.6	-1.490	35.8	3.136	133.8	-1.495	37.2
40	3.254	130.0	-1.463	38.5	3.314	138.4	-1.485	40.2
45	3.397	323.1	-1.390	41.6	3.463	142.1	-1.430	43.6
50	3.515	326.0	-1.278	45.2	3.573	145.2	-1.342	47.5
55	3.585	328.6	-1.221	236.9	3.635	148.0	-1.232	52.1
60	3.601	331.1	-1.205	241.3	3.644	150.7	-1.115	57.4
65	3.566	333.8	-1.172	245.6	3.605	153.5	-1.008	63.1
70	3.483	336.7	-1.123	250.0	3.520	156.6	-0.919	68.9
75	3.364	340.1	-1.062	251.4	3.402	160.2	-0.851	74.5
80	3.226	344.6	-0.992	259.0	3.267	164.8	-0.805	79.8
85	3.102	351.0	-0.920	263.7	3.148	171.2	-0.779	85.0
90	3.087	180.0	-0.852	91.3	3.096	0.0	-0.770	90.0



第 19 図 3 等円形坑道(坑道の中心が値線上にある場合)

4) 4等円形坑道 (坑道の中心位置が1直線上にある場合)

円Iの場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.25 - 0.30 \cos 2\alpha - 0.26 \cos 4\alpha + 0.09 \cos 6\alpha - 0.10 \cos 8\alpha \quad (218)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.20 + 0.29 \cos 2\alpha + 0.09 \cos 6\alpha + 0.04 \cos 8\alpha - 0.04 \cos 10\alpha \quad (219)$$

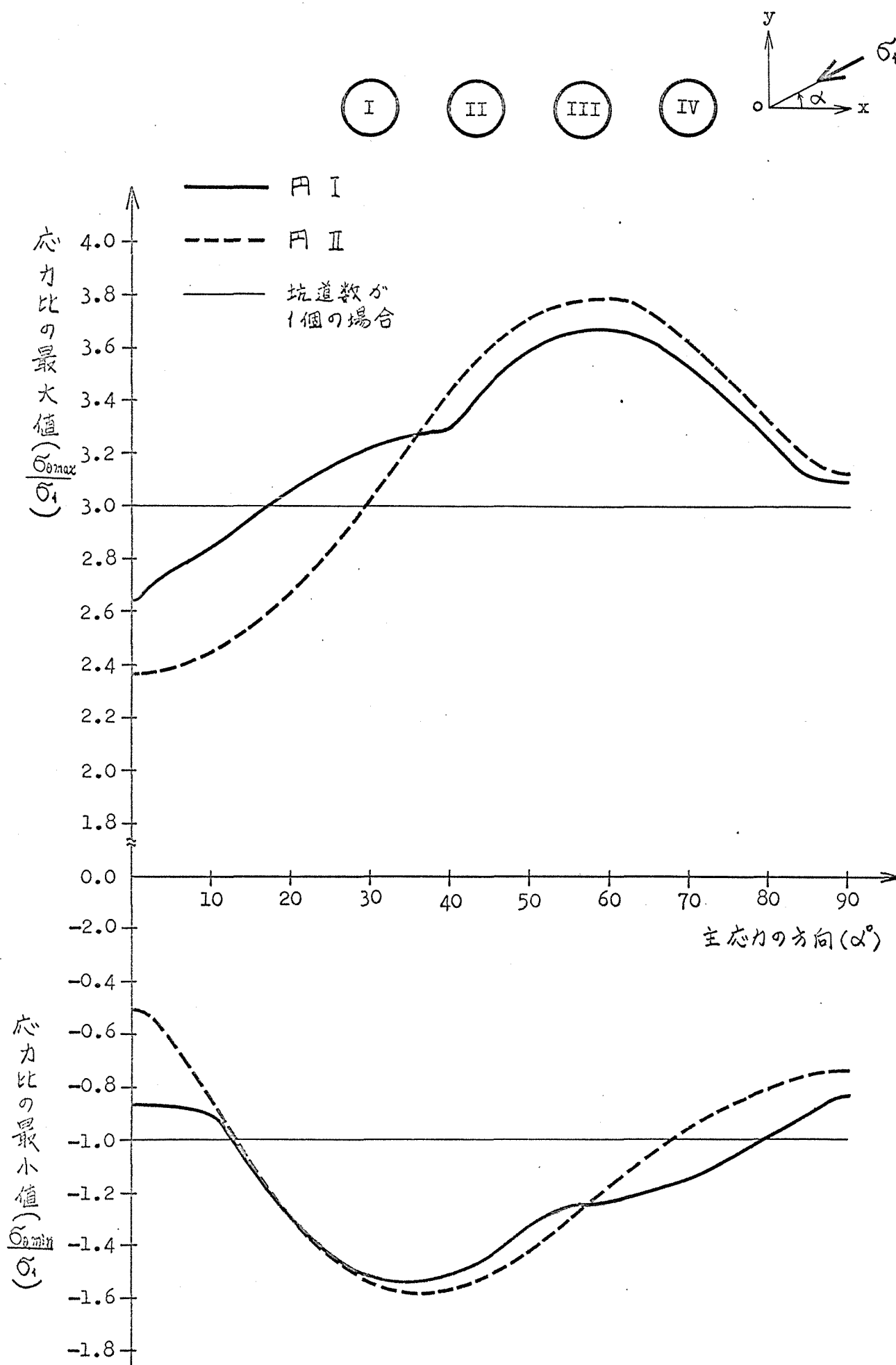
円IIの場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.19 - 0.56 \cos 2\alpha + 0.04 \sin 3\alpha - 0.39 \cos 4\alpha + 0.14 \cos 6\alpha \quad (220)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.14 - 0.05 \cos 2\alpha + 0.44 \cos 4\alpha + 0.14 \cos 6\alpha + 0.05 \cos 8\alpha \quad (221)$$

第14表 主応力の方向(α)に対する応力比の最大値および最小値

4等円形坑道(1直線上(x方向), $O_1 O_2 = O_2 O_3 = O_3 O_4 = 4R_1 = 4R_2 = 4R_3 = 4R_4$)								
円Iでの最大値			円Iでの最小値			円IIでの最大値		
角度 α°	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ°
0	2.632	93.5	-0.869	180.0	2.364	90.2	-0.505	180.0
5	2.735	98.9	-0.878	185.8	2.391	96.0	-0.627	15.2
10	2.846	103.7	-0.903	191.6	2.448	102.3	-0.857	21.8
15	2.955	108.3	-1.107	25.1	2.542	108.4	-1.088	26.0
20	3.056	112.7	-1.289	28.2	2.668	115.1	-1.289	29.2
25	3.143	117.1	-1.426	30.9	2.829	121.9	-1.445	32.0
30	3.213	121.4	-1.510	33.4	3.017	130.3	-1.548	34.6
35	3.264	125.7	-1.539	35.8	3.238	145.5	-1.595	37.2
40	3.297	129.1	-1.513	38.5	3.439	159.5	-1.581	40.0
45	3.463	132.3	-1.439	41.4	3.604	172.8	-1.526	43.1
50	3.583	136.1	-1.323	44.9	3.718	185.5	-1.425	46.7
55	3.651	138.6	-1.257	237.0	3.778	198.1	-1.294	51.1
60	3.663	139.0	-1.236	241.3	3.780	210.6	-1.176	237.5
65	3.621	133.6	-1.197	245.6	3.727	223.2	-1.058	243.1
70	3.530	136.5	-1.141	249.9	3.625	236.1	-0.954	248.7
75	3.401	139.9	-1.071	254.3	3.485	249.7	-0.870	254.2
80	3.252	149.3	-0.992	258.8	3.327	264.2	-0.805	259.5
85	3.119	150.8	-0.911	263.5	3.186	270.7	-0.762	264.7
90	3.096	180.0	-0.837	91.4	3.124	0.0	-0.740	90.2



第20図 等円形坑道(坑道の中心が1直線上にある場合)

5) 5等円形坑道 (坑道の中心が1直線上にある場合)

円 I の場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.27 - 0.31 \cos 2\alpha - 0.28 \cos 4\alpha + 0.09 \cos 6\alpha - 0.10 \cos 8\alpha \quad (222)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.21 + 0.31 \cos 4\alpha + 0.10 \cos 6\alpha + 0.05 \cos 8\alpha - 0.04 \cos 10\alpha \quad (223)$$

円 II の場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.22 - 0.03 \cos \alpha - 0.58 \cos 2\alpha - 0.42 \cos 4\alpha + 0.14 \cos 6\alpha \quad (224)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.16 - 0.06 \cos 2\alpha + 0.46 \cos 4\alpha + 0.15 \cos 6\alpha + 0.05 \cos 8\alpha \quad (225)$$

第15表 主応力の方向(α)に対する応力比の最大値および最小値

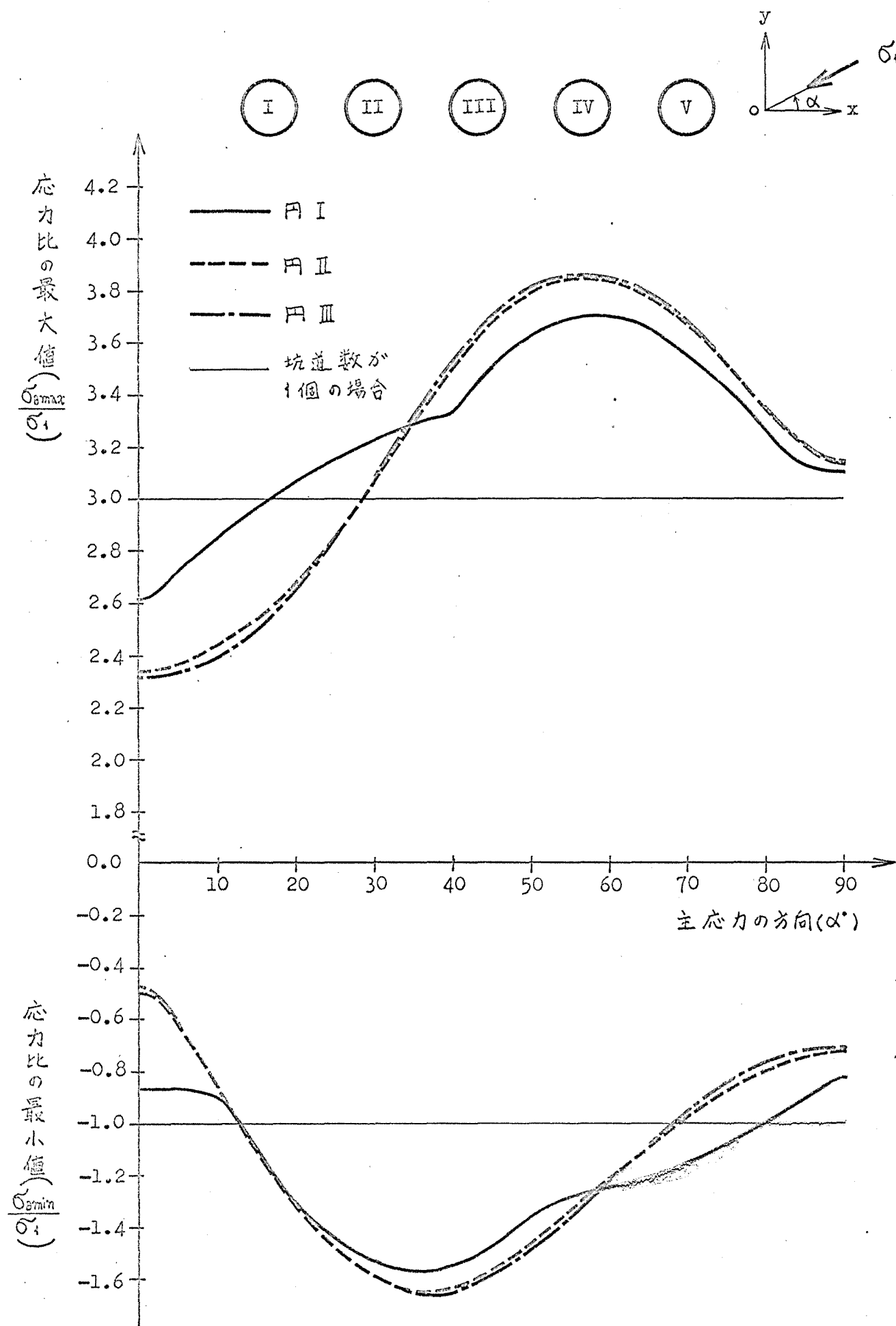
5等円形坑 (1直線上(x方向) $0.0_1 = 0.0_2 = 0.0_3 = 0.0_4 = 0.0_5 = 4R_1 = 4R_2 = 4R_3 = 4R_4 = 4R_5$)								
円 I での最大値			円 I での最小値			円 II での最大値		
角度 α°	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°	角度 α°	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ°	角度 α°	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°
0	2.618	93.6	-0.862	180.0	2.340	90.3	-0.494	180.0
5	2.725	99.0	-0.871	185.9	2.374	96.4	-0.622	15.6
10	2.841	103.9	-0.899	21.2	2.443	102.4	-0.865	22.2
15	2.957	108.5	-1.118	25.2	2.546	108.8	-1.109	26.3
20	3.064	112.9	-1.306	28.3	2.684	115.5	-1.321	29.4
25	3.157	117.2	-1.448	31.0	2.857	122.3	-1.486	32.1
30	3.232	121.5	-1.536	33.4	3.059	311.2	-1.595	34.7
35	3.287	125.8	-1.569	35.9	3.293	316.1	-1.647	37.2
40	3.334	320.3	-1.544	38.5	3.504	319.9	-1.639	39.9
45	3.502	323.4	-1.469	41.4	3.673	323.0	-1.578	42.9
50	3.623	326.1	-1.351	44.8	3.788	325.6	-1.471	46.4
55	3.689	328.6	-1.280	237.0	3.847	328.1	-1.332	50.6
60	3.698	331.0	-1.256	241.3	3.844	330.5	-1.210	237.5
65	3.653	333.5	-1.212	245.5	3.785	333.1	-1.085	243.0
70	3.557	336.3	-1.151	249.8	3.674	335.9	-0.972	248.5
75	3.422	339.7	-1.075	254.2	3.524	339.4	-0.878	254.0
80	3.267	344.2	-0.991	258.7	3.355	343.9	-0.805	259.3
85	3.128	350.6	-0.906	263.4	3.204	350.5	-0.754	264.5
90	3.102	180.0	-0.828	91.4	3.137	0.0	-0.727	90.2

5等円形坑道(1直線上)							
円3での最大値		円3での最小値					
角度 α°	$\sigma_{\theta \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta \min}/\sigma_1$	角度 θ°			
0	2.310	90.0	-0.473	0.0			
5	2.331	96.3	-0.614	15.6			
10	2.394	102.8	-0.858	22.3			
15	2.503	109.7	-1.104	26.5			
20	2.659	117.0	-1.318	29.7			
25	2.860	124.3	-1.486	32.4			
30	3.089	130.6	-1.600	35.1			
35	3.320	135.6	-1.655	37.6			
40	3.526	139.4	-1.653	40.4			
45	3.692	142.6	-1.597	423.5			
50	3.805	145.3	-1.496	427.1			
55	3.861	147.9	-1.363	431.3			
60	3.856	150.3	-1.215	436.3			
65	3.795	153.0	-1.070	441.9			
70	3.683	155.9	-0.943	447.8			
75	3.533	159.4	-0.842	453.6			
80	3.365	164.0	-0.769	459.2			
85	3.216	160.6	-0.726	464.6			
90	3.149	0.0	-0.711	90.0			

円Ⅲの場合

$$\frac{\sigma_{\theta \max}}{\sigma_1} = 3.22 - 0.60 \cos 2\alpha + 0.05 \sin 3\alpha - 0.44 \cos 4\alpha + 0.13 \cos 6\alpha \quad (226)$$

$$\frac{\sigma_{\theta \min}}{\sigma_1} = -1.16 - 0.07 \cos 2\alpha + 0.49 \cos 4\alpha + 0.14 \cos 6\alpha + 0.05 \cos 8\alpha \quad (227)$$



第21図 5等円形坑道(坑道中心が1直線上にある場合)

6) 3等円形坑道(坑道の中心が正三角形の頂点上にある場合)

円Iの場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.24 + 0.25 \cos 2\alpha + 0.18 \cos 4\alpha + 0.13 \cos 6\alpha + 0.06 \cos 10\alpha \quad (228)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.23 + 0.03 \cos 2\alpha - 0.18 \cos 4\alpha + 0.16 \cos 6\alpha + 0.06 \cos 10\alpha \quad (229)$$

7) 4等円形坑道(坑道の中心が正方形の頂点上にある場合)

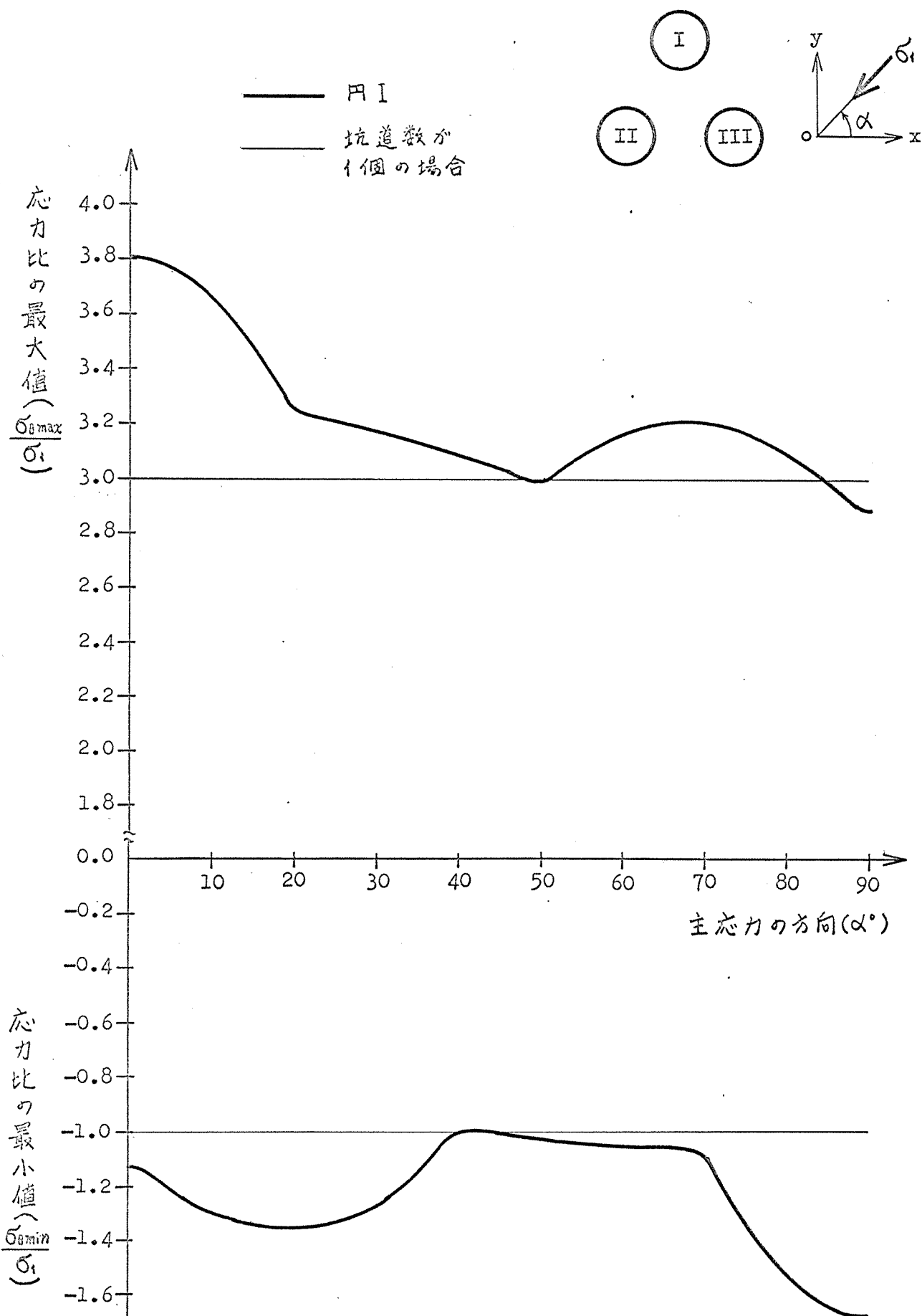
円Iの場合 (x方向は第13図に示した方向ではなく第23図中の方向にした場合)

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.18 - 0.02 \cos 2\alpha - 0.24 \cos 4\alpha + 0.02 \sin 4\alpha - 0.05 \cos 8\alpha \quad (230)$$

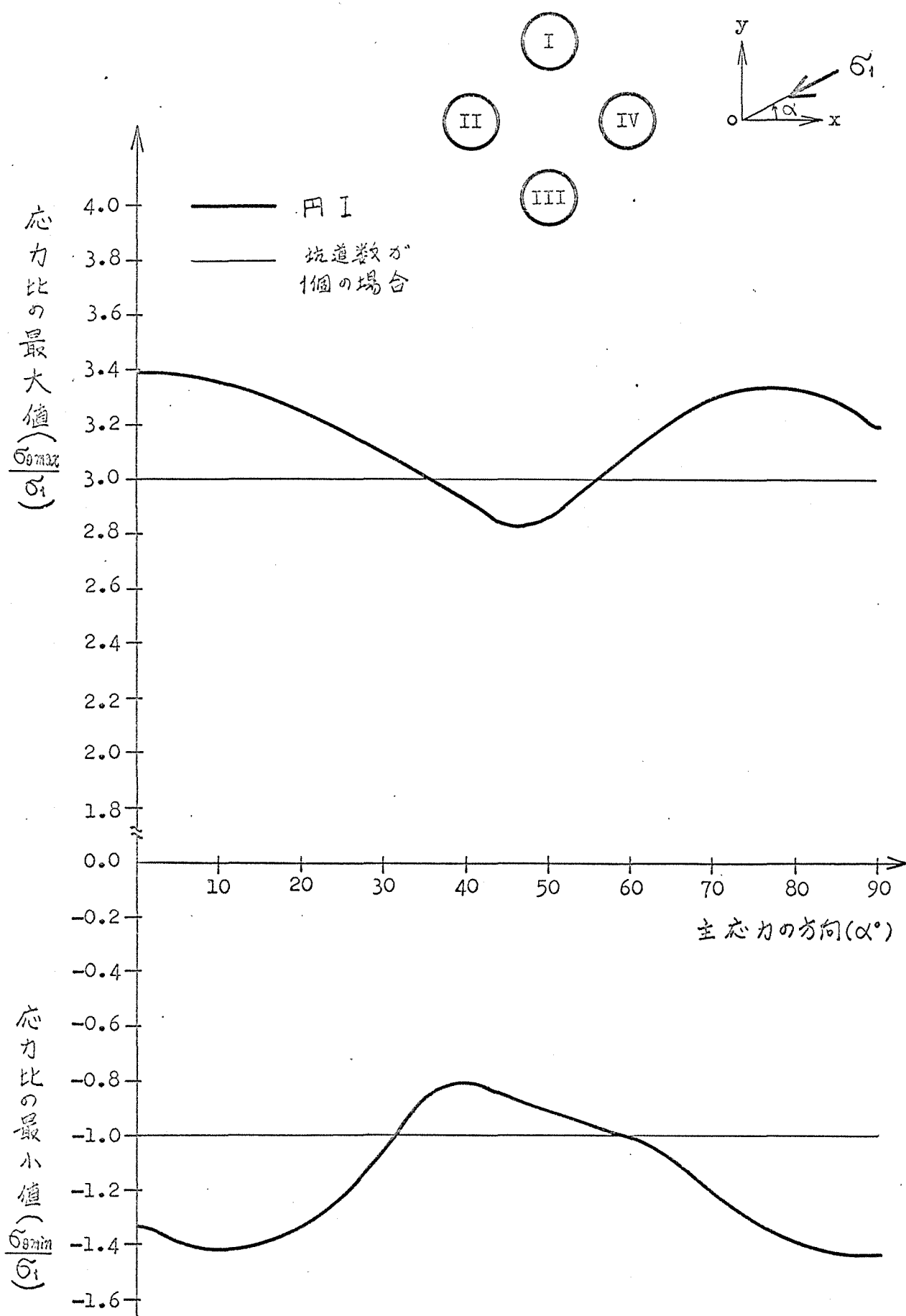
$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.18 + 0.30 \cos 4\alpha - 0.03 \sin 4\alpha + 0.09 \cos 8\alpha - 0.03 \cos 12\alpha \quad (231)$$

第16表 主応力の方向(α)に対する応力比の最大値および最小値

角度 α°	3等円形坑道(正三角形の頂点上)				4等円形坑道(正方形の頂点上)			
	円Iでの最大値		円Iでの最小値		円Iでの最大値		円Iでの最小値	
	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ°
0	3.804	270.0	-1.132	184.5	3.390	90.0	-1.336	355.9
5	3.767	271.5	-1.216	189.3	3.381	94.5	-1.396	187.3
10	3.658	273.2	-1.289	193.5	3.355	99.0	-1.418	190.2
15	3.483	275.2	-1.338	197.1	3.313	103.6	-1.394	192.9
20	3.251	277.9	-1.354	200.2	3.256	108.1	-1.323	195.6
25	3.205	114.4	-1.330	203.0	3.186	112.1	-1.208	198.4
30	3.173	119.1	-1.264	205.7	3.105	117.7	-1.056	201.7
35	3.133	123.7	-1.157	208.4	3.017	121.9	-0.880	205.9
40	3.086	128.4	-1.013	211.4	2.926	126.7	-0.813	39.8
45	3.032	133.0	-1.004	44.1	2.837	131.7	-0.852	45.2
50	2.987	325.0	-1.024	48.9	2.859	324.0	-0.904	50.4
55	3.095	328.3	-1.040	53.8	2.978	330.0	-0.960	55.4
60	3.170	331.2	-1.052	58.7	3.108	334.5	-1.017	60.4
65	3.207	334.0	-1.059	63.7	3.221	338.0	-1.087	251.3
70	3.203	337.0	-1.114	263.0	3.302	341.1	-1.215	254.9
75	3.159	340.3	-1.350	265.3	3.342	343.9	-1.316	258.5
80	3.083	344.1	-1.527	267.1	3.337	346.7	-1.388	262.1
85	2.987	348.9	-1.638	268.6	3.286	349.7	-1.430	266.0
90	2.888	185.2	-1.675	270.0	3.194	353.1	-1.444	270.0



第22図 3等円形坑道 (坑道の中心が正三角形の頂点上にある場合)



第23図 4等円形坑道(坑道の中心が正方形の頂点上にある場合)

8) 4 等円形坑道 (坑道の中心が正三角形の頂点, および重心上にある場合)

円 I の場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.12 + 0.29 \cos 2\alpha - 0.12 \cos 4\alpha - 0.04 \cos 6\alpha - 0.06 \cos 8\alpha \quad (232)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.07 + 0.07 \cos 2\alpha + 0.13 \cos 4\alpha - 0.07 \cos 6\alpha + 0.05 \cos 8\alpha \quad (233)$$

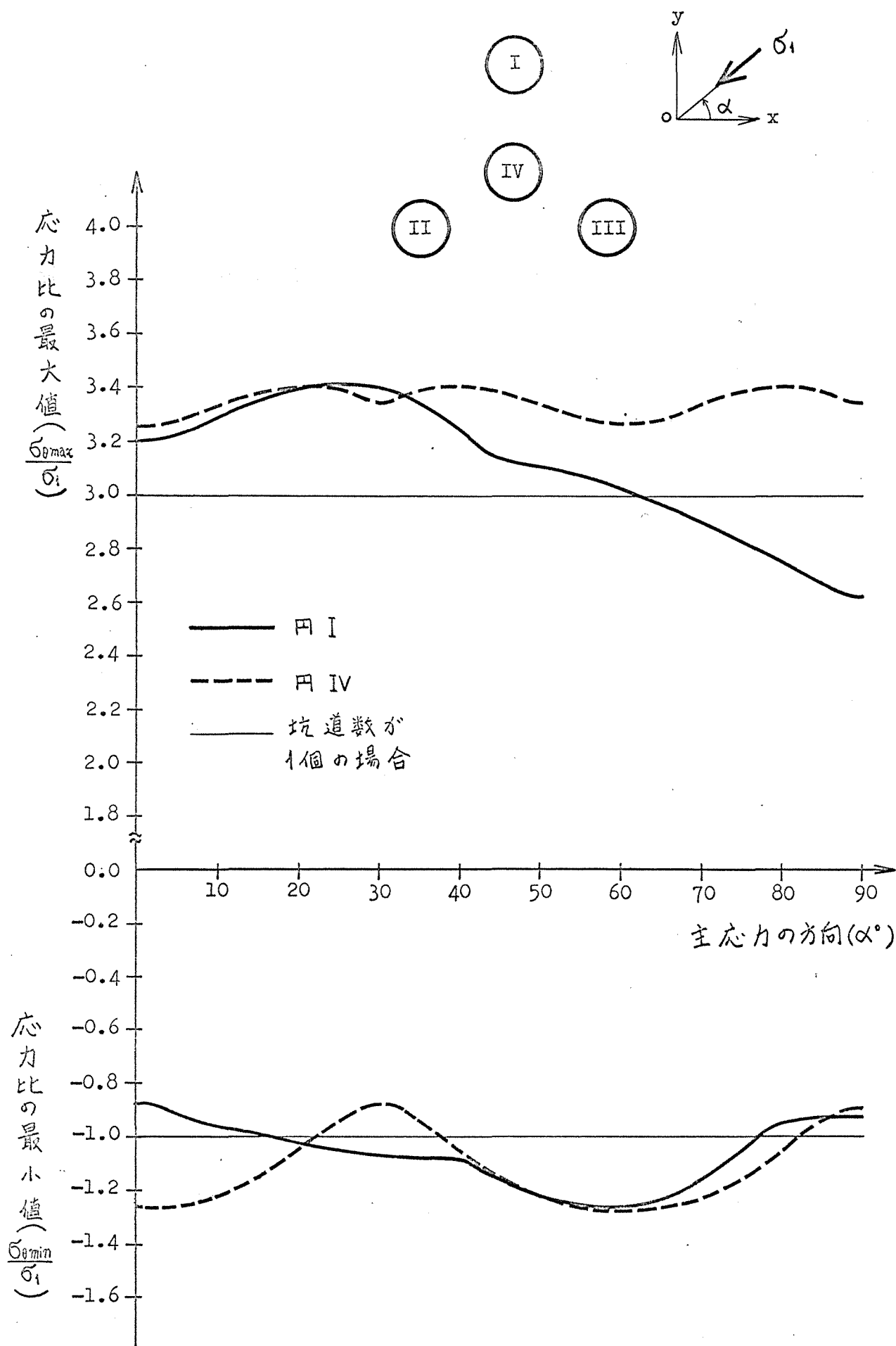
円 IV の場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.35 - 0.06 \cos 6\alpha - 0.03 \cos 12\alpha \quad (234)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = +1.13 - 0.02 \sin 5\alpha - 0.18 \cos 6\alpha + 0.02 \sin 6\alpha + 0.04 \cos 12\alpha \quad (235)$$

第 17 表 主応力の方向(α)に対する応力比の最大値および最小値

4 等円形坑道 (坑道の中心が正三角形の頂点, および重心上にある場合)								
円 I での最大値			円 I での最小値			円 IV での最大値		
角度 α°	$\sigma_{\theta, \max} / \sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min} / \sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \max} / \sigma_1$	角度 θ°	$\sigma_{\theta, \min} / \sigma_1$	角度 θ°
0	3.198	270.0	-0.878	0.6	3.260	90.0	-1.262	0.6
5	3.224	277.2	-0.912	5.4	3.277	97.0	-1.266	182.3
10	3.284	283.0	-0.950	10.1	3.333	102.6	-1.231	185.2
15	3.348	287.6	-0.987	14.8	3.379	106.8	-1.157	188.6
20	3.395	291.3	-1.021	19.4	3.403	110.3	-1.055	192.8
25	3.413	294.6	-1.050	24.0	3.392	113.3	-0.947	199.1
30	3.394	297.8	-1.072	28.6	3.342	303.8	-0.890	210.0
35	3.337	300.9	-1.086	33.3	3.392	306.7	-0.947	221.0
40	3.242	304.3	-1.091	38.0	3.403	309.7	-1.056	227.3
45	3.138	134.3	-1.167	226.0	3.379	313.2	-1.158	231.4
50	3.107	139.0	-1.230	230.0	3.333	317.4	-1.231	234.8
55	3.066	143.6	-1.266	233.5	3.283	323.0	-1.267	237.7
60	3.016	148.2	-1.266	236.7	3.261	330.0	-1.262	59.4
65	2.957	152.9	-1.229	239.9	3.283	337.0	-1.267	62.3
70	2.892	157.5	-1.154	243.1	3.333	342.6	-1.232	65.2
75	2.822	162.3	-1.045	246.8	3.379	346.8	-1.158	68.6
80	2.751	167.2	-0.946	78.9	3.403	350.3	-1.055	72.7
85	2.683	172.1	-0.935	84.5	3.392	353.4	-0.947	79.0
90	2.621	2.7	-0.931	90.0	3.341	356.2	-0.889	90.1



第24図 4等円形坑道(坑道の中心が正三角形の頂点および重心上にある場合)

9) 5等円形坑道(坑道の中心が正方形の頂点, および対角線の交点, 上にある場合)

円Iの場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.17 + 0.28 \cos 2\alpha - 0.05 \cos 4\alpha - 0.09 \cos 6\alpha - 0.04 \cos 8\alpha \quad (236)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.14 + 0.03 \cos 2\alpha + 0.04 \cos 4\alpha - 0.09 \cos 6\alpha + 0.05 \cos 8\alpha \quad (237)$$

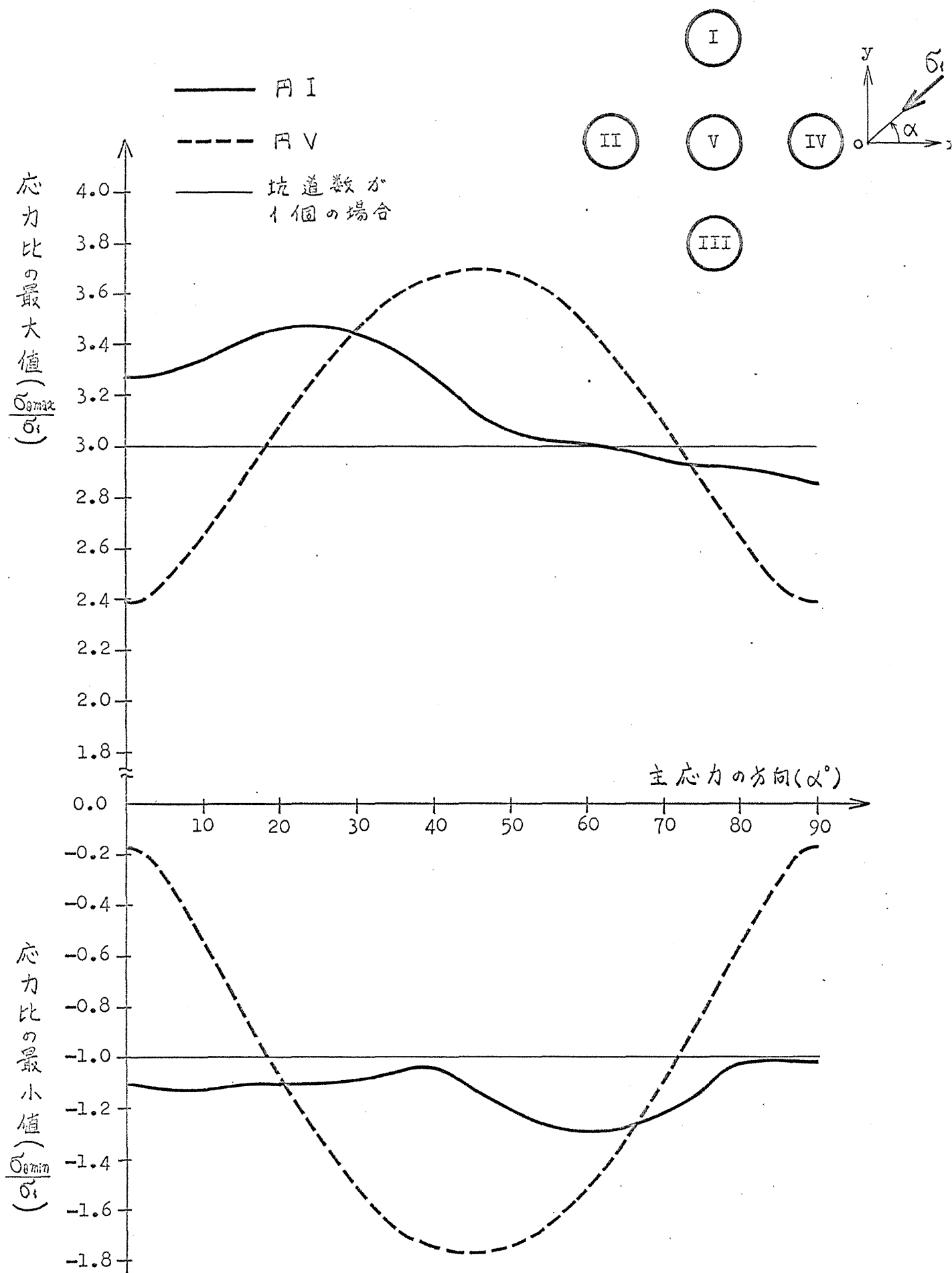
円Vの場合

$$\frac{\sigma_{\theta, \max}}{\sigma_1} = 3.13 - 0.05 \cos 2\alpha - 0.63 \cos 4\alpha + 0.05 \sin 4\alpha - 0.07 \cos 8\alpha \quad (238)$$

$$\frac{\sigma_{\theta, \min}}{\sigma_1} = -1.11 + 0.06 \cos 2\alpha + 0.74 \cos 4\alpha - 0.06 \sin 4\alpha + 0.11 \cos 8\alpha \quad (239)$$

第18表 主応力の方向(α)に対する応力比の最大値および最小値

5等円形坑道(坑道の中心が正方形の頂点および対角線の交点, 上にある場合)								
円Iでの最大値			円Iでの最小値		円Vでの最大値		円Vでの最小値	
角度 α	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ	$\sigma_{\theta, \max}/\sigma_1$	角度 θ	$\sigma_{\theta, \min}/\sigma_1$	角度 θ
0	3.270	270.0	-1.112	359.3	2.393	90.0	-0.175	180.0
5	3.296	276.8	-1.126	3.6	2.471	100.5	-0.307	15.1
10	3.355	282.4	-1.130	8.0	2.653	107.9	-0.555	22.2
15	3.417	286.6	-1.126	12.5	2.875	113.2	-0.826	206.8
20	3.460	290.2	-1.116	17.3	3.099	117.5	-1.088	210.6
25	3.471	293.3	-1.102	22.2	3.304	121.3	-1.321	213.8
30	3.445	296.3	-1.087	27.2	3.474	124.8	-1.514	216.7
35	3.379	299.3	-1.074	32.4	3.602	128.2	-1.657	219.6
40	3.276	302.5	-1.063	37.6	3.681	131.6	-1.745	222.3
45	3.145	306.4	-1.140	228.9	3.708	135.0	-1.775	225.0
50	3.047	139.1	-1.219	233.2	3.681	138.4	-1.745	227.7
55	3.017	144.3	-1.275	236.8	3.602	141.8	-1.657	230.4
60	2.989	149.5	-1.299	239.9	3.474	145.2	-1.514	233.3
65	2.965	154.8	-1.285	243.0	3.304	148.7	-1.321	236.2
70	2.944	160.1	-1.231	246.1	3.099	152.5	-1.088	239.4
75	2.924	165.2	-1.143	249.6	2.874	156.8	-0.827	243.2
80	2.905	170.2	-1.031	253.9	2.653	162.1	-0.555	247.8
85	2.882	175.1	-1.026	84.7	2.470	169.5	-0.308	254.9
90	2.855	0.2	-1.026	90.0	2.393	180.0	-0.175	90.0



第 25 図 5 等円形坑道 (坑道の中心が正方形の頂点および対角線の交点, 上にある場合)

4. 本編の結言

本編では第1章において在来の解析値との比較を行ない良好な一致を得た。

第2章においては弾性岩盤内にある円形坑道の周壁に発生する応力について、坑道数が3個から5個までの代数的な場合について解析した。解析例としては坑道の大きさは皆同じとし坑道中心間の最短距離が直径の2倍で、坑道から十分離れた点において σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} の各応力が単独に作用する場合について行なった。

第3章においては第2章の結果から坑道周壁に発生する応力値をFourier級数により表わした。

第4章では坑道周壁に発生する応力の最大値および最小値について、坑道数の影響と1主応力が作用する方向の影響について調べた。

坑道数の影響については坑道が1直線上(x方向)に並ぶ場合について行ない、 σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} の各応力がそれぞれ単独に作用する場合は、坑道数の増加に伴い応力の最大値および最小値は変化し、その変化は中側の坑道の方が大きいことが解った。

1主応力が作用する場合の主応力の方向の影響については坑道が2個の場合および第2章において解析した場合について調べ、主応力の作用する方向により応力の最大値および最小値は大きく変化することが解った。

この点から坑道開さく時に十分安全であっても坑道の存在する箇所が断層、褶曲、急傾斜の影響範囲内にあればその後の坑道展開等により力学的均合が変化するので、地質的な影響から剪断力が作用する可能性もある。その結果主応力の方向が変化すれば坑道周壁に発生する応力の最大値と最小値は変化するので坑道を破壊する危険が出てくる。

故に坑道の安全維持のためには坑道開さく時の応力解析の必要性があると同時にその後の長期に亘る地山応力の測定が必要である。

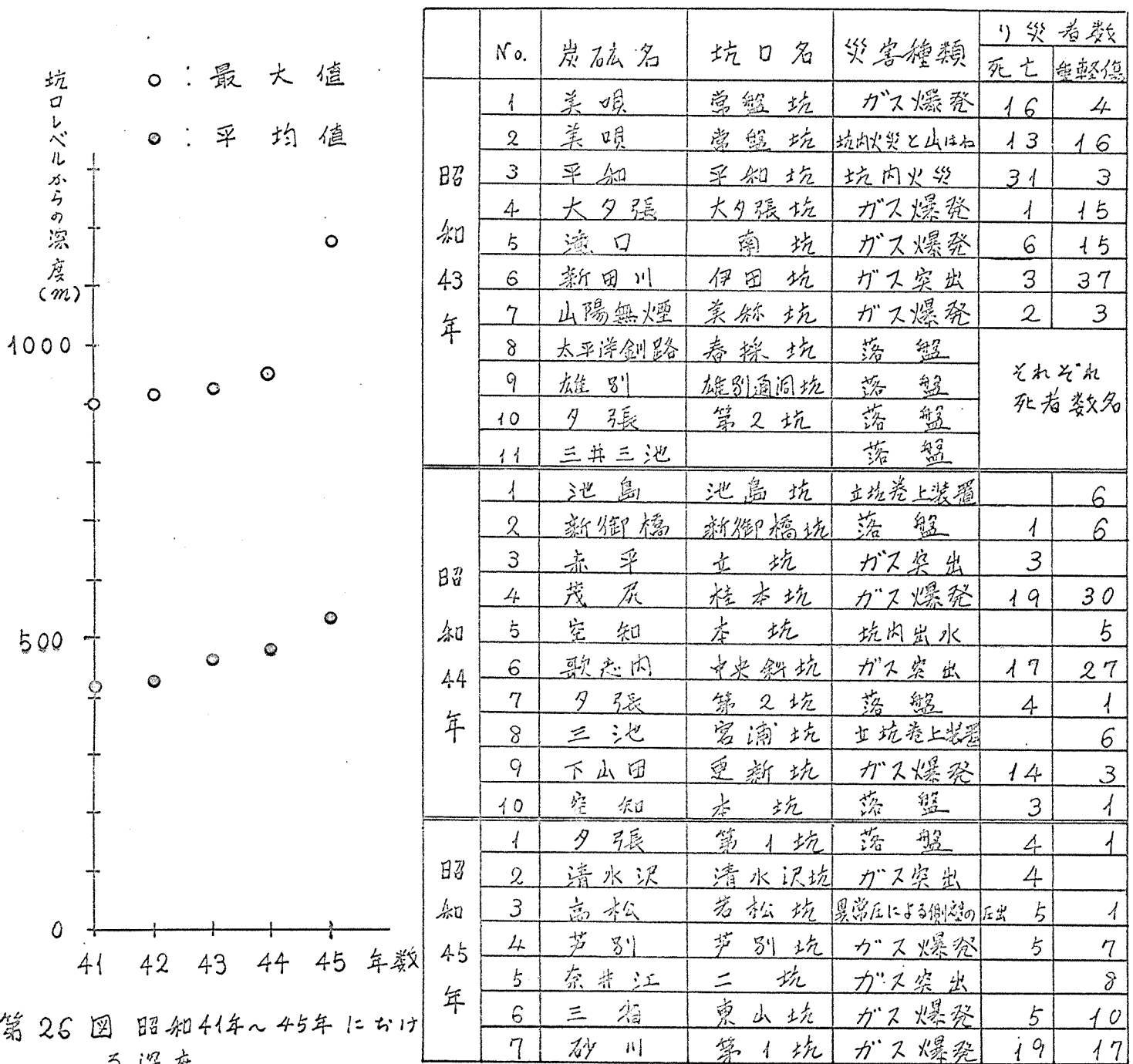
第 4 編 99 孔法による地圧測定法

第 1 章 緒 言

1. 地圧測定の意義

炭鉱，鉛山における開発は次第に深部に移行している。炭鉱を例にとるならば最近5年間の坑口レベルからの平均深度および最大深度は

第 19 表 重大災害の内訳



第26図に示したように年々深くなっている。^{(31), (32), (33)}

又炭鉱における重大災害として報告^{31~33)}されている過去3年間の災害の内訳および災害の程度を第19表に示した。表から重大災害の中で地圧に関連すると思われる「山はね」、「落盤」、「ガス突出」による災害の件数は半分以上を占めていることが分かる。

深部開発に伴い地圧が増加することから「山はね」、「落盤」、「ガス突出」等の災害が増加する心配がある。この点から地圧を常に監視する必要があり、現時点で安全であっても永久に安全であるとは言えない。その理由は第3編の結論において述べたように、坑道展開等の影響により主応力の方向が変化すれば坑道周壁に発生する応力値は著しく変化するからである。

地圧に関する災害の防止のためにはまず地圧の状態を知ることが重要である。そのため著者はより簡便で長期にわたる測定可能な地圧測定法の開発の必要性を感じたので、第2編において述べた理論の応用による多孔法による地圧測定法を開発した。

2. 従来行なわれている地圧測定の方法

従来行なわれている地圧測定の方法は応力解放法と呼ばれている。その方法は応力(地圧)を受けている箇所にボーリング等による孔をあけ、次にボーリング孔を含む部分をより大きな口径で再ボーリング(オーバーコアリグ)することにより応力を解放する。応力解放によるボーリング孔の周壁面、孔底面、孔径の変化を測定する方法と、ボーリング孔に油又は金属を充填したカプセルを挿入し、応力解放によりカプセルに作用する力を測定する方法が用いられている。

上記のいずれの方法によっても現時点での地圧を知り、その後の長期にわたる地圧の測定を行うためにはもう一度ボーリング孔をあけて、歪ゲージ又は測定機器を孔内に設置する必要がある。

多孔法に類似の方法として川本らによる2円孔による方法³⁴⁾がある。この方法

では非常に接近した等円孔(中心間の距離と半径の比:2.2~2.6)の周壁上有る特定な3点の応力を光弾性実験により求めて1円孔の場合との差応力を出している。そのため特定な3点に正確に歪ゲージを貼る必要性から坑道壁のすぐ近くで測定を行ない坑道のまわりの応力分布を推定して地圧を求めている。

一般に掘削されてからかなり日数の経過した坑道の周壁には、ひび割れ等が入っていることが多いので地圧を求めるためにはなるべく乱されていない箇所での測定を行うことが望ましい。

3. 99孔法による地圧の測定方法

99孔法による地圧の測定は地圧を受けている箇所にボーリング等を用いて空孔を99数あける場合に、空孔近傍における応力の値が空孔数の増加により変化することを利用するものである。

空孔周囲に発生する応力値の変化は応力解放法の場合に用いた方法と同じ方法で求めることができる。本研究では第2編において述べた理論を応用するため、ボーリング孔の周壁における応力値の変化を周壁に貼附した歪ゲージの歪の変化から求める方法を用いた。

本法では歪ゲージが1枚だけでも測定時点における地圧の平面応力成分(ボーリングする方向と直角をなす方向の地圧の成分)を求めることができるばかりでなく、歪ゲージを4枚はるることにより現時点における地圧の平面応力成分を知り、更にその後も長期にわたる地圧測定が可能となるものである。

第2章 地圧測定の方法

1. 理論

地圧を知るためには第4-1図に示した x , y , z_{ax}^* 方向の直応力成分 S_x , S_y , $S_{z_{ax}}$ とせん断応力成分 S_{xy} , $S_{yz_{ax}}$, $S_{xz_{ax}}$ を求める

* z_{ax} は複素数 $z = x + iy$ と区別するために用いた。

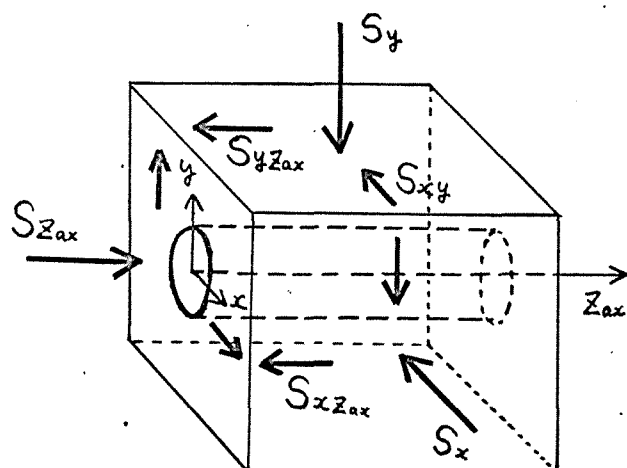
と良い。

第4-1図に示したような Z_{ax} 軸を中心軸とする円孔を穿孔した場合は、地圧に関する次の仮定が一般に認められている。⁽³⁶⁾

1) Z_{ax} に沿っての応力分布は一定で Z_{ax} に依存しない。

2) Z_{ax} 方向のひずみ $\epsilon_{Z_{ax}}$ は一定である
 $\epsilon_{Z_{ax}} = \epsilon_0$

3) Z_{ax} 軸から十分離れると一様な地圧状態となる。



第4-1図 地圧の成分

円柱座標系による r, θ, Z_{ax} 方向の変位成分をそれぞれ u_r, u_θ, w とし、応力成分を $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_{Z_{ax}}, \tau_{r\theta}, \tau_{rZ_{ax}}, \tau_{\theta Z_{ax}})$ により表わすものとする。1)~3)の仮定のもとでは第2章で用いた複素応力関数 $\Phi(z), \Psi(z)$ と面外せん断問題 (longitudinal shear problem) における複素応力関数 $\Theta(z)$ を用いることにより変位と応力は次のように与えられている。⁽³⁷⁾

$$2G(u_r + iu_\theta)e^{i\theta} = (3-4\nu)\Phi(z) - z \frac{d\Phi(z)}{dz} - \frac{d\Psi(z)}{dz} - 2\nu G\epsilon_0 z \quad (4-1)$$

$$Gw = \text{Re}[\Theta(z)] + G\epsilon_0 Z_{ax} \quad (4-2)$$

$$\sigma_r + \sigma_\theta = 4 \text{Re}\left[\frac{d\Phi(z)}{dz}\right] \quad (4-3)$$

$$\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} = 2e^{2i\theta} \left\{ z \frac{d^2\Phi(z)}{dz^2} + \frac{d^2\Psi(z)}{dz^2} \right\} \quad (4-4)$$

$$\tau_{rZ_{ax}} - i\tau_{\theta Z_{ax}} = e^{i\theta} \frac{d\Theta(z)}{dz} \quad (4-5)$$

円柱座標系による変位と歪，変位と応力の関係は次式により与えられている。^{(38), (39)}

$$\epsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (4-6)$$

$$\epsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \quad (4-7)$$

$$\epsilon_{zax} = \frac{\partial w}{\partial z_{ax}} \quad (4-8)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \quad (4-9)$$

$$\gamma_{rzax} = \frac{\partial u_r}{\partial z_{ax}} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad (4-10)$$

$$\gamma_{\theta zax} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z_{ax}} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad (4-11)$$

$$\sigma_r = \lambda e + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (4-12)$$

$$\sigma_\theta = \lambda e + 2G \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \quad (4-13)$$

$$\sigma_{zax} = \lambda e + 2G \frac{\partial w}{\partial z_{ax}} \quad (4-14)$$

$$\tau_{r\theta} = G \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \quad (4-15)$$

$$\tau_{rzax} = G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z_{ax}} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (4-16)$$

$$\tau_{\theta zax} = G \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z_{ax}} \right) \quad (4-17)$$

上式において用いられた e , λ は次の値を持つものである。

$$e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z_{ax}} \quad (4-18)$$

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4-19)$$

(4-6)~(4-19)までの関係を用いて応力と歪の関係を表わすと次のようになる。

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_\theta - \nu \sigma_{zax}) \quad (4-20)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r - \nu \sigma_{zax}) \quad (4-21)$$

$$\varepsilon_{zax} = \frac{1}{E} (\sigma_{zax} - \nu \sigma_r - \nu \sigma_\theta) \quad (4-22)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{G} \tau_{r\theta} \quad (4-23)$$

$$\gamma_{rzax} = \frac{1}{G} \tau_{rzax} \quad (4-24)$$

$$\gamma_{\theta zax} = \frac{1}{G} \tau_{\theta zax} \quad (4-25)$$

円形空孔の周壁における応力および歪を σ_{rb} , $\sigma_{\theta b}$, σ_{zaxb} , \dots , ε_{rb} , $\varepsilon_{\theta b}$, ε_{zaxb} , \dots により表わすものとする。周壁上では次式が成立する。

$$\sigma_{rb} = \tau_{r\theta b} = \tau_{rzaxb} = \tau_{\theta zaxb} = 0 \quad (4-26)$$

(4-26)の関係を(4-21)、(4-22)式に代入することにより次式を得る。

$$\varepsilon_{\theta b} = \frac{1}{E} (\sigma_{\theta b} - \nu \sigma_{zaxb}) \quad (4-27)$$

$$\varepsilon_{zaxb} = \frac{1}{E} (\sigma_{zaxb} - \nu \sigma_{\theta b}) \quad (4-28)$$

zax 方向の歪は常に $\varepsilon_{zax} = \varepsilon_0$ であるという仮定を(4-28)式に代入することにより σ_{zaxb} は次式で表わされるものとなる。

$$\sigma_{zaxb} = E \varepsilon_0 + \nu \sigma_{\theta b} \quad (4-29)$$

(4-29)式を(4-27)式に代入することにより次式を得る。

$$\varepsilon_{\theta b} = \frac{1-\nu^2}{E} \sigma_{\theta b} - \nu \varepsilon_0 \quad (4-30)$$

(4-30)式が円孔を穿孔した場合の周壁上にかかる応力と歪の関係である。(4-30)式から $\varepsilon_{\theta b}$ には常に z_{ax} 方向の直歪に関する一定量の影響が及んでいることがわかる。しかし円孔数を増加して歪の差 $\Delta \varepsilon_{\theta b}$ を測定する場合には $-\nu \varepsilon_0$ は消去されるので周壁での接線方向の直応力の円孔数の増加による差 $\Delta \sigma_{\theta b}$ と $\Delta \varepsilon_{\theta b}$ との関係は次式で示されるものとなる。

$$\Delta \varepsilon_{\theta b} = \frac{1-\nu^2}{E} \Delta \sigma_{\theta b} \quad (4-31)$$

(4-30), (4-31)式により周壁上での歪と応力および円孔数を増加した場合の歪の変化量と応力の変化量の関係が求まったので地圧の平面応力成分 S_x, S_y, S_{xy} を周壁の応力状態の変化から求める方法について述べる。

本方法では円孔周壁に発生する応力が空孔の状態によって変化することを利用する。

第3編 第2章において求めた応力比(円孔周壁に発生する応力と作用応力の比)は作用応力として $\sigma_{x\infty}, \sigma_{y\infty}, \sigma_{xy\infty}$ がそれぞれ単独で作用する場合の結果である。この応力比は作用応力の大きさには無関係で、円孔の状態から定まるものである。

S_x, S_y, S_{xy} の応力が同時に作用する場合は、応力比を(205)式の表記法を用いることにより円孔周壁に発生する応力 σ_θ を次式のように表わすことができる。

$$\sigma_\theta = X_\theta \cdot S_x + Y_\theta \cdot S_y + T_\theta \cdot S_{xy} \quad (240)$$

円孔の数が m 個で n 番目の円孔の周壁に発生する応力 $\sigma_{\theta m, n}$ は次式のように表わすものとする。

$$\sigma_{\theta m, n} = X_{\theta m, n} \cdot S_x + Y_{\theta m, n} \cdot S_y + T_{\theta m, n} \cdot S_{xy} \quad (241)$$

(241) 式の表示を用いて円孔が1個の場合と2個で1番目の場合を表わすと次のようになる。

$$\sigma_{\theta 1, 1} = X_{\theta 1, 1} \cdot S_x + Y_{\theta 1, 1} \cdot S_y + T_{\theta 1, 1} \cdot S_{xy} \quad (242)$$

$$\sigma_{\theta 2, 1} = X_{\theta 2, 1} \cdot S_x + Y_{\theta 2, 1} \cdot S_y + T_{\theta 2, 1} \cdot S_{xy} \quad (243)$$

(242) - (243) より次式を得る。

$$\Delta \sigma_{\theta 2, 1}^{i, i} = \Delta X_{\theta 2, 1}^{i, i} \cdot S_x + \Delta Y_{\theta 2, 1}^{i, i} \cdot S_y + \Delta T_{\theta 2, 1}^{i, i} \cdot S_{xy} \quad (244)$$

$$\begin{aligned} \text{但し} \quad \Delta \sigma_{\theta 2, 1}^{i, i} &= \sigma_{\theta 1, 1} - \sigma_{\theta 2, 1}, \quad \Delta X_{\theta 2, 1}^{i, i} = X_{\theta 1, 1} - X_{\theta 2, 1} \\ \Delta Y_{\theta 2, 1}^{i, i} &= Y_{\theta 1, 1} - Y_{\theta 2, 1}, \quad \Delta T_{\theta 2, 1}^{i, i} = T_{\theta 1, 1} - T_{\theta 2, 1} \end{aligned} \quad (245)$$

未知数は σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} の3個であるから (244) 式の形で表わされる方程式を3本以上用意することにより解くことができる。方程式を3本以上作るためには次の3つの方法が考えられる。

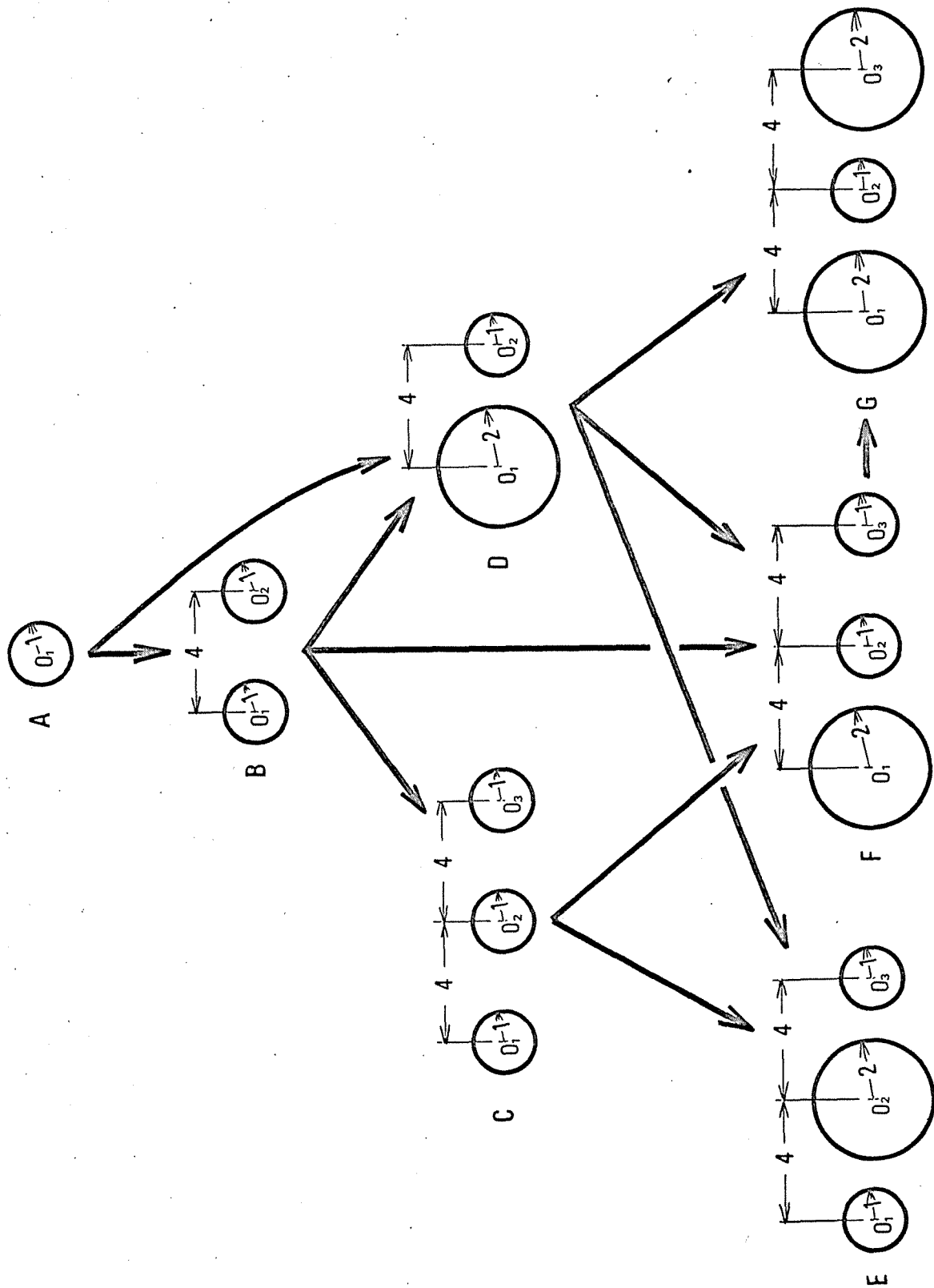
1) 円孔を1個だけ増加して $\Delta \sigma_{\theta}$ を測定する点を3個以上取る。

2) $\Delta \sigma_{\theta}$ を測定する点は1個とし、円孔を3個以上増加する。

3) $\Delta \sigma_{\theta}$ の測定点も増加する円孔の数も3個以上取る。

2. 地圧測定のための手順

地圧測定のために本研究では第27図の矢印で示した各場合について考察した。



第27図 地圧測定のために円孔をあける順番と円孔の状態

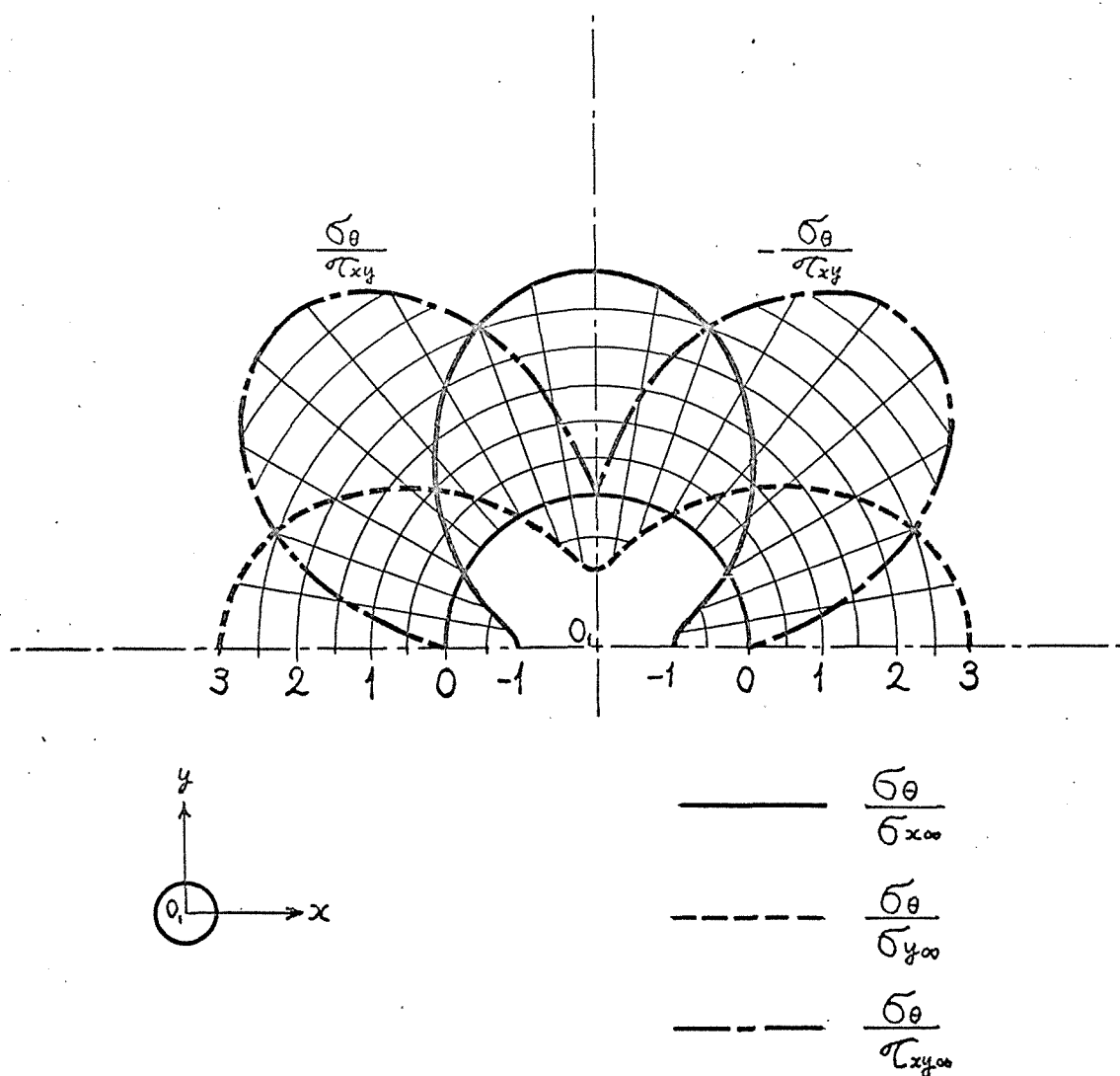
以下にまず各円孔状態において、円孔から十分離れた点に $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ の各応力が単独に作用した場合の円孔周壁に発生する応力状態について表(第20表から第25表)と図(第28図から第33図)により示した。但し3等円形孔が1直線上にならぶ場合の応力状態は第4表と第10図に示したものと同一になるので本章では省略してある。

次に第27図において矢印で示した各場合の差応力(但し応力比 $\Delta\sigma/\sigma$ の形で表わしてある)を表(第26表から第35表)と図(第34図から第49図)により示した。

本節の最後に Fourier 級数により差応力を表示し各場合の結果をまとめて表わした。

第20表 1円孔の周壁に発生する応力

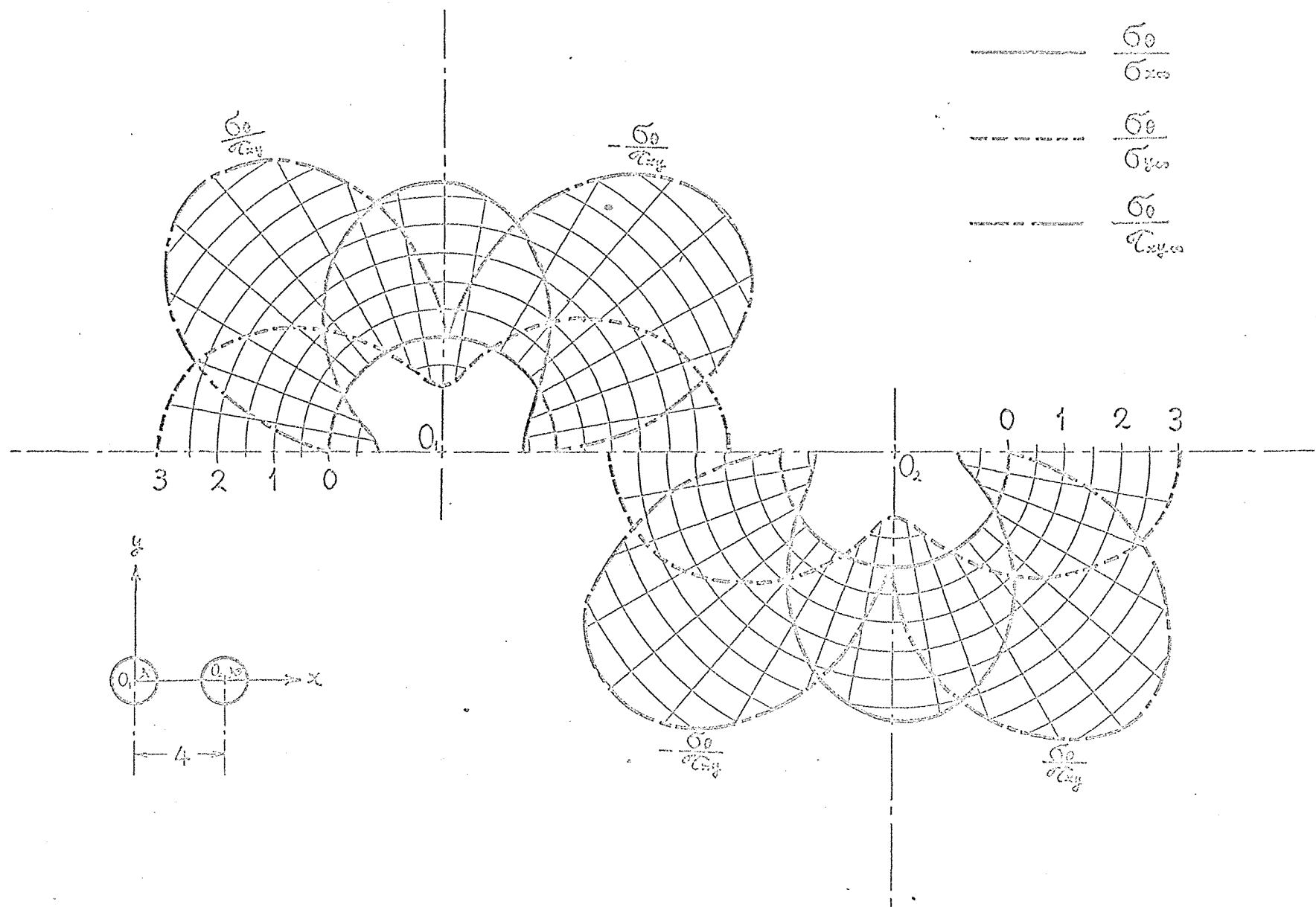
角度 θ°	円12の $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$	円12の $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{y\infty}}$	円12の $\frac{\sigma_\theta}{\tau_{xy\infty}}$	角度 θ°	円12の $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$	円12の $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{y\infty}}$	円12の $\frac{\sigma_\theta}{\tau_{xy\infty}}$
0	-1.0000	3.0000	0.0000	95	2.9696	-0.9696	0.6944
5	-0.9696	2.9696	-0.6944	100	2.8794	-0.8794	1.3680
10	-0.8794	2.8794	-1.3680	105	2.7320	-0.7320	2.0000
15	-0.7320	2.7320	-2.0000	110	2.5320	-0.5320	2.5712
20	-0.5320	2.5320	-2.5712	115	2.2856	-0.2856	3.0640
25	-0.2856	2.2856	-3.0640	120	2.0000	0.0000	3.4640
30	0.0000	2.0000	-3.4640	125	1.6840	0.3160	3.7588
35	0.3160	1.6840	-3.7588	130	1.3472	0.6528	3.9392
40	0.6528	1.3472	-3.9392	135	1.0000	1.0000	4.0000
45	1.0000	1.0000	-4.0000	140	0.6528	1.3472	3.9392
50	1.3472	0.6528	-3.9392	145	0.3160	1.6840	3.7588
55	1.6840	0.3160	-3.7588	150	0.0000	2.0000	3.4640
60	2.0000	0.0000	-3.4640	155	-0.2856	2.2856	3.0640
65	2.2856	-0.2856	-3.0640	160	-0.5320	2.5320	2.5712
70	2.5320	-0.5320	-2.5712	165	-0.7320	2.7320	2.0000
75	2.7320	-0.7320	-2.0000	170	-0.8794	2.8794	1.3680
80	2.8794	-0.8794	-1.3680	175	-0.9696	2.9696	0.6944
85	2.9696	-0.9696	-0.6944	180	-1.0000	3.0000	0.0000
90	3.0000	-1.0000	0.0000				



第28 図 無限点で作用する応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ による円孔周壁上の接線方向の直応力 σ_θ への影響度

第21表 2等円孔(B)の周壁に発生する応力

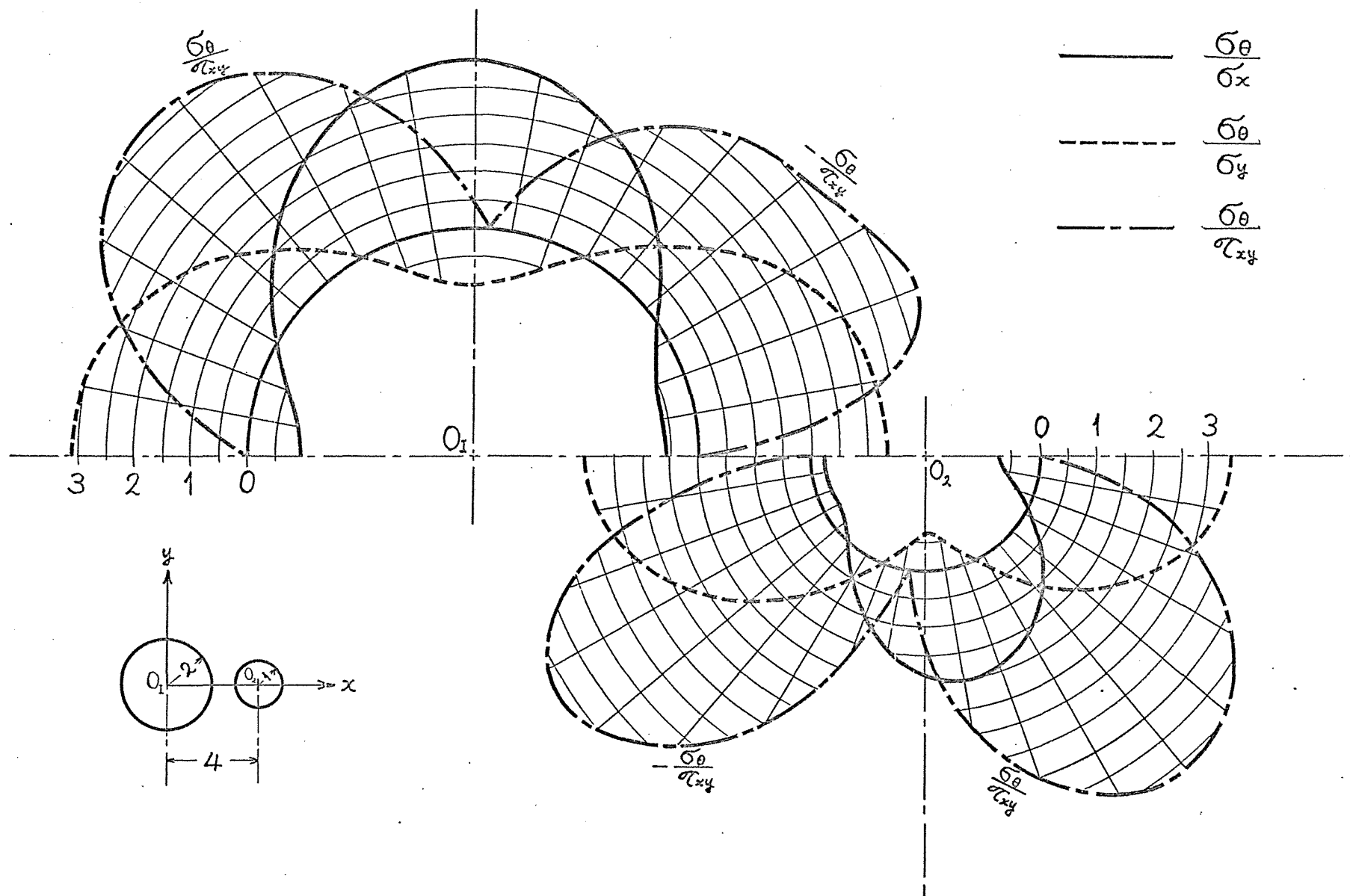
角度 θ°	円1孔の $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{x\infty}}$	円1孔の $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{y\infty}}$	円1孔の $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\tau_{xy\infty}}$	円2孔の $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{x\infty}}$	円2孔の $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{y\infty}}$	円2孔の $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\tau_{xy\infty}}$
0	-0.6094	3.0202	0.0000	-0.9084	3.0660	0.0000
5	-0.5979	2.9977	-0.9461	-0.8791	3.0355	-0.7308
10	-0.5622	2.9299	-1.8443	-0.7924	2.9449	-1.4403
15	-0.4985	2.8161	-2.6520	-0.6509	2.7970	-2.1082
20	-0.4020	2.6556	-3.3358	-0.4592	2.5962	-2.7150
25	-0.2683	2.4493	-3.8736	-0.2233	2.3488	-3.2435
30	-0.0946	2.1998	-4.2543	0.0492	2.0623	-3.6784
35	0.1188	1.9123	-4.4765	0.3495	1.7456	-4.0074
40	0.3684	1.5943	-4.5453	0.6681	1.4084	-4.2212
45	0.6473	1.2556	-4.4703	0.9946	1.0611	-4.3139
50	0.9462	0.9077	-4.2633	1.3184	0.7144	-4.2833
55	1.2539	0.5626	-3.9375	1.6291	0.3792	-4.1307
60	1.5581	0.2324	-3.5068	1.9164	0.0659	-3.8607
65	1.8467	-0.0712	-2.9855	2.1709	-0.2157	-3.4816
70	2.1081	-0.3378	-2.3889	2.3839	-0.4566	-3.0042
75	2.3321	-0.5581	-1.7331	2.5483	-0.6490	-2.4423
80	2.5099	-0.7257	-1.0350	2.6584	-0.7867	-1.8117
85	2.6350	-0.8344	-0.3126	2.7105	-0.8651	-1.1298
90	2.7026	-0.8813	0.4153	2.7026	-0.8813	-0.4153
95	2.7105	-0.8651	1.1299	2.6350	-0.8344	0.3127
100	2.6584	-0.7867	1.8117	2.5099	-0.7257	1.0350
105	2.5483	-0.6490	2.4424	2.3321	-0.5584	1.7331
110	2.3839	-0.4566	3.0042	2.1081	-0.3378	2.3889
115	2.1709	-0.2157	3.4816	1.8467	-0.0712	2.9855
120	1.9164	0.0659	3.8607	1.5581	0.2324	3.5068
125	1.6291	0.3792	4.1307	1.2539	0.5626	3.9375
130	1.3184	0.7144	4.2833	0.9462	0.9077	4.2633
135	0.9946	1.0611	4.3139	0.6473	1.2556	4.4703
140	0.6681	1.4084	4.2212	0.3684	1.5943	4.5453
145	0.3495	1.7456	4.0074	0.1188	1.9123	4.4765
150	0.0492	2.0623	3.6784	-0.0946	2.1998	4.2543
155	-0.2233	2.3488	3.2435	-0.2683	2.4493	3.8736
160	-0.4592	2.5962	2.7150	-0.4020	2.6556	3.3358
165	-0.6509	2.7970	2.1082	-0.4985	2.8161	2.6520
170	-0.7924	2.9449	1.4403	-0.5622	2.9299	1.8443
175	-0.8791	3.0355	0.7308	-0.5979	2.9977	0.9461
180	-0.9084	3.0660	0.0000	-0.6094	3.0202	0.0000



第 29 図 無限点で作用する応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ による 2円孔の各周壁の接線方向の直応力 σ_0 への影響度

第22表 2不等円孔(D)の円孔周壁に発生する応力

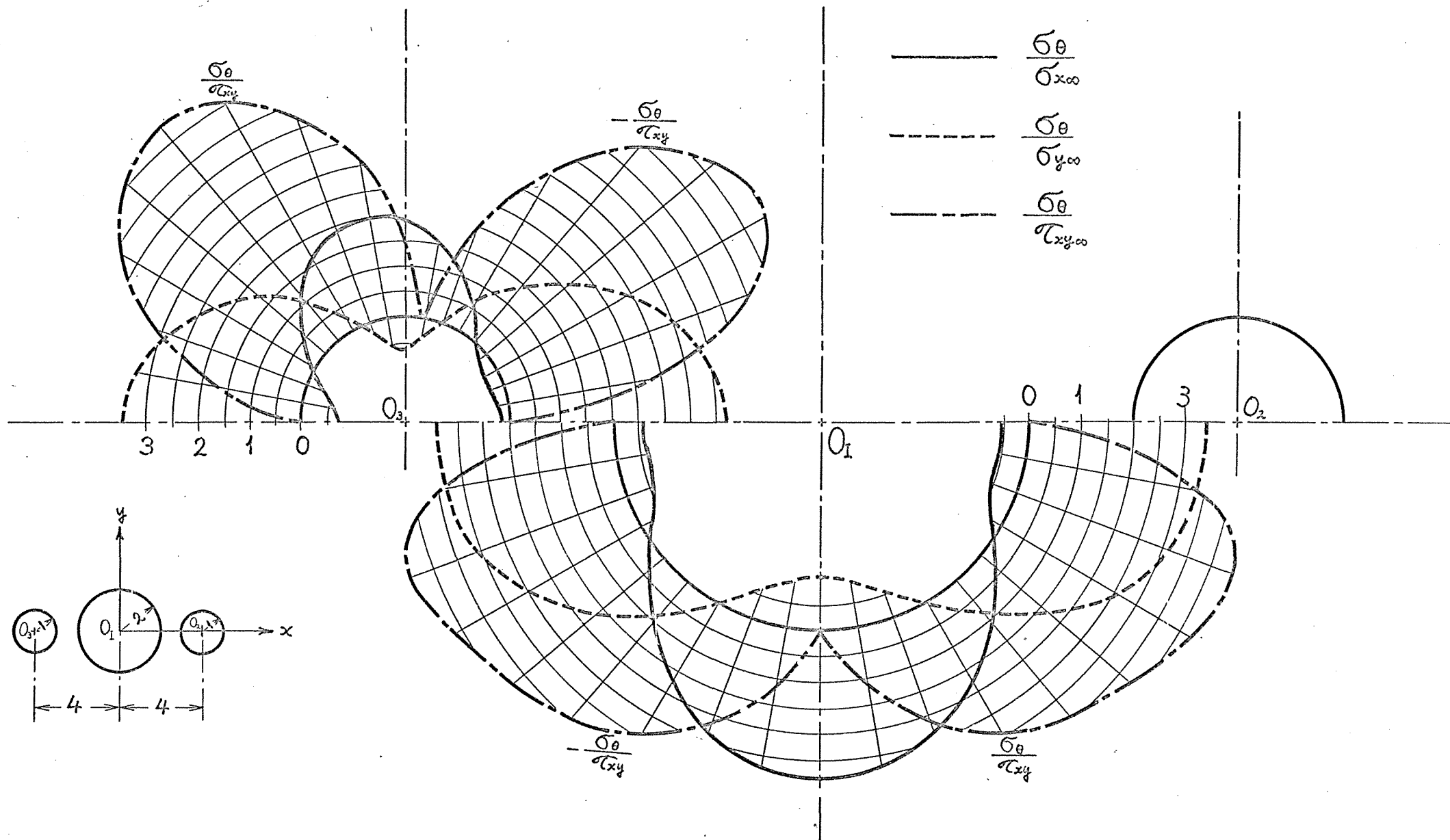
角度 θ°	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{x\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{y\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{xy\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{x\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{y\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{xy\infty}}$
0	-0.6050	3.2712	0.0000	-0.7251	3.3898	0.0000
5	-0.6117	3.2678	-1.7577	-0.6992	3.3586	-0.8246
10	-0.6242	3.2453	-3.1704	-0.6227	3.2658	-1.6276
15	-0.6210	3.1739	-4.0384	-0.4984	3.1145	-2.3882
20	-0.5745	3.0232	-4.3623	-0.3309	2.9093	-3.0869
25	-0.4612	2.7774	-4.2964	-0.1262	2.6565	-3.7063
30	-0.2702	2.4425	-4.0491	0.1081	2.3638	-4.2309
35	-0.0057	2.0431	-3.7880	0.3633	2.0401	-4.6476
40	0.3165	1.6118	-3.5884	0.6300	1.6953	-4.9463
45	0.6751	1.1785	-3.4355	0.8978	1.3402	-5.1199
50	1.0482	0.7639	-3.2673	1.1564	0.9860	-5.1649
55	1.4171	0.3787	-3.0257	1.3955	0.6438	-5.0815
60	1.7667	0.0280	-2.6889	1.6053	0.3244	-4.8731
65	2.0852	-0.2836	-2.2707	1.7777	0.0378	-4.5457
70	2.3628	-0.5492	-1.7984	1.9041	-0.2068	-4.1077
75	2.5911	-0.7602	-1.2888	1.9899	-0.4015	-3.5698
80	2.7633	-0.9094	-0.7401	2.0008	-0.5397	-2.9444
85	2.8746	-0.9935	-0.1430	1.9652	-0.6166	-2.2457
90	2.9229	-1.0134	0.5005	1.8743	-0.6293	-1.4891
95	2.9078	-0.9724	1.1669	1.7318	-0.5773	-0.6902
100	2.8310	-0.8736	1.8164	1.5444	-0.4624	0.1350
105	2.6955	-0.7193	2.4103	1.3213	-0.2881	0.9713
110	2.5059	-0.5115	2.9256	1.0742	-0.0601	1.8024
115	2.2679	-0.2546	3.3578	0.8161	0.2147	2.6114
120	1.9893	+0.0434	3.7104	0.5614	0.5278	3.3792
125	1.6791	0.3717	3.9807	0.3241	0.8702	4.0843
130	1.3474	0.7182	4.1530	0.1168	1.2325	4.7019
135	1.0047	1.0717	4.2045	-0.0508	1.6059	5.2032
140	0.6615	1.4231	4.1195	-0.1737	1.9828	5.5558
145	0.3283	1.7643	3.8995	-0.2520	2.3564	5.7230
150	0.0149	2.0864	3.5630	-0.2907	2.7202	5.6670
155	-0.2688	2.3792	3.1346	-0.2990	3.0660	5.3534
160	-0.5140	2.6320	2.6323	-0.2877	3.3826	4.7594
165	-0.7127	2.8352	2.0621	-0.2674	3.6555	3.8834
170	-0.8590	2.9826	1.4254	-0.2470	3.8677	2.7533
175	-0.9483	3.0713	0.7303	-0.2325	4.0031	1.4292
180	-0.9784	3.1008	0.0000	-0.2273	4.0497	0.0000



第 30 図 無限点で作用する応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ による 2 円孔の各周壁での接線方向の直応力 σ_θ への影響度

第23表 3不等円孔(E)の円孔周壁に発生する応力

角度 θ°	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{x\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{y\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\tau_{xy\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{x\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{y\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\tau_{xy\infty}}$
0	-0.2142	4.1562	0.0000	-0.5824	3.3937	0.0000
5	-0.2195	4.1083	-1.4841	-0.5895	3.3905	-1.8377
10	-0.2343	3.9693	-2.8590	-0.6027	3.3676	-3.3026
15	-0.2551	3.7514	-4.0327	-0.6005	3.2934	-4.1847
20	-0.2758	3.4715	-4.9426	-0.5550	3.1359	-4.4970
25	-0.2877	3.1471	-5.5597	-0.4430	2.8800	-4.4178
30	-0.2801	2.7935	-5.8854	-0.2539	2.5343	-4.1739
35	-0.2423	2.4220	-5.9428	0.0080	2.1255	-3.9341
40	-0.1651	2.0412	-5.7670	0.3267	1.6873	-3.7608
45	-0.0436	1.6576	-5.3971	0.6809	1.2482	-3.6251
50	0.1225	1.2782	-4.8706	1.0492	0.8263	-3.4626
55	0.3280	0.9105	-4.2220	1.4128	0.4308	-3.2274
60	0.5634	0.5633	-3.4813	1.7566	0.0674	-2.9144
65	0.8162	0.2461	-2.6752	2.0680	-0.2570	-2.5447
70	1.0724	-0.0320	-1.8272	2.3369	-0.5330	-2.1366
75	1.3178	-0.2628	-0.9579	2.5548	-0.7518	-1.6875
80	1.5394	-0.4390	-0.0853	2.7151	-0.9079	-1.1815
85	1.7257	-0.5552	0.7732	2.8130	-1.0004	-0.6122
90	1.8675	-0.6077	1.6014	2.8459	-1.0309	0.0000
95	1.9581	-0.5949	2.3829	2.8130	-1.0004	0.6122
100	1.9937	-0.5172	3.1018	2.7151	-0.9079	1.1815
105	1.9732	-0.3776	3.7425	2.5548	-0.7518	1.6875
110	1.8982	-0.1810	4.2909	2.3369	-0.5330	2.1366
115	1.7724	0.0660	4.7347	2.0680	-0.2570	2.5447
120	1.6016	0.3553	5.0637	1.7566	0.0674	2.9144
125	1.3931	0.6776	5.2697	1.4128	0.4308	3.2274
130	1.1555	1.0229	5.3469	1.0492	0.8263	3.4626
135	0.8984	1.3803	5.2925	0.6809	1.2482	3.6251
140	0.6321	1.7386	5.1067	0.3267	1.6873	3.7608
145	0.3668	2.0863	4.7931	0.0080	2.1255	3.9341
150	0.1129	2.4128	4.3594	-0.2539	2.5343	4.1739
155	-0.1203	2.7080	3.8160	-0.4430	2.8800	4.4179
160	-0.3239	2.9628	3.1764	-0.5550	3.1359	4.4970
165	-0.4907	3.1697	2.4563	-0.6005	3.2934	4.1847
170	-0.6144	3.3223	1.6736	-0.6027	3.3676	3.3026
175	-0.6905	3.4158	0.8478	-0.5895	3.3905	1.8377
180	-0.7162	3.4473	0.0000	-0.5824	3.3937	0.0000

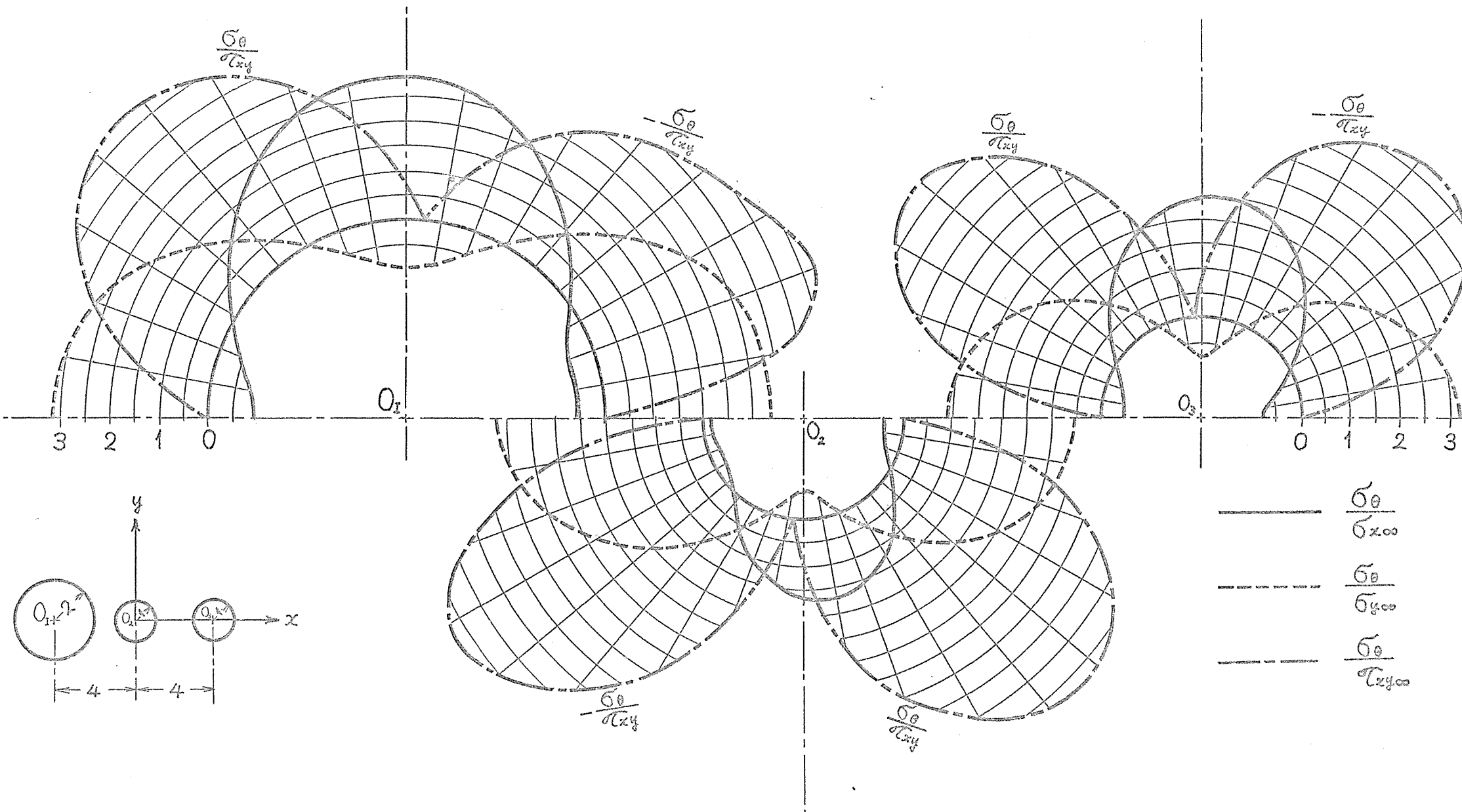


第 31 図 無限点で作用する応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ による 3 円孔の各周壁での接線方向の直応力 σ_θ への影響度

第24表 3不等円孔(F)の円孔周壁に発生する応力

角度 θ°	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\sigma_{\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta 1}}{\tau_{xy\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\sigma_{\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta 2}}{\tau_{xy\infty}}$
0	-0.5643	3.3132	0.0000	-0.3772	3.4579	0.0000
5	-0.5697	3.3103	-1.9173	-0.3681	3.4331	-1.1331
10	-0.5791	3.2892	-3.4587	-0.3399	3.3587	-2.2123
15	-0.5736	3.2196	-4.4043	-0.2896	3.2345	-3.1902
20	-0.5286	3.0706	-4.7504	-0.2137	3.0609	-4.0306
25	-0.4225	2.8261	-4.6607	-0.1089	2.8395	-4.7105
30	-0.2448	2.4920	-4.3598	0.0264	2.5738	-5.2195
35	-0.0022	2.0928	-4.0315	0.1910	2.2697	-5.5572
40	0.3051	1.6611	-3.7627	0.3808	1.9357	-5.7305
45	0.6452	1.2268	-3.5445	0.5887	1.5824	-5.7503
50	1.0026	0.8105	-3.3162	0.8053	1.2218	-5.6294
55	1.3596	0.4227	-3.0199	1.0198	0.8666	-5.3813
60	1.7012	0.0687	-2.6344	1.2209	0.5294	-5.0191
65	2.0153	-0.2467	-2.1754	1.3977	0.2221	-4.5551
70	2.2915	-0.5164	-1.6717	1.5401	-0.0445	-4.0010
75	2.5210	-0.7313	-1.1398	1.6399	-0.2610	-3.3682
80	2.6966	-0.8840	-0.5766	1.6909	-0.4199	-2.6684
85	2.8130	-0.9710	0.0296	1.6894	-0.5156	-1.9136
90	2.8674	-0.9933	0.6786	1.6348	-0.5448	-1.1167
95	2.8590	-0.9542	1.3476	1.5296	-0.5068	-0.2903
100	2.7890	-0.8568	1.9965	1.3791	-0.4031	0.5527
105	2.6604	-0.7034	2.5860	1.1918	-0.2375	1.3997
110	2.4774	-0.4960	3.0935	0.9783	-0.0157	2.2375
115	2.2460	-0.2392	3.5156	0.7512	0.2554	3.0511
120	1.9737	0.0593	3.8575	0.5244	0.5671	3.8235
125	1.6693	0.3883	4.1174	0.3116	0.9103	4.5340
130	1.3429	0.7355	4.2795	0.1252	1.2755	5.1578
135	1.0050	1.0898	4.3201	-0.0254	1.6538	5.6653
140	0.6659	1.4421	4.2228	-0.1347	2.0373	6.0216
145	0.3363	1.7842	3.9892	-0.2025	2.4192	6.1868
150	0.0262	2.1072	3.6388	-0.2336	2.7924	6.1184
155	-0.2548	2.4010	3.1972	-0.2363	3.1481	5.7773
160	-0.4976	2.6545	2.6827	-0.2211	3.4746	5.1366
165	-0.6946	2.8583	2.1010	-0.1980	3.7564	4.1926
170	-0.8397	3.0060	1.4523	-0.1755	3.9759	2.9735
175	-0.9284	3.0949	0.7442	-0.1598	4.1159	1.5440
180	-0.9582	3.1245	0.0000	-0.1542	4.1641	0.0000

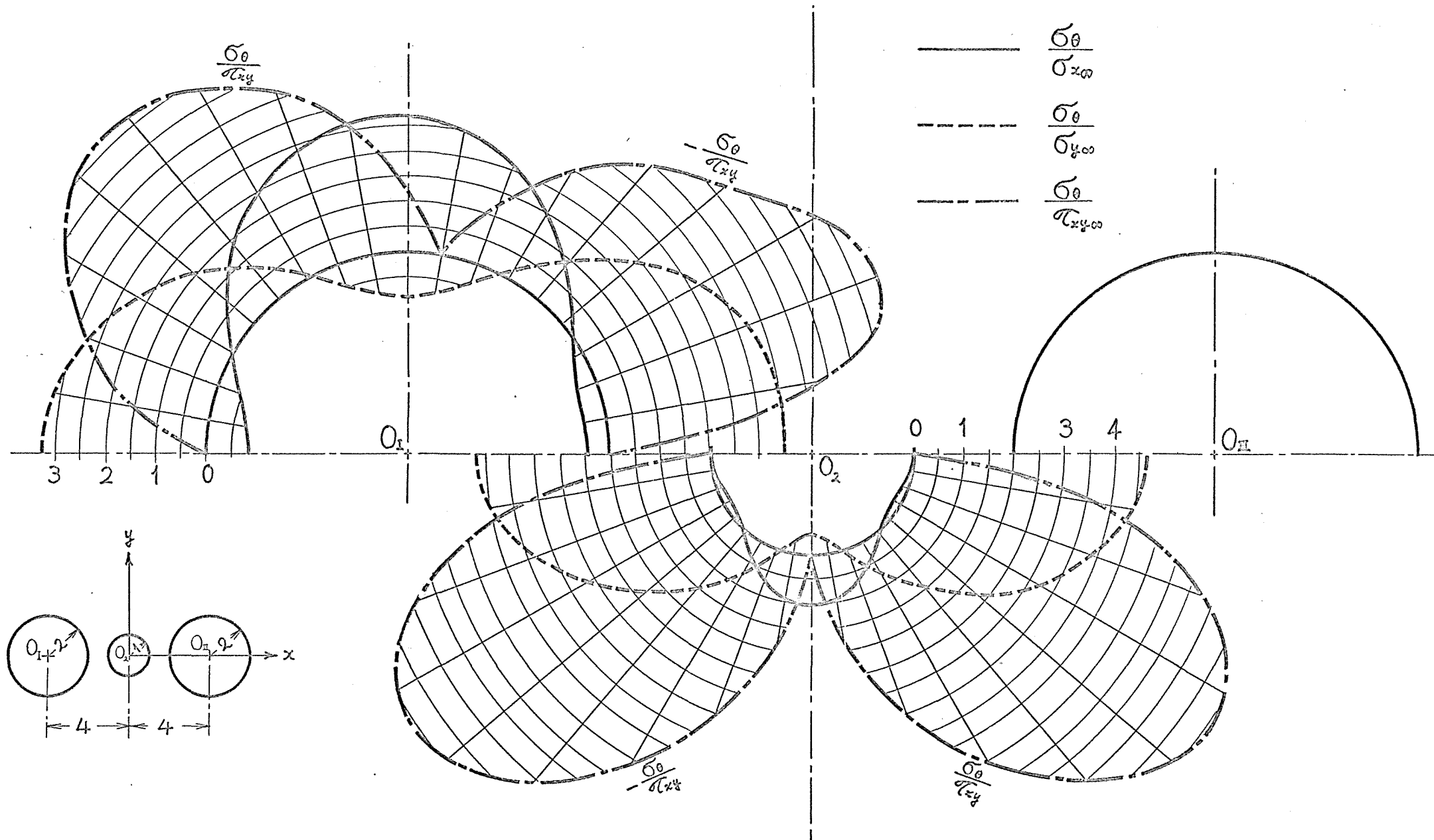
角度 θ°	$\text{円32}^\circ \frac{\sigma_{\theta 3}}{\sigma_{\infty}}$	$\text{円32}^\circ \frac{\sigma_{\theta 3}}{\sigma_{400}}$	$\text{円32}^\circ \frac{\sigma_{\theta 3}}{\sigma_{2400}}$			
0	-0.8073	3.1607	0.0000			
5	-0.7799	3.1301	-0.8036			
10	-0.6988	3.0395	-1.5853			
15	-0.5666	2.8916	-2.3236			
20	-0.3876	2.6909	-2.9984			
25	-0.1679	2.4437	-3.5916			
30	0.0852	2.1577	-4.0869			
35	0.3634	1.8418	-4.4711			
40	0.6573	1.5058	-4.7338			
45	0.9570	1.1603	-4.8680			
50	1.2526	0.8161	-4.8702			
55	1.5339	0.4842	-4.7405			
60	1.7916	0.1749	-4.4823			
65	2.0169	-0.1017	-4.1025			
70	2.2022	-0.3367	-3.6107			
75	2.3411	-0.5224	-3.0196			
80	2.4290	-0.6527	-2.3438			
85	2.4630	-0.7231	-1.6001			
90	2.4423	-0.7310	-0.8069			
95	2.3680	-0.6759	0.0166			
100	2.2432	-0.5594	0.8503			
105	2.0730	-0.3850	1.6740			
110	1.8643	-0.1585	2.4669			
115	1.6256	0.1125	3.2082			
120	1.3666	0.4185	3.8768			
125	1.0975	0.7489	4.4511			
130	0.8291	1.0920	4.9093			
135	0.5714	1.4357	5.2292			
140	0.3337	1.7682	5.3891			
145	0.1230	2.0784	5.3689			
150	-0.0555	2.3572	5.1518			
155	-0.1998	2.5976	4.7279			
160	-0.3102	2.7951	4.0970			
165	-0.3895	2.9479	3.2726			
170	-0.4417	3.0557	2.2833			
175	-0.4710	3.1197	1.1736			
180	-0.4803	3.1409	0.0000			



第 32 図 無限点で作用する応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\tau_{xy\infty}$ による 3 円孔の各周壁での接線方向の直応力 σ_0 への影響度

第25表 3不等円孔(G)の円孔周壁に発生する応力

角度 θ°	円1での $\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{x\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta_1}}{\sigma_{y\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_{\theta_1}}{\tau_{xy\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta_2}}{\sigma_{x\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta_2}}{\sigma_{y\infty}}$	円2での $\frac{\sigma_{\theta_2}}{\tau_{xy\infty}}$
0	-0.4544	3.4672	0.0000	-0.0439	4.6781	0.0000
5	-0.4575	3.4685	-2.3870	-0.0493	4.6230	-1.8812
10	-0.4622	3.4584	-4.3079	-0.0647	4.4630	-3.6203
15	-0.4558	3.4026	-5.4841	-0.0871	4.2130	-5.0995
20	-0.4205	3.2659	-5.8990	-0.1117	3.8932	-6.2418
25	-0.3397	3.0290	-5.7425	-0.1312	3.5250	-7.0169
30	-0.2026	2.6969	-5.2856	-0.1373	3.1269	-7.4355
35	-0.0076	2.2944	-4.7596	-0.1216	2.7131	-7.5366
40	0.2392	1.8556	-4.2851	-0.0775	2.2942	-7.3736
45	0.5261	1.4117	-3.8707	-0.0018	1.8781	-7.0019
50	0.8384	0.9841	-3.4610	0.1045	1.4724	-6.4721
55	1.1611	0.5838	-2.9991	0.2360	1.0850	-5.8263
60	1.4799	0.2160	-2.4668	0.3840	0.7244	-5.0980
65	1.7818	-0.1142	-1.8847	0.5374	0.3996	-4.3122
70	2.0550	-0.3986	-1.2857	0.6841	0.1193	-3.4874
75	2.2893	-0.6272	-0.6868	0.8124	-0.1084	-2.6359
80	2.4760	-0.7917	-0.0799	0.9122	-0.2766	-1.7666
85	2.6085	-0.8884	0.5536	0.9755	-0.3798	-0.8861
90	2.6821	-0.9183	1.2191	0.9971	-0.4146	0.0000
95	2.6949	-0.8852	1.8955	0.9755	-0.3798	0.8861
100	2.6468	-0.7925	2.5420	0.9122	-0.2766	1.7666
105	2.5400	-0.6423	3.1178	0.8124	-0.1084	2.6359
110	2.3785	-0.4367	3.6013	0.6841	0.1193	3.4874
115	2.1679	-0.1800	3.9930	0.5374	0.3996	4.3122
120	1.9155	0.1197	4.3026	0.3840	0.7244	5.0980
125	1.6297	0.4506	4.5308	0.2360	1.0850	5.8263
130	1.3204	0.8001	4.6617	0.1045	1.4724	6.4721
135	0.9975	1.1567	4.6691	-0.0018	1.8781	7.0019
140	0.6720	1.5113	4.5346	-0.0775	2.2942	7.3736
145	0.3542	1.8558	4.2602	-0.1216	2.7131	7.5366
150	0.0545	2.1816	3.8679	-0.1373	3.1269	7.4355
155	-0.2174	2.4781	3.3864	-0.1312	3.5250	7.0169
160	-0.4529	2.7340	2.8351	-0.1117	3.8932	6.2418
165	-0.6444	2.9395	2.2183	-0.0871	4.2130	5.0995
170	-0.7857	3.0882	1.5333	-0.0647	4.4630	3.6203
175	-0.8723	3.1778	0.7859	-0.0493	4.6230	1.8812
180	-0.9015	3.2073	0.0000	-0.0439	4.6781	0.0000

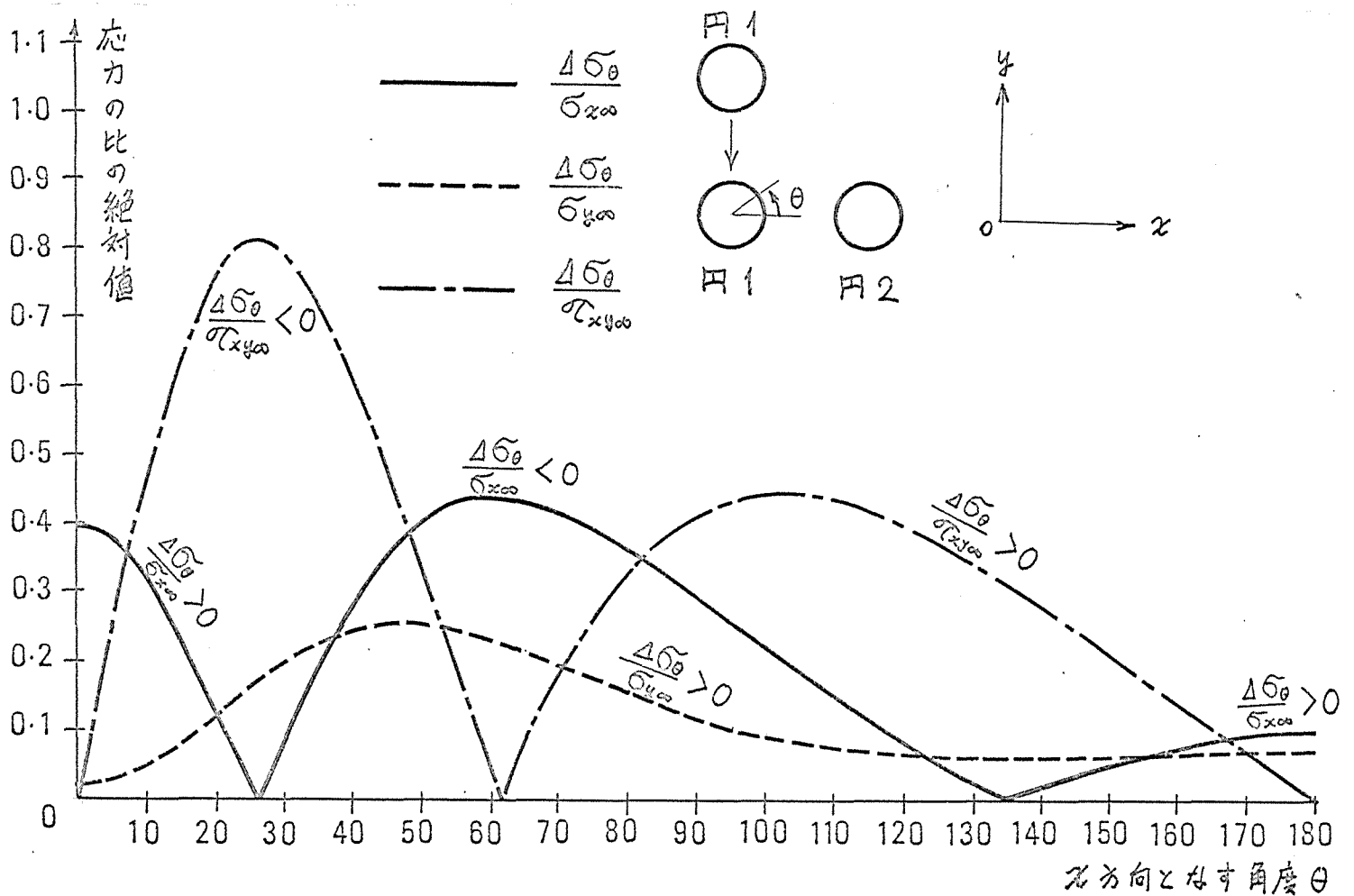


第 33 図 無限点で作用する応力 $\sigma_{x\infty}$, $\sigma_{y\infty}$, $\sigma_{xy\infty}$ による 3 円孔の各周壁での接線方向の直応力 σ_0 への影響度

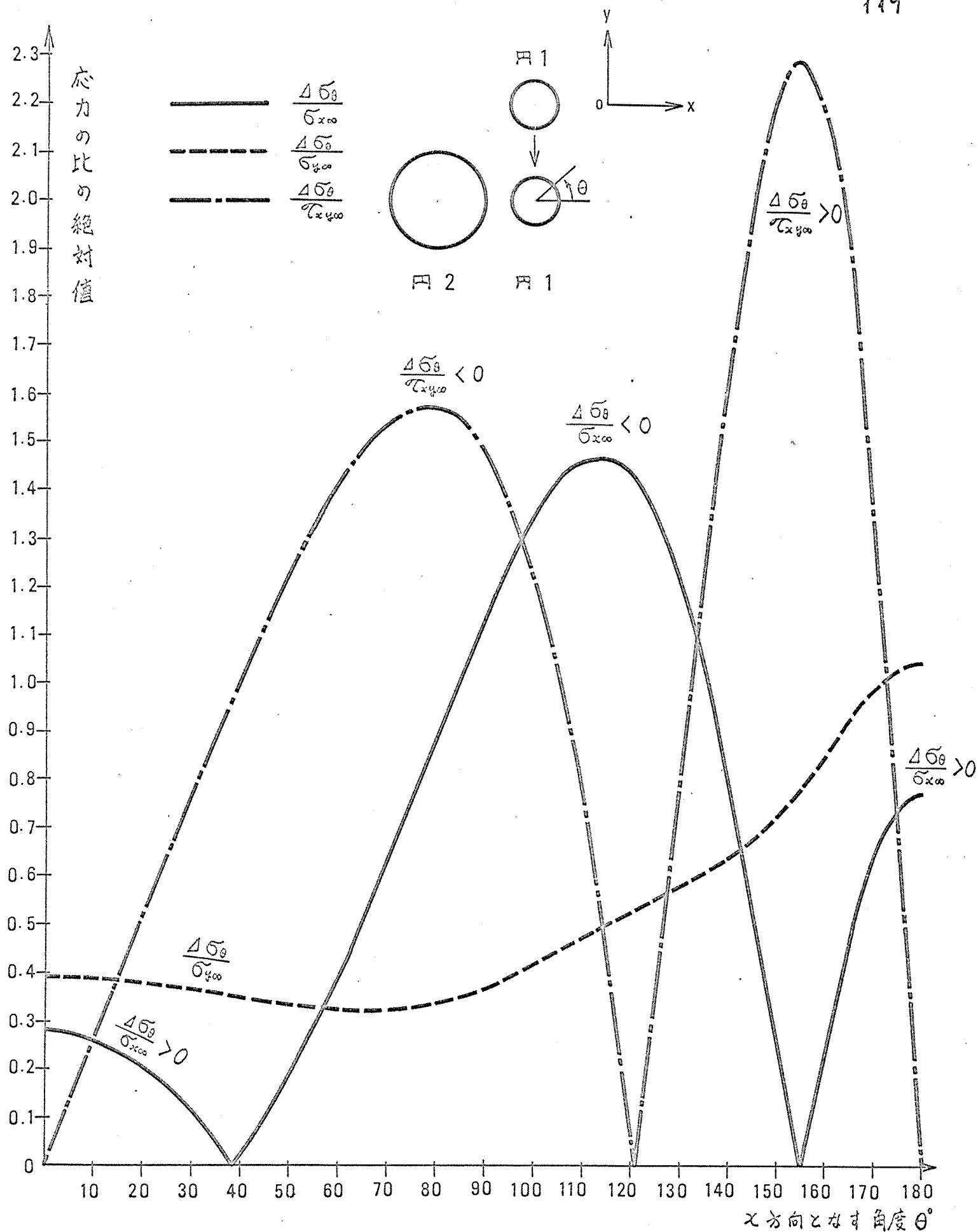
2.1 1円孔(A-0₁)と2円孔(B-0₁), (D-0₂)の同壁での応力差

第26表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{A,1}^{B,1}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{B,1}^{B,1}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{D,1}^{B,1}/\tau_{\infty}$	$\Delta\sigma_{A,1}^{D,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{B,1}^{D,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{D,1}^{D,2}/\tau_{\infty}$
0	0.3906	0.0202	0.0000	0.2749	0.3898	0.0000
5	0.3717	0.0281	-0.2517	0.2704	0.3890	-0.1302
10	0.3172	0.0505	-0.4763	0.2567	0.3864	-0.2596
15	0.2335	0.0841	-0.6520	0.2336	0.3825	-0.3882
20	0.1300	0.1236	-0.7646	0.2011	0.3773	-0.5157
25	0.0173	0.1637	-0.8096	0.1594	0.3709	-0.6423
30	-0.0946	0.1998	-0.7903	0.1081	0.3638	-0.7669
35	-0.1972	0.2283	-0.7177	0.0473	0.3561	-0.8888
40	-0.2844	0.2471	-0.6061	-0.0228	0.3481	-1.0071
45	-0.3527	0.2556	-0.4703	-0.1022	0.3402	-1.1199
50	-0.4010	0.2549	-0.3241	-0.1908	0.3332	-1.2257
55	-0.4301	0.2466	-0.1787	-0.2885	0.3278	-1.3227
60	-0.4419	0.2324	-0.0428	-0.3947	0.3244	-1.4091
65	-0.4389	0.2144	0.0785	-0.5079	0.3234	-1.4817
70	-0.4239	0.1942	0.1823	-0.6279	0.3252	-1.5365
75	-0.3999	0.1739	0.2669	-0.7421	0.3305	-1.5698
80	-0.3695	0.1537	0.3330	-0.8786	0.3397	-1.5764
85	-0.3346	0.1352	0.3818	-1.0044	0.3530	-1.5513
90	-0.2974	0.1187	0.4153	-1.1257	0.3707	-1.4891
95	-0.2591	0.1045	0.4355	-1.2378	0.3923	-1.3846
100	-0.2210	0.0927	0.4437	-1.3350	0.4170	-1.2330
105	-0.1837	0.0830	0.4424	-1.4107	0.4439	-1.0287
110	-0.1481	0.0754	0.4330	-1.4578	0.4719	-0.7688
115	-0.1147	0.0699	0.4176	-1.4695	0.5003	-0.4526
120	-0.0836	0.0659	0.3967	-1.4386	0.5278	-0.0848
125	-0.0549	0.0632	0.3719	-1.3599	0.5542	0.3255
130	-0.0288	0.0616	0.3441	-1.2304	0.5797	0.7627
135	-0.0054	0.0611	0.3139	-1.0508	0.6059	1.2032
140	0.0153	0.0612	0.2820	-0.8265	0.6356	1.6166
145	0.0335	0.0616	0.2486	-0.5680	0.6724	1.9642
150	0.0492	0.0623	0.2144	-0.2907	0.7202	2.2030
155	0.0623	0.0632	0.1795	-0.0134	0.7804	2.2894
160	0.0728	0.0642	0.1438	0.2443	0.8506	2.1882
165	0.0811	0.0650	0.1082	0.4646	0.9235	1.8834
170	0.0870	0.0655	0.0723	0.6324	0.9883	1.3853
175	0.0905	0.0659	0.0364	0.7371	1.0335	0.7348
180	0.0916	0.0660	0.0000	0.7727	1.0497	0.0000



第34図 円2をあけた場合の円1の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と無限点で作用する応力の比($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$)の絶対値



第 35 図 円 2 を あけた 場合の 円 1 の 周上 での σ_θ の 変化 量 $\Delta \sigma_\theta$ と 無 限 点 で 作用 する 応力 の 比 ($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$) の 絶 対 値

1円孔の(A-O₁)と2円孔の(B-O₁)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta A,1}^{B,1} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & -0.105 - 0.051 \cos \theta + 0.259 \cos 2\theta + 0.169 \cos 3\theta \\ & + 0.076 \cos 4\theta + 0.029 \cos 5\theta + 0.010 \cos 6\theta \\ & + 0.003 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta \end{aligned} \quad (246)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta A,1}^{B,1} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & 0.120 - 0.060 \cos \theta - 0.031 \cos 2\theta - 0.063 \cos 3\theta \\ & - 0.039 \cos 4\theta - 0.017 \cos 5\theta - 0.007 \cos 6\theta \\ & - 0.002 \cos 7\theta - 0.001 \cos 8\theta \end{aligned} \quad (247)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta A,1}^{B,1} / \tau_{x\infty} = & 0.145 \sin \theta - 0.417 \sin 2\theta - 0.331 \sin 3\theta - 0.166 \sin 4\theta \\ & - 0.068 \sin 5\theta - 0.025 \sin 6\theta - 0.009 \sin 7\theta \\ & - 0.003 \sin 8\theta - 0.001 \sin 9\theta \end{aligned} \quad (248)$$

1円孔の(A-O₁)と2円孔の(D-O₂)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta A,1}^{D,2} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & -0.436 + 0.206 \cos \theta + 0.825 \cos 2\theta - 0.433 \cos 3\theta \\ & + 0.138 \cos 4\theta - 0.027 \cos 5\theta + 0.003 \cos 7\theta \\ & - 0.003 \cos 8\theta + 0.002 \cos 9\theta \end{aligned} \quad (249)$$

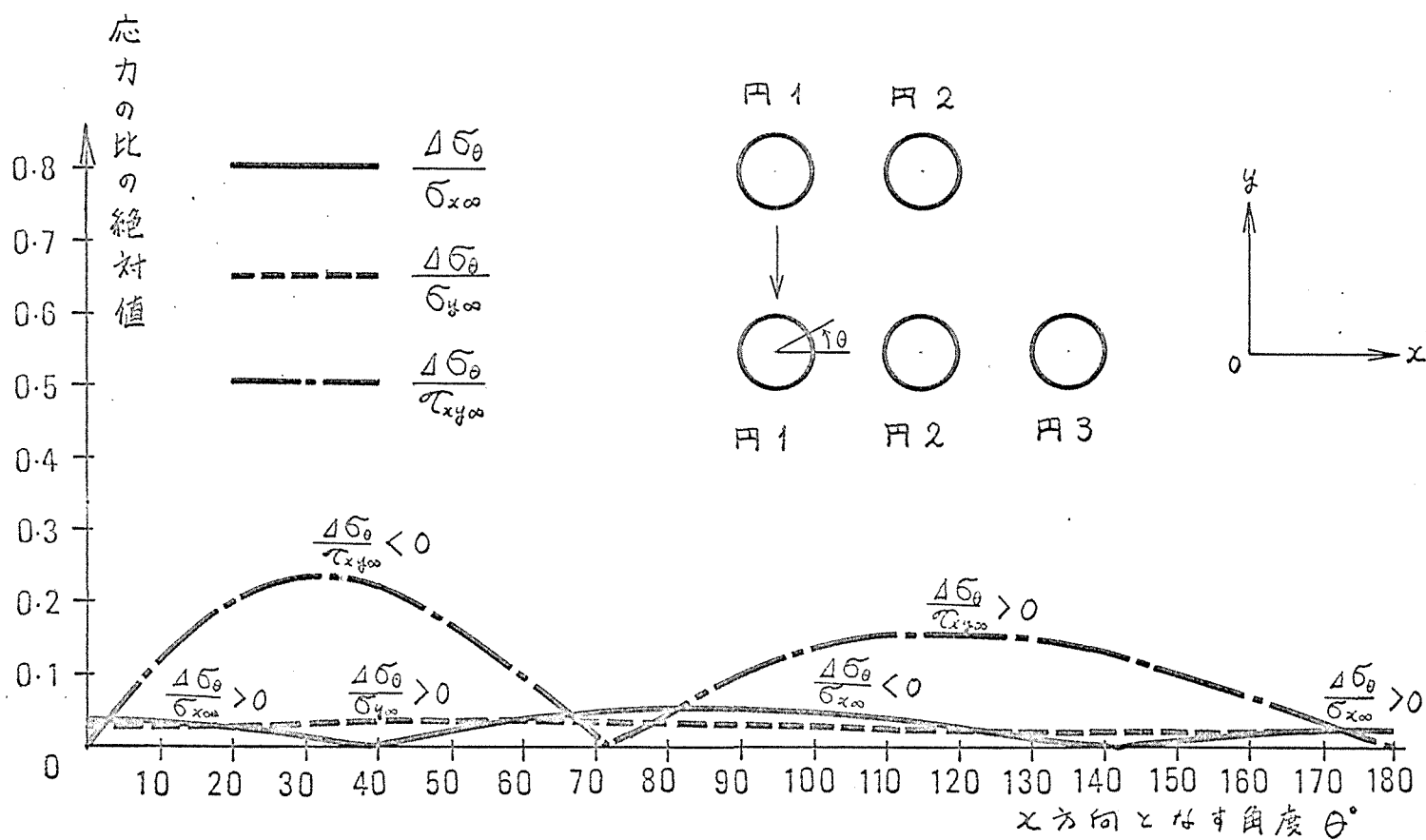
$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta A,1}^{D,2} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & 0.504 - 0.247 \cos \theta + 0.154 \cos 2\theta - 0.040 \cos 3\theta \\ & + 0.036 \cos 4\theta - 0.031 \cos 5\theta + 0.020 \cos 6\theta \\ & - 0.010 \cos 7\theta + 0.005 \cos 8\theta - 0.002 \cos 9\theta \end{aligned} \quad (250)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta A,1}^{D,2} / \tau_{x\infty} = & -0.688 \sin \theta - 1.241 \sin 2\theta + 0.980 \sin 3\theta \\ & - 0.487 \sin 4\theta + 0.206 \sin 5\theta - 0.082 \sin 6\theta \\ & + 0.032 \sin 7\theta - 0.012 \sin 8\theta + 0.005 \sin 9\theta \\ & - 0.002 \sin 10\theta \end{aligned} \quad (251)$$

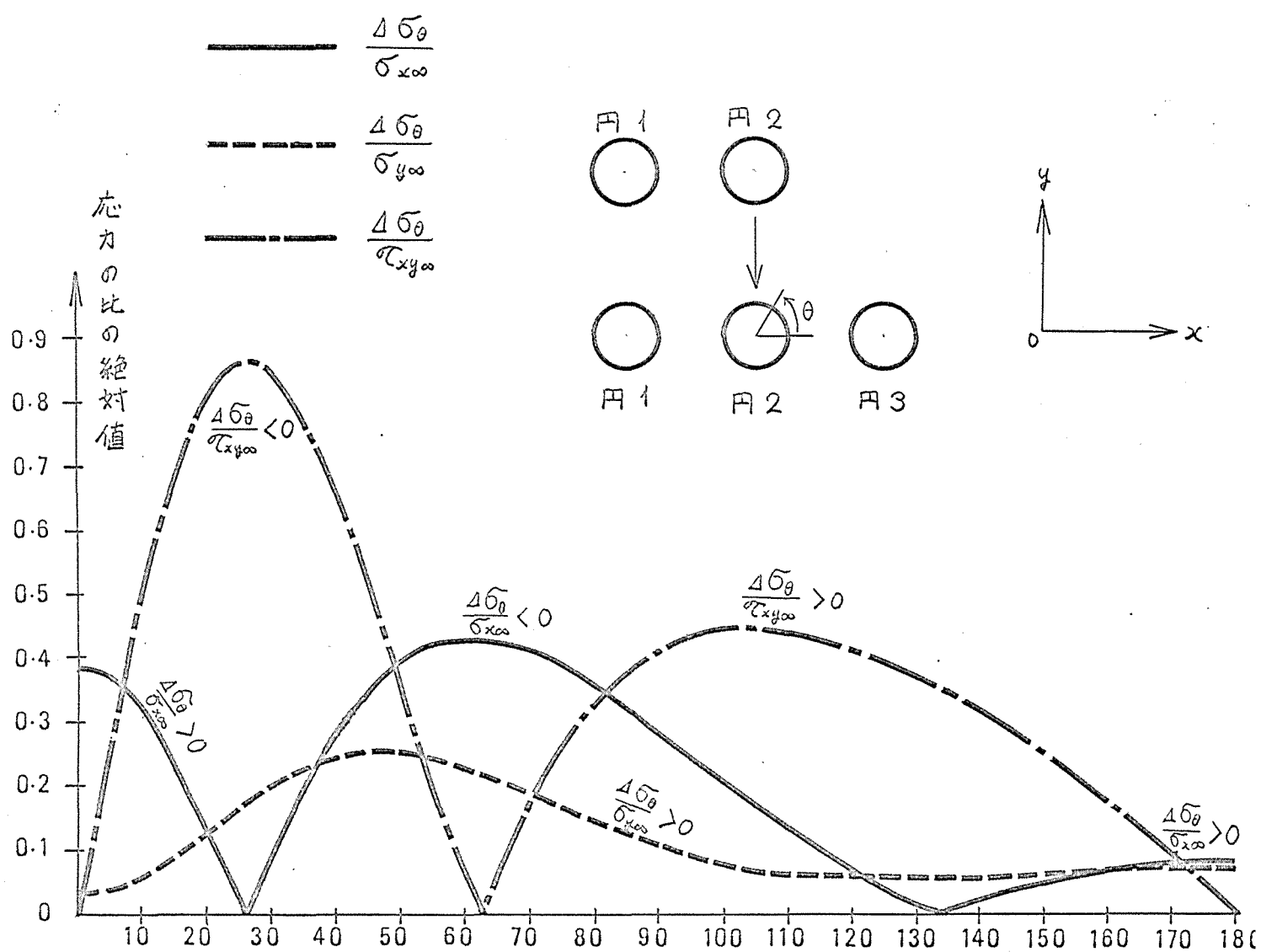
2.2 2円孔(B)と3円孔(C)の周壁での応力差(B-Q₁)と(C-Q₁), (B-Q₂)と(C-Q₂)

第27表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta B,1}^{C,1}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,1}^{C,1}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,1}^{C,1}/\sigma_{xy}$	$\Delta\sigma_{\theta B,2}^{C,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,2}^{C,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,2}^{C,2}/\sigma_{xy}$
0	0.0333	0.0270	0.0000	0.3810	0.0302	0.0000
5	0.0329	0.0272	-0.0601	0.3624	0.0378	-0.2658
10	0.0317	0.0277	-0.1160	0.3093	0.0594	-0.5035
15	0.0294	0.0285	-0.1638	0.2278	0.0915	-0.6895
20	0.0258	0.0297	-0.2007	0.1269	0.1295	-0.8092
25	0.0209	0.0311	-0.2250	0.0169	0.1679	-0.8573
30	0.0144	0.0326	-0.2361	-0.0922	0.2021	-0.8385
35	0.0064	0.0340	-0.2345	-0.1921	0.2287	-0.7636
40	-0.0025	0.0355	-0.2214	-0.2770	0.2458	-0.6477
45	-0.0121	0.0367	-0.1987	-0.3435	0.2530	-0.5065
50	-0.0219	0.0376	-0.1689	-0.3904	0.2511	-0.3545
55	-0.0314	0.0380	-0.1340	-0.4185	0.2417	-0.2034
60	-0.0399	0.0381	-0.0962	-0.4295	0.2266	-0.0620
65	-0.0472	0.0377	-0.0576	-0.4261	0.2080	0.0641
70	-0.0529	0.0369	-0.0198	-0.4109	0.1875	0.1716
75	-0.0568	0.0355	0.0160	-0.3868	0.1665	0.2597
80	-0.0589	0.0345	0.0487	-0.3561	0.1463	0.3285
85	-0.0593	0.0329	0.0776	-0.3213	0.1278	0.3798
90	-0.0579	0.0313	0.1024	-0.2840	0.1113	0.4153
95	-0.0551	0.0296	0.1227	-0.2458	0.0971	0.4375
100	-0.0511	0.0280	0.1387	-0.2076	0.0853	0.4482
105	-0.0460	0.0265	0.1502	-0.1706	0.0756	0.4496
110	-0.0402	0.0252	0.1578	-0.1351	0.0687	0.4439
115	-0.0337	0.0240	0.1613	-0.1019	0.0635	0.4320
120	-0.0269	0.0231	0.1614	-0.0712	0.0602	0.4159
125	-0.0200	0.0224	0.1582	-0.0433	0.0583	0.3966
130	-0.0131	0.0218	0.1522	-0.0182	0.0578	0.3745
135	-0.0066	0.0214	0.1437	0.0038	0.0585	0.3501
140	-0.0003	0.0212	0.1328	0.0227	0.0599	0.3236
145	0.0055	0.0210	0.1201	0.0386	0.0620	0.2945
150	0.0107	0.0210	0.1058	0.0516	0.0646	0.2626
155	0.0152	0.0210	0.0901	0.0619	0.0674	0.2272
160	0.0190	0.0210	0.0734	0.0697	0.0701	0.1884
165	0.0220	0.0210	0.0557	0.0754	0.0724	0.1457
170	0.0242	0.0211	0.0376	0.0791	0.0744	0.0995
175	0.0255	0.0212	0.0188	0.0812	0.0756	0.0505
180	0.0260	0.0212	0.0000	0.0820	0.0760	0.0000



第36図 円3をあけた場合の円1の周上での σ_{θ} の変化量 $\Delta \sigma_{\theta}$ と無限点で作用する応力の比($\Delta \sigma_{\theta} / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_{\theta} / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_{\theta} / \tau_{xy\infty}$)の絶対値



第 37 図 円3 を あ け た 場 合 の 円2 の 周 上 で の σ_θ の 変 化 量 $\Delta \sigma_\theta$ と 無 限 点 で x 方 向 と な す 角 度 θ° 作 用 す る 応 力 の 比 ($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$) の 絶 対 値

2円孔の(B-O₁)と3円孔の(C-O₁)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,1}^{C,1} / \bar{\sigma}_{x\infty} = -0.012 + 0.045 \cos 2\theta + 0.006 \cos 3\theta \\ - 0.002 \cos 4\theta - 0.002 \cos 5\theta - 0.001 \cos 6\theta \quad (252)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,1}^{C,1} / \bar{\sigma}_{y\infty} = 0.028 + 0.007 \cos \theta - 0.004 \cos 2\theta - 0.004 \cos 3\theta \\ - 0.001 \cos 4\theta \quad (253)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,1}^{C,1} / \tau_{xy\infty} = 0.031 \sin \theta - 0.173 \sin 2\theta - 0.078 \sin 3\theta \\ - 0.025 \sin 4\theta - 0.007 \sin 5\theta - 0.002 \sin 6\theta \\ - 0.001 \sin 7\theta \quad (254)$$

2円孔の(B-O₂)と3円孔の(C-O₂)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,2}^{C,2} / \bar{\sigma}_{x\infty} = -0.099 - 0.051 \cos \theta + 0.248 \cos 2\theta + 0.169 \cos 3\theta \\ + 0.072 \cos 4\theta + 0.029 \cos 5\theta + 0.009 \cos 6\theta \\ + 0.003 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta \quad (255)$$

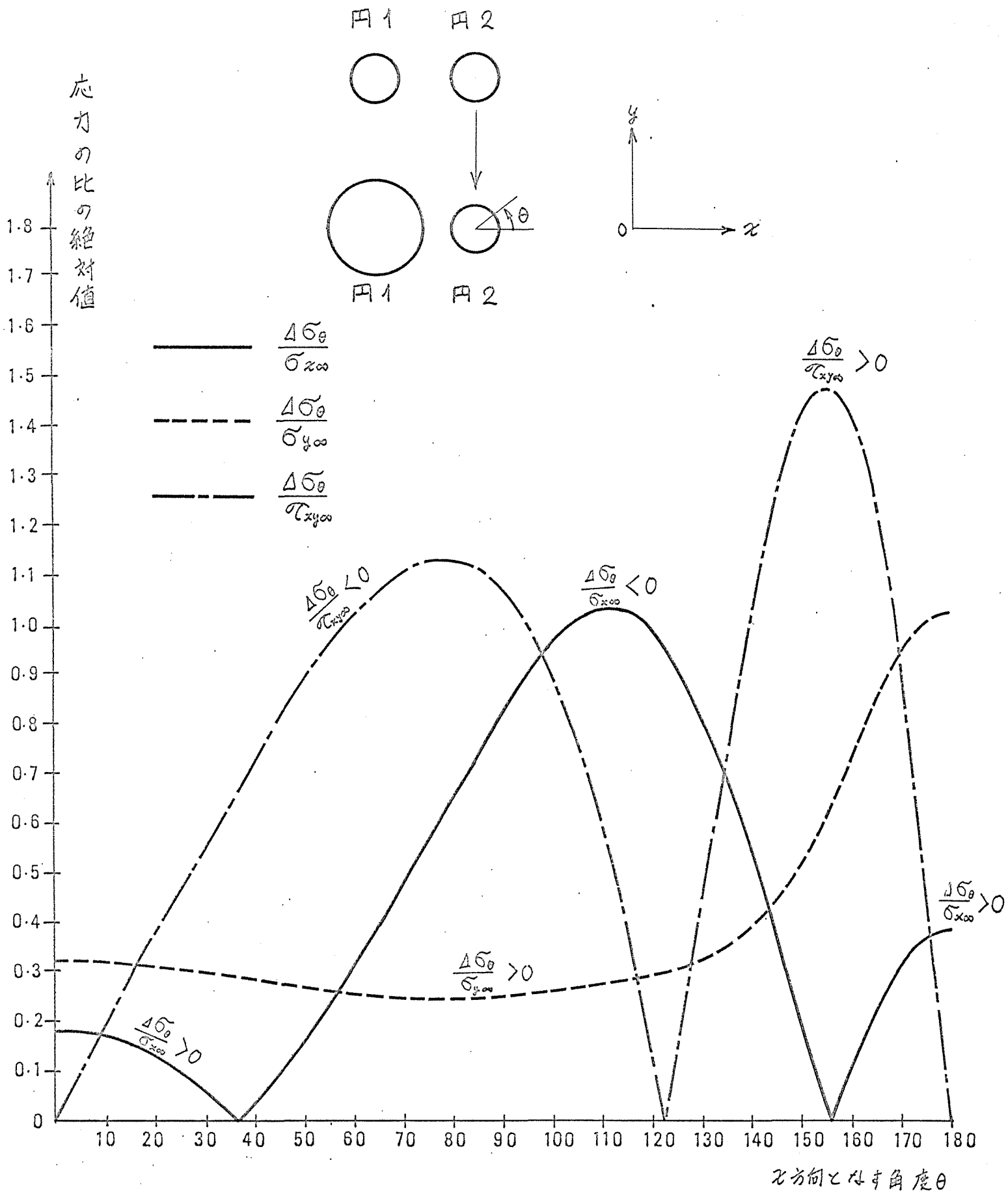
$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,2}^{C,2} / \bar{\sigma}_{y\infty} = 0.120 + 0.060 \cos \theta - 0.023 \cos 2\theta - 0.063 \cos 3\theta \\ - 0.037 \cos 4\theta - 0.017 \cos 5\theta - 0.006 \cos 6\theta \\ - 0.002 \cos 7\theta - 0.001 \cos 8\theta \quad (256)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,2}^{C,2} / \tau_{xy\infty} = 0.145 \sin \theta - 0.456 \sin 2\theta - 0.331 \sin 3\theta \\ - 0.183 \sin 4\theta - 0.068 \sin 5\theta - 0.028 \sin 6\theta \\ - 0.009 \sin 7\theta - 0.003 \sin 8\theta - 0.001 \sin 9\theta \quad (257)$$

2.3 2月孔(B-O₂)と2月孔(D-O₂)の周壁での応力差

第28表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{B,2}^{D,2} \sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{B,2}^{D,2} \sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{B,2}^{D,2} \tau_{xy0}$			
0	0.1833	0.3238	0.0000			
5	0.1799	0.3231	-0.0938			
10	0.1697	0.3209	-0.1873			
15	0.1525	0.3175	-0.2800			
20	0.1283	0.3131	-0.3719			
25	0.0971	0.3077	-0.4628			
30	0.0589	0.3015	-0.5525			
35	0.0138	0.2945	-0.6402			
40	-0.0381	0.2869	-0.7254			
45	-0.0968	0.2791	-0.8060			
50	-0.1620	0.2716	-0.8816			
55	-0.2336	0.2646	-0.9508			
60	-0.3111	0.2585	-1.0124			
65	-0.3932	0.2535	-1.0641			
70	-0.4798	0.2498	-1.1035			
75	-0.5584	0.2475	-1.1274			
80	-0.6576	0.2470	-1.1327			
85	-0.7453	0.2485	-1.1158			
90	-0.8283	0.2520	-1.0738			
95	-0.9032	0.2571	-1.0028			
100	-0.9655	0.2633	-0.9000			
105	-1.0108	0.2700	-0.7618			
110	-1.0339	0.2777	-0.5865			
115	-1.0306	0.2859	-0.3741			
120	-0.9967	0.2954	-0.1276			
125	-0.9298	0.3076	0.1468			
130	-0.8294	0.3248	0.4386			
135	-0.6981	0.3503	0.7329			
140	-0.5421	0.3885	1.0105			
145	-0.3708	0.4441	1.2465			
150	-0.1961	0.5204	1.4127			
155	-0.0307	0.6167	1.4798			
160	0.1143	0.7270	1.4326			
165	0.2311	0.8394	1.2314			
170	0.3152	0.9378	0.9090			
175	0.3654	1.0054	0.4831			
180	0.3821	1.0295	0.0000			



第38図 円1を拡大した場合の円2の周上での σ_{θ} の変化量 $\Delta \sigma_{\theta}$ と無限点で作用する応力の比 ($\Delta \sigma_{\theta}/\sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_{\theta}/\sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_{\theta}/\tau_{xy\infty}$) の絶対値

2円孔の(D-O₂)と2円孔の(B-O₂)の周壁における応力差の
Fourier級数による表示

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta B,2}^{D,2}/\sigma_{\infty} = & -0.331 + 0.155\cos\theta + 0.565\cos 2\theta - 0.264\cos 3\theta \\ & + 0.063\cos 4\theta + 0.002\cos 5\theta - 0.010\cos 6\theta \\ & + 0.006\cos 7\theta - 0.004\cos 8\theta + 0.002\cos 9\theta\end{aligned}\quad (258)$$

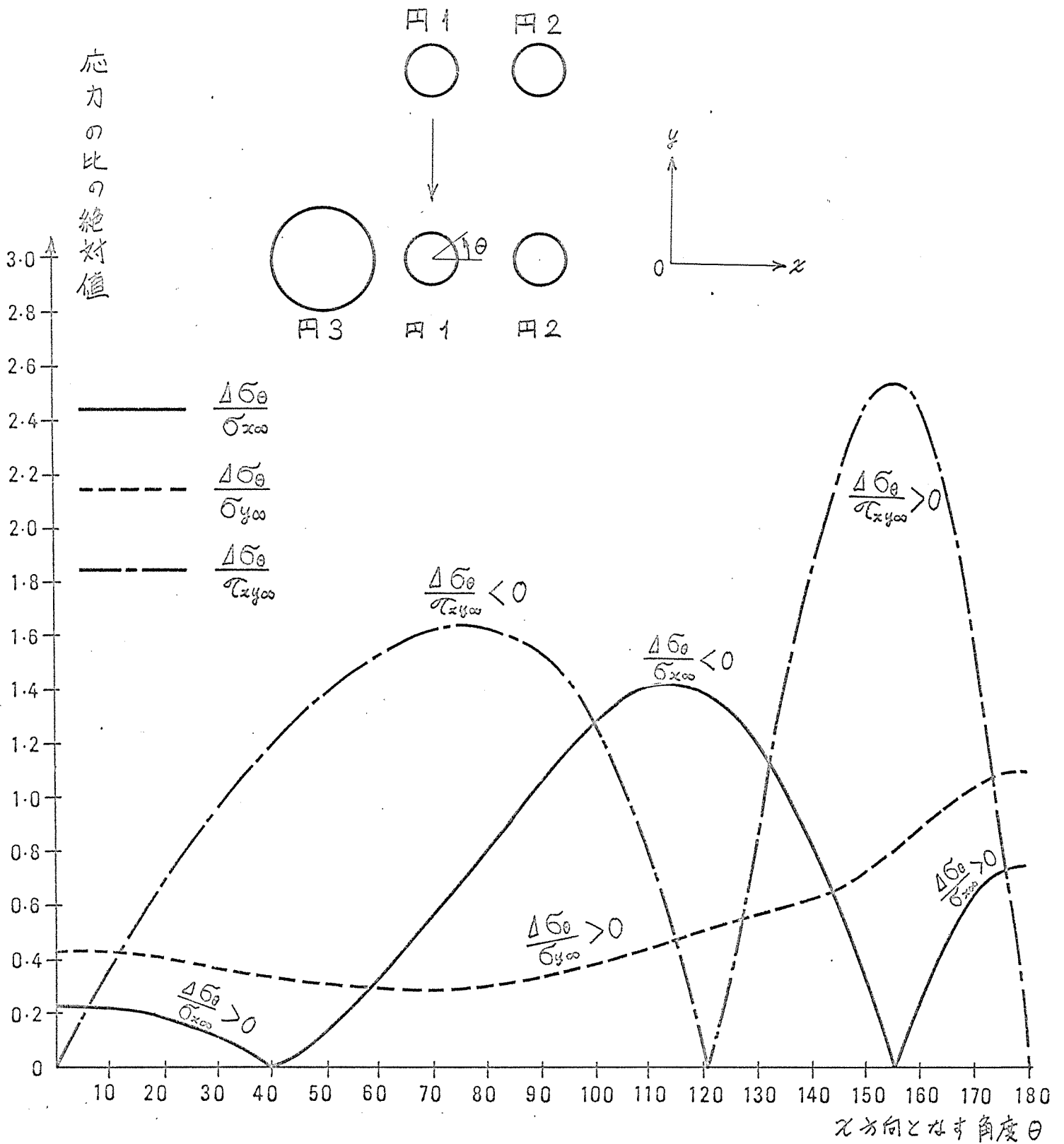
$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta B,2}^{D,2}/\sigma_{\infty} = & 0.384 - 0.187\cos\theta + 0.185\cos 2\theta - 0.103\cos 3\theta \\ & + 0.075\cos 4\theta - 0.048\cos 5\theta - 0.026\cos 6\theta \\ & - 0.013\cos 7\theta + 0.006\cos 8\theta - 0.002\cos 9\theta \\ & + 0.001\cos 10\theta\end{aligned}\quad (259)$$

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta B,2}^{D,2}/\tau_{\infty} = & -0.544\sin\theta - 0.824\sin 2\theta + 0.649\sin 3\theta \\ & - 0.321\sin 4\theta + 0.138\sin 5\theta - 0.056\sin 6\theta \\ & - 0.023\sin 7\theta - 0.009\sin 8\theta + 0.004\sin 9\theta \\ & - 0.002\sin 10\theta\end{aligned}\quad (260)$$

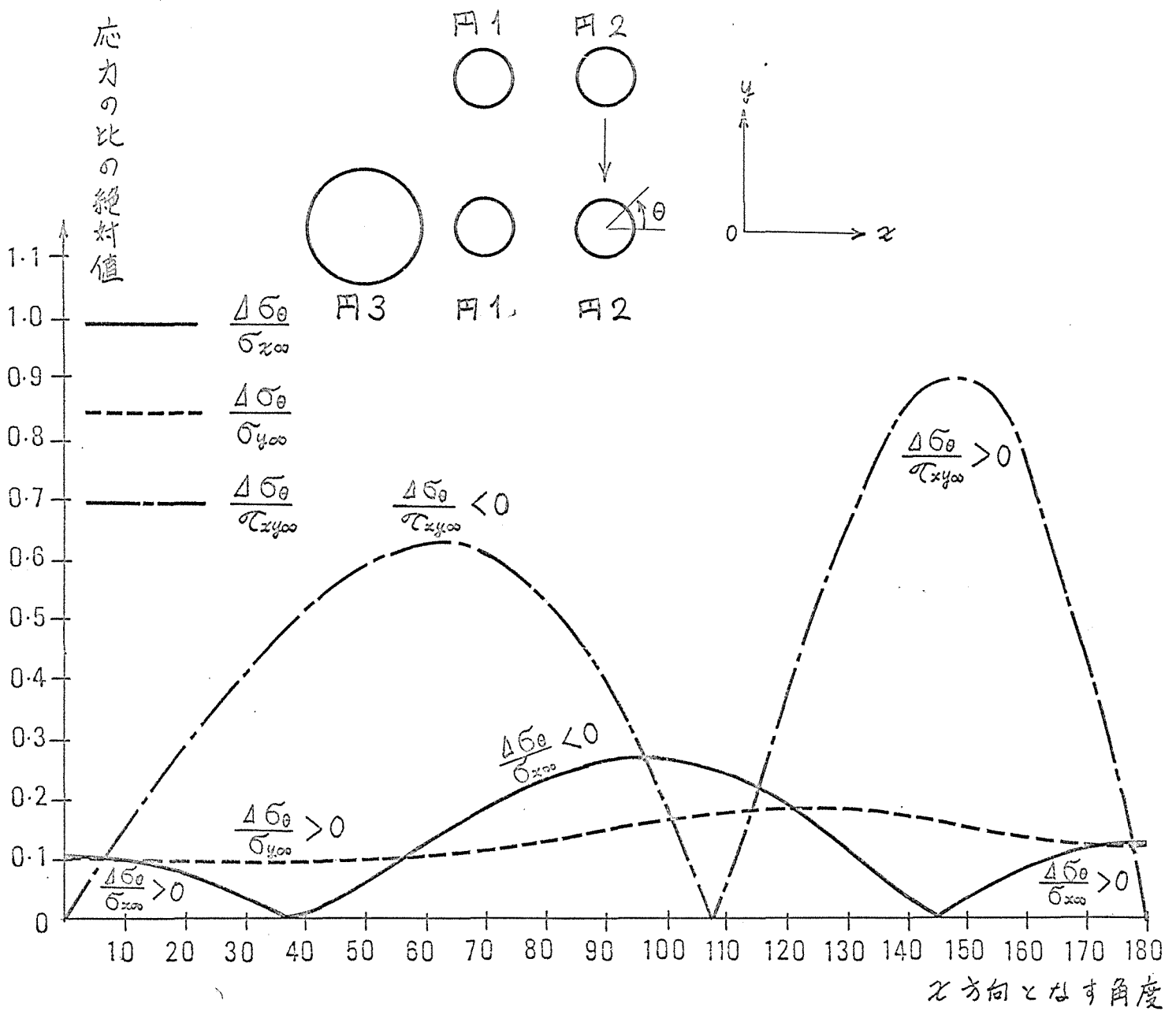
2.4 2円孔(B)と3円孔(F)の同壁での応力差 (B-0₁)と(F-0₂), (B-0₂)と(F-0₃)

第29表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta B,1}^{F,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,1}^{F,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,1}^{F,2}/\tau_{xy\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,2}^{F,3}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,2}^{F,3}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta B,2}^{F,3}/\tau_{xy\infty}$
0	0.2322	0.4377	0.0000	0.1011	0.0947	0.0000
5	0.2298	0.4354	-0.1870	0.0992	0.0946	-0.0728
10	0.2223	0.4288	-0.3680	0.0936	0.0946	-0.1450
15	0.2089	0.4184	-0.5382	0.0843	0.0946	-0.2154
20	0.1883	0.4053	-0.6948	0.0716	0.0947	-0.2834
25	0.1594	0.3902	-0.8369	0.0554	0.0949	-0.3481
30	0.1210	0.3740	-0.9652	0.0360	0.0954	-0.4085
35	0.0722	0.3574	-1.0807	0.0139	0.0962	-0.4637
40	0.0124	0.3414	-1.1852	-0.0108	0.0974	-0.5126
45	-0.0586	0.3268	-1.2800	-0.0376	0.0992	-0.5541
50	-0.1409	0.3141	-1.3661	-0.0658	0.1017	-0.5869
55	-0.2341	0.3040	-1.4438	-0.0952	0.1050	-0.6098
60	-0.3372	0.2970	-1.5123	-0.1248	0.1090	-0.6216
65	-0.4490	0.2933	-1.5696	-0.1540	0.1140	-0.6209
70	-0.5680	0.2933	-1.6121	-0.1817	0.1199	-0.6065
75	-0.6922	0.2971	-1.6351	-0.2072	0.1266	-0.5772
80	-0.8190	0.3058	-1.6334	-0.2294	0.1340	-0.5321
85	-0.9456	0.3188	-1.6010	-0.2475	0.1420	-0.4702
90	-1.0678	0.3365	-1.5320	-0.2603	0.1503	-0.3916
95	-1.1809	0.3583	-1.4202	-0.2670	0.1585	-0.2960
100	-1.2793	0.3836	-1.2590	-0.2667	0.1663	-0.1847
105	-1.3565	0.4115	-1.0427	-0.2591	0.1731	-0.0591
110	-1.4056	0.4409	-0.7667	-0.2438	0.1793	0.0780
115	-1.4197	0.4711	-0.4305	-0.2211	0.1837	0.2227
120	-1.3920	0.5012	-0.0372	-0.1915	0.1861	0.3700
125	-1.3175	0.5311	0.4033	-0.1564	0.1863	0.5136
130	-1.1932	0.5611	0.8745	-0.1171	0.1843	0.6460
135	-1.0200	0.5927	1.3514	-0.0759	0.1801	0.7589
140	-0.8028	0.6289	1.8004	-0.0347	0.1739	0.8438
145	-0.5520	0.6736	2.1794	0.0042	0.1661	0.8924
150	-0.2828	0.7301	2.4400	0.0391	0.1574	0.8975
155	-0.0130	0.7993	2.5338	0.0685	0.1483	0.8543
160	0.2381	0.8784	2.4216	0.0918	0.1395	0.7612
165	0.4529	0.9594	2.0844	0.1090	0.1318	0.6206
170	0.6169	1.0310	1.5332	0.1205	0.1258	0.4390
175	0.7193	1.0804	0.8132	0.1269	0.1220	0.2275
180	0.7542	1.0981	0.0000	0.1291	0.1207	0.0000



第 39 図 円 3 をあけた場合の円 1 の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と無限点で作用する応力の比 ($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$) の絶対値



第 40 図 円 3 を あけた 場合 の 円 2 の 周 上 で の σ_θ の 変 化 量 $\Delta \sigma_\theta$ と 無 限 点 で 作 用 す る 応 力 の 比 ($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{z\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$) の 絶 対 値

2月孔の(B-O₁)と3月孔の(F-O₂)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned}\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,1}^{F,2} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & -0.411 + 0.205 \cos \theta + 0.782 \cos 2\theta - 0.440 \cos 3\theta \\ & + 0.126 \cos 4\theta - 0.031 \cos 5\theta - 0.001 \cos 6\theta \\ & + 0.003 \cos 7\theta - 0.002 \cos 8\theta + 0.001 \cos 9\theta \\ & - 0.001 \cos 10\theta\end{aligned}\quad (261)$$

$$\begin{aligned}\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,1}^{F,2} / \bar{\sigma}_{y\infty} = & +0.501 - 0.247 \cos \theta + 0.194 \cos 2\theta - 0.040 \cos 3\theta \\ & + 0.046 \cos 4\theta - 0.031 \cos 5\theta + 0.021 \cos 6\theta - 0.010 \cos 7\theta \\ & + 0.005 \cos 8\theta - 0.002 \cos 9\theta + 0.001 \cos 10\theta\end{aligned}\quad (262)$$

$$\begin{aligned}\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,1}^{F,2} / \tau_{xy\infty} = & -0.712 \sin \theta - 1.411 \sin 2\theta + 1.007 \sin 3\theta - 0.572 \sin 4\theta \\ & + 0.216 \sin 5\theta - 0.097 \sin 6\theta + 0.034 \sin 7\theta - 0.015 \sin 8\theta \\ & + 0.005 \sin 9\theta - 0.002 \sin 10\theta\end{aligned}\quad (263)$$

2月孔の(B-O₂)と3月孔の(F-O₃)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned}\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,2}^{F,3} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & -0.064 + 0.006 \cos \theta + 0.190 \cos 2\theta - 0.027 \cos 3\theta \\ & - 0.008 \cos 4\theta + 0.006 \cos 5\theta - 0.003 \cos 6\theta \\ & + 0.001 \cos 7\theta\end{aligned}\quad (264)$$

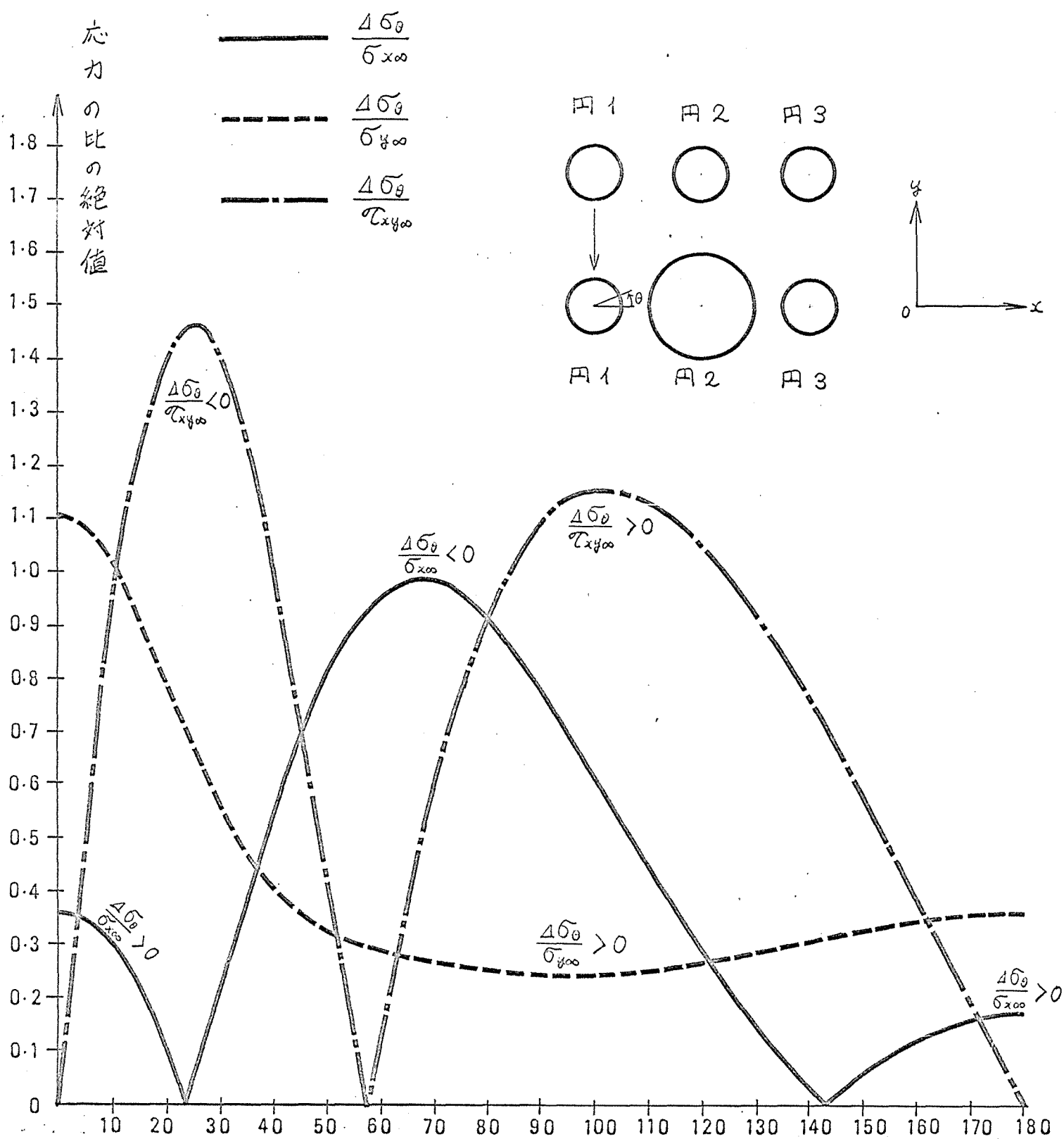
$$\begin{aligned}\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,2}^{F,3} / \bar{\sigma}_{y\infty} = & 0.134 - 0.035 \cos \theta - 0.021 \cos 2\theta + 0.021 \cos 3\theta \\ & - 0.005 \cos 4\theta + 0.001 \cos 5\theta\end{aligned}\quad (265)$$

$$\begin{aligned}\Delta \bar{\sigma}_{\theta B,2}^{F,3} / \tau_{xy\infty} = & -0.122 \sin \theta - 0.663 \sin 2\theta + 0.294 \sin 3\theta \\ & - 0.091 \sin 4\theta + 0.025 \sin 5\theta - 0.007 \sin 6\theta \\ & + 0.002 \sin 7\theta - 0.001 \sin 8\theta\end{aligned}\quad (266)$$

2.5 3円孔(C-0₁)と3円孔(E-0₁)の周壁での応力差

第30表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta C,1}^{E,1}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta C,1}^{E,1}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta C,1}^{E,1}/\tau_{xy\infty}$			
0	0.3619	1.1090	0.0000			
5	0.3455	1.0834	-0.4779			
10	0.2962	1.0117	-0.8987			
15	0.2140	0.9068	-1.2169			
20	0.1004	0.7862	-1.4061			
25	-0.0403	0.6667	-1.4611			
30	-0.1999	0.5611	-1.3950			
35	-0.3675	0.4757	-1.2318			
40	-0.5310	0.4114	-1.0003			
45	-0.6788	0.3653	-0.7281			
50	-0.8018	0.3329	-0.4384			
55	-0.8945	0.3099	-0.1505			
60	-0.9548	0.2928	0.1217			
65	-0.9833	0.2796	0.3679			
70	-0.9828	0.2689	0.5815			
75	-0.9575	0.2598	0.7592			
80	-0.9116	0.2522	0.9010			
85	-0.8500	0.2463	1.0082			
90	-0.7772	0.2423	1.0837			
95	-0.6973	0.2406	1.1303			
100	-0.6136	0.2415	1.1514			
105	-0.5291	0.2449	1.1499			
110	-0.4455	0.2504	1.1289			
115	-0.3648	0.2577	1.0918			
120	-0.2879	0.2663	1.0416			
125	-0.2160	0.2760	0.9808			
130	-0.1498	0.2867	0.9114			
135	-0.0896	0.2978	0.8349			
140	-0.0357	0.3090	0.7527			
145	0.0118	0.3197	0.6656			
150	0.0530	0.3295	0.5752			
155	0.0878	0.3382	0.4824			
160	0.1163	0.3456	0.3880			
165	0.1382	0.3517	0.2924			
170	0.1538	0.3563	0.1957			
175	0.1631	0.3591	0.0982			
180	0.1662	0.3601	0.0000			



第 41 図 円 2 を拡大した場合の円 1 の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と
 無限点で作用する応力の比 ($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$) の絶対値

3円孔の $(C-O_1)$ と3円孔の $(E-O_1)$ の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta C,1}^{E,1} / \bar{\sigma}_{\infty} = & -0.317 - 0.152 \cos \theta + 0.530 \cos 2\theta + 0.256 \cos 3\theta \\ & + 0.064 \cos 4\theta + 0.001 \cos 5\theta - 0.009 \cos 6\theta \\ & - 0.007 \cos 7\theta - 0.003 \cos 8\theta - 0.001 \cos 9\theta \\ & - 0.001 \cos 10\theta \end{aligned} \quad (267)$$

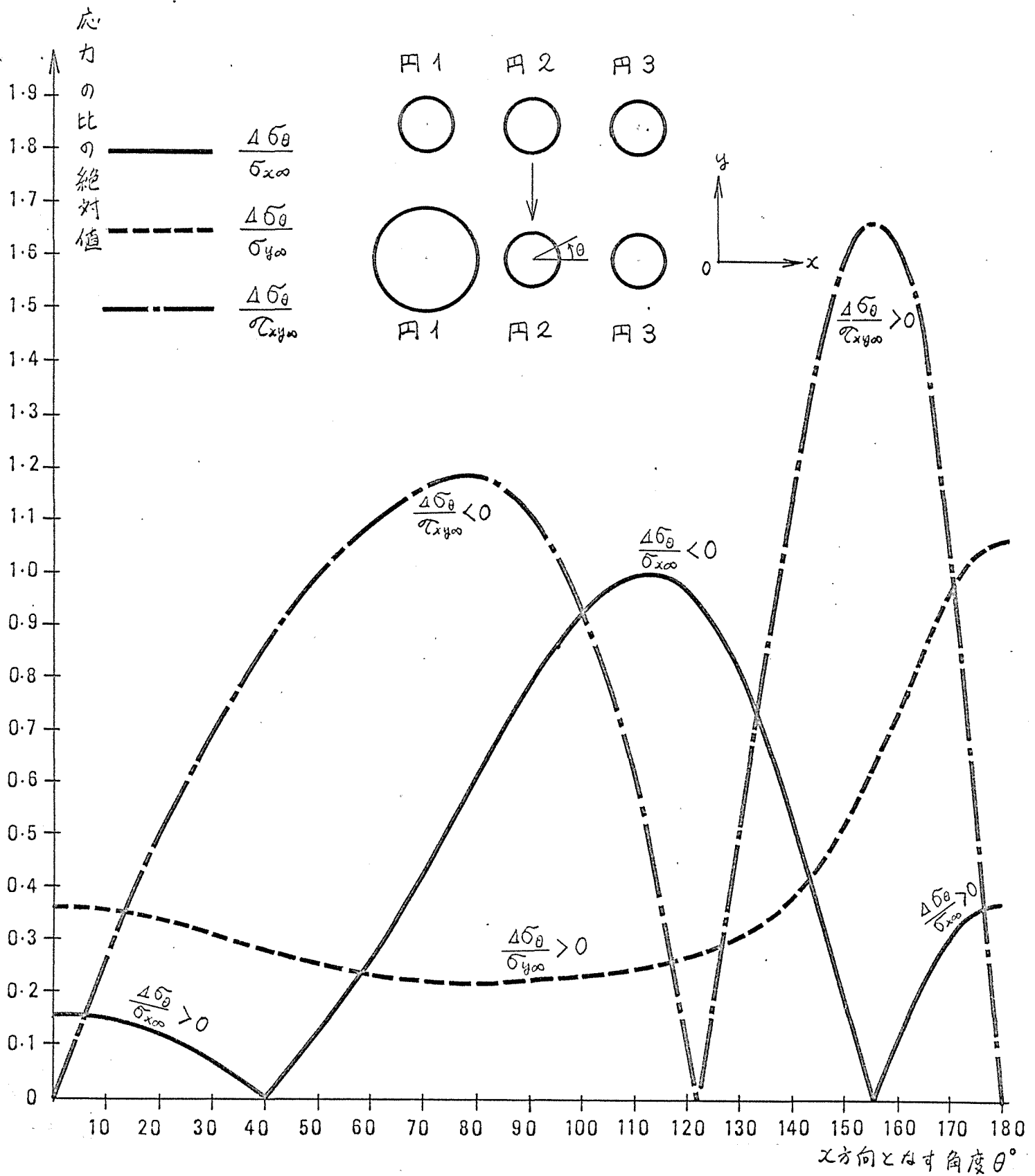
$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta C,1}^{E,1} / \bar{\sigma}_{\infty} = & 0.404 + 0.196 \cos \theta + 0.219 \cos 2\theta + 0.114 \cos 3\theta \\ & + 0.078 \cos 4\theta + 0.050 \cos 5\theta + 0.027 \cos 6\theta \\ & + 0.013 \cos 7\theta + 0.006 \cos 8\theta + 0.002 \cos 9\theta \\ & + 0.001 \cos 10\theta \end{aligned} \quad (268)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta C,1}^{E,1} / \tau_{xy\infty} = & 0.560 \sin \theta - 0.836 \sin 2\theta - 0.639 \sin 3\theta \\ & - 0.313 \sin 4\theta - 0.135 \sin 5\theta - 0.056 \sin 6\theta \\ & - 0.024 \sin 7\theta - 0.010 \sin 8\theta - 0.004 \sin 9\theta \\ & - 0.002 \sin 10\theta \end{aligned} \quad (269)$$

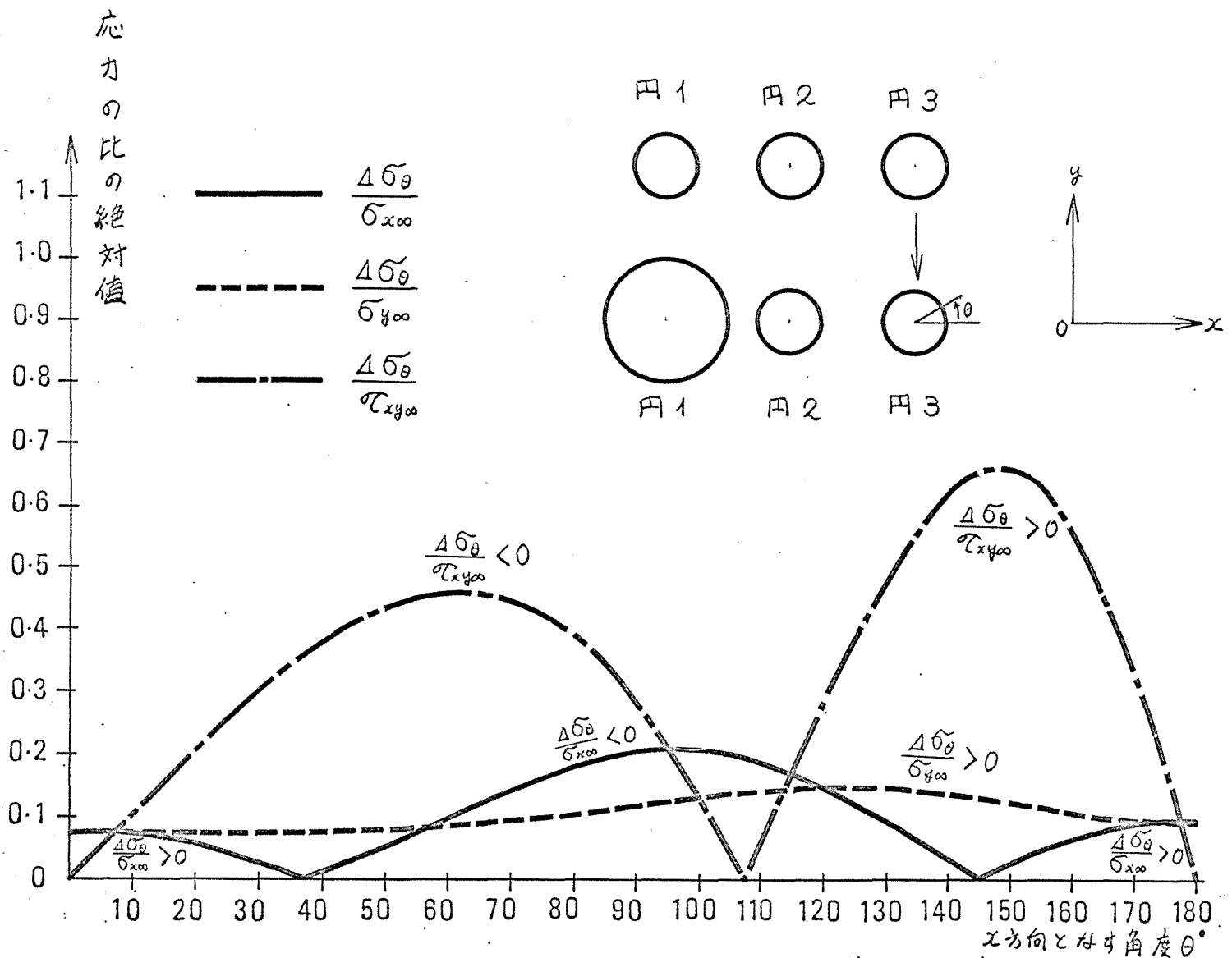
2.6 3円孔(C)と3円孔(F)の周壁上での応力差(C-O₂)と(F-O₂), (C-O₃)と(F-O₃)

第31表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta C,2}^{F,2}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta C,2}^{F,2}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta C,2}^{F,2}/\tau_{xy\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta C,3}^{F,3}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta C,3}^{F,3}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta C,3}^{F,3}/\tau_{xy\infty}$
0	0.1502	0.3617	0.0000	0.0751	0.0735	0.0000
5	0.1486	0.3598	-0.1365	0.0737	0.0734	-0.0540
10	0.1432	0.3544	-0.2685	0.0694	0.0735	-0.1074
15	0.1335	0.3460	-0.3925	0.0623	0.0736	-0.1597
20	0.1186	0.3352	-0.5064	0.0526	0.0737	-0.2100
25	0.0975	0.3228	-0.6097	0.0402	0.0739	-0.2580
30	0.0694	0.3094	-0.7026	0.0253	0.0744	-0.3027
35	0.0336	0.2954	-0.7862	0.0084	0.0752	-0.3436
40	-0.0103	0.2815	-0.8616	-0.0105	0.0762	-0.3798
45	-0.0624	0.2683	-0.9299	-0.0310	0.0778	-0.4104
50	-0.1227	0.2563	-0.9916	-0.0527	0.0799	-0.4347
55	-0.1908	0.2457	-1.0472	-0.0752	0.0826	-0.4516
60	-0.2660	0.2369	-1.0964	-0.0979	0.0859	-0.4602
65	-0.3471	0.2298	-1.1376	-0.1203	0.0900	-0.4596
70	-0.4329	0.2246	-1.1684	-0.1415	0.0947	-0.4487
75	-0.5216	0.2215	-1.1855	-0.1612	0.1001	-0.4270
80	-0.6114	0.2205	-1.1852	-0.1783	0.1060	-0.3934
85	-0.6998	0.2217	-1.1635	-0.1924	0.1124	-0.3475
90	-0.7838	0.2252	-1.1167	-0.2024	0.1190	-0.2892
95	-0.8596	0.2305	-1.0404	-0.2077	0.1256	-0.2184
100	-0.9232	0.2373	-0.9305	-0.2078	0.1318	-0.1360
105	-0.9697	0.2450	-0.7830	-0.2023	0.1376	-0.0431
110	-0.9947	0.2534	-0.5951	-0.1909	0.1424	0.0582
115	-0.9936	0.2631	-0.3664	-0.1739	0.1460	0.1651
120	-0.9625	0.2745	-0.0992	-0.1516	0.1480	0.2738
125	-0.8990	0.2894	0.1999	-0.1250	0.1483	0.3796
130	-0.8028	0.3100	0.5200	-0.0952	0.1467	0.4771
135	-0.6765	0.3397	0.8449	-0.0638	0.1434	0.5602
140	-0.5258	0.3831	1.1527	-0.0322	0.1384	0.6224
145	-0.3599	0.4449	1.4158	-0.0022	0.1321	0.6579
150	-0.1906	0.5280	1.6015	0.0247	0.1248	0.6614
155	-0.0297	0.6314	1.6765	0.0476	0.1172	0.6293
160	0.1112	0.7489	1.6124	0.0660	0.1098	0.5605
165	0.2251	0.8679	1.3949	0.0796	0.1033	0.4568
170	0.3076	0.9716	1.0297	0.0888	0.0981	0.3230
175	0.3569	1.0426	0.5474	0.0940	0.0948	0.1674
180	0.3732	1.0679	0.0000	0.0958	0.0937	0.0000



第 42 図 円 1 を拡大した場合の円 2 の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と無限点で作用する応力の比 ($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$) の絶対値



第 43 図 円 1 を拡大した場合の円 3 の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と無限点で作用する応力の比 ($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$) の絶対値

3円孔の(C-O₂)と3円孔の(F-O₂)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta C,2}^{F,2} / \sigma_{x\infty} = & -0.312 - 0.154 \cos \theta + 0.534 \cos 2\theta - 0.271 \cos 3\theta \\ & + 0.054 \cos 4\theta - 0.002 \cos 5\theta - 0.010 \cos 6\theta \\ & + 0.006 \cos 7\theta - 0.003 \cos 8\theta + 0.001 \cos 9\theta \\ & - 0.001 \cos 10\theta \end{aligned} \quad (270)$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta C,2}^{F,2} / \sigma_{y\infty} = & 0.381 - 0.187 \cos \theta + 0.217 \cos 2\theta - 0.103 \cos 3\theta \\ & + 0.083 \cos 4\theta - 0.048 \cos 5\theta + 0.027 \cos 6\theta \\ & - 0.013 \cos 7\theta + 0.006 \cos 8\theta - 0.002 \cos 9\theta \\ & + 0.001 \cos 10\theta \end{aligned} \quad (271)$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta C,2}^{F,2} / \tau_{xy\infty} = & -0.567 \sin \theta - 0.955 \sin 2\theta + 0.676 \sin 3\theta \\ & - 0.389 \sin 4\theta + 0.148 \sin 5\theta - 0.069 \sin 6\theta \\ & + 0.025 \sin 7\theta - 0.011 \sin 8\theta + 0.004 \sin 9\theta \\ & - 0.002 \sin 10\theta \end{aligned} \quad (272)$$

3円孔の(C-O₃)と3円孔の(F-O₃)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta C,3}^{F,3} / \sigma_{x\infty} = & -0.053 + 0.006 \cos \theta + 0.146 \cos 2\theta - 0.021 \cos 3\theta \\ & - 0.006 \cos 4\theta + 0.005 \cos 5\theta - 0.002 \cos 6\theta \\ & + 0.001 \cos 7\theta \end{aligned} \quad (273)$$

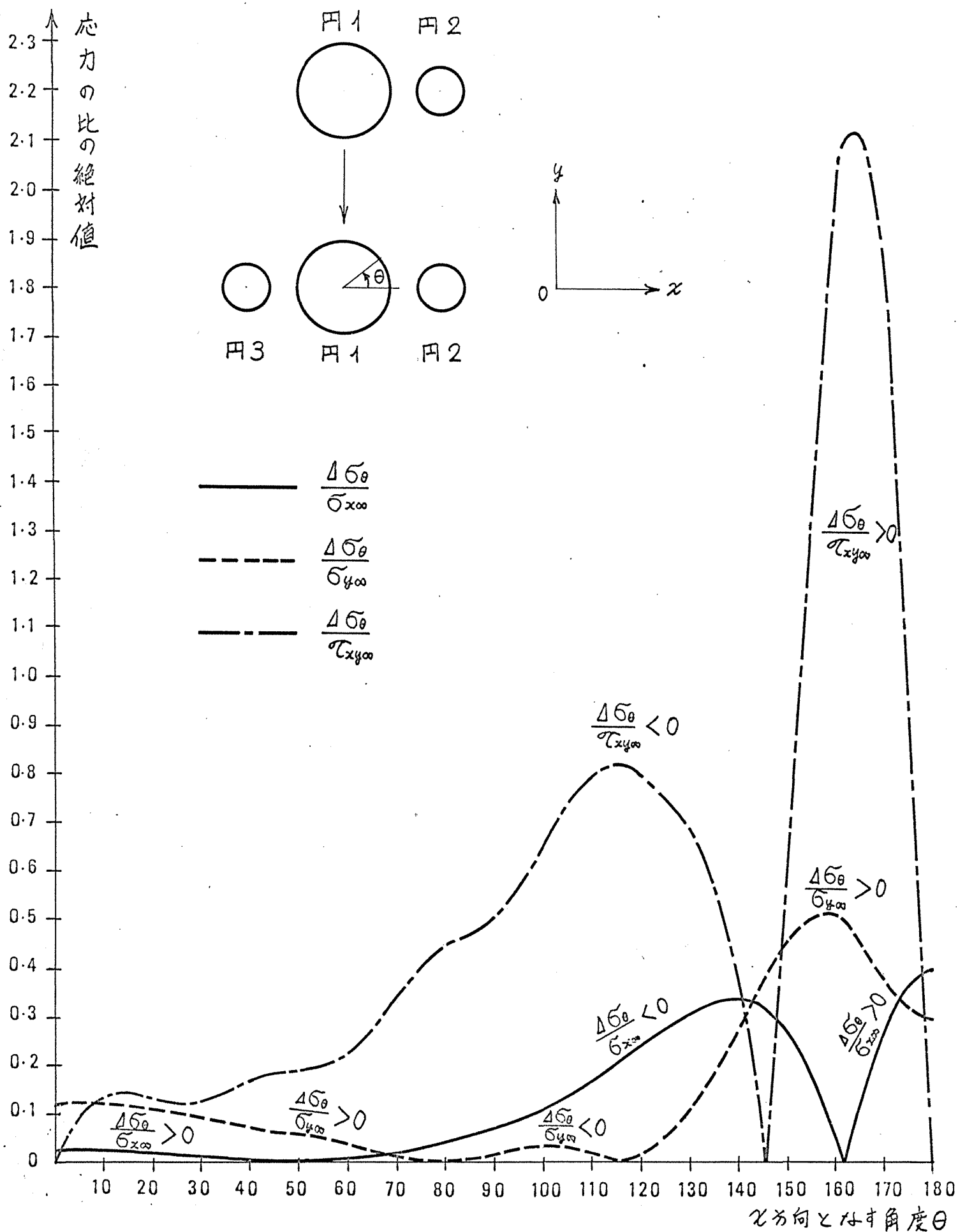
$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta C,3}^{F,3} / \sigma_{y\infty} = & 0.106 - 0.028 \cos \theta - 0.018 \cos 2\theta + 0.017 \cos 3\theta \\ & - 0.005 \cos 4\theta + 0.001 \cos 5\theta \end{aligned} \quad (274)$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta C,3}^{F,3} / \tau_{xy\infty} = & -0.090 \sin \theta - 0.490 \sin 2\theta + 0.216 \sin 3\theta \\ & - 0.067 \sin 4\theta + 0.019 \sin 5\theta - 0.005 \sin 6\theta \\ & + 0.001 \sin 7\theta \end{aligned} \quad (275)$$

2.7 2円孔(D)と3円孔(E)の周壁での応力差(D-O₁)と(E-O₂), (D-O₂)と(E-O₃)

第32表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{D,1}^{E,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{D,1}^{E,2}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{D,1}^{E,2}/\tau_{xy\infty}$	$\Delta\sigma_{D,2}^{E,3}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{D,2}^{E,3}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{D,2}^{E,3}/\tau_{xy\infty}$
0	0.0226	0.1225	0.0000	0.0089	0.0575	0.0000
5	0.0222	0.1227	-0.0800	0.0087	0.0572	-0.0232
10	0.0215	0.1223	-0.1322	0.0083	0.0565	-0.0460
15	0.0205	0.1195	-0.1463	0.0077	0.0552	-0.0681
20	0.0195	0.1127	-0.1347	0.0070	0.0535	-0.0895
25	0.0182	0.1026	-0.1214	0.0059	0.0515	-0.1097
30	0.0163	0.0918	-0.1248	0.0048	0.0490	-0.1285
35	0.0137	0.0824	-0.1461	0.0035	0.0462	-0.1455
40	0.0102	0.0755	-0.1724	0.0021	0.0433	-0.1604
45	0.0058	0.0697	-0.1896	0.0006	0.0401	-0.1726
50	0.0010	0.0624	-0.1953	-0.0009	0.0369	-0.1820
55	-0.0043	0.0521	-0.2017	-0.0024	0.0338	-0.1882
60	-0.0101	0.0394	-0.2255	-0.0037	0.0309	-0.1906
65	-0.0172	0.0266	-0.2740	-0.0053	0.0282	-0.1890
70	-0.0259	0.0162	-0.3382	-0.0059	0.0258	-0.1832
75	-0.0363	0.0084	-0.3987	-0.0167	0.0239	-0.1727
80	-0.0482	0.0015	-0.4414	-0.0071	0.0225	-0.1574
85	-0.0616	-0.0069	-0.4692	-0.0071	0.0217	-0.1372
90	-0.0770	-0.0175	-0.5005	-0.0068	0.0216	-0.1123
95	-0.0948	-0.0280	-0.5547	-0.0061	0.0221	-0.0830
100	-0.1159	-0.0343	-0.6349	-0.0050	0.0234	-0.0497
105	-0.1407	-0.0325	-0.7228	-0.0035	0.0253	-0.0134
110	-0.1690	-0.0215	-0.7890	-0.0018	0.0281	0.0248
115	-0.1999	-0.0024	-0.8131	0.0001	0.0314	0.0638
120	-0.2327	0.0240	-0.7960	0.0020	0.0355	0.1021
125	-0.2663	0.0591	-0.7533	0.0039	0.0403	0.1377
130	-0.2982	0.1081	-0.6904	0.0057	0.0457	0.1687
135	-0.3238	0.1765	-0.5794	0.0072	0.0517	0.1939
140	-0.3348	0.2642	-0.3587	0.0086	0.0584	0.2112
145	-0.3203	0.3612	0.0346	0.0097	0.0656	0.2198
150	-0.2688	0.4479	0.6109	0.0106	0.0733	0.2184
155	-0.1742	0.5008	1.2833	0.0113	0.0811	0.2063
160	-0.0410	0.5039	1.8647	0.0119	0.0889	0.1832
165	0.1122	0.4582	2.1226	0.0123	0.0959	0.1493
170	0.2563	0.3850	1.8772	0.0127	0.1016	0.1057
175	0.3588	0.3192	1.1074	0.0130	0.1052	0.0549
180	0.3960	0.2929	0.0000	0.0131	0.1065	0.0000



第44図 円3をあけた場合の円1の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と無限点で作用する応力の比($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$)の絶対値

2円孔の(D-O₁)と3円孔の(E-O₂)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta D,1}^{E,2} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & -0.060 + 0.057 \cos \theta + 0.092 \cos 2\theta - 0.130 \cos 3\theta \\ & + 0.113 \cos 4\theta - 0.080 \cos 5\theta + 0.049 \cos 6\theta \\ & - 0.028 \cos 7\theta + 0.014 \cos 8\theta - 0.006 \cos 9\theta \\ & + 0.002 \cos 10\theta \end{aligned} \quad (276)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta D,1}^{E,2} / \bar{\sigma}_{y\infty} = & 0.133 - 0.130 \cos \theta + 0.164 \cos 2\theta - 0.049 \cos 3\theta \\ & - 0.013 \cos 4\theta + 0.043 \cos 5\theta - 0.042 \cos 6\theta \\ & + 0.034 \cos 7\theta - 0.024 \cos 8\theta + 0.015 \cos 9\theta \\ & - 0.010 \cos 10\theta + 0.001 \cos 11\theta - 0.001 \cos 11\theta \end{aligned} \quad (277)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta D,1}^{E,2} / \bar{\sigma}_{xy\infty} = & -0.376 \sin \theta - 0.121 \sin 2\theta + 0.439 \sin 3\theta \\ & - 0.563 \sin 4\theta + 0.465 \sin 5\theta - 0.389 \sin 6\theta \\ & + 0.256 \sin 7\theta - 0.186 \sin 8\theta + 0.111 \sin 9\theta \\ & - 0.075 \sin 10\theta + 0.008 \sin 11\theta - 0.006 \sin 12\theta \end{aligned} \quad (278)$$

2円孔の(D-O₂)と3円孔の(E-O₃)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta D,2}^{E,3} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & +0.003 - 0.004 \cos \theta + 0.009 \cos 2\theta + 0.002 \cos 3\theta \\ & - 0.001 \cos 4\theta - 0.001 \cos 5\theta \end{aligned} \quad (279)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta D,2}^{E,3} / \bar{\sigma}_{y\infty} = & 0.049 - 0.016 \cos \theta + 0.029 \cos 2\theta - 0.007 \cos 3\theta \\ & + 0.003 \cos 4\theta - 0.002 \cos 5\theta + 0.001 \cos 6\theta \end{aligned} \quad (280)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_{\theta D,2}^{E,3} / \bar{\sigma}_{xy\infty} = & -0.048 \sin \theta - 0.185 \sin 2\theta + 0.068 \sin 3\theta \\ & - 0.016 \sin 4\theta + 0.004 \sin 5\theta - 0.002 \sin 6\theta \\ & + 0.001 \sin 7\theta \end{aligned} \quad (281)$$

2.8 2円孔(D)と3円孔(F)の周壁での応力差(D-0₁)と(F-0₁), (D-0₂)と(F-0₂)

第33表

角度θ°	$\Delta\sigma_{\theta D,1}^{F,1}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,1}^{F,1}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,1}^{F,1}/\tau_{xy\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,2}^{F,2}/\sigma_{\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,2}^{F,2}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,2}^{F,2}/\tau_{xy\infty}$
0	0.0407	0.0420	0.0000	0.3479	0.0681	0.0000
5	0.0420	0.0425	-0.1596	0.3311	0.0745	-0.3085
10	0.0451	0.0439	-0.2883	0.2828	0.0929	-0.5847
15	0.0474	0.0457	-0.3659	0.2088	0.1200	-0.8020
20	0.0459	0.0474	-0.3881	0.1172	0.1516	-0.9473
25	0.0387	0.0487	-0.3643	0.0173	0.1830	-1.0042
30	0.0254	0.0495	-0.3107	-0.0817	0.2100	-0.9886
35	0.0035	0.0497	-0.2435	-0.1723	0.2296	-0.9096
40	-0.0114	0.0493	-0.1743	-0.2492	0.2404	-0.7842
45	-0.0299	0.0483	-0.1090	-0.3091	0.2422	-0.6304
50	-0.0456	0.0466	-0.0489	-0.3511	0.2358	-0.4645
55	-0.0575	0.0440	0.0058	-0.3757	0.2228	-0.2998
60	-0.0655	0.0407	0.0545	-0.3844	0.2050	-0.1460
65	-0.0699	0.0369	0.0953	-0.3800	0.1843	-0.0094
70	-0.0713	0.0328	0.1267	-0.3640	0.1623	0.1067
75	-0.0701	0.0289	0.1490	-0.3500	0.1405	0.2016
80	-0.0667	0.0254	0.1635	-0.3099	0.1198	0.2760
85	-0.0616	0.0225	0.1726	-0.2758	0.1010	0.3321
90	-0.0555	0.0201	0.1781	-0.2395	0.0845	0.3724
95	-0.0488	0.0182	0.1807	-0.2022	0.0705	0.3999
100	-0.0420	0.0168	0.1801	-0.1653	0.0593	0.4177
105	-0.0351	0.0159	0.1757	-0.1295	0.0506	0.4284
110	-0.0285	0.0155	0.1679	-0.0959	0.0444	0.4351
115	-0.0219	0.0154	0.1578	-0.0649	0.0407	0.4397
120	-0.0156	0.0159	0.1471	-0.0370	0.0393	0.4443
125	-0.0098	0.0166	0.1367	-0.0125	0.0401	0.4497
130	-0.0045	0.0173	0.1265	0.0084	0.0430	0.4559
135	0.0003	0.0181	0.1156	0.0254	0.0479	0.4621
140	0.0044	0.0190	0.1033	0.0390	0.0545	0.4658
145	0.0080	0.0199	0.0897	0.0495	0.0628	0.4638
150	0.0113	0.0208	0.0758	0.0571	0.0722	0.4514
155	0.0140	0.0218	0.0626	0.0627	0.0821	0.4239
160	0.0164	0.0225	0.0504	0.0666	0.0920	0.3772
165	0.0181	0.0231	0.0389	0.0694	0.1009	0.3092
170	0.0193	0.0234	0.0269	0.0715	0.1082	0.2202
175	0.0199	0.0236	0.0139	0.0727	0.1128	0.1148
180	0.0202	0.0237	0.0000	0.0731	0.1144	0.0000

2円孔の(D-0₁)と3円孔の(F-0₁)の周壁における応力差の Fourier 級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta, D, 1}^{F, 1} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & -0.012 - 0.001 \cos \theta + 0.049 \cos 2\theta + 0.021 \cos 3\theta \\ & + 0.001 \cos 4\theta - 0.005 \cos 5\theta - 0.005 \cos 6\theta \\ & - 0.004 \cos 7\theta - 0.002 \cos 8\theta - 0.001 \cos 9\theta \\ & - 0.001 \cos 10\theta \end{aligned} \quad (282)$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta, D, 1}^{F, 1} / \bar{\sigma}_{y\infty} = & 0.030 + 0.016 \cos \theta + 0.007 \cos 2\theta - 0.005 \cos 3\theta \\ & - 0.003 \cos 4\theta - 0.001 \cos 5\theta \end{aligned} \quad (283)$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta, D, 1}^{F, 1} / \tau_{xy\infty} = & 0.078 \sin \theta - 0.143 \sin 2\theta - 0.145 \sin 3\theta \\ & - 0.097 \sin 4\theta - 0.058 \sin 5\theta - 0.035 \sin 6\theta \\ & - 0.021 \sin 7\theta - 0.012 \sin 8\theta - 0.007 \sin 9\theta \\ & - 0.004 \sin 10\theta \end{aligned} \quad (284)$$

2円孔の(D-0₂)と3円孔の(F-0₂)の周壁における応力差の Fourier 級数による表示

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta, D, 2}^{F, 2} / \bar{\sigma}_{x\infty} = & -0.080 - 0.052 \cos \theta + 0.217 \cos 2\theta + 0.162 \cos 3\theta \\ & + 0.063 \cos 4\theta + 0.025 \cos 5\theta + 0.009 \cos 6\theta \\ & + 0.003 \cos 7\theta + 0.001 \cos 8\theta \end{aligned} \quad (285)$$

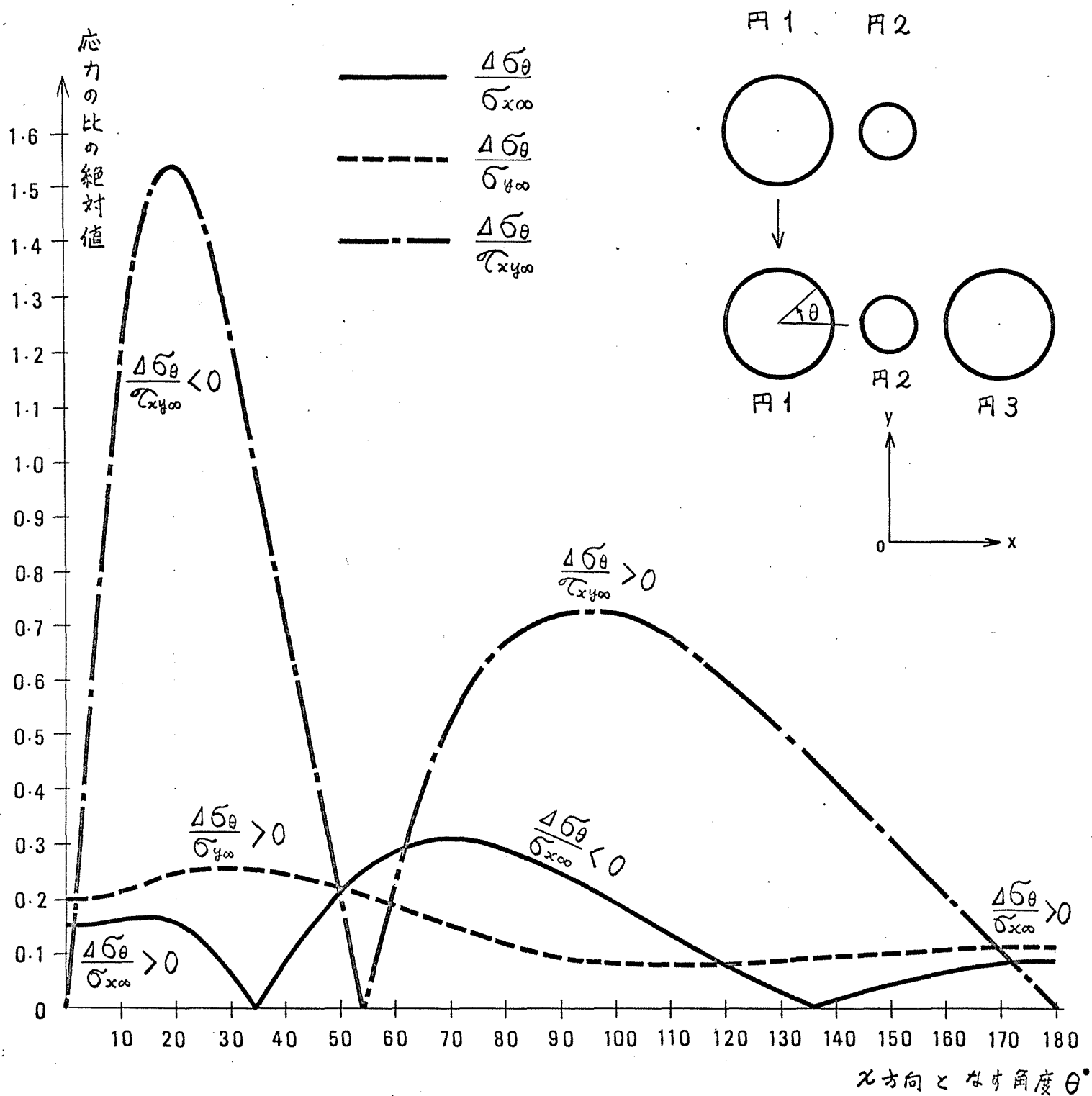
$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta, D, 2}^{F, 2} / \bar{\sigma}_{y\infty} = & 0.117 + 0.060 \cos \theta + 0.009 \cos 2\theta - 0.063 \cos 3\theta \\ & - 0.029 \cos 4\theta - 0.018 \cos 5\theta - 0.005 \cos 6\theta \\ & - 0.002 \cos 7\theta - 0.001 \cos 8\theta \end{aligned} \quad (286)$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{\theta, D, 2}^{F, 2} / \tau_{xy\infty} = & 0.121 \sin \theta - 0.587 \sin 2\theta - 0.304 \sin 3\theta \\ & - 0.250 \sin 4\theta - 0.058 \sin 5\theta - 0.041 \sin 6\theta \\ & - 0.007 \sin 7\theta - 0.005 \sin 8\theta - 0.001 \sin 9\theta \\ & - 0.001 \sin 10\theta \end{aligned} \quad (287)$$

2.9 2円孔(D)と3円孔(G)の周壁での応力差(D-0₁)と(G-0₁), (D-0₂)と(G-0₂)

第34表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta D,1}^{G,1}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,1}^{G,1}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,1}^{G,1}/\tau_{xy\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,2}^{G,2}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,2}^{G,2}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta D,2}^{G,2}/\tau_{xy\infty}$
0	0.1506	0.1960	0.0000	0.6812	1.2883	0.0000
5	0.1542	0.2007	-0.6293	0.6499	1.2644	-1.0566
10	0.1620	0.2131	-1.1375	0.5580	1.1972	-1.9927
15	0.1652	0.2287	-1.4457	0.4113	1.0985	-2.7113
20	0.1540	0.2427	-1.5367	0.2192	0.9839	-3.1549
25	0.1215	0.2516	-1.4461	-0.0050	0.8685	-3.3106
30	0.0676	0.2544	-1.2365	-0.2454	0.7631	-3.2046
35	-0.0019	0.2513	-0.9716	-0.4849	0.6730	-2.8890
40	-0.0773	0.2438	-0.6967	-0.7075	0.5989	-2.4273
45	-0.1490	0.2332	-0.4352	-0.8996	0.5379	-1.8820
50	-0.2098	0.2202	-0.1937	-1.0519	0.4864	-1.3072
55	-0.2560	0.2051	0.0266	-1.1595	0.4412	-0.7448
60	-0.2868	0.1880	0.2221	-1.2213	0.4000	-0.2249
65	-0.3034	0.1694	0.3860	-1.2403	0.3618	0.2335
70	-0.3078	0.1506	0.5127	-1.2200	0.3261	0.6203
75	-0.3018	0.1330	0.6020	-1.1775	0.2931	0.9339
80	-0.2873	0.1177	0.6602	-1.0886	0.2631	1.1778
85	-0.2661	0.1051	0.6966	-0.9897	0.2368	1.3596
90	-0.2408	0.0951	0.7186	-0.8772	0.2147	1.4891
95	-0.2129	0.0872	0.7286	-0.7563	0.1975	1.5763
100	-0.1842	0.0811	0.7256	-0.6322	0.1858	1.6316
105	-0.1555	0.0770	0.7075	-0.5089	0.1797	1.6646
110	-0.1274	0.0748	0.6757	-0.3901	0.1794	1.6850
115	-0.1000	0.0746	0.6352	-0.2787	0.1849	1.7008
120	-0.0738	0.0763	0.5922	-0.1774	0.1966	1.7188
125	-0.0494	0.0789	0.5501	-0.0881	0.2148	1.7420
130	-0.0270	0.0819	0.5087	-0.0123	0.2399	1.7702
135	-0.0072	0.0850	0.4646	0.0490	0.2722	1.7987
140	0.0105	0.0882	0.4151	0.0962	0.3114	1.8178
145	0.0259	0.0915	0.3607	0.1304	0.3567	1.8136
150	0.0396	0.0952	0.3049	0.1534	0.4067	1.7685
155	0.0514	0.0989	0.2518	0.1678	0.4590	1.6635
160	0.0611	0.1020	0.2028	0.1760	0.5106	1.4824
165	0.0683	0.1043	0.1562	0.1803	0.5575	1.2161
170	0.0733	0.1056	0.1079	0.1823	0.5953	0.8670
175	0.0760	0.1065	0.0556	0.1832	0.6199	0.4520
180	0.0769	0.1065	0.0000	0.1834	0.6284	0.0000



第46図 円3をあけた場合の円1の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と無限点で作用する応力の比($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$)の絶対値

2円孔の(D-0₁)と3円孔の(G-0₁)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta D,1}^{G,1}/\sigma_{x\infty} = & -0.063 - 0.015\cos\theta + 0.198\cos 2\theta + 0.087\cos 3\theta \\ & + 0.007\cos 4\theta - 0.018\cos 5\theta - 0.019\cos 6\theta - 0.013\cos 7\theta \\ & - 0.008\cos 8\theta - 0.004\cos 9\theta - 0.002\cos 10\theta\end{aligned}\quad (288)$$

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta D,1}^{G,1}/\sigma_{y\infty} = & 0.143 + 0.080\cos\theta + 0.034\cos 2\theta - 0.021\cos 3\theta \\ & - 0.018\cos 4\theta - 0.009\cos 5\theta - 0.005\cos 6\theta - 0.003\cos 7\theta \\ & - 0.002\cos 8\theta - 0.002\cos 9\theta - 0.001\cos 10\theta\end{aligned}\quad (289)$$

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta D,1}^{G,1}/\tau_{xy\infty} = & 0.318\sin\theta - 0.568\sin 2\theta - 0.578\sin 3\theta - 0.385\sin 4\theta \\ & - 0.230\sin 5\theta - 0.135\sin 6\theta - 0.079\sin 7\theta - 0.047\sin 8\theta \\ & - 0.028\sin 9\theta - 0.017\sin 10\theta - 0.002\sin 11\theta - 0.001\sin 12\theta\end{aligned}\quad (290)$$

2円孔の(D-0₂)と3円孔の(G-0₂)の周壁における応力差のFourier級数による表示

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta D,2}^{G,2}/\sigma_{x\infty} = & -0.323 - 0.206\cos\theta + 0.655\cos 2\theta + 0.433\cos 3\theta \\ & + 0.101\cos 4\theta + 0.027\cos 5\theta - 0.003\cos 7\theta - 0.001\cos 8\theta \\ & - 0.002\cos 9\theta - 0.001\cos 10\theta\end{aligned}\quad (291)$$

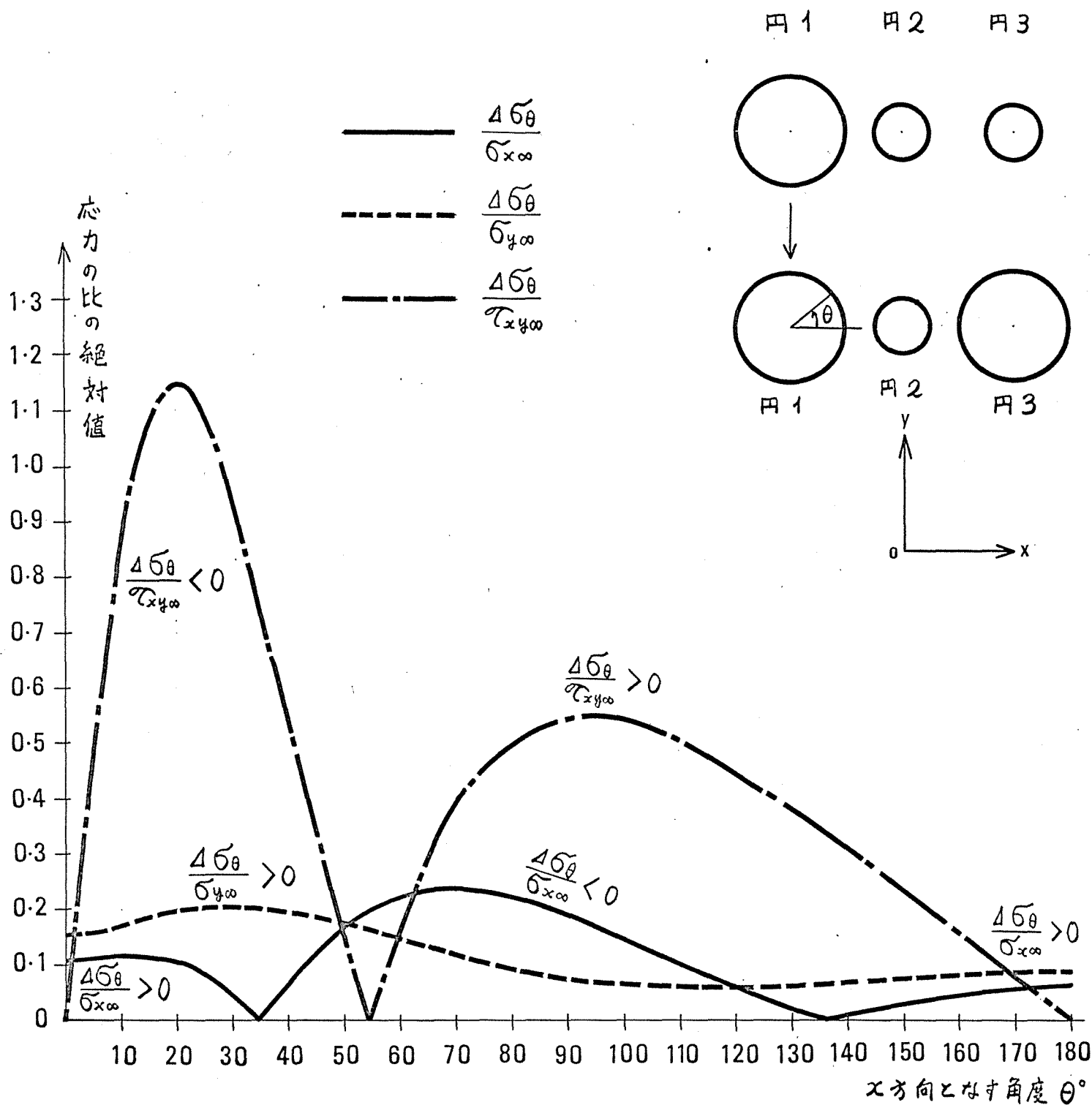
$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta D,2}^{G,2}/\sigma_{y\infty} = & 0.490 + 0.247\cos\theta + 0.343\cos 2\theta + 0.040\cos 3\theta \\ & + 0.091\cos 4\theta + 0.031\cos 5\theta + 0.028\cos 6\theta - 0.010\cos 7\theta \\ & + 0.006\cos 8\theta + 0.002\cos 9\theta + 0.001\cos 10\theta\end{aligned}\quad (292)$$

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{\theta D,2}^{G,2}/\tau_{xy\infty} = & 0.688\sin\theta - 2.000\sin 2\theta - 0.980\sin 3\theta - 0.899\sin 4\theta \\ & - 0.206\sin 5\theta - 0.163\sin 6\theta - 0.032\sin 7\theta - 0.024\sin 8\theta \\ & - 0.005\sin 9\theta - 0.003\sin 10\theta\end{aligned}\quad (293)$$

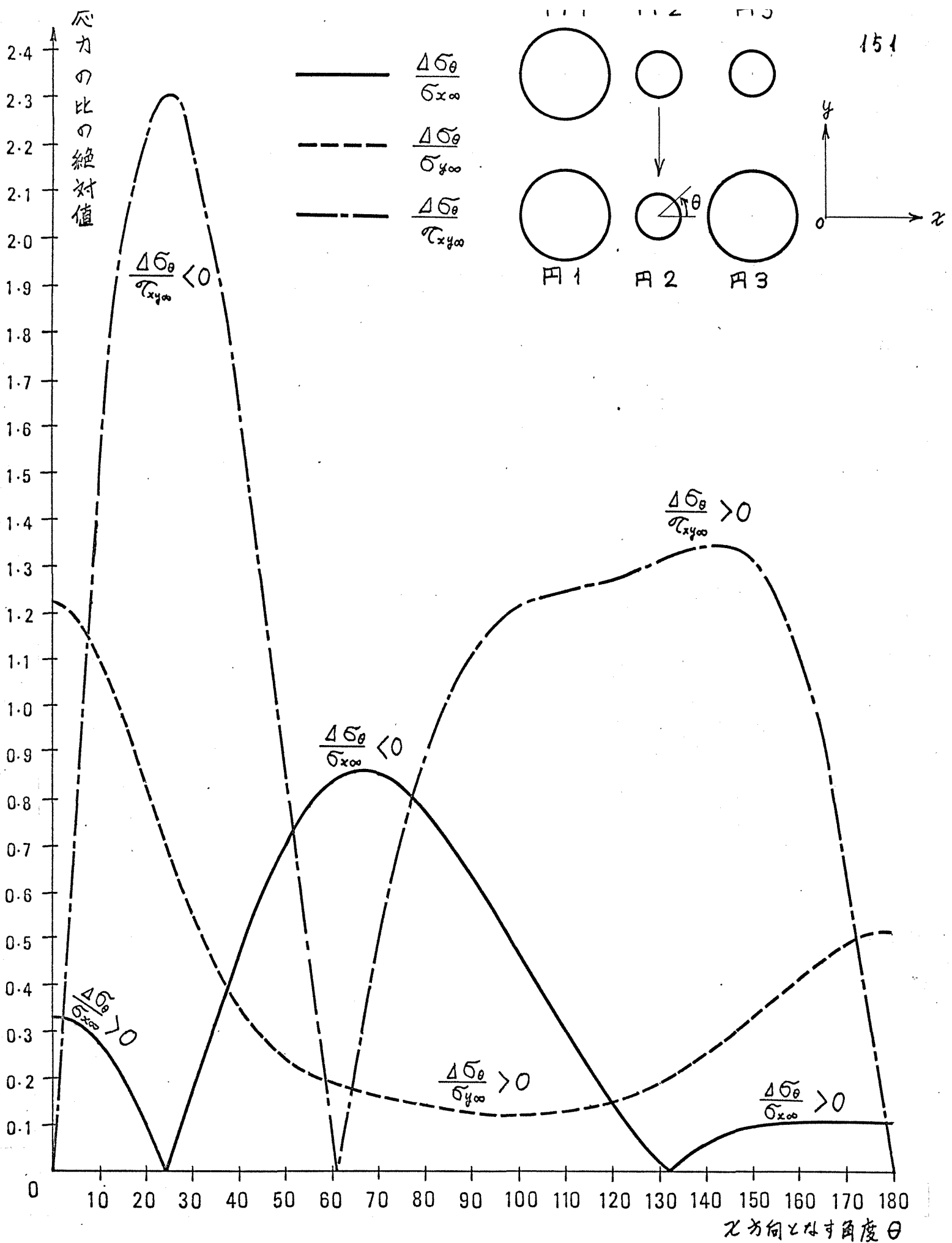
2.10 3円孔 (F) と 3円孔 (G) の周壁での応力差 ($F-Q_1$) と ($G-Q_1$), ($F-Q_2$) と ($G-Q_2$)

第 35 表

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta F,1}^{G,1}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta F,1}^{G,1}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta F,1}^{G,1}/\sigma_{xy\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta F,2}^{G,2}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta F,2}^{G,2}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta F,2}^{G,2}/\sigma_{xy\infty}$
0	0.1099	0.1540	0.0000	0.3333	1.2202	0.0000
5	0.1122	0.1582	-0.4697	0.3188	1.1899	-0.7481
10	0.1169	0.1692	-0.8492	0.2752	1.1043	-1.4080
15	0.1178	0.1830	-1.0798	0.2025	0.9785	-1.9093
20	0.1081	0.1953	-1.1486	0.1020	0.8323	-2.2112
25	0.0828	0.2029	-1.0818	-0.0223	0.6855	-2.3064
30	0.0422	0.2049	-0.9258	-0.1637	0.5531	-2.2160
35	-0.0054	0.2016	-0.7281	-0.3126	0.4434	-1.9794
40	-0.0659	0.1945	-0.5224	-0.4583	0.3585	-1.6431
45	-0.1191	0.1849	-0.3262	-0.5905	0.2957	-1.2516
50	-0.1642	0.1736	-0.1448	-0.7008	0.2506	-0.8427
55	-0.1985	0.1611	0.0208	-0.7838	0.2184	-0.4450
60	-0.2213	0.1473	0.1676	-0.8369	0.1950	-0.0789
65	-0.2335	0.1325	0.2907	-0.8603	0.1775	0.2429
70	-0.2365	0.1178	0.3860	-0.8560	0.1638	0.5136
75	-0.2317	0.1041	0.4530	-0.8275	0.1526	0.7323
80	-0.2206	0.0923	0.4967	-0.7787	0.1433	0.9018
85	-0.2045	0.0826	0.5240	-0.7139	0.1358	1.0275
90	-0.1853	0.0750	0.5405	-0.6377	0.1302	1.1167
95	-0.1641	0.0690	0.5479	-0.5541	0.1270	1.1764
100	-0.1422	0.0643	0.5455	-0.4669	0.1265	1.2139
105	-0.1204	0.0611	0.5318	-0.3794	0.1291	1.2362
110	-0.0989	0.0593	0.5078	-0.2942	0.1350	1.2499
115	-0.0781	0.0592	0.4774	-0.2138	0.1442	1.2611
120	-0.0582	0.0604	0.4451	-0.1404	0.1573	1.2745
125	-0.0396	0.0623	0.4134	-0.0756	0.1747	1.2923
130	-0.0225	0.0646	0.3822	-0.0207	0.1969	1.3143
135	-0.0075	0.0669	0.3490	0.0236	0.2243	1.3366
140	0.0061	0.0692	0.3118	0.0572	0.2569	1.3520
145	0.0179	0.0716	0.2710	0.0809	0.2939	1.3498
150	0.0283	0.0744	0.2291	0.0963	0.3345	1.3171
155	0.0374	0.0771	0.1892	0.1051	0.3769	1.2396
160	0.0447	0.0795	0.1524	0.1094	0.4186	1.1052
165	0.0502	0.0812	0.1173	0.1109	0.4566	0.9069
170	0.0540	0.0822	0.0810	0.1108	0.4871	0.6468
175	0.0561	0.0829	0.0417	0.1105	0.5071	0.3372
180	0.0567	0.0828	0.0000	0.1103	0.5140	0.0000



第48図 円3を拡大した場合の円1の周上での σ_θ の変化量 $\Delta \sigma_\theta$ と無限点で作用する応力の比($\Delta \sigma_\theta / \sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_\theta / \tau_{xy\infty}$)の絶対値



第49図 円3を拡大した場合の円2の周上での σ_{θ} の変化量 $\Delta \sigma_{\theta}$ と無限点で作用する応力の比($\Delta \sigma_{\theta}/\sigma_{x\infty}$, $\Delta \sigma_{\theta}/\sigma_{y\infty}$, $\Delta \sigma_{\theta}/\tau_{xy\infty}$)の絶対値

3円孔の(F-0₁)と3円孔の(G-0₁)の周壁における応力差の Fourier 級数による表示

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta F,1}^{G,1} / \bar{\sigma}_{\infty} = -0.052 - 0.014 \cos \theta + 0.149 \cos 2\theta + 0.066 \cos 3\theta \\ + 0.006 \cos 4\theta - 0.013 \cos 5\theta - 0.014 \cos 6\theta - 0.010 \cos 7\theta \\ - 0.005 \cos 8\theta - 0.002 \cos 9\theta - 0.001 \cos 10\theta \quad (294)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta F,1}^{G,1} / \bar{\sigma}_{4\infty} = 0.114 + 0.064 \cos \theta + 0.028 \cos 2\theta - 0.016 \cos 3\theta \\ - 0.015 \cos 4\theta - 0.008 \cos 5\theta - 0.005 \cos 6\theta - 0.003 \cos 7\theta \\ - 0.002 \cos 8\theta - 0.002 \cos 9\theta - 0.001 \cos 10\theta \quad (295)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta F,1}^{G,1} / \tau_{xy\infty} = 0.240 \sin \theta - 0.426 \sin 2\theta - 0.433 \sin 3\theta - 0.288 \sin 4\theta \\ - 0.172 \sin 5\theta - 0.100 \sin 6\theta - 0.059 \sin 7\theta - 0.035 \sin 8\theta \\ - 0.021 \sin 9\theta - 0.012 \sin 10\theta - 0.001 \sin 11\theta \quad (296)$$

3円孔の(F-0₂)と3円孔の(G-0₂)の周壁における応力差の Fourier 級数による表示

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta F,2}^{G,2} / \bar{\sigma}_{\infty} = -0.243 - 0.154 \cos \theta + 0.439 \cos 2\theta + 0.271 \cos 3\theta \\ + 0.038 \cos 4\theta + 0.002 \cos 5\theta - 0.008 \cos 6\theta - 0.006 \cos 7\theta \\ - 0.002 \cos 8\theta - 0.001 \cos 9\theta \quad (297)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta F,2}^{G,2} / \bar{\sigma}_{4\infty} = 0.373 + 0.187 \cos \theta + 0.334 \cos 2\theta + 0.103 \cos 3\theta \\ + 0.119 \cos 4\theta + 0.048 \cos 5\theta + 0.034 \cos 6\theta + 0.013 \cos 7\theta \\ + 0.007 \cos 8\theta + 0.002 \cos 9\theta + 0.001 \cos 10\theta \quad (298)$$

$$\Delta \bar{\sigma}_{\theta F,2}^{G,2} / \tau_{xy\infty} = 0.568 \sin \theta - 1.413 \sin 2\theta - 0.676 \sin 3\theta - 0.648 \sin 4\theta \\ - 0.148 \sin 5\theta - 0.122 \sin 6\theta - 0.025 \sin 7\theta - 0.019 \sin 8\theta \\ - 0.004 \sin 9\theta - 0.003 \sin 10\theta \quad (299)$$

3. 地圧の決定法

ボーリング等により円孔を坑道壁面から坑道の影響が及ばない位置まであけた後、坑道壁面および孔底から十分離れた孔壁上に歪ゲージを貼附する。

弾性岩盤では岩盤の強度より十分小さな応力の範囲内で円孔の周壁面上における $\bar{\sigma}_\theta$ と ϵ_θ の間には (4-30) 式から次式で示される関係がある。

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \epsilon_\theta + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \epsilon_r \quad (300)$$

歪ゲージをはった円孔の近くにボーリング等による円孔を平行にあけることによる応力の変化量 $\Delta\bar{\sigma}$ と歪の変化量 $\Delta\epsilon$ の関係は (4-31) 式から次式により表わされるものとなる。

$$\Delta\bar{\sigma} = \frac{E}{1-\nu^2} \Delta\epsilon \quad (301)$$

地圧の x, y 方向の直応力成分を S_x, S_y , せん断応力成分を S_{xy} で表わすものとする。地圧を求める場合の未知数は3個となるので歪の変化量を測定する箇所は3点以上必要となる。円孔周壁上の $\theta = \theta_1, \theta_2, \theta_3$ で表わされる3点での歪の変化量をそれぞれ $\Delta\epsilon_{\theta_1}, \Delta\epsilon_{\theta_2}, \Delta\epsilon_{\theta_3}$ で表わすものとする (244) 式と (301) 式から次式が導かれる。

$$\frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_{\theta_1} \\ \Delta\epsilon_{\theta_2} \\ \Delta\epsilon_{\theta_3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{\theta_1} & \Delta Y_{\theta_1} & \Delta T_{\theta_1} \\ \Delta X_{\theta_2} & \Delta Y_{\theta_2} & \Delta T_{\theta_2} \\ \Delta X_{\theta_3} & \Delta Y_{\theta_3} & \Delta T_{\theta_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} \quad (302)$$

円孔の増加の各場合における差応力比 ($\Delta X_\theta, \Delta Y_\theta, \Delta T_\theta$) の値は前節において示してある。

(302) 式から地圧を求めるためには次式を満足する必要がある。

$$D_r = \begin{vmatrix} \Delta X_{\theta_1} & \Delta Y_{\theta_1} & \Delta T_{\theta_1} \\ \Delta X_{\theta_2} & \Delta Y_{\theta_2} & \Delta T_{\theta_2} \\ \Delta X_{\theta_3} & \Delta Y_{\theta_3} & \Delta T_{\theta_3} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (304)$$

上式での D_r は行列式の値を表わすものとする。

D_r の値は測定点を定めると計算できるので (304) 式を満足する3点に歪ゲージを貼附するとよい。

円孔の増加に伴う歪の変化量を測定することにより地圧は次の (305) 式から求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)D_r} \cdot \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{Bmatrix} \quad (305)$$

但し上式での B_1, B_2, B_3 は次式で示される行列式の値である。

$$B_1 = \begin{vmatrix} \Delta \varepsilon_{\theta_1} & \Delta Y_{\theta_1} & \Delta T_{\theta_1} \\ \Delta \varepsilon_{\theta_2} & \Delta Y_{\theta_2} & \Delta T_{\theta_2} \\ \Delta \varepsilon_{\theta_3} & \Delta Y_{\theta_3} & \Delta T_{\theta_3} \end{vmatrix} \quad (306)$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} \Delta X_{\theta_1} & \Delta \varepsilon_{\theta_1} & \Delta T_{\theta_1} \\ \Delta X_{\theta_2} & \Delta \varepsilon_{\theta_2} & \Delta T_{\theta_2} \\ \Delta X_{\theta_3} & \Delta \varepsilon_{\theta_3} & \Delta T_{\theta_3} \end{vmatrix} \quad (307)$$

$$B_3 = \begin{vmatrix} \Delta X_{\theta_1} & \Delta Y_{\theta_1} & \Delta \varepsilon_{\theta_1} \\ \Delta X_{\theta_2} & \Delta Y_{\theta_2} & \Delta \varepsilon_{\theta_2} \\ \Delta X_{\theta_3} & \Delta Y_{\theta_3} & \Delta \varepsilon_{\theta_3} \end{vmatrix} \quad (308)$$

4. 地圧の数値解析例

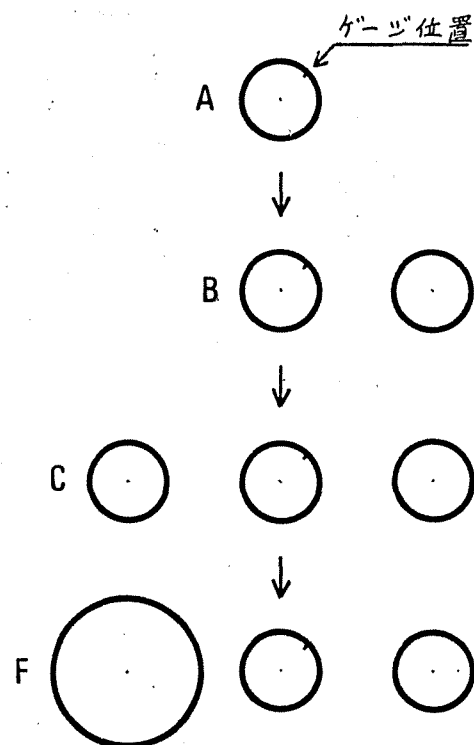
1). 1ゲージによる場合

歪ゲージが1個の場合は円孔の状態変化が3回必要となるので、第27図の中から第50図に示した場合について考察する。この場合の状態変化に伴う差応力比の値はそれぞれ第26, 27, 31表に示してあるので歪ゲージの位置が、 $\theta = 45^\circ$ の場合は、(304)式の行列式値は次式で表れされるものとなる。

$$D_w = \begin{vmatrix} -0.353 & 0.004 & 0.062 \\ 0.256 & 0.059 & 0.268 \\ -0.470 & 0.350 & -0.930 \end{vmatrix}$$

$$= 0.0602$$

(309)



第50図 1ゲージの場合

円孔の状態変化による歪量の変化が次式で示される値をとる場合について考える。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{\theta_{45} A}^B \\ \Delta \varepsilon_{\theta_{45} B}^C \\ \Delta \varepsilon_{\theta_{45} C}^F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -80 \\ 130 \\ -60 \end{Bmatrix} \times 10^{-6} \quad (310)$$

上式において負の値は引張歪を表わすものとする。

(306) ~ (308) 式の各値は次式で示されるものとなる。

$$B_i = \begin{vmatrix} -80 & 0.004 & 0.062 \\ 130 & 0.059 & 0.268 \\ -60 & 0.350 & -0.930 \end{vmatrix} \times 10^{-6} = 15.4 \times 10^{-6} \quad (311-1)$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} -0.353 & -80 & 0.062 \\ 0.256 & 130 & 0.268 \\ -0.470 & -60 & -0.930 \end{pmatrix} \times 10^{-6} = 30.9 \times 10^{-6} \quad (311-2)$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} -0.353 & 0.004 & -80 \\ 0.256 & 0.059 & 130 \\ -0.470 & 0.350 & -60 \end{pmatrix} \times 10^{-6} = 7.74 \times 10^{-6} \quad (311-3)$$

(309), (311) 式の各値を (305) 式に代入し, ヤング率が $E = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ の値を取るものとする。地圧の値 (kg/cm^2) は (312) 式で与えられるものとなる。
但し $\nu = 0$ とした。

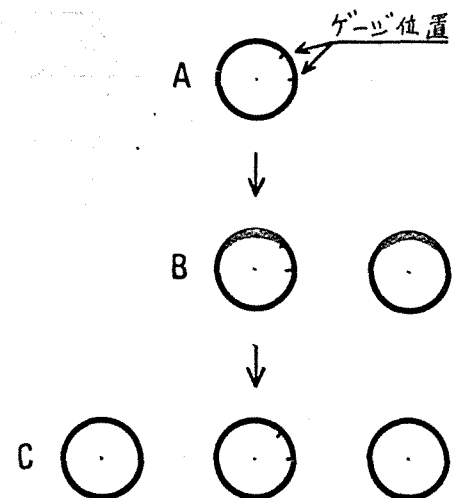
$$\begin{pmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)D_v} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = \frac{4 \times 10^5}{0.0602} \times \begin{pmatrix} 15.4 \\ 30.9 \\ 7.74 \end{pmatrix} \times 10^{-6}$$

$$= \begin{pmatrix} 102 \\ 205 \\ 51.4 \end{pmatrix} \quad (312)$$

2) 2ゲージによる場合

歪ゲージが2個の場合は円孔の状態変化が2回必要となるので第27図の中から第51図に示した場合について考察する。この場合の状態変化に伴う差応力比の値は第26, 27表に示してあるので歪ゲージの位置が $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ の場合の差応力比の行列は次式により表わされるものとなる。

$$\begin{pmatrix} 0.391 & 0.020 & 0 \\ 0.082 & 0.076 & 0 \\ -0.353 & 0.256 & -0.470 \\ 0.004 & 0.050 & 0.350 \end{pmatrix} \quad (313)$$



第51図 2ゲージの場合

(313)の行列の中で2行目は他の行に比べて小さい値なので省略すると
(304)式に示した行列式の値は次式で与えられるものとなる。

$$D_v = \begin{vmatrix} 0.391 & 0.020 & 0 \\ -0.353 & 0.256 & -0.470 \\ 0.004 & 0.050 & 0.350 \end{vmatrix} = 0.0467 \quad (314)$$

各状態変化による $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ での歪の変化量が次式で表わされる
場合について考えるものとする。

$$\begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_{\theta_0 A}^B \\ \Delta \varepsilon_{\theta_{45} A}^B \\ \Delta \varepsilon_{\theta_0 B}^C \\ \Delta \varepsilon_{\theta_{45} B}^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 22 \\ -20 \\ 70 \end{pmatrix} \times 10^{-6} \quad (315)$$

(315)式において $\Delta \varepsilon_{\theta_{45} A}^B$ は(313)の行列での省略した行に対する歪の
変化量なので省くことにより(306)~(308)式で示した各値は次式により示さ
れるものとなる。

$$B_1 = \begin{vmatrix} 100 & 0.020 & 0 \\ -20 & 0.256 & -0.470 \\ 70 & 0.050 & 0.350 \end{vmatrix} \times 10^{-6} = 10.8 \times 10^{-6} \quad (316-1)$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} 0.391 & 100 & 0 \\ -0.353 & -20 & -0.470 \\ 0.004 & 70 & 0.350 \end{vmatrix} \times 10^{-6} = 22.3 \times 10^{-6} \quad (316-2)$$

$$B_3 = \begin{vmatrix} 0.391 & 0.020 & 100 \\ -0.353 & 0.256 & -20 \\ 0.004 & 0.050 & 70 \end{vmatrix} \times 10^{-6} = 6.02 \times 10^{-6} \quad (316-3)$$

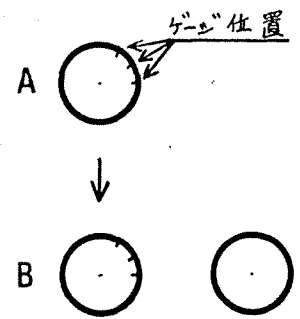
(314), (316) 式の各値を (305) 式に代入し、ヤング率が $E = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ の値をとるものとするとき地圧の値 (kg/cm^2) は次式で与えられるものとなる。

但し $\nu = 0$ とした。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} &= \frac{E}{(1-\nu^2) D_r} \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{Bmatrix} = \frac{4 \times 10^5}{0.0467} \times \begin{Bmatrix} 10.8 \\ 22.3 \\ 6.02 \end{Bmatrix} \times 10^{-6} \\ &= \begin{Bmatrix} 92.5 \\ 191 \\ 51.6 \end{Bmatrix} \quad (317) \end{aligned}$$

3) 3ゲージによる場合

歪ゲージが3個の場合は円孔の状態変化が1回必要なので第27図の中から第52図に示した場合について考察する。この場合の状態変化に伴う差応力比の値は第26表に示してあるので歪ゲージの位置が $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ の場合の (304) 式で示した行列式の値は次式で与えられるものとなる。



第52図 3ゲージの場合

	0.391	0.020	0	
$D_r =$	-0.095	0.200	-0.790	$= 0.0752$
	-0.442	0.232	-0.043	

(318)

状態変化による3点 ($\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$) での歪の変化量が次式の値をとる場合について考えるものとする。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{\theta_0 A}^B \\ \Delta \varepsilon_{\theta_{30} A}^B \\ \Delta \varepsilon_{\theta_{60} A}^B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 100 \\ -20 \\ 0 \end{Bmatrix} \times 10^{-6} \quad (319)$$

(306)~(308) 式の各値は次式により示されるものとなる。

$$B_1 = \begin{vmatrix} 100 & 0.020 & 0 \\ -20 & 0.200 & -0.790 \\ 0 & 0.232 & -0.043 \end{vmatrix} \times 10^{-6} = 17.5 \times 10^{-6} \quad (320-1)$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} 0.391 & 100 & 0 \\ -0.095 & -20 & -0.790 \\ -0.442 & 0 & -0.043 \end{vmatrix} \times 10^{-6} = 34.9 \times 10^{-6} \quad (320-2)$$

$$B_3 = \begin{vmatrix} 0.391 & 0.020 & 100 \\ -0.095 & 0.200 & -20 \\ -0.442 & 0.232 & 0 \end{vmatrix} \times 10^{-6} = 13.0 \times 10^{-6} \quad (320-3)$$

(318), (320) 式の各値を(305)式に代入し, ヤング率 $E = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ の値をとるものとするとき 地圧の値 (kg/cm^2) は次式で与えられるものとなる。

但し $\nu = 0$ とした。

$$\begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2) D_r} \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{Bmatrix} = \frac{4 \times 10^5}{0.0752} \begin{Bmatrix} 17.5 \\ 34.9 \\ 13.0 \end{Bmatrix} \times 10^{-6}$$

$$= \begin{Bmatrix} 93.1 \\ 186 \\ 69.1 \end{Bmatrix} \quad (321)$$

5. 4ゲージによる連続地圧測定法

表記上の簡便さのために応力, 応力比等を次に示すマトリックスにより表わすものとする。

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{\theta_1} \\ \sigma_{\theta_2} \\ \sigma_{\theta_3} \\ \sigma_{\theta_4} \end{Bmatrix} \quad (322), \quad \Sigma = \begin{bmatrix} X_{\theta_1} & Y_{\theta_1} & T_{\theta_1} \\ X_{\theta_2} & Y_{\theta_2} & T_{\theta_2} \\ X_{\theta_3} & Y_{\theta_3} & T_{\theta_3} \\ X_{\theta_4} & Y_{\theta_4} & T_{\theta_4} \end{bmatrix} \quad (323)$$

$$\Delta \sigma = \begin{Bmatrix} \Delta \sigma_{\theta_1} \\ \Delta \sigma_{\theta_2} \\ \Delta \sigma_{\theta_3} \\ \Delta \sigma_{\theta_4} \end{Bmatrix} \quad (324), \quad \Delta \Sigma = \begin{bmatrix} \Delta X_{\theta_1} & \Delta Y_{\theta_1} & \Delta T_{\theta_1} \\ \Delta X_{\theta_2} & \Delta Y_{\theta_2} & \Delta T_{\theta_2} \\ \Delta X_{\theta_3} & \Delta Y_{\theta_3} & \Delta T_{\theta_3} \\ \Delta X_{\theta_4} & \Delta Y_{\theta_4} & \Delta T_{\theta_4} \end{bmatrix} \quad (325)$$

$$S = \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} \quad (326), \quad \Delta_{aft} S = \begin{Bmatrix} \Delta_{aft} S_x \\ \Delta_{aft} S_y \\ \Delta_{aft} S_{xy} \end{Bmatrix} \quad (327)$$

$$\Delta E = \begin{Bmatrix} \Delta E_{\theta_1} \\ \Delta E_{\theta_2} \\ \Delta E_{\theta_3} \\ \Delta E_{\theta_4} \end{Bmatrix} \quad (328), \quad \Delta_{aft} E = \begin{Bmatrix} \Delta_{aft} E_{\theta_1} \\ \Delta_{aft} E_{\theta_2} \\ \Delta_{aft} E_{\theta_3} \\ \Delta_{aft} E_{\theta_4} \end{Bmatrix} \quad (329)$$

$$E_0 = \begin{Bmatrix} E_0 \\ E_0 \\ E_0 \\ E_0 \end{Bmatrix} \quad (330), \quad \Delta_{aft} \sigma = \begin{Bmatrix} \Delta_{aft} \sigma_{\theta_1} \\ \Delta_{aft} \sigma_{\theta_2} \\ \Delta_{aft} \sigma_{\theta_3} \\ \Delta_{aft} \sigma_{\theta_4} \end{Bmatrix} \quad (331)$$

上式において Δ は円孔の増加量による変化量を表わし, Δ_{aft} はその後の地圧の変動に対応する各変化量を表わすものとする。

マトリックス表示により (301), (302) 式に対応する式は次のようになる。

$$\Delta \Phi = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \Delta \mathcal{E} = \Delta \mathbb{X} \cdot \mathcal{S} \quad (332)$$

(325) 式から $\Delta \mathbb{X}$ は 4×3 マトリックスなので 次式で示される $\Delta \mathbb{X}$ の転置マトリックス $\Delta \mathbb{X}^*$ を (332) 式にかけることにより (334) 式を得る

$$\Delta \mathbb{X}^* = \begin{bmatrix} \Delta X_{\theta_1} & \Delta X_{\theta_2} & \Delta X_{\theta_1} & \Delta X_{\theta_1} \\ \Delta Y_{\theta_1} & \Delta Y_{\theta_2} & \Delta Y_{\theta_2} & \Delta Y_{\theta_2} \\ \Delta T_{\theta_1} & \Delta T_{\theta_2} & \Delta T_{\theta_3} & \Delta T_{\theta_3} \end{bmatrix} \quad (333)$$

$$\Delta \mathbb{X}^* \cdot \Delta \mathbb{X} \cdot \mathcal{S} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \Delta \mathbb{X}^* \cdot \Delta \mathcal{E} \quad (334)$$

(334) 式において $\Delta \mathbb{X}^* \cdot \Delta \mathbb{X}$ は 3×3 の正方マトリックスとなるので 二のマトリックスの逆マトリックスを $(\Delta \mathbb{X}^* \cdot \Delta \mathbb{X})^{-1}$ により表わすものとする。求める地圧 \mathcal{S} は次式で与えられるものとなる。

$$\mathcal{S} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot (\Delta \mathbb{X}^* \cdot \Delta \mathbb{X})^{-1} \cdot \Delta \mathbb{X}^* \cdot \Delta \mathcal{E} \quad (335)$$

その後 なんらかの影響で地圧が変化した場合については、地圧の変化量 $\Delta_{aft} \mathcal{S}$ による円孔の周壁での応力の変化量 $\Delta_{aft} \Phi$ と歪の変化量 $\Delta_{aft} \mathcal{E}$ は (300), (329), (241) 式に対応する関係として次式のように表わすことができる。

$$\frac{E}{1-\nu^2} (\Delta_{aft} \mathcal{E} + \nu \mathcal{E}_0) = \Delta_{aft} \Phi = \mathbb{X} \cdot \Delta_{aft} \mathcal{S} \quad (336)$$

(336) 式を未知量 \mathcal{E}_0 , $\Delta_{aft} \mathcal{S}$ についてまとめると次式となる。

$$\mathbb{X} \cdot \Delta_{aft} \mathcal{S} - \frac{\nu E}{1-\nu^2} \mathcal{E}_0 = \frac{E}{1-\nu^2} \Delta_{aft} \mathcal{E} \quad (337)$$

(337) 式の未知量をまとめて $\Delta_{ast} S_L$ により表わすと次式を得る。

$$\mathbb{X}_L \cdot \Delta_{ast} S_L = \frac{E}{1-\nu^2} \Delta_{ast} \mathbb{E} \quad (338)$$

但し上式において \mathbb{X}_L , $\Delta_{ast} S_L$ は次の量を表わすものとする

$$\mathbb{X}_L = \begin{bmatrix} X_{\theta_1} & Y_{\theta_1} & T_{\theta_1} & 1 \\ X_{\theta_2} & Y_{\theta_2} & T_{\theta_2} & 1 \\ X_{\theta_3} & Y_{\theta_3} & T_{\theta_3} & 1 \\ X_{\theta_4} & Y_{\theta_4} & T_{\theta_4} & 1 \end{bmatrix}, \quad \Delta_{ast} S_L = \begin{pmatrix} \Delta_{ast} S_x \\ \Delta_{ast} S_y \\ \Delta_{ast} S_{xy} \\ -\frac{\nu E}{1-\nu^2} \mathbb{E}_0 \end{pmatrix}$$

(338) 式から $\Delta_{ast} S_L$ は次のように定められる。

$$\Delta_{ast} S_L = \frac{E}{1-\nu^2} \mathbb{X}_L^{-1} \cdot \Delta_{ast} \mathbb{E} \quad (339)$$

その後の地圧は次式で与えられるものとなる。

$$S_{ast} = S + \Delta_{ast} S \quad (340)$$

第3章 モデル実験による考察

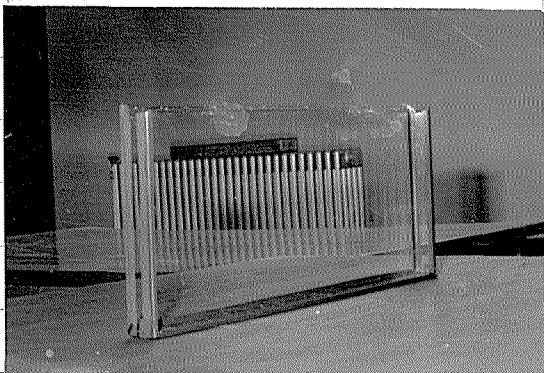
1. 本実験の目的

本実験は円孔の増加による差応力が理論通り発生するかどうかを調べる目的で行なった。

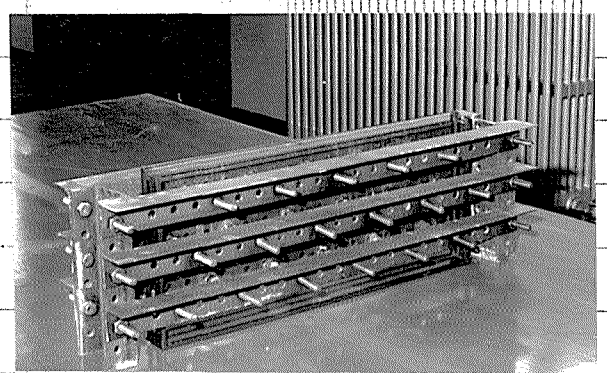
2. 試料

実験に用いた試料は岩石になるべく物理的性質が類似するもので穿孔しやすいものという観点から石膏を用いた。

第53, 54図に型枠と型枠の固定の状態を示した。



第53図 型 枠



第54図 型枠の固定状態

試料寸法は $50^{\text{cm}} \times 20^{\text{cm}} \times 2.5^{\text{cm}}$ の平板とし、平らな面を出すために型枠は厚さ5mmのガラス板を用い、ガラス板が変形しないように鉄枠で型枠を固定した。

石膏を水にといた溶液が型枠内に均一に流れるようにするため焼き石膏と水の重量比を1にとり、型枠中の石膏溶液に含まれた空気の排出に努めた。

石膏試料の単軸圧縮強度と圧裂引張強度およびヤング率を求めるために上記の石膏溶液の一部を用いて円筒形試料を作製した。型枠は内径 3.77^{ϕ}_{cm} の厚紙でできた中空円筒を用いた。

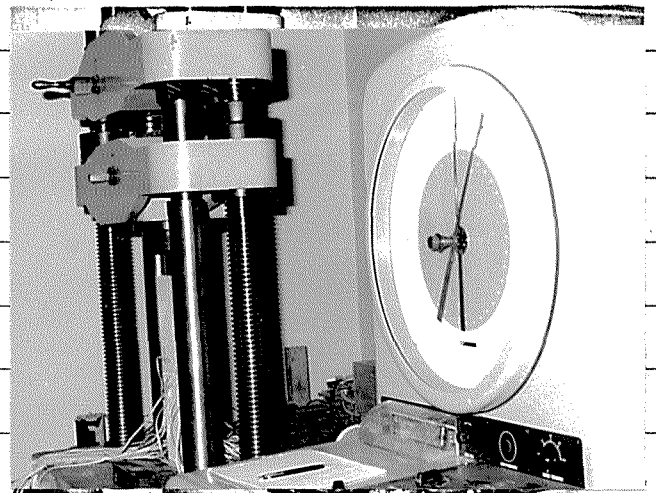
乾燥は室内における自然乾燥とし、乾燥期間は約2ヵ月とした。

3. 実験方法

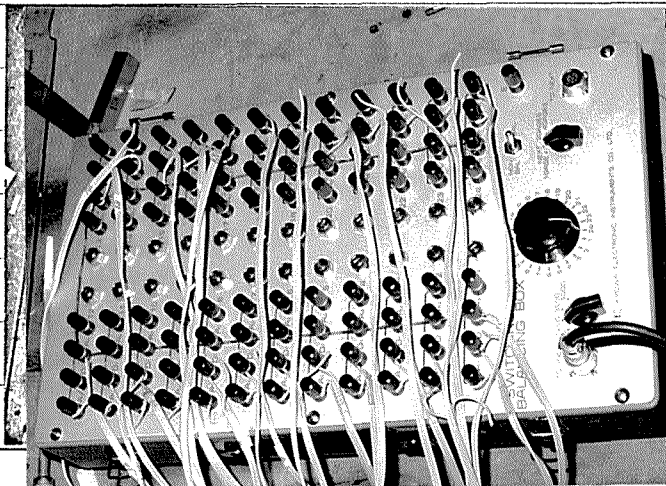
1) 荷重装置および歪測定機器

荷重装置は第55図に示した島津製RH型50t万能試験機を用い、試験は2.5tレンジで、荷重速度は約 0.5 kg/sec とした。

用いた歪ゲージは共和製KFC-5-C1-11, ゲージ長5mm, KFC-03-C1-11, ゲージ長0.3mmの2種類であり、ゲージ抵抗 120Ω , ゲージファクター2.1である。接着剤はCC-15(アロンアルファ)を用いた。



第55図 荷重装置



第56図
スイッチ
ボックス



第57図 静歪測定器

歪量は第56図に示した共和製タ点切換スイッチボツツス SS-R24J を通し、第57図に示した共和製静的歪測定器 SM-60AT により読んだ。

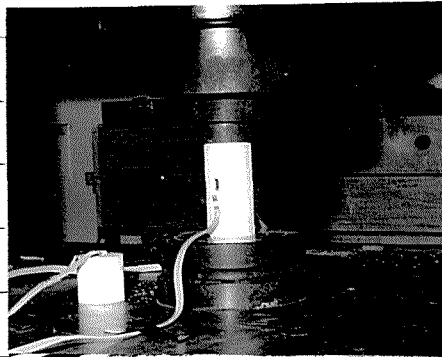
2) ヤング率および破壊強度の測定

本実験ではヤング率の測定と破壊強度の測定を同時に行なった。

第58図と第59

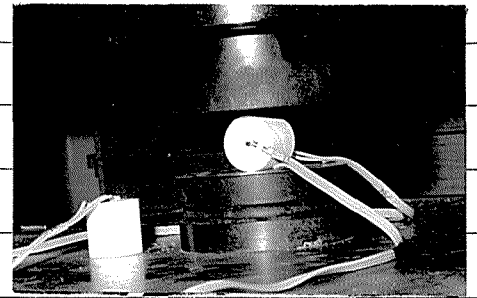
図に単軸圧縮試験と圧裂引張試験の状態を示した。

単軸圧縮試験では荷重を25kg増加す



る毎に、圧裂引張試験では荷重を10kg増加

第58図 単軸圧縮試験

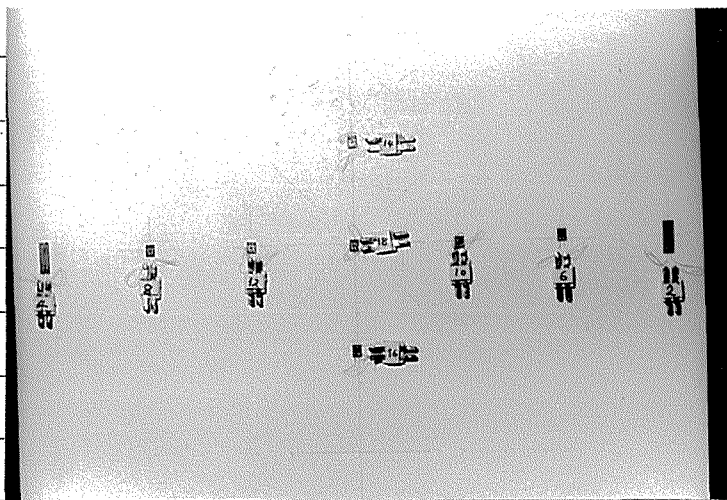


第59図 圧裂引張試験

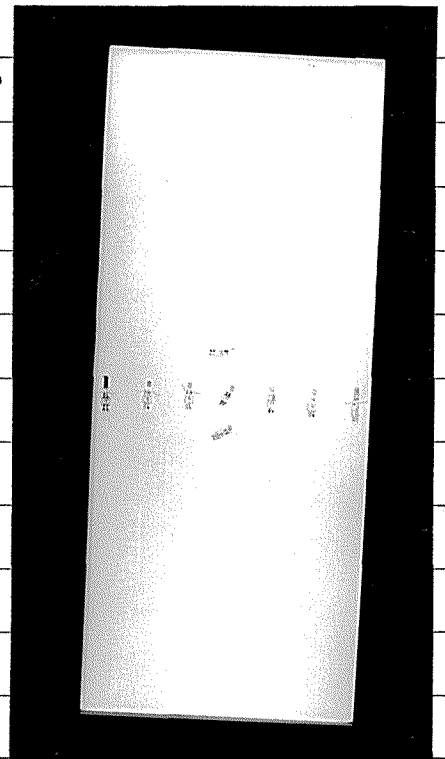
する毎に歪を記録し、応力-歪線図からヤング率を求めた。

3) 円孔の増加による差歪の測定

石膏平板内の応力状態を知るために歪ゲージを第60, 61図に示す位置に貼附した。



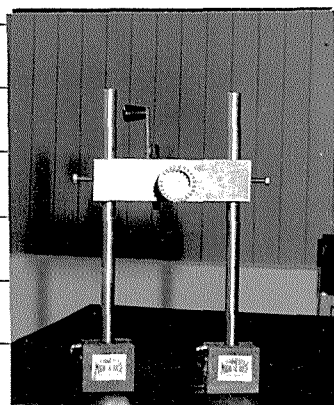
第61図 ゲージ位置拡大図
(裏側)



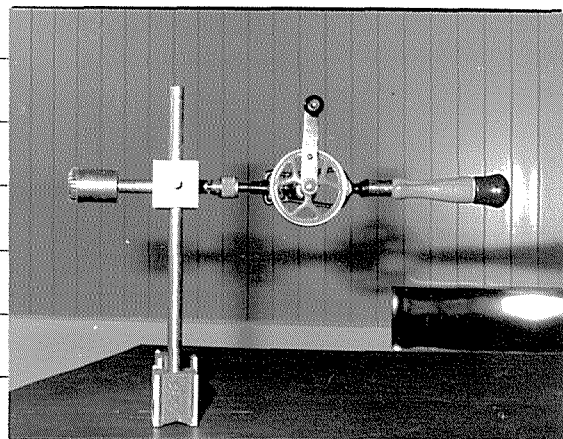
第60図 歪ゲージ位置
(表側)

石膏平板に一定荷重を加えた状態で穿孔を行なった。穿孔装置を第62, 63図に示した。本実験における穿孔直径は4cm^φであり、

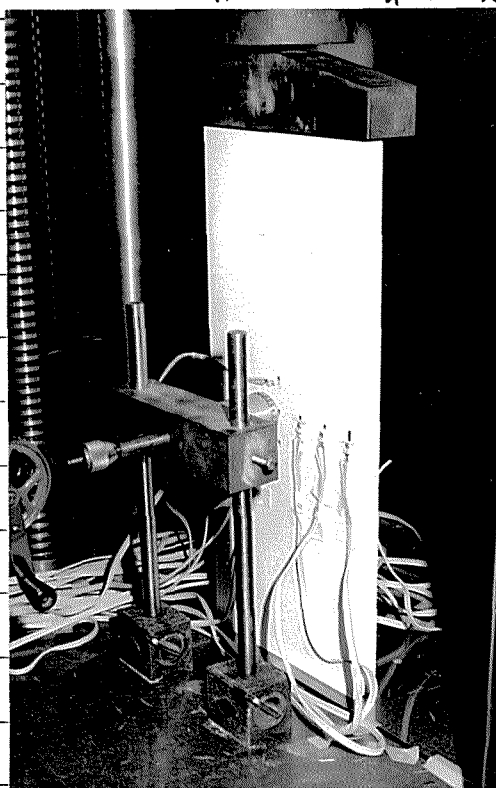
コアの直径は 3cm^{ϕ} である。第64～71図に実験の手順を示した。



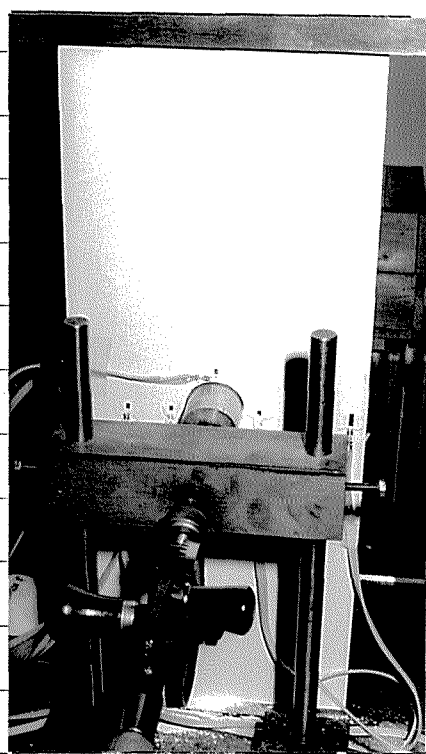
第62図 穿孔装置(正面図)



第63図 穿孔装置(側面図)



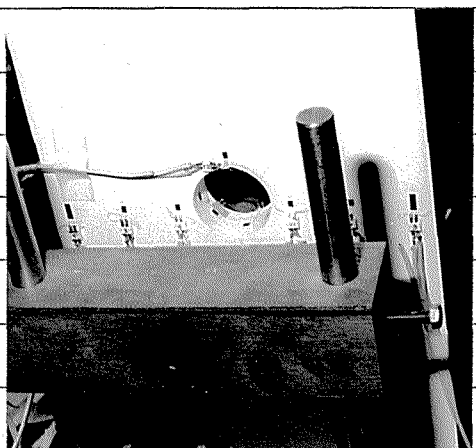
第64図 穿孔直前



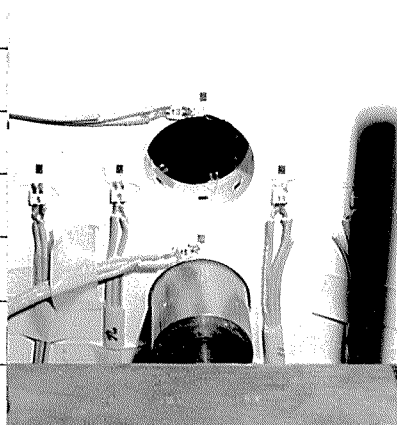
第65図 穿孔状態



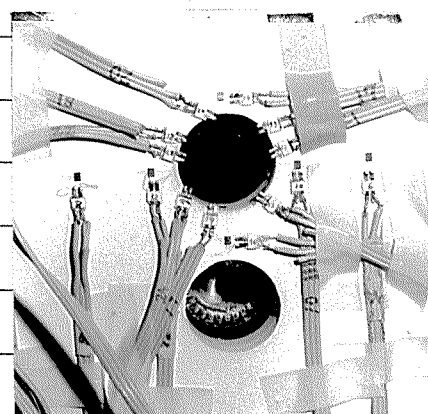
第66図 貫通状態



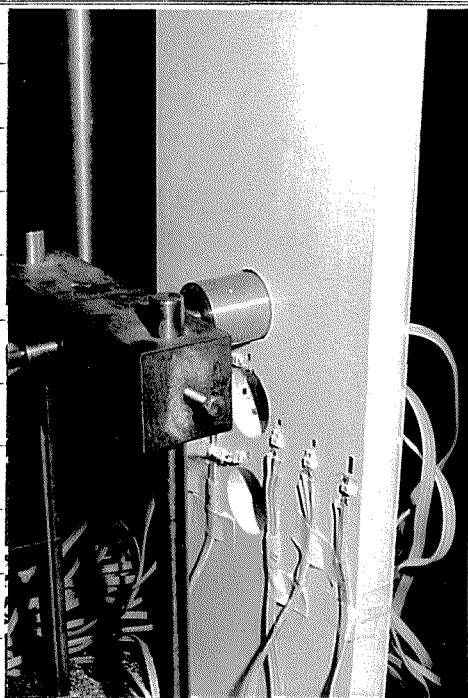
第67図 歪ゲージの貼附



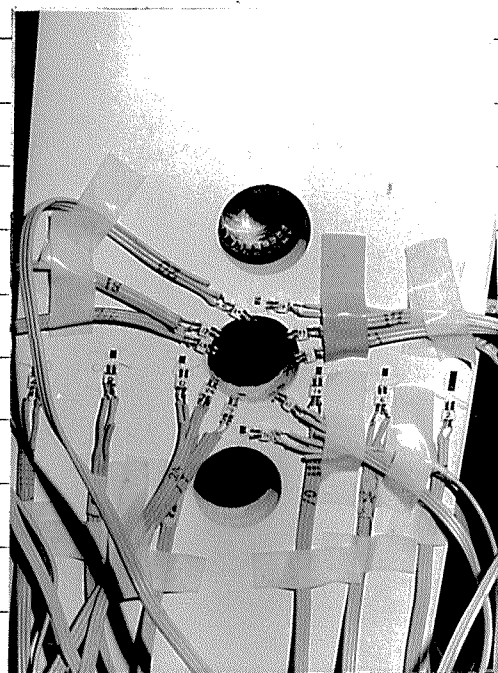
第68図 2番目の円孔を穿孔



第69図 2円孔完成



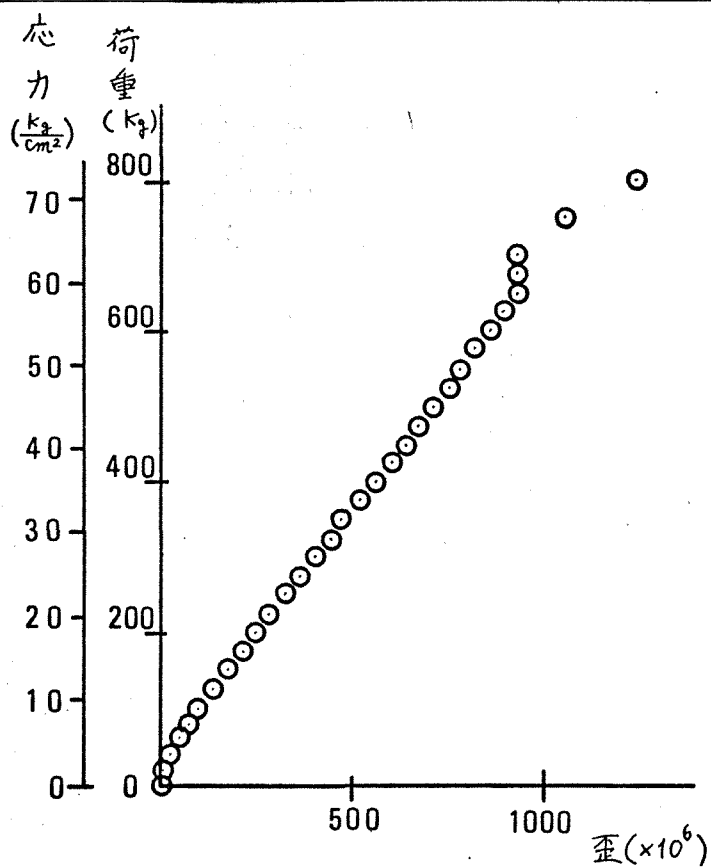
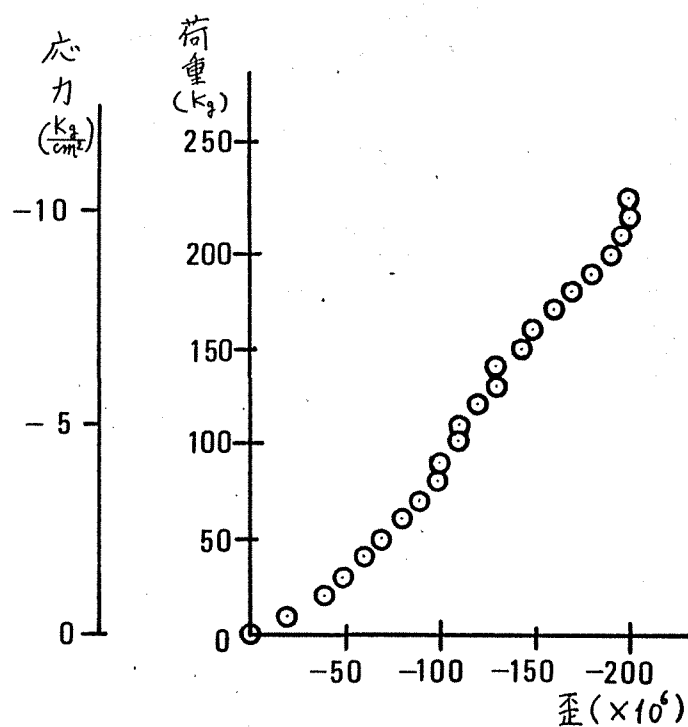
第70図 3番目の円孔を穿孔



第71図 3円孔完成

4. 実験結果

1). ヤング率 および 破壊強度

第72図 応力(荷重)－歪線図
(単軸圧縮試験)第73図 応力(荷重)－歪線図
(圧裂引張試験)

第72, 73図に単軸圧縮, 圧裂引張試験における応力(荷重)と歪の測定結果を示した。応力と歪は圧縮の場合と正として表わした。単軸圧縮の場合は荷重が25kg増加する毎に, 圧裂引張の場合は荷重が10kg増加する毎に歪を測定した。応力は単軸圧縮の場合は(341)式から, 圧裂引張の場合は(342)式から求めた。

$$\sigma = P/A \quad (341)$$

$$\sigma = -(2P)/(\pi d l) \quad (342)$$

但し上式においては P : 荷重(kg), A : 荷重を受けている断面積(cm^2), d : 直径(cm), l : 長さ(cm)である。

第36表にヤング率と破壊強度の結果を示した。ヤング率は第72, 73図で示したような図を各試料毎に作成し直線部分の傾きから求めた。

破壊強度は各試験毎における破壊時の荷重を(341), (342)式にそれぞれ代入して求めた。

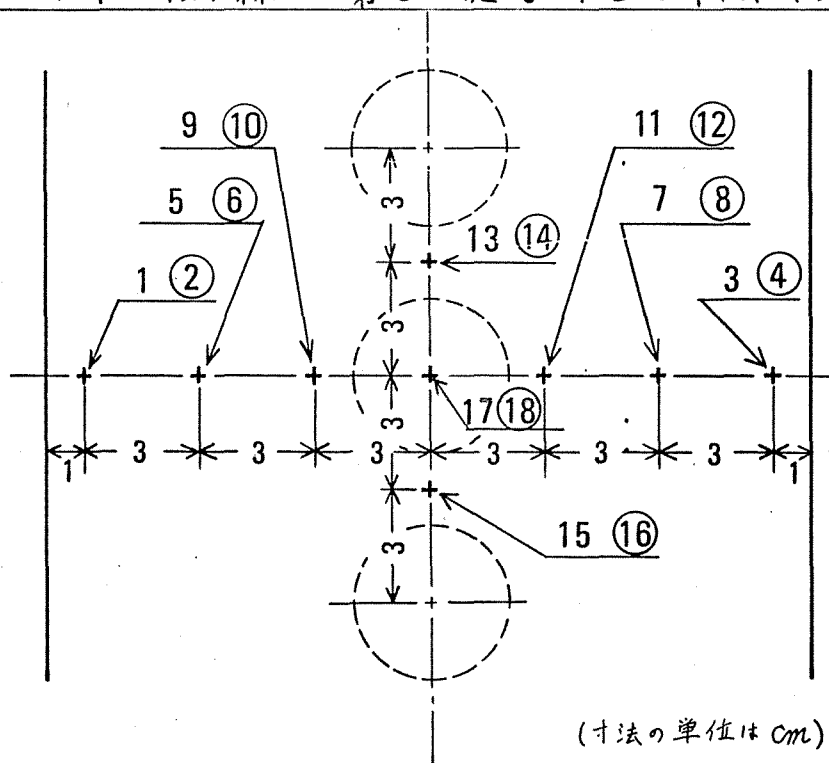
第36表 ヤング率および破壊強度

試験種類	試料寸法		ヤング率 kg/cm^2	平均 ヤング率	破壊荷重 kg	破壊強度 kg/cm^2	平均破壊強度
	直径(cm)	長さ(cm)					
単軸圧縮試験	3.76	6.62	5.75×10^4	4.73×10^4	800	72.1	67.4
	3.77	7.18	4.16×10^4		700	62.7	
圧裂引張試験	3.77	3.21	4.73×10^4		213	11.2	11.0
	3.80	3.71	4.29×10^4		240	10.8	

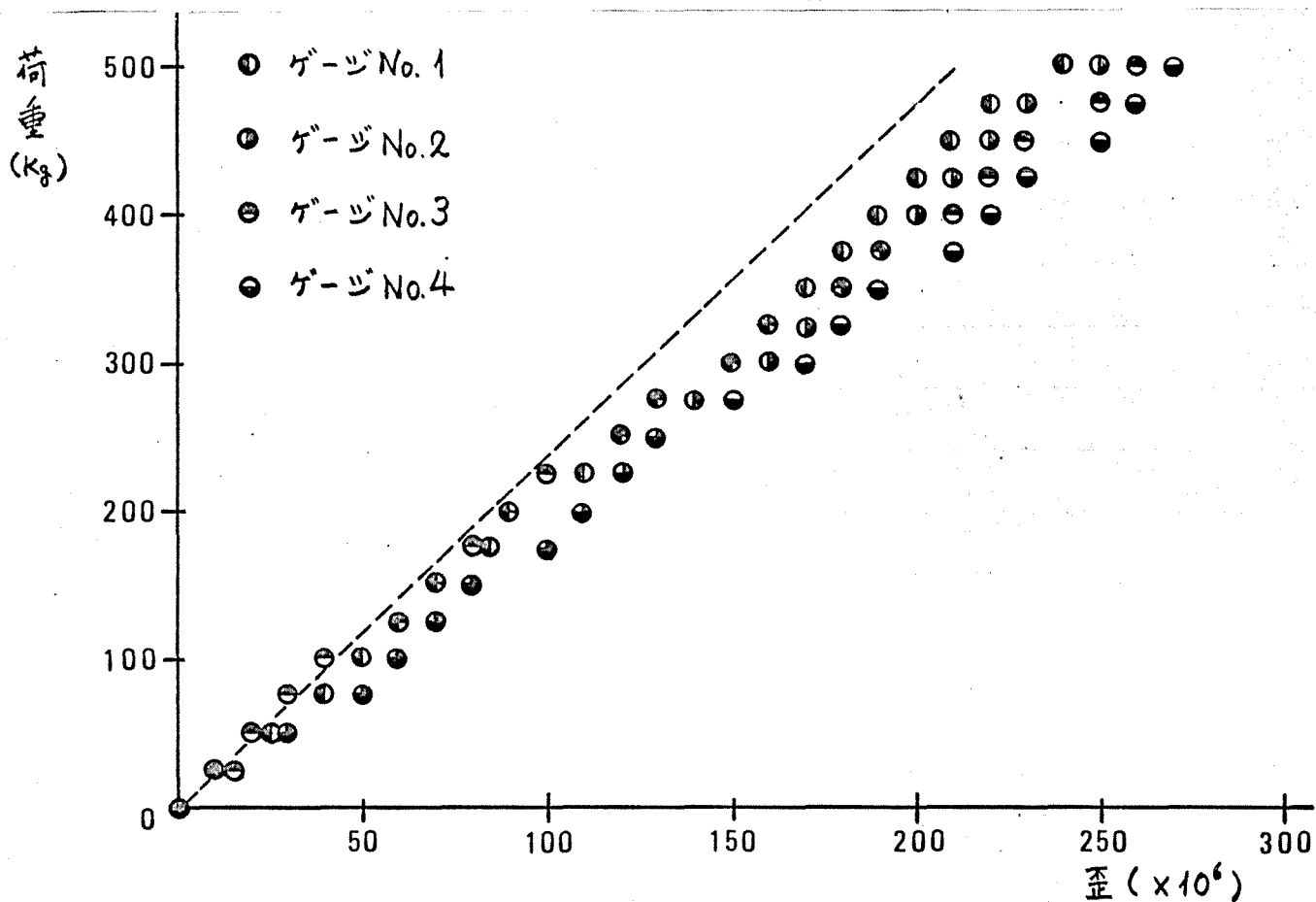
2). 穿孔前の平板内の応力分布

穿孔前の平板内の応力分布を知るために第74図に示した各位置での歪を測定した。各位置での荷重に対する歪の測定値を第75~77図に示した。但し接着不良の個所の測定値は省いてある。

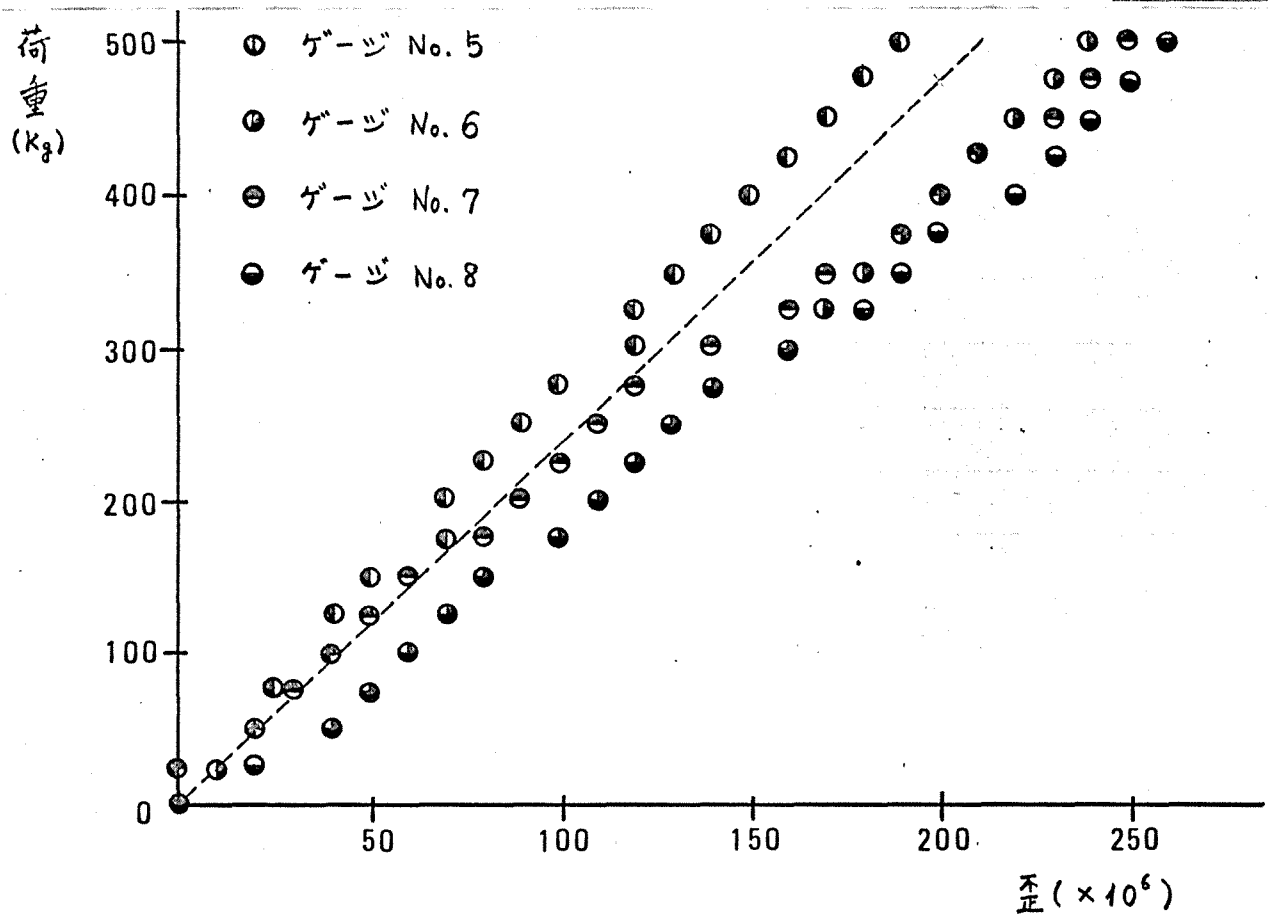
第74～77図中の破線は第36表で示した平均ヤング率に対応するものである。



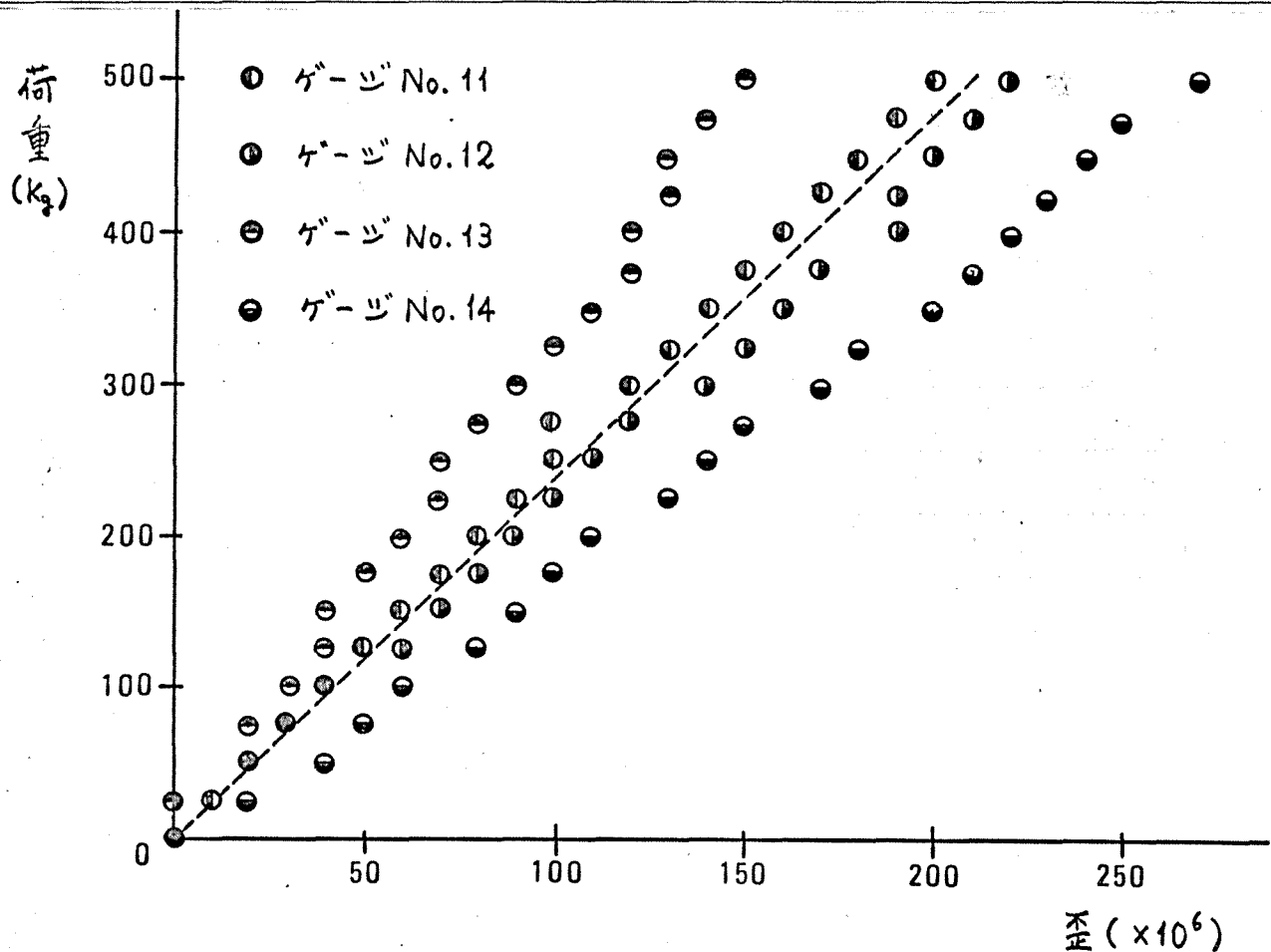
第74図 ゲージ位置およびゲージ番号
(丸で囲まれた番号は裏面上のゲージ)



第75図 荷重－歪線図 (ゲージ No. 1, 2, 3, 4)



第76図 荷重 - 歪線図 (ゲージ No. 5, 6, 7, 8)

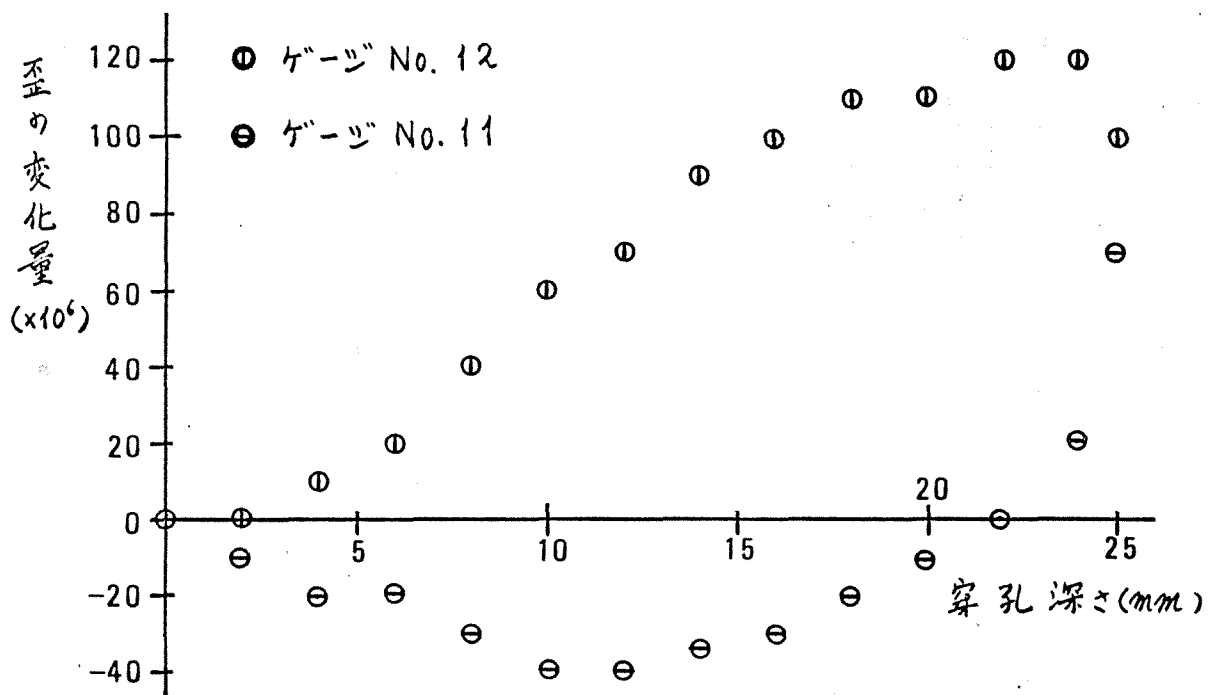


第77図 荷重 - 歪線図 (ゲージ No. 11, 12, 13, 14)

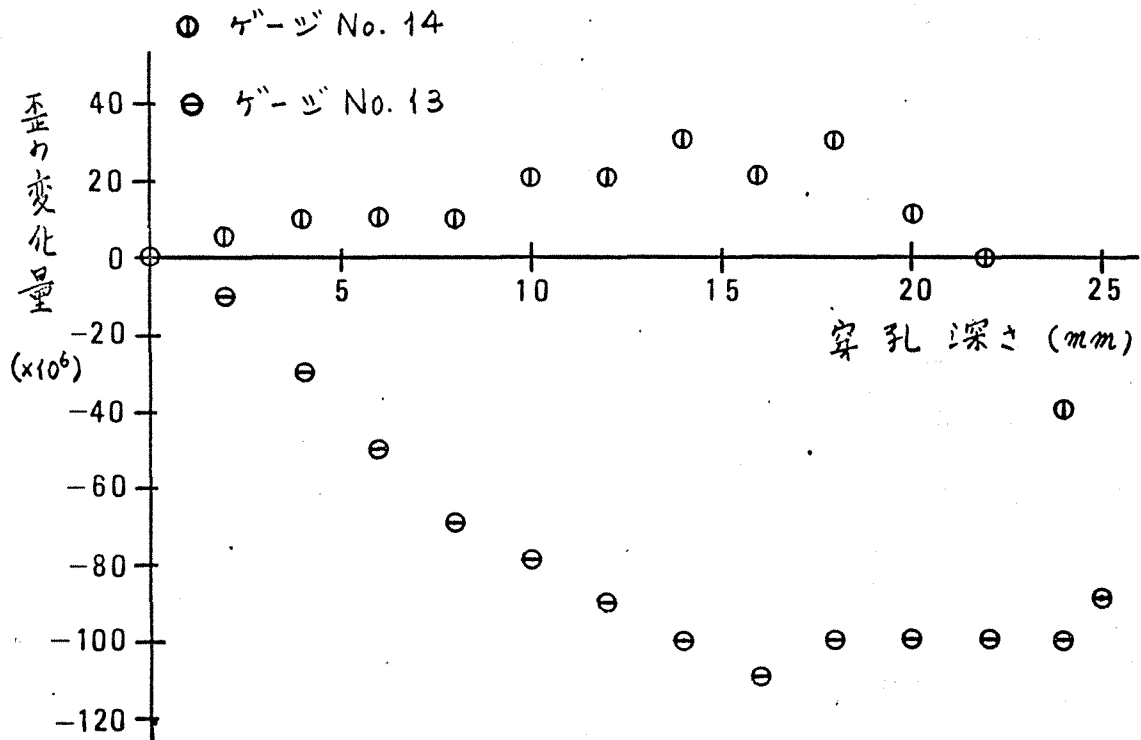
3) 穿孔深さによる歪の変化量

i) 1円孔を穿孔した場合

ゲージ No. 11, 12 および 13, 14 での穿孔深さに対する歪の変化量を第78, 79図に示した。歪の変化量は穿孔直前の歪の値と穿孔深さが、2mm 増す毎に測定した歪の値の差から求めた。



第78図 穿孔による歪の変化量(ゲージNo. 11, 12)

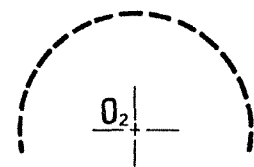
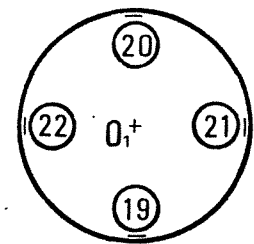
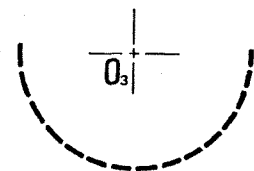


第79図 穿孔による歪の変化量
 (ゲージ No. 13, 14)

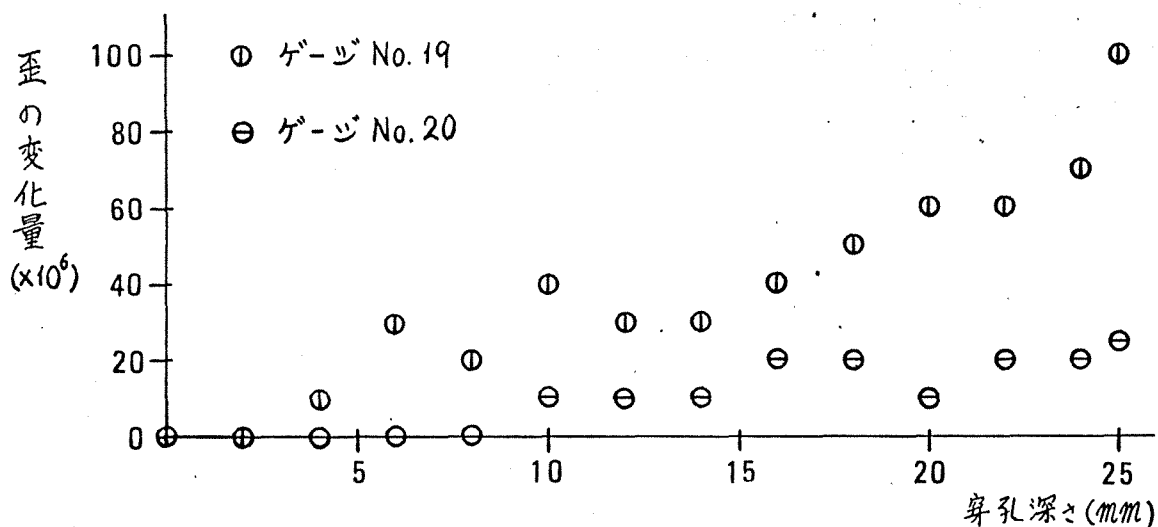
ii) 2番目の円孔(下側)を穿孔した場合
 1番目の円孔(O_1)の周壁に貼附した
 歪ゲージの位置および番号を第80図に
 示した。

円孔(O_1)の下側に2番目の円孔(O_2)
 を、穿孔した場合の穿孔深さによる周
 壁(ゲージ No. 19, 20, 21, 22)での歪の
 変化状態を第81, 82図に示した。

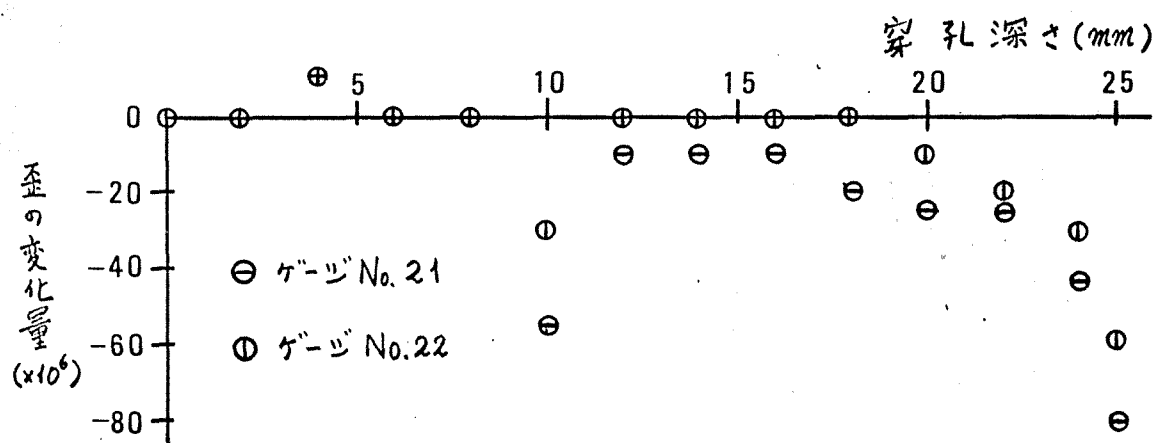
歪の変化量は穿孔直前の歪の値と
 穿孔深さが2mm増す毎に測定した歪
 の値の差から求めた。



第80図 円孔周壁上の歪ゲージの
 位置および番号



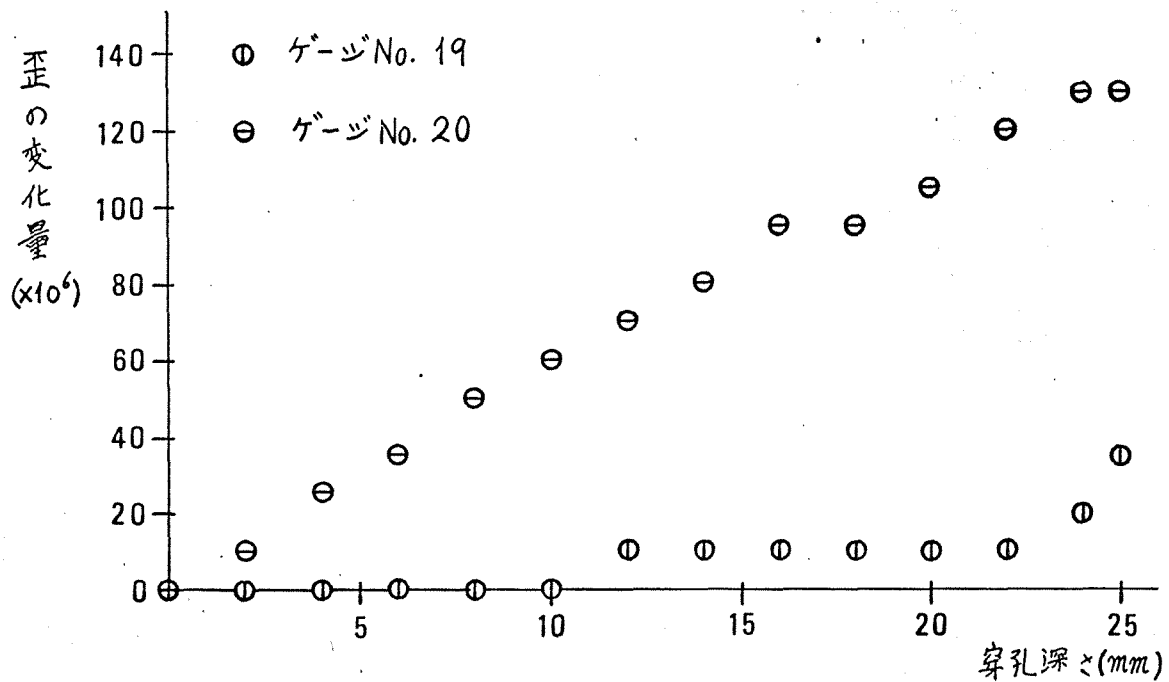
第 81 図 穿孔による歪の変化量(ゲージ No. 19, 20)



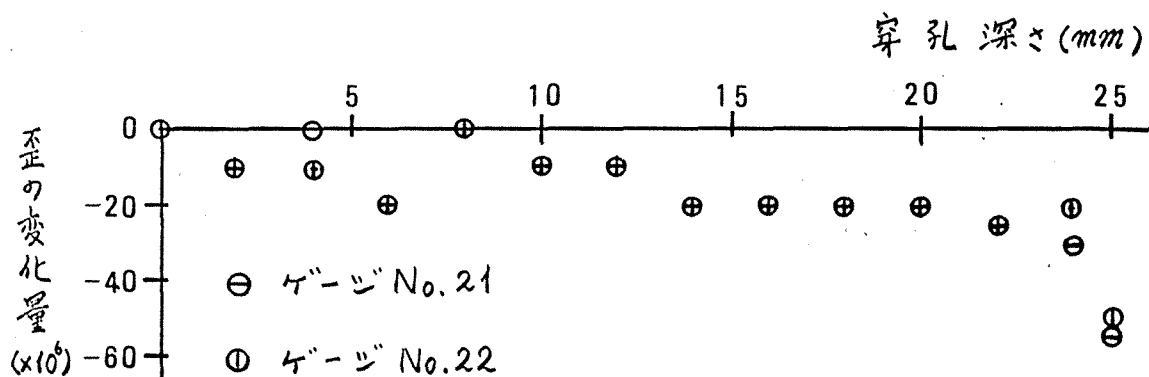
第 82 図 穿孔による歪の変化量(ゲージ No. 21, 22)

iii) 3番目の円孔 O_3 (円孔 O_1 の上部) を穿孔した場合

円孔 O_1 の上部に3番目の円孔 O_3 を穿孔した場合の穿孔深さによる円孔 O_1 の周壁(ゲージ No. 19, 20, 21, 22)での歪の変化状態を第83, 84 図に示した。



第 83 図 穿孔による歪の変化量(ゲージ No. 19, 20)



第 84 図 穿孔による歪の変化量(ゲージ No. 21, 22)

iv) 円孔数の増加による歪の変化量

第36表に荷重方向の歪の穿孔直前の値および円孔数の増加による変化量を示した。

第37表に円孔 O_1 の周壁における歪の円孔数の増加による変化量を示した。歪の変化量は測定値 $\Delta \varepsilon_\theta$ および円孔がない場合の歪測定個所の歪(荷重を除荷した場合の歪から決定)に対する比により表わした。

第36表 荷重方向の歪の穿孔直前の値と円孔数の増加による変化量

歪ゲージ位置の番号		1と2の 平均値	3と4の 平均値	5と6の 平均値	7と8の 平均値	11と12の 平均値	13と14の 平均値
穿孔直前の荷重方向の歪 ε		245	265	215	255	210	210
歪 の 変 化 量 ($\Delta \varepsilon$)	1番目の円孔 O_1 を穿孔後	30	30	40	60	90	-150
	2番目の円孔 O_2 を穿孔後	35	50	40	40	-20	10
	3番目の円孔 O_3 を穿孔後	20	20	10	20	-30	-40

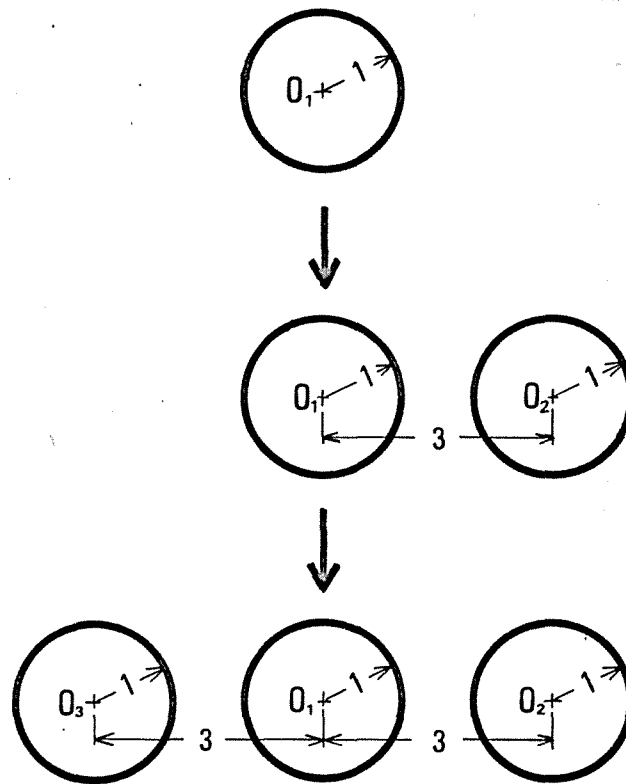
第37表 円孔 O_1 の周壁での円孔数の増加による歪の変化量

歪ゲージ位置の番号		19		20		21		22	
歪の変化量		$\Delta \varepsilon_\theta$	$\frac{\Delta \varepsilon_\theta}{\varepsilon_{\theta \sigma=0}}$	$\Delta \varepsilon_\theta$	$\frac{\Delta \varepsilon_\theta}{\varepsilon_{\theta \sigma=0}}$	$\Delta \varepsilon_\theta$	$\frac{3 \cdot \Delta \varepsilon_\theta}{ \varepsilon_{\theta \sigma=0} }$	$\Delta \varepsilon_\theta$	$\frac{3 \cdot \Delta \varepsilon_\theta}{ \varepsilon_{\theta \sigma=0} }$
円孔数の 変化	1個 → 2個	100	0.515	25	0.119	-80	-0.405	-60	-0.461
	2個 → 3個	35	0.180	130	0.620	-50	-0.252	-50	-0.384
荷重0の歪 $\varepsilon_{\theta \sigma=0}$		195		210		-595		-390	

5. 理論値と実験値との比較

石膏実験においては試料の寸法が試験機の載荷板の間隔の制限により大きくできないことおよび穿孔による歪の変化量を大きくするために円孔の中心間隔を半径の3倍 ($O_1O_2 = O_2O_3 = 3r$) とした。

円孔状態の変化は第85図に示す順序となる。



第85図 解析例

円孔の中心間隔が半径の3倍の場合の円孔周壁に発生する応力について第38表に2円孔の場合を、第39表に3円孔の場合を示した。

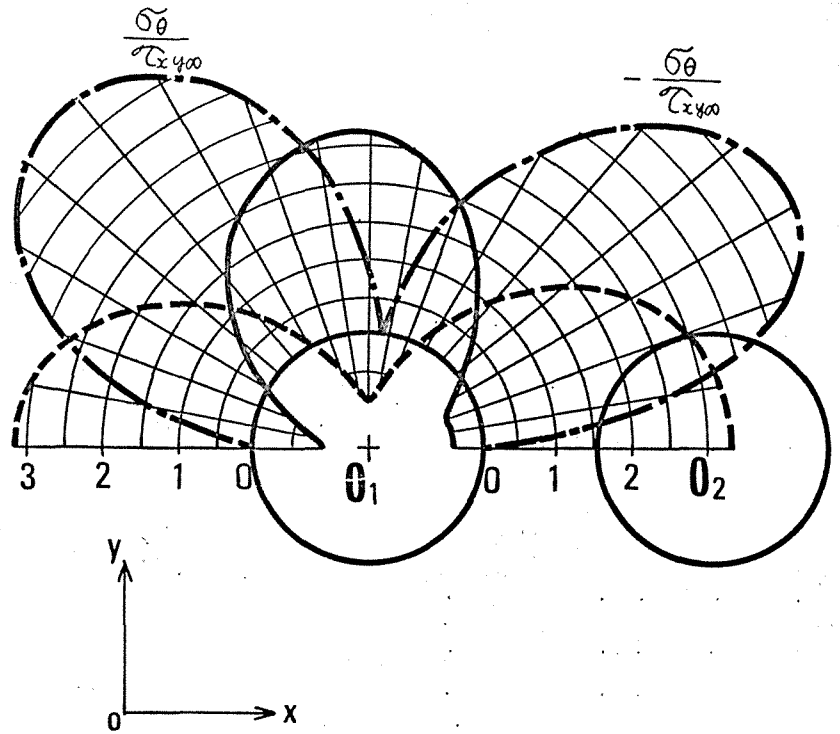
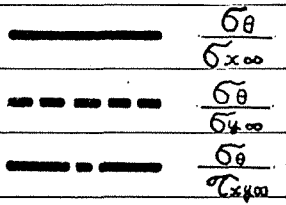
第38表 2円孔の周壁に発生する応力

角度 θ°	円1での $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{y\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{xy\infty}}$	角度 θ°	円1での $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{x\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{y\infty}}$	円1での $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_{xy\infty}}$
0	-0.3764	3.2639	0.0000	95	2.6499	-0.8657	1.5596
5	-0.3825	3.2435	-1.3591	100	2.6134	-0.7828	2.2034
10	-0.3967	3.1808	-2.5929	105	2.5160	-0.6390	2.7955
15	-0.4076	3.0727	-3.6030	110	2.3620	-0.4396	3.3319
20	-0.3989	2.9154	-4.3351	115	2.1573	-0.1911	3.7599
25	-0.3540	2.7065	-4.7812	120	1.9095	0.0982	4.1052
30	-0.2592	2.4462	-4.9697	125	1.6273	0.4191	4.3449
35	-0.1068	2.1392	-4.9474	130	1.3206	0.7617	4.4706
40	0.1032	1.7941	-4.7636	135	0.9996	1.1152	4.4764
45	0.3642	1.4231	-4.4588	140	0.6753	1.4689	4.3603
50	0.6635	1.0408	-4.0617	145	0.3583	1.8118	4.1243
55	0.9857	0.6622	-3.5907	150	0.0591	2.1334	3.7745
60	1.3136	0.3020	-3.0582	155	-0.2125	2.4241	3.3208
65	1.6310	-0.0268	-2.4743	160	-0.4477	2.6749	2.7758
70	1.9230	-0.3129	-1.8482	165	-0.6391	2.8784	2.1538
75	2.1771	-0.5475	-1.1891	170	-0.7804	3.0283	1.4712
80	2.3831	-0.7236	-0.5068	175	-0.8670	3.1201	0.7464
85	2.5334	-0.8367	0.1880	180	-0.8962	3.1510	0.0000
90	2.6232	-0.8842	0.8820				

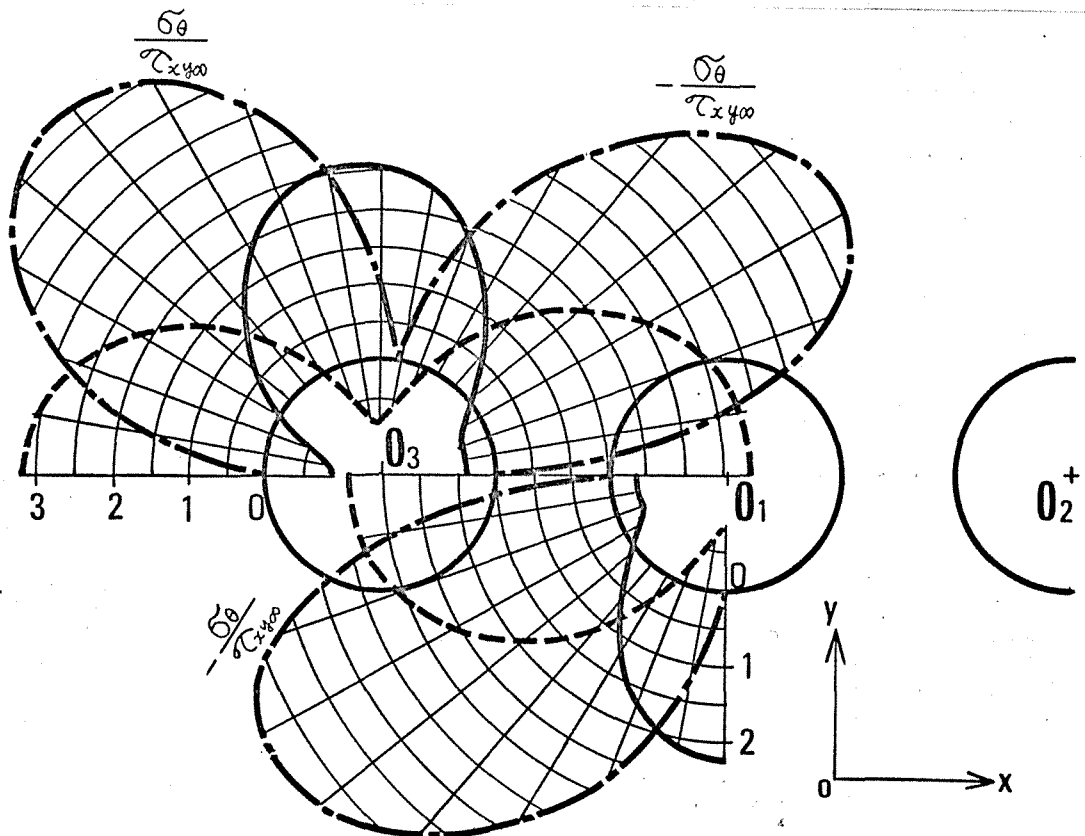
第39表 3円孔の周壁に発生する応力

角度 θ°	円3での $\frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\sigma}_{x\infty}}$	円3での $\frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\sigma}_{y\infty}}$	円3での $\frac{\bar{\sigma}_{\theta_1}}{\bar{\tau}_{xy\infty}}$	円1での $\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{x\infty}}$	円1での $\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\sigma}_{y\infty}}$	円1での $\frac{\bar{\sigma}_{\theta_2}}{\bar{\tau}_{xy\infty}}$
0	-0.3387	3.3554	0.0000	-0.2862	3.4553	0.0000
5	-0.3442	3.3349	-1.5132	-0.2926	3.4329	-1.4886
10	-0.3570	3.2718	-2.8867	-0.3077	3.3647	-2.8390
15	-0.3663	3.1632	-4.0098	-0.3205	3.2482	-3.9440
20	-0.3572	3.0050	-4.8203	-0.3155	3.0805	-4.7462
25	-0.3141	2.7948	-5.3069	-0.2766	2.8598	-5.2407
30	-0.2240	2.5328	-5.4991	-0.1907	2.5875	-5.4619
35	-0.0798	2.2234	-5.4482	-0.0507	2.2685	-5.4635
40	0.1191	1.8756	-5.2098	0.1430	1.9121	-5.3006
45	0.3664	1.5014	-4.8317	0.3833	1.5306	-5.0177
50	0.6510	1.1154	-4.3494	0.6578	1.1389	-4.6463
55	0.9583	0.7327	-3.7878	0.9505	0.7521	-4.2066
60	1.2724	0.3681	-3.1646	1.2448	0.3853	-3.7118
65	1.5779	0.0349	-2.4940	1.5241	0.0517	-3.1710
70	1.8605	-0.2557	-1.7884	1.7738	-0.2370	-2.5910
75	2.1080	-0.4946	-1.0592	1.9815	-0.4715	-1.9773
80	2.3103	-0.6746	-0.3169	2.1371	-0.6443	-1.3357
85	2.4597	-0.7911	0.4271	2.2334	-0.7501	-0.6734
90	2.5510	-0.8415	1.1599	2.2660	-0.7858	0.0000
95	2.5813	-0.8253	1.8664	2.2334	-0.7501	0.6734
100	2.5503	-0.7440	2.5297	2.1371	-0.6443	1.3357
105	2.4597	-0.6011	3.1328	1.9815	-0.4715	1.9773
110	2.3134	-0.4019	3.6599	1.7738	-0.2370	2.5910
115	2.1171	-0.1532	4.0973	1.5241	0.0517	3.1710
120	1.8780	0.1369	4.4337	1.2448	0.3853	3.7118
125	1.6046	0.4590	4.6595	0.9505	0.7521	4.2066
130	1.3065	0.8031	4.7672	0.6578	1.1389	4.6463
135	0.9938	1.1584	4.7516	0.3833	1.5306	5.0177
140	0.6771	1.5138	4.6110	0.1430	1.9121	5.3006
145	0.3672	1.8585	4.3481	-0.0507	2.2685	5.4635
150	0.0743	2.1820	3.9694	-0.1907	2.5875	5.4619
155	-0.1918	2.4743	3.4854	-0.2766	2.8598	5.2407
160	-0.4226	2.7266	2.9088	-0.3155	3.0805	4.7462
165	-0.6104	2.9312	2.2543	-0.3205	3.2482	3.9440
170	-0.7491	3.0820	1.5386	-0.3077	3.3647	2.8390
175	-0.8342	3.1743	0.7803	-0.2926	3.4329	1.4886
180	-0.8628	3.2054	0.0000	-0.2862	3.4553	0.0000

第86, 87図に, 2円孔および3円孔の周壁における応力分布を示した。



第 86 図 2 円孔周壁での ϕ



第 87 図 3 円孔周壁での σ_{θ}

1円孔の周壁に発生する応力値は 第20表に示してあるので 第38, 39表に示した値から円孔数が増加した場合の周壁上の差応力は 第40, 41表に示した値となる。

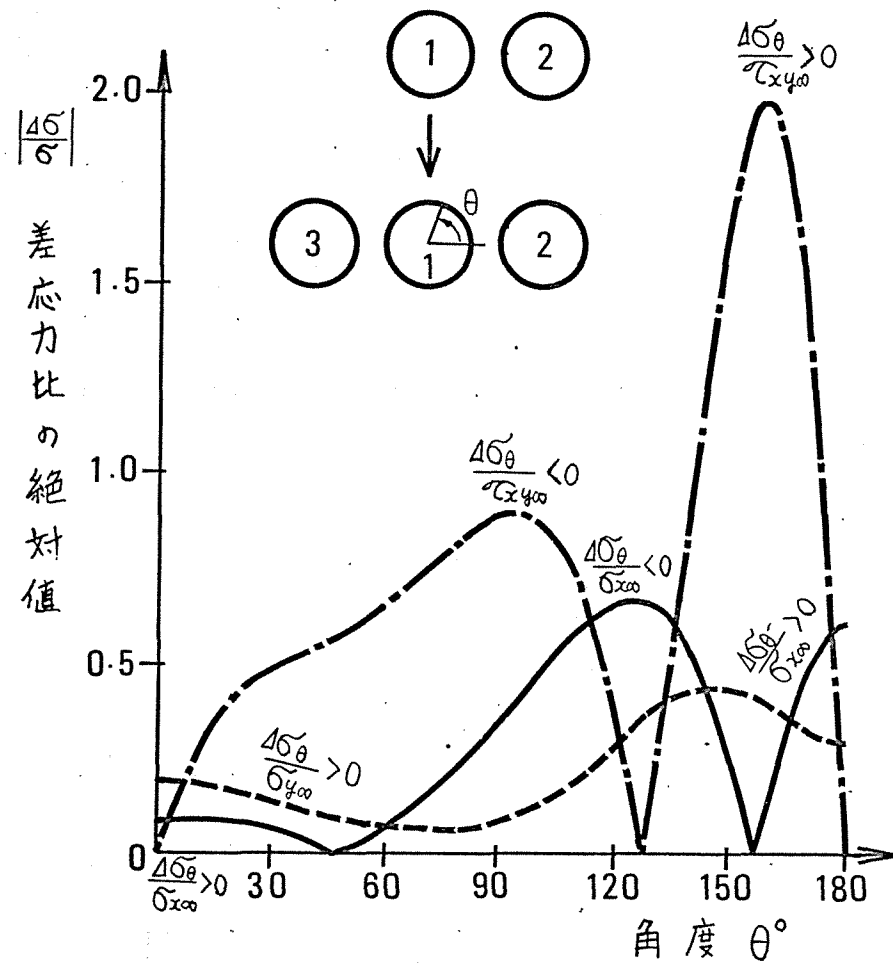
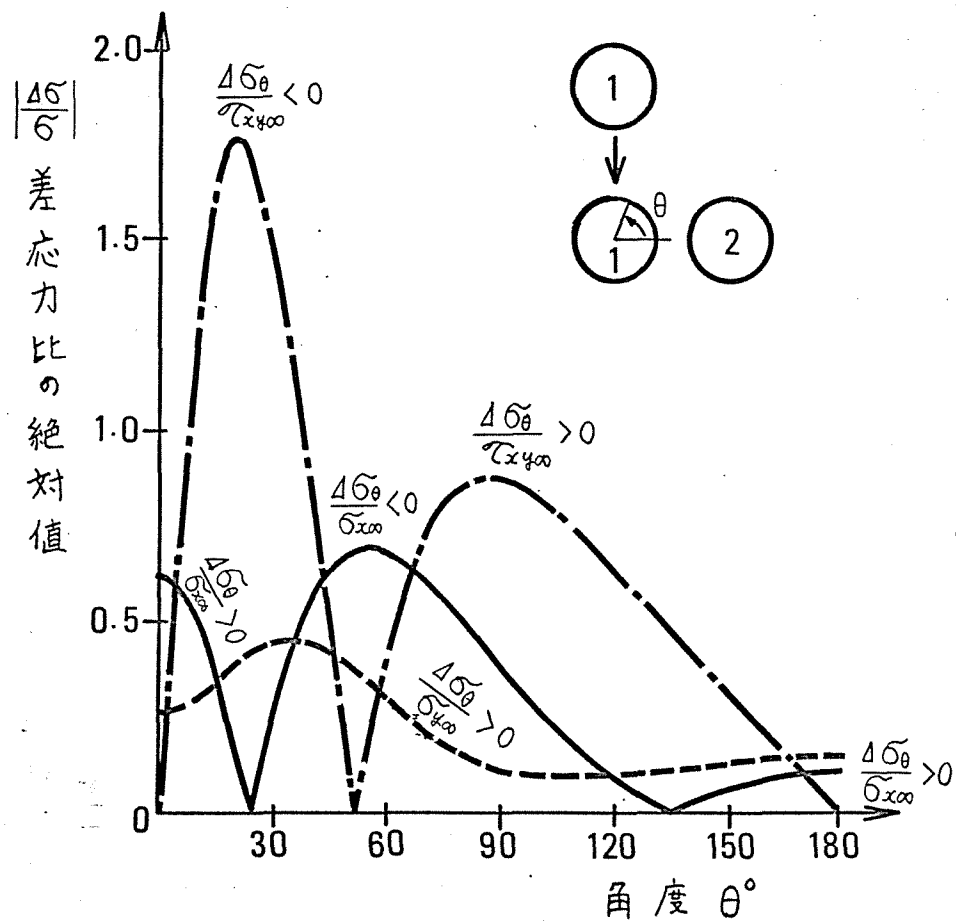
石膏実験においては円孔 O_1 の周壁での差応力に注目しているので 第88, 89図に円孔数の増加による差応力の分布を表わした。

第40表 1円孔 O_1 と2円孔の O_1 との周壁における差応力

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta,1,1}^{2,1}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta,1,1}^{2,1}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta,1,1}^{2,1}/\sigma_{xy\infty}$	角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta,1,1}^{2,1}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta,1,1}^{2,1}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta,1,1}^{2,1}/\sigma_{xy\infty}$
0	0.6236	0.2639	0.0000	95	-0.3197	0.1039	0.8652
5	0.5871	0.2739	-0.6647	100	-0.2660	0.0966	0.8354
10	0.4827	0.3014	-1.2249	105	-0.2160	0.0930	0.7955
15	0.3244	0.3407	-1.6030	110	-0.1700	0.0924	0.7607
20	0.1331	0.3834	-1.7639	115	-0.1283	0.0945	0.6959
25	-0.0684	0.4209	-1.7172	120	-0.0905	0.0982	0.6412
30	-0.2592	0.4462	-1.5057	125	-0.0567	0.1031	0.5861
35	-0.4228	0.4552	-1.1886	130	-0.0266	0.1089	0.5314
40	-0.5496	0.4469	-0.8244	135	-0.0004	0.1152	0.4764
45	-0.6358	0.4231	-0.4588	140	0.0225	0.1217	0.4211
50	-0.6837	0.3880	-0.1225	145	0.0423	0.1278	0.3655
55	-0.6983	0.3462	0.1681	150	0.0591	0.1334	0.3105
60	-0.6864	0.3020	0.4058	155	0.0731	0.1385	0.2568
65	-0.6546	0.2588	0.5897	160	0.0843	0.1429	0.2046
70	-0.6090	0.2191	0.7230	165	0.0929	0.1464	0.1538
75	-0.5549	0.1845	0.8109	170	0.0990	0.1489	0.1032
80	-0.4963	0.1558	0.8612	175	0.1026	0.1505	0.0520
85	-0.4362	0.1329	0.8824	180	0.1038	0.1510	0.0000
90	-0.3768	0.1158	0.8820				

第41表 2円孔 O_1, O_2 と3円孔の O_1, O_2 との間壁における差応力

角度 θ°	$\Delta\sigma_{\theta 2,1}^{3,1}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta 2,1}^{3,1}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta 2,1}^{3,1}/\tau_{xy\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta 2,2}^{3,2}/\sigma_{x\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta 2,2}^{3,2}/\sigma_{y\infty}$	$\Delta\sigma_{\theta 2,2}^{3,2}/\tau_{xy\infty}$
0	0.0902	0.1914	0.0000	0.0334	0.0544	0.0000
5	0.0899	0.1894	-0.1295	0.0328	0.0542	-0.0339
10	0.0890	0.1839	-0.2461	0.0313	0.0537	-0.0674
15	0.0871	0.1755	-0.3410	0.0287	0.0528	-0.1005
20	0.0834	0.1651	-0.4111	0.0251	0.0517	-0.1330
25	0.0774	0.1533	-0.4595	0.0207	0.0502	-0.1646
30	0.0685	0.1413	-0.4922	0.0152	0.0486	-0.1949
35	0.0561	0.1293	-0.5161	0.0089	0.0467	-0.2238
40	0.0398	0.1180	-0.5370	0.0018	0.0449	-0.2507
45	0.0191	0.1075	-0.5589	-0.0058	0.0432	-0.2752
50	0.0057	0.0981	-0.5846	-0.0141	0.0414	-0.2966
55	-0.0352	0.0899	-0.6159	-0.0227	0.0399	-0.3146
60	-0.0688	0.0833	-0.6536	-0.0315	0.0387	-0.3285
65	-0.1069	0.0785	-0.6967	-0.0402	0.0379	-0.3374
70	-0.1492	0.0759	-0.7428	-0.0486	0.0377	-0.3280
75	-0.1956	0.0760	-0.7882	-0.0563	0.0379	-0.3373
80	-0.2460	0.0793	-0.8289	-0.0631	0.0388	-0.3263
85	-0.3000	0.0866	-0.8614	-0.0686	0.0404	-0.3068
90	-0.3572	0.0984	-0.8820	-0.0722	0.0427	-0.2779
95	-0.4165	0.1156	-0.9062	-0.0737	0.0456	-0.2391
100	-0.4763	0.1385	-0.8677	-0.0728	0.0490	-0.1899
105	-0.5345	0.1675	-0.8182	-0.0691	0.0529	-0.1299
110	-0.5882	0.2026	-0.7409	-0.0625	0.0572	-0.0598
115	-0.6332	0.2428	-0.5889	-0.0531	0.0617	-0.0197
120	-0.6647	0.2871	-0.3934	-0.0412	0.0661	0.1064
125	-0.6768	0.3330	-0.1383	-0.0274	0.0705	0.1971
130	-0.6628	0.3772	0.1757	-0.0125	0.0746	0.2877
135	-0.6163	0.4154	0.5413	0.0022	0.0783	0.3729
140	-0.5323	0.4432	0.9403	0.0159	0.0815	0.4462
145	-0.4090	0.4567	1.3392	0.0270	0.0842	0.5008
150	-0.2498	0.4541	1.6874	0.0352	0.0866	0.5294
155	-0.0641	0.4357	1.9199	0.0399	0.0883	0.5257
160	0.1322	0.4056	1.9704	0.0417	0.0896	0.4852
165	0.3186	0.3698	1.7902	0.0413	0.0905	0.4068
170	0.4727	0.3364	1.3678	0.0397	0.0910	0.2938
175	0.5744	0.3128	0.7422	0.0383	0.0914	0.1541
180	0.6100	0.3043	0.0000	0.0377	0.0915	0.0000



石膏板による実験での円孔の状態から荷重の方向は理論解析における σ_{∞} が作用する方向 (x 方向) と一致する。

円孔数を増加することによる円孔 O_1 の周壁上での差応力の理論値と実験値を第42表に示した。実験では歪の変化量を測定することになるがヤング率により応力値に変換して差応力を決定した。但し $\sigma_{\infty} = 0$ とみなした。

第42表 差応力 ($\Delta\sigma_{\theta}/\sigma_{\infty}$) の理論値と実験値

歪ゲージ位置の番号			19	20	21	22
x 軸の正の方向となす角度 θ			8	180	85	278
円孔数の増加	1個→2個	理論値	0.507	0.104	-0.436	-0.472
		実験値	0.515	0.119	-0.405	-0.461
	2個→3個	理論値	0.089	0.610	-0.300	-0.268
		実験値	0.180	0.620	-0.252	-0.384

第4章 本編の総括

本編では地圧を求める新しい方法について述べた。

99孔法による地圧測定は、円孔周壁での応力値が、さらに円孔をあけることにより変化することを利用するものである。

本研究では円孔数および状態を変化させた場合の差応力値を理論計算から求めた後、石膏を用いたモデル実験により確かめた。

地圧測定のためには既に種々の方法が提案されているが、次に示す2つの理由から正確な地山応力を求めることは難しい。

1) 岩盤自体の不均一性

2) 測定部と岩盤の密着度

上記の1番目の理由から求めた地圧の値はばらつくことが予想されるので、より信頼度を高めるためには測定値の数が多い方が望ましい。本方法では円孔を増加して地圧を求めた後に、さらに円孔を増加することにより測定値をふやすことができるという利点がある。

ホーリング孔にカプセル等を入れて、本理論を応用することは、可能であり実用上簡便ではあるが上記の2番目の理由から筆者はその方法を避けて歪ゲージを直接周壁に貼る方法について述べた。

又炭鉱、鉱山等の現場における測定の際には歪ゲージの接触不良、断線等の支障が予想されることおよび歪ゲージを貼る手間よりもホーリング孔をあける方が簡単な場合が多いので単に地圧を求めるだけでなくあれば歪ゲージが1個だけでも本方法では可能であることを示した。

応力解放法等の地圧測定法では連続してその後の地圧測定を行なうためにはふたたび歪ゲージ等の測定部を岩盤内に設置しなければならぬが本方法では歪ゲージが4個周壁上に貼附してあれば地圧を求めた後そのままの状態での後の地圧測定が可能である。この点が99孔法による地圧測定の特徴である。

本研究による地圧測定では平面応力状態としての地圧が求まるので、地圧の3次元成分を求めたり場合は、地圧を求めるために始めに穿孔した方向と直角をなす2方向に対しても同様の操作をくり返すことにより求めることができる。

石膏によるモデル実験の結果地圧測定に必要な差応力は十分発生することが確かめられたので、本方法は炭鉱、鉛山等の現場においても十分利用できるものと思う。

第 5 編 本研究の結論

本研究は弾性岩盤の応力解析に関するものであり本研究の特徴および成果は下記の3点に集約される。

- 1) より簡単な平面応力解析法を誘導したこと。
- 2) 十分解明されていなかった多数円形坑道周壁における平面応力解析を行なったこと。
- 3) 多孔法による新しい地圧測定法を開発したこと。

以下に上記の3点の要約について述べる。

1. 応力解析法

本研究における応力解析の特徴は応力関数を決定する場合に従来の方法より簡単な方法を用いた点である。従来の方法では、応力関数を、空孔の形を表わす直交曲線座標による級数展開の形で表わす必要があったが、本研究では複素座標 $z (=x+iy)$ の級数展開表示のみで解けることを示した。そのため計算上における複雑さは半減し、場合によっては精度も増すことが期待できる。

本方法による結果と過去の解析例とを比較し、よく合うことを確かめた。

2. 応力解析の例

本研究による方法を用いて弾性岩盤内部に多数の円形坑道がある場合の平面応力解析を行なった。代表的な坑道位置として下記の場合を想定した。

- 1) 3 等円形坑道が 1 直線上に等間隔にある場合
- 2) 3 等円形坑道の中心が正三角形の頂点上にある場合
- 3) 4 等円形坑道が 1 直線上に等間隔にある場合
- 4) 4 等円形坑道の中心が正方形の頂点上にある場合
- 5) 4 等円形坑道の中心が正三角形の頂点および重心上に
ある場合

6) 5等円形坑道が1直線上に等間隔にある場合

7) 5等円形坑道を中心が正方形の頂点および対角線の交点上にある場合

又上記の各場合について坑道から十分離れた点において1主応力が作用する場合について検討し、坑道周壁に発生する応力の最大値、最小値および発生箇所と主応力の方向の関係を表と図により表わした。その結果主応力の方向により周壁に発生する応力の最大値、最小値および発生箇所はかなり変化することが分かった。

3. 99孔法による地圧測定法

本研究による地圧測定は「ホーリング」等により穿孔した円孔の周壁に「歪ゲージ」を貼り、その後近くにさうに円孔を平行にあけることによる歪の変化量を測定して地圧を決定するものである。

本方法では「歪ゲージ」が1個でも地圧を求めることが可能であり、4個の「歪ゲージ」を設置することにより地圧を求めた後、そのまま継続してその後の地圧も測定できることを示した。

本研究では地圧測定に必要な差応力が理論どおり発生することを石膏を用いたモデル実験により確かめた。

4. 本研究の工学的意義

本研究は炭鉱、鉛山等における保安上の手がかりを与えることを目的とした。実際の岩盤は完全弾性体ではないが、本研究により示した99等円形坑道周壁での応力解析の結果は現場での坑道網の計画の際に従来以上の指針を与えるものと思う。

又本研究では主応力の方向により坑道周壁に発生する応力の最大値、最小値およびその発生箇所はかなり変化することが分かったので、現在安全でも連続的な地圧測定的重要性を指摘し、連続して地圧を測定する方法を示した。これにより本研究は炭鉱、鉛山等における地圧の連続監視への道を開いたものと思う。

結 言 および 感 謝

本研究は北海道大学工学部鉱山工学科鉱山機械研究室において行なわれている岩石力学の研究の中の一部を著者が受け持たせて頂いたものである。

工学とは現在の科学力を対象とする分野のために有機的に結びつけ、応用するものと著者は考えて、関連科学の知識の吸収から始めたが、いかんせん不肖のため科学の花畑や泥沼に埋没しそうになることは再三であったが、その各時点で諸先生の適切なアドバイスにより浮上できたことは幸いであった。

又炭鉱、鉱山の災害および閉山の報は現実の厳しさを知らされると同時に著者の無力さを感じ知らされたものであった。

現在まがりなりにも弾性岩盤での地圧監視という一段階を登り終えてまとめた結果が炭鉱、鉱山の公役に少しでもたてば著者としてこれに過ぎる喜びはない。勿論著者はより実際の岩盤の挙動を解明するために今後以上に邁進するつもりである。

北海道大学鉱山機械研究室において岩石力学はその緒を阿部興北大名誉教授によりひもとかれ、現在木下重教教授により発展しつつある研究分野である。両先生により体系づけられた岩石力学の道を著者が歩めたことは誠に幸運でありここに両先生に深く謝意を表します。

又工学における理論上の手段として複素関数の使用を勧めて下さった熊沢良雄北大名誉教授、論文のテーマの1つとして地圧測定へのアイデアを示して下さった石磯俊郎北大教授、基礎理論に洞察深い教えを頂いた柏村正和北大教授、研究においてその考えの方針について教えて頂いた橋本清教授、高森隆勝教授、研究を進める点で色々と御配慮を頂いた中本明教授、牛沢信人教授、論文をまとめるあたり御助言を頂いた森巖北見工業大学教授、地圧の3次元解析については石島洋二北大工学部講師から有役な御助言を頂いたし、又北大工学部鉱山工学科の諸先生には常日頃から御指導、御

鞭撻を受けたことは校誉にいとまのない程であってここに深く謝意を表する次第である。

研究での技術的な面で霜田、渡部、佐々木の各教官には特別お世話になったし、予備実験の段階で光弾性装置を北大工学部構造力学研究室からお借りしたし、北大工学部材料力学研究室には恒温槽を使わせて頂いた。モデル実験を行うにあたり北見工大土木工学科コンクリート工学研究室の荷重装置を使わせて頂いたし、北見工大佐渡講師、学生の安達、堀君らの協力を得た。本研究はかかる研究室、実験協力者の暖かい配慮のお陰で完成したのであって、ここに心よく協力して下さった研究室、実験に協力してくれた人々に心から深謝する次第である。

本論文は学園紛争の盛んな時期にまとめられた。直接指導を頂いた木下教授は学生委員として多忙の極に居られた。にもかかわらず著者の研究の指導に貴重な時間を割いて論文をまとめて下さった。研究と教育は人に始まり人に終ることを目の当りにして著者は深い感銘を受けた。ここに再び木下教授に深く謝意を表して本文の結語としたい。

(1972.6)

本研究に関する著者の報告

1. 木下重教・富長勇作「弾性体内部にある複数空孔周囲の応力分布について」, 日本鉱業会北海道支部秋季研究発表会にて講演, 1970, 10
2. 富長勇作「多数空孔を含む無限弾性板の平面応力解析」, 日本機械学会東海支部第20期支部総会講演会講演論文集 No.713-1, 1971, 3
3. 木下重教・富長勇作「平面応力状態の弾性無限板内部にある複数空孔周囲の応力分布について」, 日本鉱業会春季大会研究業績発表講演要旨集, 1971, 3
4. 木下重教・富長勇作「9孔法による盤圧測定法について」, 日本鉱業会北海道支部春季研究発表会にて講演, 1971, 6
5. 森 巖・富長勇作「岩石の弱点における応力集中について」, 日本鉱業会 昭和46年度秋季大会(北海道)分科研究会資料, A2-5, 1971, 9
6. 富長勇作・木下重教「平面応力状態にある弾性岩盤の内部にある複数空孔周囲の応力分布について」, 日本鉱業会誌 Vol.87, No.1004, 1971, 10
7. 木下重教・富長勇作「9孔法による地圧測定について」, 日本鉱業会研究業績発表講演会講演要旨集, 1972, 3
8. 富長勇作・木下重教「弾性岩盤中にある坑道の周壁に発生する応力集中について」, 日本鉱業会誌に投稿中
9. 富長勇作・木下重教「弾性岩盤の内部にある空孔にガスによる内圧が作用する場合の応力解析」, 日本鉱業会北海道支部春季研究発表会にて講演, 1972, 6

参 考 文 献

- (1) 森 巖 : 炭田開発論
- (2) 天野 勲三 : 南アフリカ共和国における鉱山技術の研究状態,
日本鉱業会誌, Vol. 87, 998 (1971), PP. 353 ~ 355
- (3) G.B. Airy : Brit. Assoc. Advan. Sci. Rept., (1862)
- (4) G.N. Savin : Stress Concentration Around Holes, Pergamon Press, (1961)
- (5) Chih-Bing Ling : J. Appl. Phys., Vol. 19 (1948), 77
- (6) A.E. Green : General Bi-harmonic Analysis for a Plate Containing
circular Holes, Proc. Roy. Soc. London, A, Vol. 176 (1940), PP. 121 ~ 139
- (7) 石田 誠 : 任意の直線き裂群と円形孔在物群を持つ板の
平面応力解析, 日本機械学会講演論文集, No 204, 93, (1969)
- (8) R.C.J. Howland : Stress in a Plate Containing an Infinite Row of Holes,
Proc. Roy. Soc. London, A, Vol. 148 (1935) pp 471 ~ 491
- (9) K.I. Schoultz : Over den Spannungstoestand in doorborde Platen, Diss. Tech.
Hochschule, Delft (1941)
- (10) A. Hütter : Die Spannungsspitzen in gelochten Blechscheiben und Streifen,
Z. angew. Math. Mech. Bd. 22 (1942) S. 322 ~ 335
- (11) 西谷 弘信 : たゞ円孔列を有する無限板の引張, 日本機械学会講
演会前刷, No 18 (1960) PP. 61 ~ 64
- (12) O.C. ツィエンキーグイツ, Y. K. チューン, 吉 識 雅夫 監訳, マトリックス有限
要素法, 培風館, (1970)
- (13) たとえば 平松 良雄, 水田 義明, 斎藤 敏明, 菅原 勝彦, 板状鉱柱の
形状が鉱柱内の応力に及ぼす影響について, 日本鉱業会研究業
績発表講演要旨集 (1969)
- (14) J. グロブル; 進藤一夫訳; 岩盤力学, 森北出版, (1965), PP. 55.
- (15) 丹羽 陽 : 盤圧の研究(採炭作業に於ける盤圧の利用に就て), 日本鉱業
会誌, Vol. 50, No 596 (1934)
- (16) 文献 (15)
- (17) Adcock, W. : International Strata Control Congress, Essen (1956), 6.

- (18) 平松 良雄, 丹羽義次, 岡 行俊: 材料試験, 7-55.(1958), 216
- (19) Leemann, E.: Journ. South African Inst. Min. Met., 65-2(1964), 82
- (20) E.R. Leeman, D.J. Hayes: A technique for determining the complete state of stress in rock using a single borehole, Proceedings of the first congress of the international Society of Rock mech, 1966, PP.17~24
- (21) 鈴木 光: International Strata Control Conference, Paris, D.2 (1960), 253.
- (22) Potts, E.: Quart. Colorado School of Mines, 52 (1957), 135.
- (23) J. グロブル, 進藤一夫訳: 岩盤力学, 森北出版, (1965), PP. 58
- (24) たとえば Fairhurst, C.: Measurement of in Site Rock Stresses with Particular Reference to Hydraulic Fracturing, Felsmechanik, Vol. II/3-4 (1964).
- (25) H. Neubert, 磯邊茂生訳: 切欠応力論, コロナ社, (1944)
- (26) N. I. Muskhelishvili: Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, P. Noordhoff Ltd Groningen-The Netherland
- (27) 森口 繁一: 二次元弾性論, 岩波書店, P.P. 49
- (28) Chih-Bing Ling: On the Stresses in a Plate Containing Two Circular Holes, Journal of Applied Physics, Vol. 19, January, 1948, PP. 77~82
- (29) 宮尾 嘉寿, 岩城 敏博: 異なる大きさの2円孔を有する無限平板の応力, 日本機械学会講演論文集 No.204 PP. 53~60
- (30) 川本 脩万: 応用弾性学, 共立出版, (1968) P.P. 139
- (31) 日本鉱業会誌 Vol. 85, No. 971, PP. 152, (1968)
- (32) 日本鉱業会誌 Vol. 86, No. 983, PP. 137, (1969)
- (33) 日本鉱業会誌 Vol. 87, No. 996, PP. 134, (1970)
- (34) 川本 脩万, 高橋 由行: 岩盤の初期応力の一測定法について, 土木学会論文集, No. 146 (1967), PP. 22~27
- (35) E. クライツィグ著, 田島, 近藤共訳: 技術者のための高等数学 2, 線形代数と応用解析, 培風館, (1966), PP. 202
- (36) 平松 良雄, 岡 行俊, 荻野正二: 3次元応力状態にある岩盤中に作られた直坑, 斜坑, 坑道のまわりの応力, 日本鉱業会誌, Vol. 78, No. 885, (1962), PP. 93~98

(37) 石島 洋二, 小出 仁, 鈴木 光: 孔壁変化法による岩盤応力測定に関する理論的考察, 日本鉱業会誌 Vol. 86, No. 993 (1970) PP. 901~906

(38) S. P. Timoshenko, J. N. Goodier: Theory of Elasticity, third edition, McGRAW-HILL, KÔGAKUSHA, PP. 342

(39) 竹内 均: 大学演習 弾性論, 裳華房, (1970), PP. 25

```

C      STRESS DISTRIBUTION 4 NO. 2
1      DOUBLE PRECISION          F(4,50),CMR(2,4,50),AM(43,43),
      1BM(43,1),CM(43,1),EPS,DM(50)
2      DOUBLE PRECISION COMPLEX BOI,BOJ,ANI1,ANI2,ANJ1,ANJ2,BNI,BNJ,CON
3      DIMENSION ABA(5),      EB(50),EC(20),EA(10,10),EF(10,10),RO(10,10),
      1SX(10),SY(10),ST(10),EAL(20),ERED(50),D(3,3,45,45),DDD(3,200,44)
4      DIMENSION A(1, 3,60),R(1, 3,60),BOR(5,10),EBA(10),DFDZ(5),
      1FPZZ(5),STAB(5,40),STAL(5,40),STBE(5,40),FPAB(5)
5      DIMENSION PST1(40),PST2(40),PXAN(40),ZIXY(40),DX(70),DY(70),DT(70)
6      COMPLEX STR,ZI,ZJ,ZIN,ZJN,ZIC,E2S,EAF,ZT,ZA,EFF,EFZ
7      COMPLEX DFDZ,FPZZ,A,B,BOZI,BOZJ,ANZJ,ANNZJ,BNNZJ,ZIXY,
      1ANZI,ANNZI,BNNZI,FPAB,ABA
8      READ(5,10) IS,MC,NC,ISS
9      10 FORMAT(5I5)
10     READ(5,20) (DX(I),DY(I),DT(I),I=1,ISS)
11     20 FORMAT(3F15.5)
12     READ(5,30) (EC(I),EAL(I),I=1,MC)
13     30 FORMAT(3(E15.6,F10.5))
14     READ(5,40) ((EA(I,J),EF(I,J),RO(I,J),J=1,MC),I=1,MC)
15     40 FORMAT(6F12.5)
16     READ(5,300) IAC,IBC
17     300 FORMAT(2I5)
18     READ(5,305) (EBA(I),I=1,IAC)
19     READ(5,305) (EB(I),I=1,IBC)
20     305 FORMAT(8F10.5)
21     DO 1100 IPOR=1,1
22     POR=0.1*FLOAT(IPOR-1)
23     DO 1100 ISI=1,ISS
24     SX(1)=DX(ISI)
25     SY(1)=DY(ISI)
26     ST(1)=DT(ISI)
27     WRITE(6,460) POR
28     460 FORMAT(1H1,58HSTRESS DISTRIBUTION IN AN INFINIT PLANE WITH N-HOLES
29     1, POR=, F6.2)
30     WRITE(6,500)
31     500 FORMAT(1H ,5X,3HSXI,5X,3HSYI,5X,3HSTI)
32     WRITE(6,510) (SX(I),SY(I),ST(I),I=1,IS)
33     510 FORMAT(1H ,3F8.4)
34     WRITE(6,520)
35     520 FORMAT(1H0,5X,3HECI,10X,4HEALI)
36     WRITE(6,530) (EC(I),EAL(I),I=1,MC)
37     530 FORMAT(1H ,E15.6,F10.5)
38     WRITE(6,540)
39     540 FORMAT(1H0,5X,11HE-ALFA(I,J),3X,10HE-FAI(I,J),4X,7HRO(I,J))
40     WRITE(6,550) ((EA(I,J),EF(I,J),RO(I,J),J=1,MC),I=1,MC)
41     550 FORMAT(1H ,3F15.5)
42     NN=(4*NC+3)*MC
43     NKC=4*NC+3
44     EPS=1.0E-15
45     LL=NN+IS
46     PAI=3.141593
47     KC=100
48     KC2=KC*2
49     DO 50 II=1,MC
      NKC1=NKC+1

```

```

50      I=-1
51      DO 52 K=1,KC
52      EBE=2.*PAI*FLOAT(K-1)/FLOAT(KC)
53      ZT=CMPLX(EAL(II),FBE)
54      E2S=0.5*(CEXP(2.*ZT)+CEXP(-2.*ZT)-2.)/(COSH(2.*EAL(II))
1-COS(2.*EBE))
55      I=I+2
56      J=I+1
57      ZI=EC(II)/2.*(CEXP(ZT)+CEXP(-ZT))
58      DO 60 M=1,MC
59      EARA=PAI*EA(M,II)/180.
60      ZA=CMPLX(0.,EARA)
61      EAF=CEXP(ZA)
62      BOI=E2S/ZI/ZI
63      BOJ=BOI*CONJG(ZI)
64      BNJ=(3.-POR)/(1.+POR)*BOI*ZI
65      BNI=2./ZI
66      IF(II.EQ.M) GO TO 70
67      EFRA=PAI*EF(M,II)/180.
68      EFF=CMPLX(0.,EFRA)
69      EFZ=CEXP(EFF)
70      ZJ=RO(M,II)*EFZ+ZI*EAF
71      BOI=E2S*EAF*EAF/ZJ/ZJ
72      BOJ=BOI*CONJG(ZI)
73      BNJ=(3.-POR)/(1.+POR)*BOI*ZJ
74      BNI=2./ZJ
75      70 DDD(M,I,1)=DREAL(BOI)
76          DDD(M,I,2)=DREAL(BNI+BOJ+BNJ)
77          DDD(M,I,3)=-DIMAG(BNI+BOJ-BNJ)
78          DDD(M,J,1)=DIMAG(BOI)
79          DDD(M,J,2)=DIMAG(BOJ+BNJ)
80          DDD(M,J,3)=DREAL(BOJ-BNJ)
81      60 CONTINUE
82      N1=0
83      DO 80 N=1,NC
84      FN=FLOAT(N)
85      FNN=FN*(FN+1.)
86      ZIN=(1./ZI)**(N+2)
87      N1=N1+4
88      N2=N1+1
89      N3=N1+2
90      N4=N1+3
91      DO 180 M=1,MC
92      ANI1=2.*FN*ZIN*ZI
93      ANI2=FNN*E2S*CONJG(ZI)*ZIN
94      BNI=FNN*E2S*ZIN
113  IF(II.EQ.M) GO TO 90
96      EARA=PAI*EA(M,II)/180.
97      ZA=CMPLX(0.,EARA)
98      EAF=CEXP(ZA)
99      EFRA=PAI*EF(M,II)/180.
100     EFF=CMPLX(0.,EFRA)
101     EFZ=CEXP(EFF)
102     ZJ=RO(M,II)*EFZ+ZI*EAF
103     ZJN=(1./ZJ)**(N+2)

```

```

104      ANI1=2.*FN*ZJN*ZJ
105      ANI2=FNN*E2S*EAF*ZJN*(CONJG(Z1)+RO(M,I1)*EAF/EFZ)
106      BNI=FNN*E2S*EAF*EAF*ZJN
107  90    DDD(M,I,N1)=-DREAL(ANI1+ANI2)
108      DDD(M,I,N2)=DIMAG(ANI1+ANI2)
109      DDD(M,I,N3)=-DREAL(BNI)
110      DDD(M,I,N4)=DIMAG(BNI)
111      DDD(M,J,N1)=-DIMAG(ANI2)
112      DDD(M,J,N2)=-DREAL(ANI2)
113      DDD(M,J,N3)=-DIMAG(BNI)
114      DDD(M,J,N4)=-DREAL(BNI)
115  180  CONTINUE
116  80    CONTINUE
117      EARA=PAI*EA(I1,I1)/180.
118      ZA=CMPLX(0.,EARA)
119      EAF=CEXP(ZA)
120      DO 150 IL=1,IS
121      CON=0.5*CMPLX(SY(IL)-SX(IL),2.*ST(IL))*E2S*EAF*EAF
122      DDD(I1,I,44)=-0.5*(SX(IL)+SY(IL))+DREAL(CON)
123      DDD(I1,J,44)=DIMAG(CON)
124  150  CONTINUE
125  52    CONTINUE
126      DO 600 M=1,MC
127      DO 610 I=1,NKC
128      DO 620 J=1,NKC1
129      IF((I1.NE.M).AND.(J.EQ.NKC1)) GO TO 620
130      AA=0.
131      DO 630 K=1,KC2
132      AA=AA+DDD(I1,K,I)*DDD(M,K,J)
133  630  CONTINUE
134      IF(J.EQ.NKC1) GO TO 640
135      D(I1,M,I,J)=AA
136      GO TO 620
137  640  E(I1,I)=AA
138  620  CONTINUE
139  610  CONTINUE
140  600  CONTINUE
141  50    CONTINUE
142      JJJ=1
143      DO 700 M=1,MC
144      DO 710 I=1,NKC
145      DO 710 J=1,NKC
146      AM(I,J)=D(M,M,I,J)
147  710  CONTINUE
148      K=NKC
149      CALL MINVD(AM,K,NKC,EPS,ILL)
150      IF(ILL.EQ.0) GO TO 940
151      WRITE(6,715) ILL,M
152  715  FORMAT(1H ,5HILL1=,I7,2HM=,I5)
153      GO TO 1000
154  940  DO 720 MM=1,NKC
155      DO 720 NN=1,NKC
156      D(M,M,MM,NN)=AM(MM,NN)
157  720  CONTINUE
158  700  CONTINUE

```

```

159      DO 730 II=1,MC
160      DO 740 K=1,NKC
161      BM(K,1)=E(II,K)
162      DO 740 L=1,NKC
163      AM(K,L)=D(II,II,K,L)
164 740 CONTINUE
165      CALL MMUL1D(AM,BM,CM,NKC,NKC,JJJ,ILL)
166      IF(ILL.E0.0) GO TO 950
167      WRITE(6,910) ILL,II
168 910 FORMAT(1H,5HILL2=,I7,3HII=,I5)
169      GO TO 1000
170 950 DO 750 JJ=1,NKC
171      E(II,JJ)=CM(JJ,1)
172      CMR(1,II,JJ)=CM(JJ,1)
173 750 CONTINUE
174 730 CONTINUE
175      DO 760 IJK=1,20
176      ICH=0
177      DO 770 II=1,MC
178      DO 780 IJ=1,NKC
179      DM(IJ)=0.
180 780 CONTINUE
181      DO 790 JJ=1,MC
182      IF(II.E0.JJ) GO TO 790
183      DO 800 M=1,NKC
184      BM(M,1)=CMR(1,JJ,M)
185      DO 800 N=1,NKC
186      AM(M,N)=D(II,JJ,M,N)
187 800 CONTINUE
188      CALL MMUL1D(AM,BM,CM,NKC,NKC,JJJ,ILL)
189      IF(ILL.E0.0) GO TO 960
190      WRITE(6,920) ILL,IJK,II
191 920 FORMAT(1H,5HILL3=,I7,4HIJK=,I5,3HII=,I5)
192      GO TO 1000
193 960 DO 810 MM=1,NKC
194      DM(MM)=DM(MM)-CM(MM,1)
195 810 CONTINUE
196 790 CONTINUE
197      DO 820 KK=1,NKC
198      BM(KK,1)=DM(KK)
199      DO 820 KL=1,NKC
200      AM(KK,KL)=D(II,II,KK,KL)
201 820 CONTINUE
202      CALL MMUL1D(AM,BM,CM,NKC,NKC,JJJ,ILL)
203      IF(ILL.E0.0) GO TO 970
204      WRITE(6,930) ILL,IJK,II
205 930 FORMAT(1H,5HILL4=,I7,4HIJK=,I5,3HII=,I5)
206      GO TO 1000
207 970 DO 830 MN=1,NKC
208      CMR(2,II,MN)=CM(MN,1)+E(II,MN)
209      AA=CMR(2,II,MN)
210      IF(ABS(AA).LE.1.0E-25) GO TO 840
211      BB=CMR(1,II,MN)
212      CC=(BB-AA)/AA
213      IF(ABS(CC).GE.1.0E-5) GO TO 850

```

```

214      840 ICH=ICH+1
215      850 CMR(1,II,MN)=CMR(2,II,MN)
216      830 CONTINUE
217      770 CONTINUE
218          IF(ICH.EQ.(MC*NKC)) GO TO 860
219          WRITE(6,870) ICH
220      870 FORMAT(1H0,10X,4HICH=,I7)
221      760 CONTINUE
222      860 WRITE(6,865) IJK
223      865 FORMAT(1H0,10X,4HIJK=,I5)
224          WRITE(6,875) ((CMR(2,I,J),I=1,MC),J=1,NKC)
225      875 FORMAT(1H0,3E14.5,10X,3E14.5)
226          DO 995 I=1,MC
227          DO 995 J=1,NKC
228              IF(CMR(2,I,J).GE.1.0E10) GO TO 1000
229      995 CONTINUE
C      STRESS CALCULATION
230          DO 310 I=1,IS
231              L=NN+I
232              DO 310 M=1,MC
233                  BOR(I,M)=CMR(2,M,1)
234                  ABA(M)=DCMPLX(CMR(2,M,2),CMR(2,M,3))
235                  DO 310 N=1,NC
236                      J=4*(N-1)+3
237                      A(I,M,N)=DCMPLX(CMR(2,M,J+1),CMR(2,M,J+2))
238                      B(I,M,N)=DCMPLX(CMR(2,M,J+3),CMR(2,M,J+4))
239      310 CONTINUE
240              DO 320 II=1,MC
241              DO 320 IA=1,IAC
242              DO 330 IB=1,37
243                  EB(IB)=5.*FLOAT(IB-1)
244                  EBIB=PAI*EB(IB)/180.
245                  ZT=CMPLX(FRA(IA),EBIB)
246                  ZI=EC(II)/2.*(CEXP(ZT)+CEXP(-ZT))
247                  E2S=0.5*(CFXP(2.*ZT)+CFXP(-2.*ZT)-2.)/
248                      1(COSH(2.*FRA(IA))-COS(2.*EBIB))
249                  EARA=PAI*EA(II,II)/180.
250                  ZA=CMPLX(0.,EARA)
251                  EAF=CEXP(ZA)
252                  DO 340 I=1,IS
253                      DFDZ(I)=CMPLX((SX(I)+SY(I))/2.,0.)
254                      FPZZ(I)=0.5*CMPLX(SY(I)-SX(I),2.*ST(I))*EAF*EAF
255      340 CONTINUE
256              DO 350 M=1,MC
257                  IF(M.EQ.II) GO TO 360
258                  EARA=PAI*FA(M,II)/180.
259                  ZA=CMPLX(0.,EARA)
260                  EAF=CEXP(ZA)
261                  EFRA=PAI*FF(M,II)/180.
262                  EFF=CMPLX(0.,EFRA)
263                  EFZ=CEXP(EFF)
264                  ZJ=RO(M,II)*EFZ+ZI*EAF
265                  BOZJ=EAF*EAF/ZJ/ZJ
266                  DO 370 I=1,IS
267                      DFDZ(I)=DFDZ(I)+2.*ABA(M)/ZJ

```

```

267      FPZZ(I)=FPZZ(I)-BOZJ*BOR(I,M)
268      1-ABA(M)*CONJG(ZI)/ZJ/ZJ-(3.-POR)/(1.+POR)*CONJG(ABA(M))/ZJ
370 CONTINUE
269      DO 380 N=1,NC
270      FN=FLOAT(N)
271      FNN=FN*(FN+1.)
272      ANZJ=FN*(1./ZJ)**(N+1)*2.
273      ANNZJ=FNN*EAF*(RO(M,I)*EAF/EFZ+CONJG(ZI))*(1./ZJ)**(N+2)
274      BNNZJ=FNN*EAF*EAF*(1./ZJ)**(N+2)
275      DO 380 I=1,IS
276      DFDZ(I)=DFDZ(I)-ANZJ*A(I,M,N)
277      FPZZ(I)=FPZZ(I)+ANNZJ*A(I,M,N)+BNNZJ*B(I,M,N)
278      380 CONTINUE
279      GO TO 350
280      360 DO 390 I=1,IS
281      DFDZ(I)=DFDZ(I)+2.*ABA(M)/ZI
282      FPZZ(I)=FPZZ(I)-BOR(I,M)/ZI/ZI
283      1-ABA(M)*CONJG(ZI)/ZI/ZI-(3.-POR)/(1.+POR)*CONJG(ABA(M))/ZI
390 CONTINUE
284      DO 470 N=1,NC
285      FN=FLOAT(N)
286      FNN=FN*(FN+1.)
287      ANZI=2.*FN*(1./ZI)**(N+1)
288      ANNZI=FNN*CONJG(ZI)*(1./ZI)**(N+2)
289      BNNZI=FNN*(1./ZI)**(N+2)
290      DO 470 I=1,IS
291      DFDZ(I)=DFDZ(I)-ANZI*A(I,M,N)
292      FPZZ(I)=FPZZ(I)+ANNZI*A(I,M,N)+BNNZI*B(I,M,N)
293      470 CONTINUE
294      350 CONTINUE
295      DO 330 I=1,IS
296      AAA=REAL(DFDZ(I))
297      FPAB(I)=FPZZ(I)*E2S
298      BBB=REAL(FPAB(I))
299      CCC=CABS(FPZZ(I))
300      PST1(IB)=AAA+CCC
301      PST2(IB)=AAA-CCC
302      PXAN(IB)=ATAN(-AIMAG(FPZZ(I))/REAL(FPZZ(I)))/2.*180./3.141593
303      ZIXY(IB)=ZI
304      STAL(I,IB)=AAA-BBB
305      STBE(I,IB)=AAA+BBB
306      STAB(I,IB)=AIMAG(FPAB(I))
307      330 CONTINUE
308      WRITE(6,400) II,EBA(IA)
309      400 FORMAT(1H0,5X, 9HHOLE NO.=,I3,5X, 7HE-ALFA=,F12.7)
310      DO 410 MN=1,5
311      I1=1+(MN-1)*8
312      IF(MN.EQ.5) GO TO 425
313      I2=8+(MN-1)*8
314      GO TO 426
315      425 I2=37
316      426 WRITE(6,420) (EB(I),I=I1,I2)
317      420 FORMAT(1H0,6HE-BETA,1X,8F15.6)
318      WRITE(6,422) (ZIXY(I),I=I1,I2)
319      422 FORMAT(1H0,7HXPO YPO,2F7.2,1X,2F7.2,1X,2F7.2,1X,2F7.2,1X,2F7.2,

```

```
11X,2F7.2,1X,2F7.2,1X,2F7.2)
320 WRITE(6,430) ((STAL(I,IR),IR=I1,I2),I=1,IS)
321 430 FORMAT(1H0,7HN-ST-AL,8E15.6)
322 WRITE(6,440) ((STBE(I,IB),IB=I1,I2),I=1,IS)
323 440 FORMAT(1H0,7HN-ST-BE,8E15.6)
324 WRITE(6,450) ((STAR(I,IB),IB=I1,I2),I=1,IS)
325 450 FORMAT(1H0,7HT-ST-AB,8E15.6)
326 WRITE(6,452) (PST1(I),I=I1,I2)
327 452 FORMAT(1H0,7HPST-MAX,8E15.6)
328 WRITE(6,454) (PST2(I),I=I1,I2)
329 454 FORMAT(1H0,7HPST-MIN,8E15.6)
330 WRITE(6,456) (PXAN(I),I=I1,I2)
331 456 FORMAT(1H0,7HANG-X-P,8F15.6)
332 410 CONTINUE
333 320 CONTINUE
334 1100 CONTINUE
335 1000 STOP
336 END
```