

同期電動機の同期化現象に
関する研究

武 田 郁 夫

武田郁夫

寄贈

目 次

緒 言		1
第 1 章	同期化現象の基礎方程式	8
1.1	同期引入れの基本式	8
1.2	位相面方程式	15
1.2.1	トラゼクトリの分布	15
1.2.2	特異点の存在する条件	25
1.2.3	特異点の性質	29
1.3	同期機リミットサイクル	39
1.4	トラゼクトリの分類	42
1.4.1	特異点が存在しない場合	43
1.4.2	特異点が存在して同期機リミット サイクルが存在する場合	43
1.4.3	特異点が存在し同期機リミットサ イクルが存在しない場合	44

1.4.4	同期機リミットサイクルが隣接するくう形点を通過する場合	45
第 2 章	同期電動機の同期引入れ条件	54
2.1	デジタル計算機による β 対 k_c の算出	54
2.1.1	b, g をパラメータとする β 対 k_c を求める方法	54
2.1.2	A_n の算出	56
2.1.3	計算結果	62
2.2	同期引入れに及ぼす突極性の影響	64
2.3	引入れ条件の近似解析	80
2.3.1	近似理論による算出	80
2.3.2	数値実験式	91
2.4	n 回の動揺で同期化する臨界条件を求める実験とその結果に対する検討	111
2.4.1	実験装置	111

2.4.2	供試電動機の定数	111
2.4.3	誘導機作用に基づく制動トルクの検討	116
2.4.4	実験方法およびその結果	123
2.4.5	実験結果に対する検討	125
第 3 章	最適位相投入および界磁時定数の影響	132
3.1	励磁投入前の誘導電動機動作時の動揺	133
3.1.1	突極機の場合	134
3.1.2	円筒機の場合	138
3.2	動揺回数の設定	139
3.3	界磁時定数を無視するときの最適位相投入	142
3.3.1	最適位相角と最悪位相角の決定	143
3.3.2	計算結果の一例	150
3.4	界磁時定数を考慮するときの同期化現象に対する考察	153

3.5	1 回の動揺で同期化する条件の数値計算	160
3.5.1	界磁時定数も無視するときの数値計算	160
3.5.2	界磁時定数も考慮するときの数値計算	162
3.6	界磁時定数も考慮するときの 1 回の動揺で同期化する臨界条件を求める実験	177
第 4 章	界磁・直軸電機子相互インダクタンス $M_{af d}$ も考慮した同期引入れに関する動揺方程式	184
4.1	動揺方程式の導出	185
4.2	動揺方程式の正規化	193
4.3	さらに近似度を高くとした場合の動揺方程式	195
4.4	正規化された動揺方程式に関する考察	200

4.5	同期引入れに関するトラゼクトリ を求める実験とその結果に対する 検討	206
4.5.1	実験方法	206
4.5.2	負荷の変動を考慮したときの動揺 方程式の導出およびその正規化方 程式	207
4.5.3	実験装置	216
4.5.4	実験結果	222
第 5 章	同期引入れ現象に与える新設定パ ラメータ m と ξ の影響	227
5.1	相対相互係数 m	227
5.2	Z に関する ξ と m の影響	229
5.3	同期化に及ぼす ξ と m の影響を示 す位相面図	234
第 6 章	同期引入れ現象に与える各種のパ ラメータの影響	241

結 言

272

謝 辭

279

文 獻

281

結 言

同期電動機の同期引入れ限界に関する研究はきわめて古くから行なわれ、定量的な関係を明らかにしたものは外国では1922年のCarr氏の論文、わが国では1924年の渡辺氏の論文⁽¹⁶⁾が最初であろう。その後、Edgerton氏ら⁽³⁾の微分解析機により導いた引入れ条件の近似式は有名であるが、正確な結果ではない。

乗松氏ら⁽¹⁷⁾は同筒形誘導同期電動機について、同期引入れ直後では引入れ前よりも制動係数が相当地に減少することを指摘し、あわせて引入れ動作に関する詳細を微分解析機によって解析した。埴野氏ら⁽¹⁸⁾は突極形発電機に関する並列運転時の強制同期引入れの問題を扱い、あわせてNickle氏ら⁽⁴⁾の与えた制動トルクの計算式の妥当性を論じてい

る。

本研究は第一に界磁時定数を無視したときの同期電動機の同期引入れ現象を、位相面解析とデジタル計算機により究明し、引入れ条件を満たす諸係数間の関係を求める方法を示し実験結果と対照した。

第二に Edgerton が定めた動揺回数設定法にみられる不合理を指摘し、新たに動揺回数設定法を定め、界磁時定数を無視したときの動揺回数を制限した場合の最適位相投入について位相面解析より論じた。

第三に界磁の時間遅れが界磁時定数のみによっておけると仮定した場合の実極形同期電動機の同期引入れ現象を位相面解析により定性的に考察し、さらにデジタル計算機により、動揺回数を制限した場合の同期引入れ条件を満たす諸係数の関係を求めて界磁時定数の影響を調べ、実験結果と対照した。

また, Edgerton 氏ら⁽³⁾は界磁時定数の大きさによって, 同期電動機の同期入れ時の最適位相投入角が異なってくることを論じている。

後に乗松氏ら⁽¹⁷⁾は微分解析機による結果から, 界磁時定数が大きくなるにつれ, 同期化成功の範囲は一般に小さくなるとしている。

たしかに, 界磁時定数が大きいことは同期化力の時間的生長がそれだけ遅れることを意味するから, 同期化に不利となる。しかし, 同期化成否の問題は界磁磁束と電機子反作用磁束との間の牽引作用による誤であるから, 界磁時定数のみならず界磁インダクタンスと電機子反作用インダクタンス間の相互インダクタンスも同時に密接な影響を持つ筈である。

そこで, 第四にこの観点に立ち, Van Ness 氏⁽⁹⁾, Aldred 氏ら⁽¹⁰⁾によって考案された方法を適用し, Park の基本方程式より同期入れに関する動揺方程式を導き, 位相面解析とデジタル計

算機により直軸電機子・界磁間の相互インダクタンスによる影響および界磁時定数の影響を解析し、界磁時定数のほかに直軸電機子・界磁間の相互インダクタンスの値が同期引入れに重要な役割を演ずることを指摘し、かつ各種のパラメータの影響を調べた。

上述したことを本論文では六章にまとめている。

第一章は Edgerton が示した同期電動機の同期化現象を表わす正規化された 2 階非線形常微分方程式より、界磁時定数を無視した場合において、位相面方程式を求めて位相面解析し、円筒形、突極形のいずれの場合においても、各係数の関係によって 4 つの典型的な位相面図で表わされることを指摘し、さらに同期機リミットサイクルの有する性質についても言及した。

第二章は第一章の位相面解析の結果を基にして、同期電動機の同期引入れ条件をデジタル計算機によって求める手法を示し、さらに位相面方程式

より得られた条件から，突極機の引込み条件を近似理論的に求める手法を示し，円筒機においては，それより引込み条件の近似理論式を導出した。

さらに，数値実験式も求め実験結果と理論値を比較検討した。

第三章は Edgerton 氏らの定めた動揺回数設定の不合理性を指摘し，新たに動揺回数設定法を定め，これに基き，界磁時定数も無視した場合の最適位相投入について論じ，さらに，界磁時定数も考慮した場合の突極機の引込み現象も位相面解析により定性的に考察し，動揺回数を制限したときの同期引入れ条件をデジタル計算機を利用し種々のパラメータについて求め，界磁時定数も考慮した場合の同期引込み実験を行ない，実験結果と比較検討した。

第四章は第三章で界磁時定数も考慮した場合の Edgerton の方程式より突極機の引込み現象も位相面解析により考察し，動揺回数を1回と制限した

場合の同期引入れ条件をディジタル計算機により種々のパラメータについて求めた。しかし動揺回数が僅かで同期引込みする急峻な過渡現象を示す同期化現象の方程式としてはEdgertonの近似方程式は十分だと言いにくく、引込み現象のトラゼクトリは実験値とかなりの差異を生ずる。

そこで、Van Ness氏、Aldred氏らによって考案された方程式を適用し、界磁時定数とともに界磁・直軸電機子相互インダクタンスの影響をも考慮した同期引入れに関する動揺方程式を導き、Edgertonの方程式との違いを指摘し、さらに、内部相差角とすべりの測定装置を作成し実験値と比較検討した。

第五章は第四章で得た動揺方程式において得られた新設定パラメータ、相対相互係数 m 、相対制動項の同期引入れ現象に与える影響も位相面解析により解析した。

第六章は同期引入れ現象に与える各種のパラメ

ータの影響を独立に調べるため、任意のパラメータを除き他のすべてのパラメータを一定値に保ち、選ばれた一つのパラメータの数値をいろいろ変化させたときの最大負荷比対励磁投入位相角の関係をデジタル計算機で求め、ここで得られた各種のチャートの考察から興味深いいくつかの特徴を示した。

第1章 同期化現象の基礎方程式

1.1 同期引入れの基本式

すでに H. E. Edgerton が示したように同期電動機の同期化現象は

円筒形同期電動機は (1.1) 式のように

$$P_J \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} + P_m (\sin\delta) (1 - e^{-t/\tau_d}) = P_e \quad (1.1)$$

突極形同期電動機は (1.2) 式のように

$$P_J \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d (1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{dt} + P_r \sin 2\delta + P_m (\sin\delta) (1 - e^{-t/\tau_d}) = P_e \quad (1.2)$$

表わされる。(3)

ここに

δ : 内部相差角 (rad)

f : 周波数 (Hz)

P : 極対数

T_d' : d 軸短絡過渡時定数 (s)

$G D^2$: 電動機および負荷を含めた全回転系のはずみ車効果 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)

P_e : 同期引入れ直前の反抗トルク (syn. W)

s : P_e に対する平均すべり

$P_j \frac{d^2\delta}{dt^2}$: 加速度によって生ずる回転系の慣性トルク (W)

$$P_j = \frac{\pi}{2} \cdot G D^2 \cdot \frac{f}{P^2} \quad (\text{W} \cdot \text{s}^2/\text{rad})$$

$P_d \frac{d\delta}{dt}$, $P_d(1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{dt}$: 制動トルク (W)

$$P_d = \frac{P_e}{2\pi f s} \quad : \text{制動係数} (\text{W} \cdot \text{s}/\text{rad})$$

b : 制動巻線の非対称配置など突極による脈動係数

$P_r \sin 2\delta$: 反作用トルク (W)

x_d : 直軸同期リアクタンス (Ω)

x_q : 横軸同期リアクタンス (Ω)

V' : 電機子印加線間電圧の実効値 (V)

$$P_r = \frac{(\chi_d - \chi_q)}{2\chi_d\chi_q} V'^2 \quad (W)$$

$P_m \sin \delta$: 同期化トルク (W)

E : 同期引入れ後における定常状態の
線間公称誘導起電力の実効値 (V)

$$P_m = \frac{E'V'}{\chi_d} \quad (W)$$

(1.1) 式は次のように正規化される。

$$t = a\tau \quad (a > 0) \quad (1.3)$$

とおき (1.1) 式に代入し、両辺を P_m でわると

$$\begin{aligned} \frac{P_f}{a^2 P_m} \cdot \frac{d^2 \delta}{d\tau^2} + \frac{P_d}{a P_m} \cdot \frac{d\delta}{d\tau} + (\sin \delta)(1 - e^{-a\tau/T_d}) \\ = \frac{P_e}{P_m} \end{aligned} \quad (1.4)$$

となる。

$$\frac{P_f}{a^2 P_m} = 1 \quad \text{とおくと}$$

$$\frac{P_d}{a P_m} = \frac{P_d}{\sqrt{P_d P_m}} = k \quad (1.5)$$

$$\frac{P_e}{P_m} = \beta \quad (1.6)$$

k : 相対制動係数

β : 負荷比

いま, (1.4) 式に, (1.5), (1.6) 両式を代入すると

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k \frac{d\delta}{d\tau} + (\sin\delta)(1 - e^{-a\tau/T_d'}) = \beta \quad (1.7)$$

を得る.

また (1.2) 式も (1.1) 式と同じようにして次式の正規化された式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{d\tau} + g \sin 2\delta \\ + (\sin\delta)(1 - e^{-a\tau/T_d'}) = \beta \end{aligned} \quad (1.8)$$

g : 反作用トルク比

$$g = \frac{P_r}{P_m} \quad (1.9)$$

同期引入れの可否は, (1.7), (1.8) 式の内部相差角 δ の解が一定値に収束するか否かで判定できる。励磁投入後, 時間がじゅうぶん経過すれば指数関数項は消滅するから, (1.7), (1.8) 式は

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k \frac{d\delta}{d\tau} + \sin\delta = \beta \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta) \frac{d\delta}{d\tau} + g\sin 2\delta + \sin\delta \\ & = \beta \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$(k > 0, g \geq 0, 1 > b \geq 0, \beta > 0)$$

となって, 時定数を零としたことに等しい。したがって, 動揺を何回かくり返しながらも, いつかは同期引入れに成功するためには, $(\delta, \dot{\delta})$ 位相面上においていかなる初期値から出発したトラゼクトリも, 無限回の振動後に (1.10), (1.11) 式より与えられた定常状態, すなわち

$$\sin\delta_0 = \beta \quad (1.12)$$

$$g\sin 2\delta_0 + \sin\delta_0 = \beta \quad (1.13)$$

を満たす安定特異点 δ_0 へ収束するような限界を求めればよいのである。

相対制動係数 κ については、円筒機のように起動時に回転子巻線を短絡し、同期化時に励磁機へ接続する場合は励磁後に κ は減少する⁽¹⁷⁾。しかし、制動巻線を有する突極機では起動は制動巻線によって行なうから、界磁回路の制動電流により投入後の κ は逆に増加する。また、始めから励磁回路を接続したまま起動加速する場合は κ はほとんど一定とみなしてさしつかえない。なお、直軸の制動巻線を省略し界磁と横軸制動巻線のみ考慮して解析を行なった Nickle⁽⁴⁾, Doherty⁽⁵⁾ 各氏の方法では厳密な κ は算定できない。界磁抵抗が一定ですべりが小さい場合には、本論文のように κ は近似的に一定として扱ってよく、このために現象解明の一般性が失われることはない。

また、脈動係数 κ は Dahl⁽⁸⁾ 氏の方法で次式が導かれる。

$$b = \frac{\frac{\chi_q'^2 T_{\alpha 0}''}{\chi_a'^2 T_{q 0}''} - \frac{\chi_q' - \chi_q''}{\chi_a' - \chi_a''}}{\frac{\chi_q'^2 T_{\alpha 0}''}{\chi_a'^2 T_{q 0}''} + \frac{\chi_q' - \chi_q''}{\chi_a' - \chi_a''}}$$

同期化に対する界磁時定数の影響を調べるには、
(1.7), (1.8) 式にもとって

$$(\sin \delta_{of})(1 - e^{-a\tau/T_d}) = \beta \quad (1.14)$$

$$g \sin 2\delta_{of} + (\sin \delta_{of})(1 - e^{-a\tau/T_d}) = \beta \quad (1.15)$$

を満たす安定特異点 δ_{of} への収束条件を、位相面上で異なった初期値より出発したトラゼクトリが互いに相交わることも考慮して吟味することになる。

(1.14), (1.15) 式は励磁投入直後 ($\tau=0$) より時間の進行につれて安定特異点が移動することを表わすもので、 $\tau \rightarrow \infty$ では $\delta_{of} = \delta_0$ で (1.12), (1.13) 式と一致する。また、 g および β の値によるが、励磁投入後ある時間を経過しないと δ_{of} が存在し

ないこともわかる。ただし，この経過時間中トラゼクトリが無限に発散することはない。

1.2 位相面方程式^{(22), (24)}

1.2.1 トラゼクトリの分布

円筒形電動機の場合，(1.10)式より位相面方程式は

$$\frac{dv}{d\delta} = \frac{\beta - kv - \sin\delta}{v} \quad (1.16)$$

$$v = \frac{d\delta}{d\tau}$$

となる。第一式右辺の分子が零のときの v を v_1 とすれば

$$v_1 = \frac{\beta - \sin\delta}{k} \quad (1.17)$$

上式は $v_1 = 0$ のときは特異点座標を示し, $v_1 \neq 0$ のときは位相面上における $dv/d\delta = 0$ の軌跡を示す。(1.17)式に δ の代わりに $\delta + 2n\pi$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) を代入しても同一形であるから, 同一性質を有する特異点が 2π ずつの間隔で δ 軸に無限にならぶ。

(1.16) 式を変形して

$$v = \frac{\beta - \sin \delta}{k + \frac{dv}{d\delta}} \quad (1.18)$$

を得る。(1.17), (1.18) 式を比較すると $k > 0$ なるゆえ

$v_1 > 0$ のとき

$$v > v_1 \text{ ならば } \frac{dv}{d\delta} < 0$$

$$0 < v < v_1 \text{ ならば } \frac{dv}{d\delta} > 0 \quad (1.19)$$

$$v < 0 \text{ ならば } \frac{dv}{d\delta} < 0$$

$v_1 < 0$ のとき

$$v > 0 \text{ ならば } \frac{dv}{d\delta} < 0$$

$$0 > v > v_1 \text{ ならば } \frac{dv}{d\delta} > 0 \quad (1.20)$$

$$v < v_1 \text{ ならば } \frac{dv}{d\delta} < 0$$

を得る。

突極形同期電動機の場合，(1.11)式より位相面方程式は

$$\frac{dv}{d\delta} = \frac{\beta - k(1 - b \cos 2\delta)v - g \sin 2\delta - \sin \delta}{v}$$

$$v = \frac{d\delta}{d\tau}$$

(1.21)

となる。第1式右辺の分子が零のときの v を v_1 とすれば

$$v_1 = \frac{\beta - g \sin 2\delta - \sin \delta}{k(1 - b \cos 2\delta)} \quad (1.22)$$

上式は $v_1 = 0$ のときは特異点座標を示し， $v_1 \neq 0$ のときは位相面上における $dv/d\delta = 0$ の軌跡を示す。

(1.22)式に δ の代わりに $\delta + 2n\pi$ ($n=0, \pm 1,$

$\pm 2, \dots$) を代入しても同一形であるから, 同一性質を有する特異点が 2π ずつの間隔で δ 軸に無限にならる。

(1.21) 式を変形して

$$v = \frac{\beta - g \sin 2\delta - \sin \delta}{h(1 - b \cos 2\delta) + \frac{dv}{d\delta}} \quad (1.23)$$

ここで $h(1 - b \cos 2\delta) > 0$ なので, 円筒形電動機の場合と全く同じようにして (1.22), (1.23) 式を比較し $dv/d\delta > 0$, $dv/d\delta < 0$ の範囲を調べると, (1.19), (1.20) 式と同じ結論が得られる。

これより, $dv/d\delta$ の分布の様子の一例を図示すると, 図 1.1 より 図 1.4 が得られる。

これらより次の考察がなされる。図 1.1, 図 1.2 から明らかのように $v > 0$, $dv/d\delta < 0$ の領域より出発したトラゼクトリの v の値は, 連続的に減少しついに $dv/d\delta = 0$ の軌跡に交わるが δ 軸

と交わる。 $dv/ds=0$ の軌跡と交わったトラゼクトリは、 $v>0$, $dv/ds>0$ の領域より出発したトラゼクトリと同じように v の値が増加するようにすが、再び $dv/ds=0$ の軌跡と交わり、また減少しはじめる。そのトラゼクトリは、また $dv/ds=0$ の軌跡と交わるか δ 軸と交わる。つぎつぎにこれが行なわれ、無限に時間が経過すれば δ 軸と交わらないで、リミットサイクルに収束するか、または δ 軸と交わるかのいずれになるのである。 δ 軸と交わったトラゼクトリは、 dv/ds の符号にしたがって動き、最後には安定特異点に収束することがわかる。

一方、 $v<0$, $dv/ds<0$ の領域より出発したトラゼクトリの v の絶対値もやはり減少し、ついには $dv/ds=0$ の軌跡に交わるか、 δ 軸と交わる。

$dv/ds=0$ の軌跡と交わったトラゼクトリは、 $v<0$, $dv/ds>0$ の領域より出発したトラゼクトリと同じように v の絶対値が増加するようにす

すみ，再び $dv/ds=0$ の軌跡と交わり，また絶対値が減少しはじめる。そのトラゼクトリは，また $dv/ds=0$ の軌跡と交わるか δ 軸と交わる。そうして，いつかは δ 軸と交わる。 δ 軸と交わったトラゼクトリは， $v>0$ の領域より出発したトラゼクトリのときと同じように考察できる。

図1.3，図1.4の場合は，収束すべき特異点がないため，すべて先に述べたようにトラゼクトリはリミットサイクルに収束する。

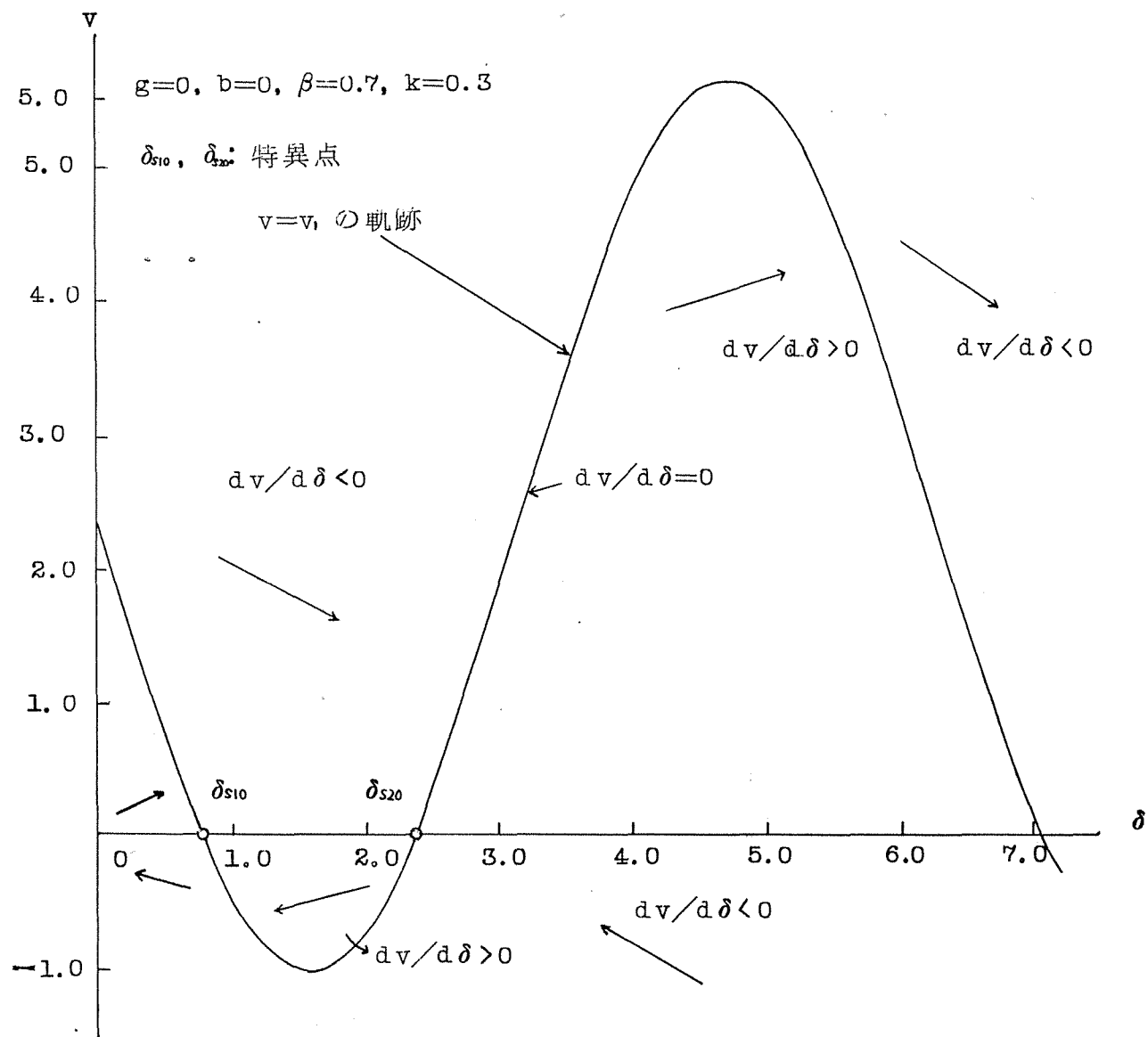


図 1.1 円筒機における特異点がある場合の $dv/d\delta$ の分布

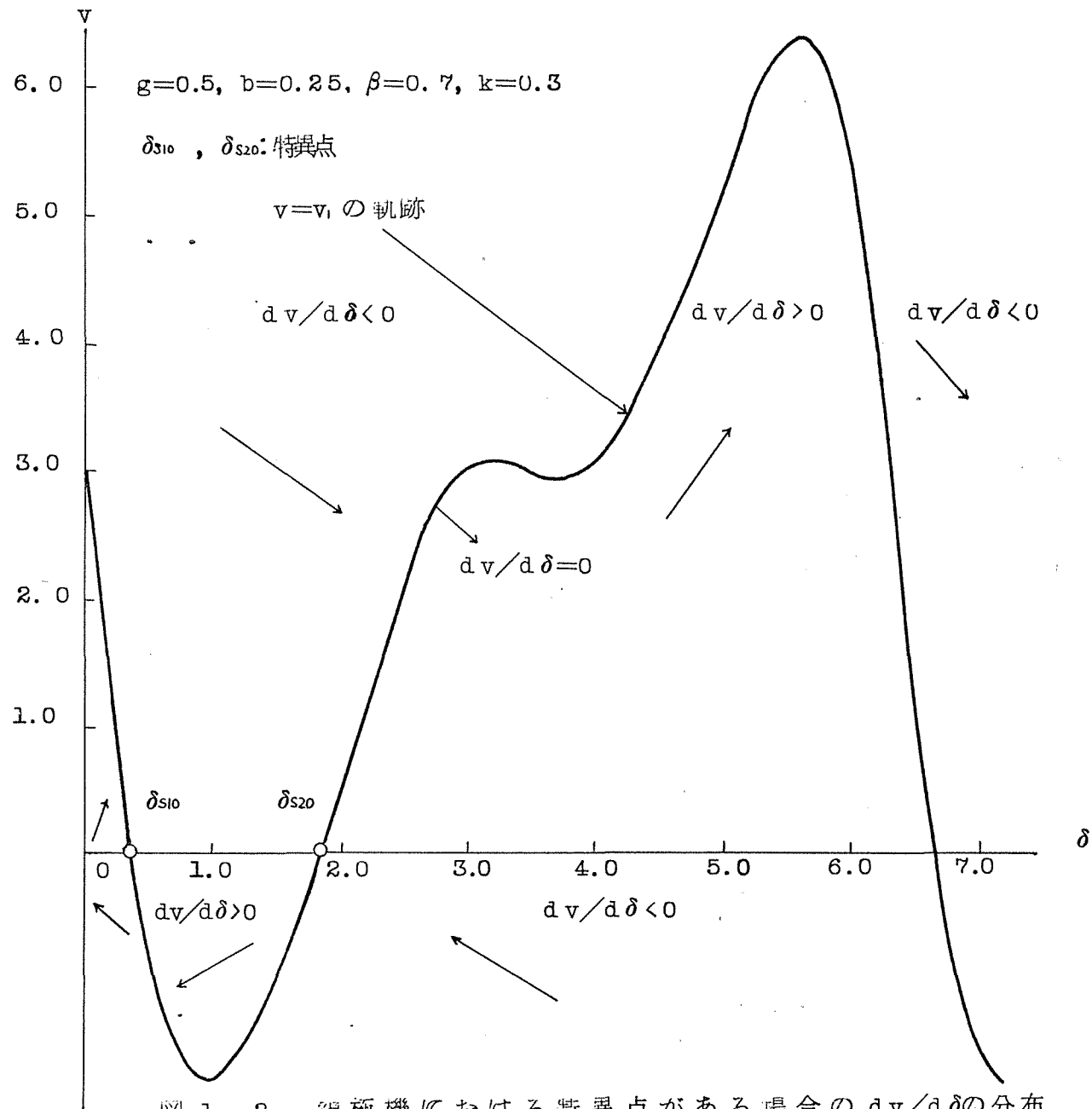


図 1.2 突極機における特異点がある場合の $dv/d\delta$ の分布

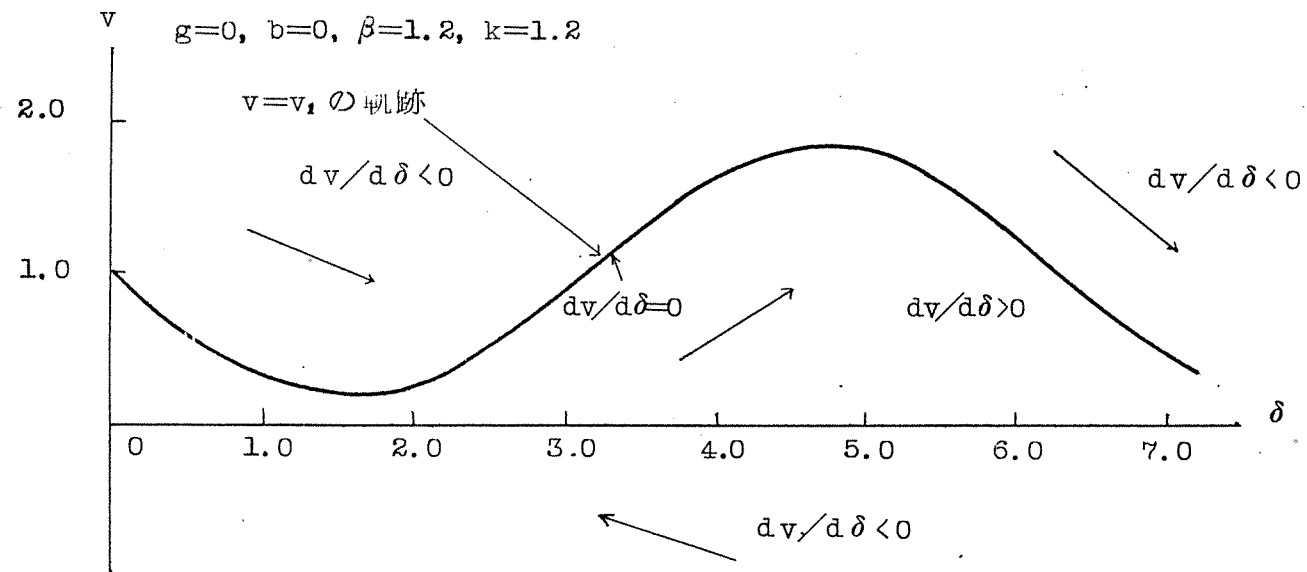


図 1.3 円筒機における特異点がない場合の $dv/d\delta$ の分布

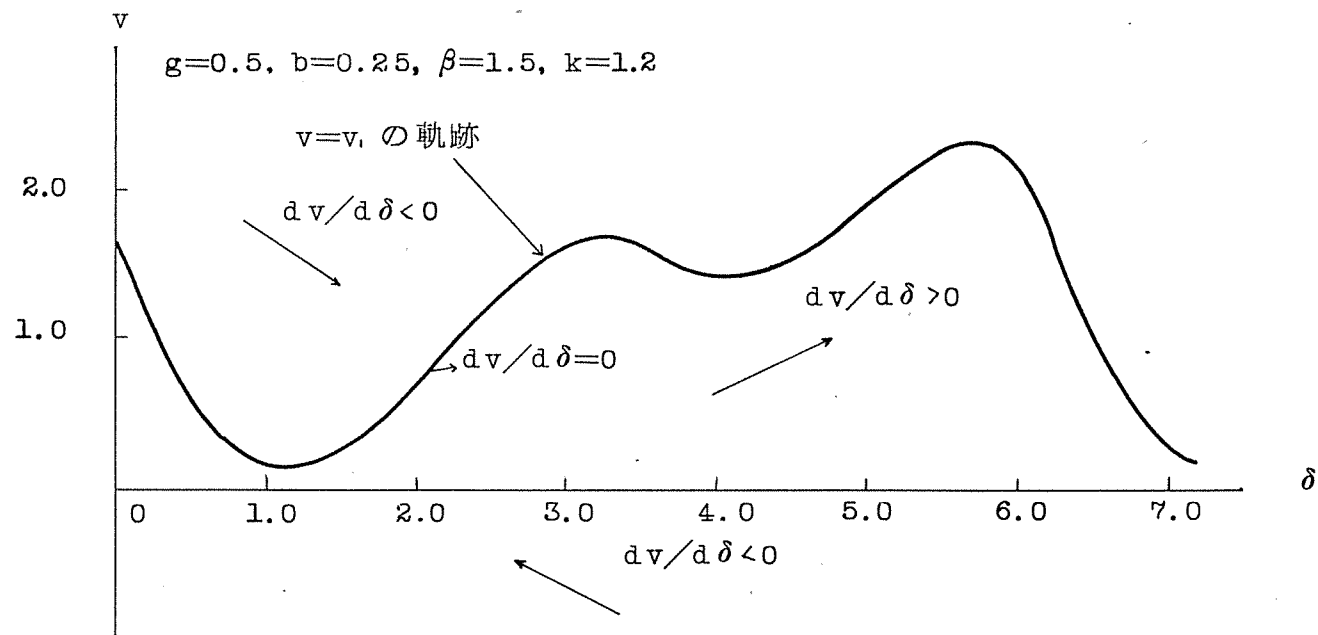


図 1.4 突極機における特異点がない場合の $dv/d\delta$ の分布

1.2.2 特異点の存在する条件

特異点が存在するためには、円筒形同期電動機の場合には、(1.17) 式の軌跡が δ 軸と交わる必要があるであり、突極形同期電動機の場合には、(1.22) 式の軌跡が δ 軸と交わる必要がある。

円筒形同期電動機の δ 軸と交わる条件は、(1.17) 式で $v_1 = 0$ とおけば

$$0 = \frac{\beta - \sin \delta}{k} \quad (1.24)$$

(1.24) 式の根が存在するためには、 $\beta > 0$ より

$$\beta \leq 1 \quad (1.25)$$

である必要がある。

(1.25) 式を満足する $0 < \delta < \frac{\pi}{2}$ の特異点の δ 座標を δ_s とすれば

$$\delta_s = \sin^{-1} \beta \quad (1.26)$$

一般座標で書けば次の2つのグループに分けられる。

$$\begin{aligned} \delta_{s1n} &= 2n\pi + \sin^{-1} \beta \\ \delta_{s2n} &= (2n+1)\pi - \sin^{-1} \beta \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

突極形同期電動機の場合の δ 軸と交わる条件は(1.22)式で $v_t = 0$ とおけば

$$0 = \frac{\beta - g \sin 2\delta - \sin \delta}{k(1 - b \cos 2\delta)} \quad (1.28)$$

$k(1 - b \cos 2\delta) > 0$ であるゆえ, (1.28)式の根が存在するためには

$$\beta(\delta) = g \sin 2\delta + \sin \delta \quad (1.29)$$

と定義し, $\beta(\delta)$ の最大値を β_{max} とすれば

$$\beta \leq \beta_{max} \quad (1.30)$$

であることが必要である。

β_{\max} は

$$\frac{d\beta(\delta)}{d\delta} = 2g \cos 2\delta + \cos \delta = 0 \quad (1.31)$$

とおくと $|\cos \delta| \leq 1$ より

$0 < g < 0.5$ のとき

$$\cos \delta = -\frac{1}{8g} + \sqrt{\left(\frac{1}{8g}\right)^2 + \frac{1}{2}} \quad (1.32)$$

$g \geq 0.5$ のとき

$$\cos \delta = -\frac{1}{8g} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{8g}\right)^2 + \frac{1}{2}} \quad (1.33)$$

$0 < g \leq 0.5$ のとき

(1.32) 式を満足する δ のときの $\beta(\delta)$ は最大値 β_{\max} をとる。

(1.32) 式を満足する δ を δ_m とすれば

$$\beta \leq \beta_{\max} = g \sin 2\delta_m + \sin \delta_m \quad (1.34)$$

となる。

(1.28) 式を満足する $0 < \delta < \delta_m$ の範囲の特異点の δ 座標を δ_{s10} , $\delta_m < \delta < \pi$ の特異点の δ 座標を δ_{s20} とする。 $\pi < \delta < 2\pi$ には特異点は存在しない。 δ 座標の一般座標は次式のようになる。

$$2n\pi + \delta_{s10} = \delta_{s1n}$$

$$2n\pi + \delta_{s20} = \delta_{s2n} \quad (1.35)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$g > 0.5$ のとき

$0 < \delta < 2\pi$ で $\beta(\delta)$ は極大値を2つとる。最初に表われる極大値を β_{m1} , δ 座標を δ_{m1} , 後者を β_{m2} , δ 座標を δ_{m2} とすれば, $\beta_{m1} > \beta_{m2}$ であり β_{m1} は最大値に等しい。

$\beta_{m2} < \beta < \beta_{m1}$ のとき

$0 < g \leq 0.5$ のときと同じように考えられる。

$0 < \beta < \beta_{m2}$ のとき

$0 < \delta < 2\pi$ のときあらわれる特異点は4つで、その δ 座標を δ_{s10} , δ_{s20} , δ_{s30} , δ_{s40} , ただし
 $\delta_{s10} < \delta_{m1} < \delta_{s20} < \pi < \delta_{s30} < \delta_{m2} < \delta_{s40}$, とすれば
 一般座標は次式のようになる。

$$2n\pi + \delta_{s10} = \delta_{s1n}$$

$$2n\pi + \delta_{s20} = \delta_{s2n}$$

$$2n\pi + \delta_{s30} = \delta_{s3n} \quad (4.36)$$

$$2n\pi + \delta_{s40} = \delta_{s4n}$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

1.2.3 特異点の性質

円筒形同期電動機の場合は(1.10)式, 突極形同期電動機の場合は(1.11)式に, $\delta = \delta' + 2n\pi$ の変換をして代入しても全く形はかわらない。ゆえに特異点の性質について, 円筒形ならば, $0 < \delta < 2\pi$

の範囲の特異点 $(\delta_{s10}, 0)$, $(\delta_{s20}, 0)$ について、
 突極形なれば、 $(\delta_{s10}, 0)$, $(\delta_{s20}, 0)$, さらにもし
 し存在すれば、 $(\delta_{s30}, 0)$, $(\delta_{s40}, 0)$ について調
 べれば必要十分である。

i) 円筒形電動機の場合

特異点の δ 座標を δ_{s0} ($0 < \delta_{s0} < 2\pi$) とすれば

$$\delta = \delta' + \delta_{s0} \quad (1.37)$$

なる変換を行ない、原点を特異点に移す。

(1.37) 式を (1.16) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{dv}{d\delta'} &= \frac{\beta - kv - \sin(\delta' + \delta_{s0})}{v} \\ &= \frac{-kv - \delta' \cos \delta_{s0} + Q(\delta')}{v} \quad (1.38) \end{aligned}$$

ただし、 $Q(\delta')$ の δ' の次数は 2 以上である。

Poincare の判別を適用し、(1.38) 式の分子
 の δ' の係数を A , v の係数を B , 分母の δ' の係数
 を C , v の係数を D とすると

$$A = -\cos \delta_{s0}$$

$$B = -k < 0$$

$$C = 0$$

$$D = 1$$

(1.39)

となり特性方程式は

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ A & B-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - B\lambda - A = 0$$

(1.40)

となり，特性根は(1.40)式の2根で与えられる。

特異点が安定特異点であるためには，2根の実数部はともに負で $A < 0$ である。 $A > 0$ のときは特異点はくら形点となる。

したがって，(1.27)式によつて示される特異点のうち

$$\delta_{s10} = \sin^{-1} \beta$$

をとれば

$$A = -\cos \delta_{s10} < 0 \quad (1.41)$$

なるゆえ，座標 $(\delta_{s10}, 0)$ は安定特異点である。

$$\delta_{s20} = \pi - \sin^{-1} \beta$$

をとれば

$$A = -\cos \delta_{s20} > 0 \quad (1.42)$$

なるゆえ，座標 $(\delta_{s20}, 0)$ はくら形点である。

ii) 突極形同期電動機の場合

特異点の δ 座標を δ_{s0} とし， $\delta = \delta' + \delta_{s0}$ なる変換をし，(1.21)式に代入すれば

$$\frac{dv}{d\delta'} = \frac{\beta - k\{1 - b \cos 2(\delta' + \delta_{s0})\} v}{v} \quad *$$

$$* \quad \frac{-g \sin\{2(\delta' + \delta_{s0})\} - \sin(\delta' + \delta_{s0})}{v}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2}(1-b \cos 2\delta_{s0})v - (2g \cos 2\delta_{s0} + \cos \delta_{s0})\delta'}{v + Q(\delta'v)}^* \quad (1.43)$$

ただし, $Q(\delta', v)$ の δ' , v の次数は 2 以上である。

円筒形電動機と同じようにして

$$A = -(2g \cos 2\delta_{s0} + \cos \delta_{s0})$$

$$B = -\frac{1}{2}(1-b \cos 2\delta_{s0}) < 0$$

$$C = 0$$

$$D = 1$$

(1.44)

となる。

a) 特異点が 2 つある場合

(1.29) 式より

$$\left(\frac{d\beta(\delta)}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_{s0}} = 2g \cos 2\delta_{s0} + \cos \delta_{s0}$$

(1.45)

となるゆえ, A は $\{\delta_{s0}, \beta(\delta_{s0})\}$ 点における $\beta(\delta)$ 曲線の傾きの逆符号に等しい。

したがって、 δ を原点から出発した場合、最初に現われる特異点 δ_{s10} は正の傾きを持つため安定特異点であり、次に現われる δ_{s20} は負の傾きを持つためくら形点である。

すなわち、

$$\delta_{s10} \text{ のとき, } A < 0 \quad (1.46)$$

$$\delta_{s20} \text{ のとき } A > 0$$

である。

6) 特異点が4つある場合

特異点が2つある場合と全く同じように調べて

$$\delta_{s10} \text{ のとき, } A < 0$$

$$\delta_{s20} \text{ のとき, } A > 0$$

$$\delta_{s30} \text{ のとき, } A < 0$$

$$\delta_{s40} \text{ のとき } A > 0$$

(1.47)

であることがわかる。すなわち、 δ_{s10} 、 δ_{s30} のとき安定特異点であり、 δ_{s20} 、 δ_{s40} のときくら形点である。

以上述べたことを，円筒形電動機，突極形同期電動機について一例を示せば，図 1.5 より図 1.7 までのようになる。

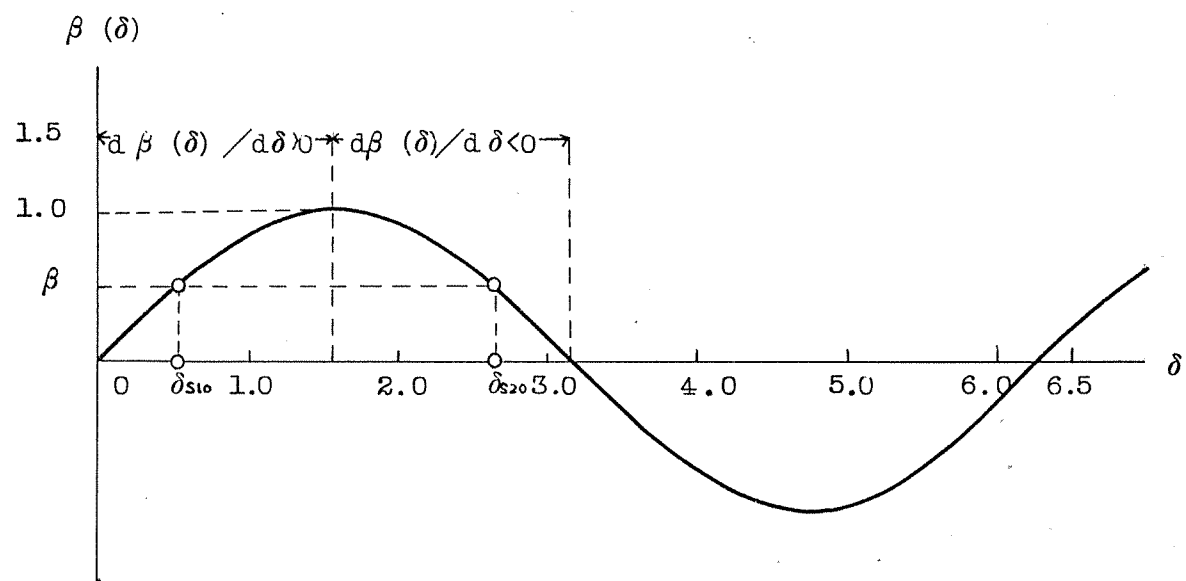


図 1.5 円筒機における特異点の存在条件および性質を示す説明図

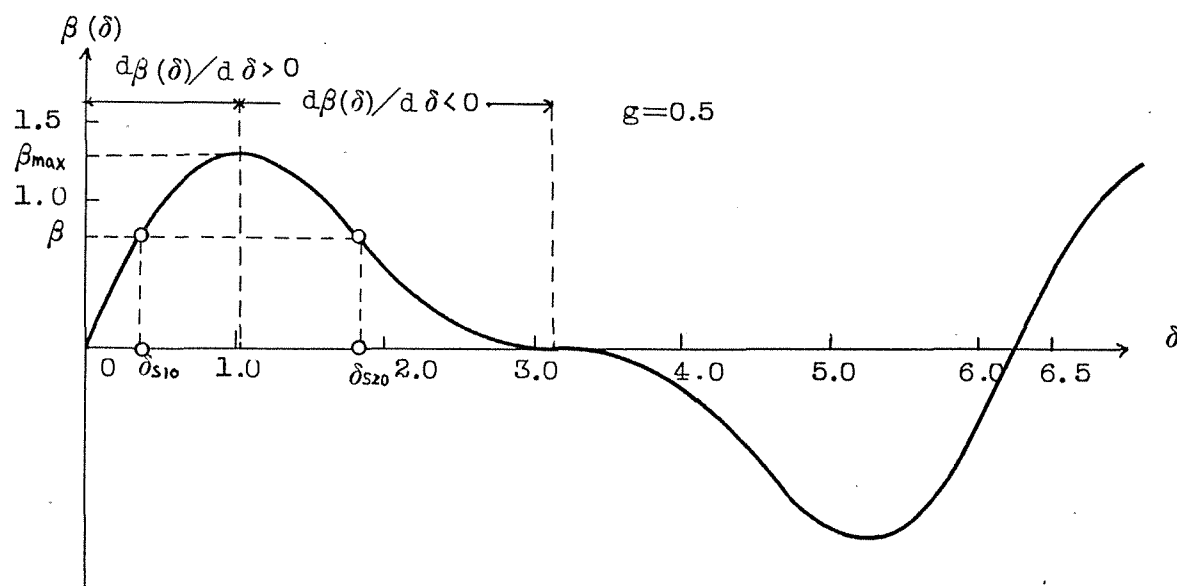


図 1.6 突極機における $g \leq 0.5$ のときの特異点の存在条件
および性質を示す説明図

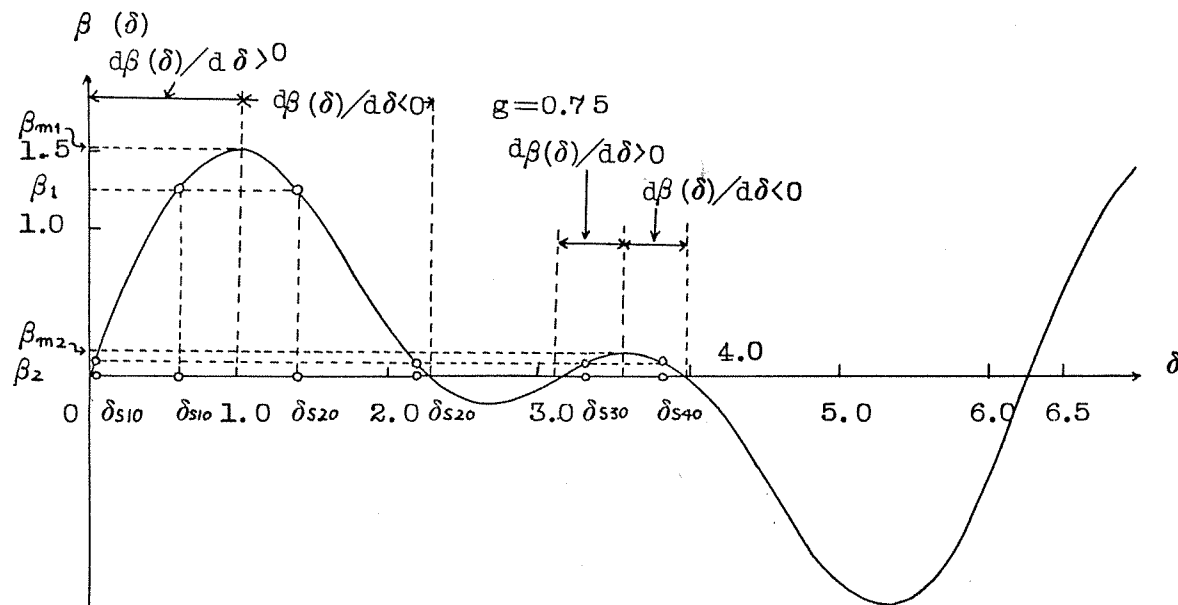


図 1.7 突極機における $g > 0.5$ のときの特異点の存在条件
および性質を示す説明図

1.3 同期機リミットサイクル^{(22), (24)}

基本式の制動係数項 $b(1 - b \cos 2\delta)$ は正であるから、任意の初期値を出発した位相面トラゼクトリが、安定な特異点に収束しないならばそのトラゼクトリは同期機のリミットサイクルに収束する。位相面上においてこのリミットサイクルは 2π を周期とする周期関数であり、そのリミットサイクル上の任意の点における縦軸の座標 v の値は正でかつ (1.22) 式により与えられる v_1 の最大値を越えない。さらにこのリミットサイクルは $v_m = \beta/b$ (一定値) の横軸と平行な直線に差きつくように進むことが以下の証明でわかる。

すなわち、位相面方程式をこのリミットサイクル上のある任意点 (δ_2, v_2) より $(\delta_2 + 2\pi, v_2)$ まで δ について積分してみると

$$\begin{aligned}
& \int_{\delta_2}^{\delta_2+2\pi} v \frac{dv}{d\delta} d\delta + k \int_{\delta_2}^{\delta_2+2\pi} (1 - b \cos 2\delta) v d\delta \\
& + \int_{\delta_2}^{\delta_2+2\pi} (g \sin 2\delta + \sin \delta) d\delta = 2\pi \beta
\end{aligned}
\tag{1.48}$$

書きなおせば

$$\int_{v_2}^{v_2} v dv + k \int_{\delta_2}^{\delta_2+2\pi} (1 - b \cos 2\delta) v d\delta = 2\pi \beta
\tag{1.49}$$

$$\therefore k \int_{\delta_2}^{\delta_2+2\pi} (1 - b \cos 2\delta) v d\delta = 2\pi \beta
\tag{1.50}$$

$(1 - b \cos 2\delta) > 0$ なるゆえ

$$\begin{aligned}
& \int_{\delta_2}^{\delta_2+2\pi} (1 - b \cos 2\delta) v d\delta \\
& = v(\delta_2 + \Delta \cdot 2\pi) \int_{\delta_2}^{\delta_2+2\pi} (1 - b \cos 2\delta) d\delta \\
& = 2\pi \cdot v(\delta_2 + \Delta \cdot 2\pi)
\end{aligned}$$

が成立する $\Delta (0 < \Delta < 1)$ が存在する。

したがって $v_m = v(\delta_2 + \Delta \cdot 2\pi)$ とおけばこの

リミットサイクル上 v の最大値 v_{\max} と最小値 v_{\min} の間に v_m は存在する。

$$v_{\min} < v_m < v_{\max}$$

この v_m を使えば

$$k \int_{\delta_2}^{\delta_2 + 2\pi} (1 - b \cos 2\delta) v d\delta = 2\pi k v_m = 2\pi \beta \quad (1.51)$$

$$\therefore v_m = \frac{\beta}{k}$$

このように安定平衡点に収束しないトラゼクトリはすべて平均値が β/k なる同期機リミットサイクルに収束する。しかし、すべてのトラゼクトリが安定平衡点に収束するようなパラメータのもとでは、このリミットサイクルは存在しない。

次に励磁投入前において制動巻線によって誘導電動機動作をしているときのリミットサイクルを考える。この誘導機リミットサイクルは(1.11)式で同期化トルク $\sin \delta$ の項を消滅させた式

$$v \frac{dv}{d\delta} + k(1 - b \cos 2\delta)v + g \sin 2\delta = \beta \quad (1.52)$$

の定常解を満足する。上式をいまと同様、ある任意点よりそれから 2π だけ離れた点まで積分し、平均値を求めるとやはり β/k となる。そして励磁投入の瞬間のあらゆる初期値はこの誘導機リミットサイクル上にある。励磁投入前の誘導電動機動作時の考察は第3章で述べる。

1.4 トラゼクトリの分類^{(22), (24)}

以上考察してきた位相面方程式により、トラゼクトリを種々に描いてみると、円筒機でも突極機でもトラゼクトリ群はパラメータにより次の4つの種類の位相面のうちどれか1つに含まれる。

1.4.1 特異点が存在しない場合 ($\beta \geq \beta_{\max}$)

図1.8, 図1.9に示されるように, 収束すべき特異点が存在しないため, トラゼクトリはすべて同期機リミットサイクルに収束する。このように安定平衡点に収束しないトラゼクトリは平均値が β/ϵ なる同期機リミットサイクルに収束する。リミットサイクルは ϵ が小さいほど上方に現われる。しかし, すべてのトラゼクトリが安定平衡点に収束するようなパラメータのもとでは, もちろん, このリミットサイクルは存在しない。

1.4.2 特異点が存在して同期機リミットサイクルが存在する場合

図1.10, 図1.11に示されるように, 安定領域より出発したトラゼクトリは安定特異点に収束するが, 大部分は不安定な領域であり, それから出発したトラゼクトリはリミットサイクルに収束し

てしまう。したがって、ある限定された初期値から出発させなければ安定にならない。

相対制動係数 μ が臨界制動係数 μ_c より小さい場合に起こる。

1.4.3 特異点が存在し同期機リミットサイクルが存在しない場合 ($\mu > \mu_c$)

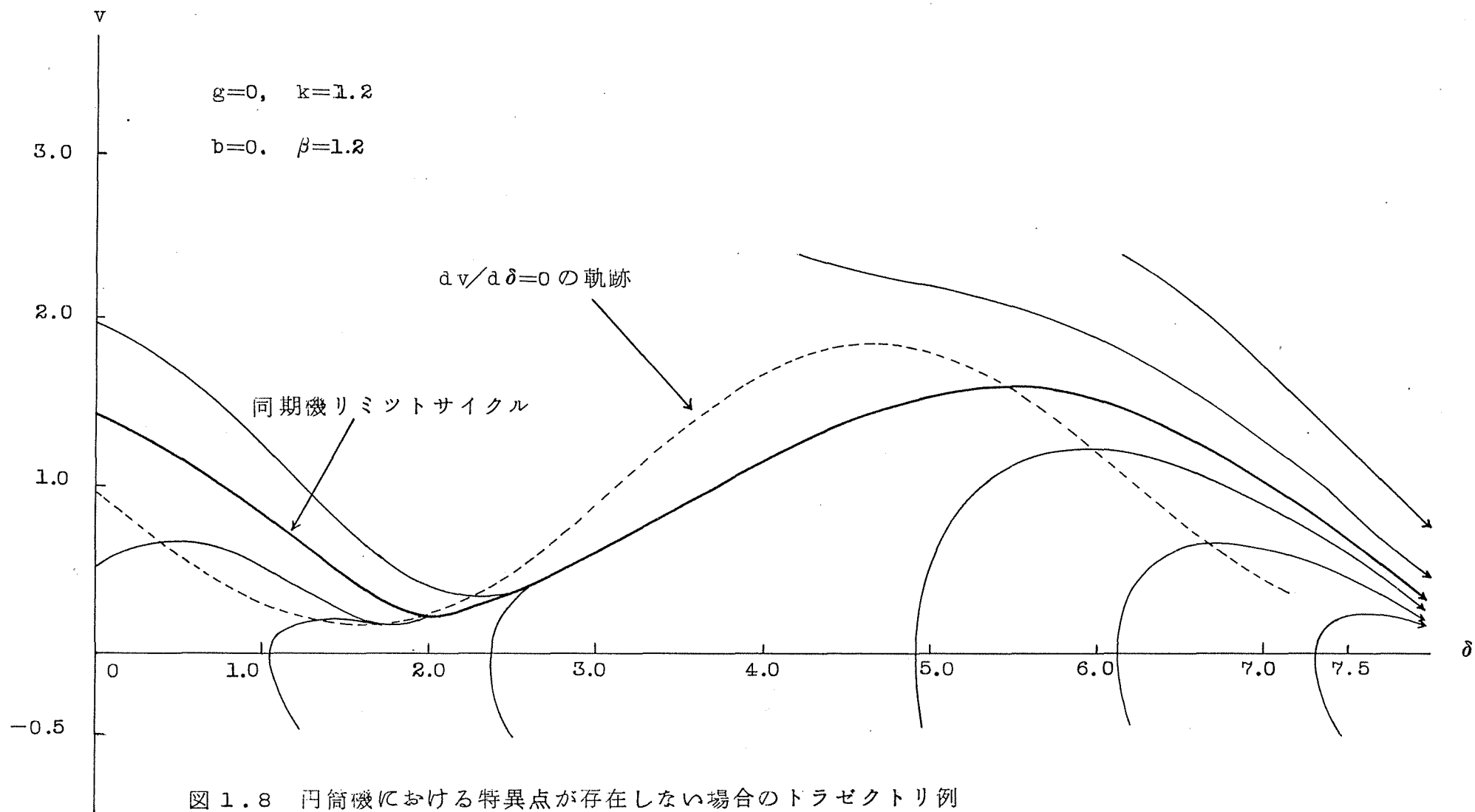
図1.12, 図1.13に示されるようである。ここで臨界制動係数 μ_c とは、いかなる初期値から出発させても、すべてのトラゼクトリが安定平衡点に収束する限界の相対制動係数をいう。安定特異点が存在する場合には、最悪の場合にはリミットサイクルへ収束することがわかっている。リミットサイクルが存在しないのであるから、任意初期値より出発したトラゼクトリは初期値の近傍の安定特異点にすべて収束する。

1.4.4 同期機リミットサイクルが隣接する

くさ形点を通過する場合 ($\mu = \mu_c$)

図1.14, 図1.15 に示されるように, いかなる初期値から出発しても安定特異点にはいらないければ必ずリミットサイクルに収束する。数学的にはいつまでも安定特異点に収束しないが, 物理的にはわずかの外乱があれば, 安定特異点に収束する方向か, またはリミットサイクルを形成する方向かのどちらかに進行する。後者は前と同じことをくり返し, いつかは安定特異点にはいる。

このときの μ が与えられた ω , η , β に対する臨界制動係数 μ_c を示すのであって, これから同期化条件が導かれる。



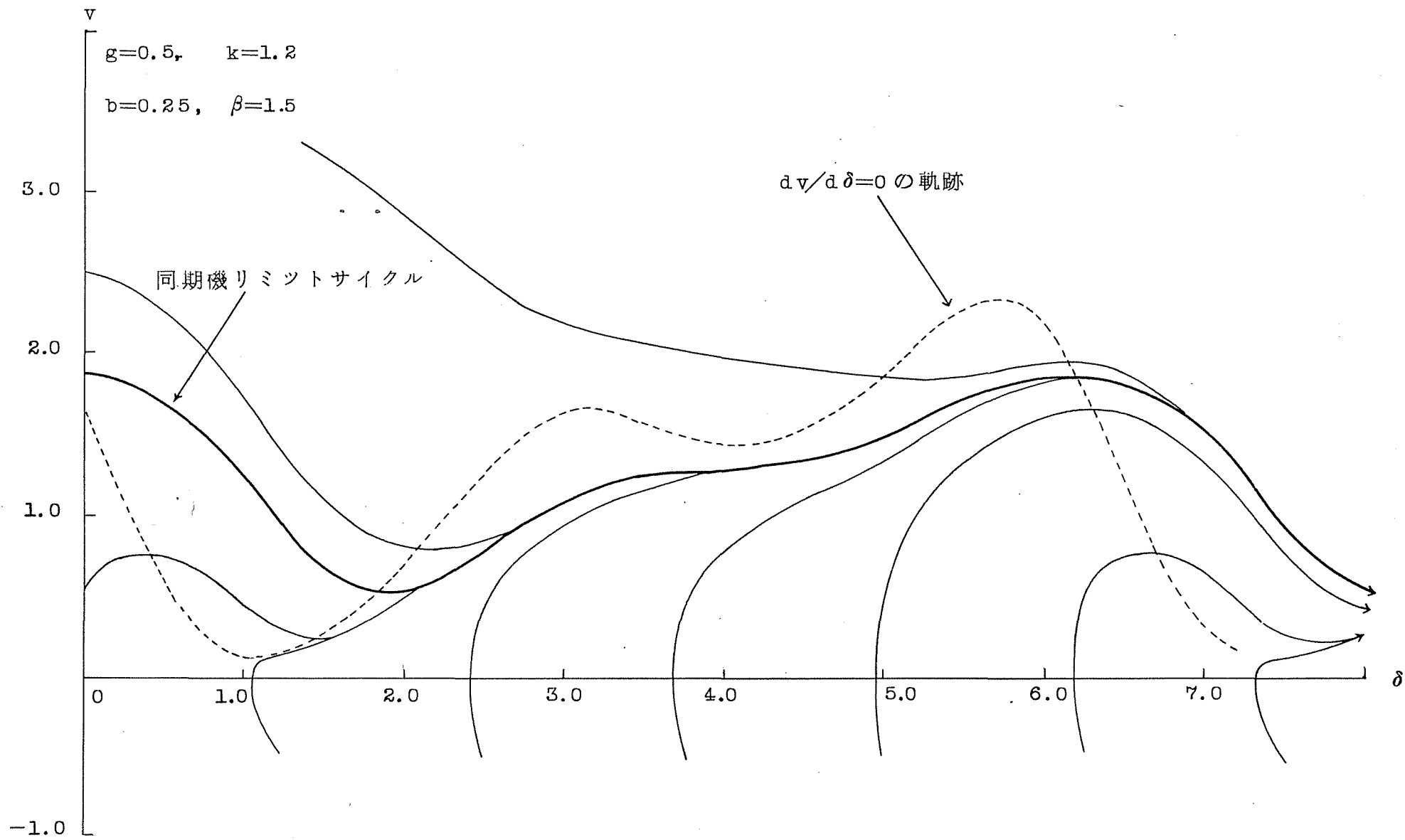
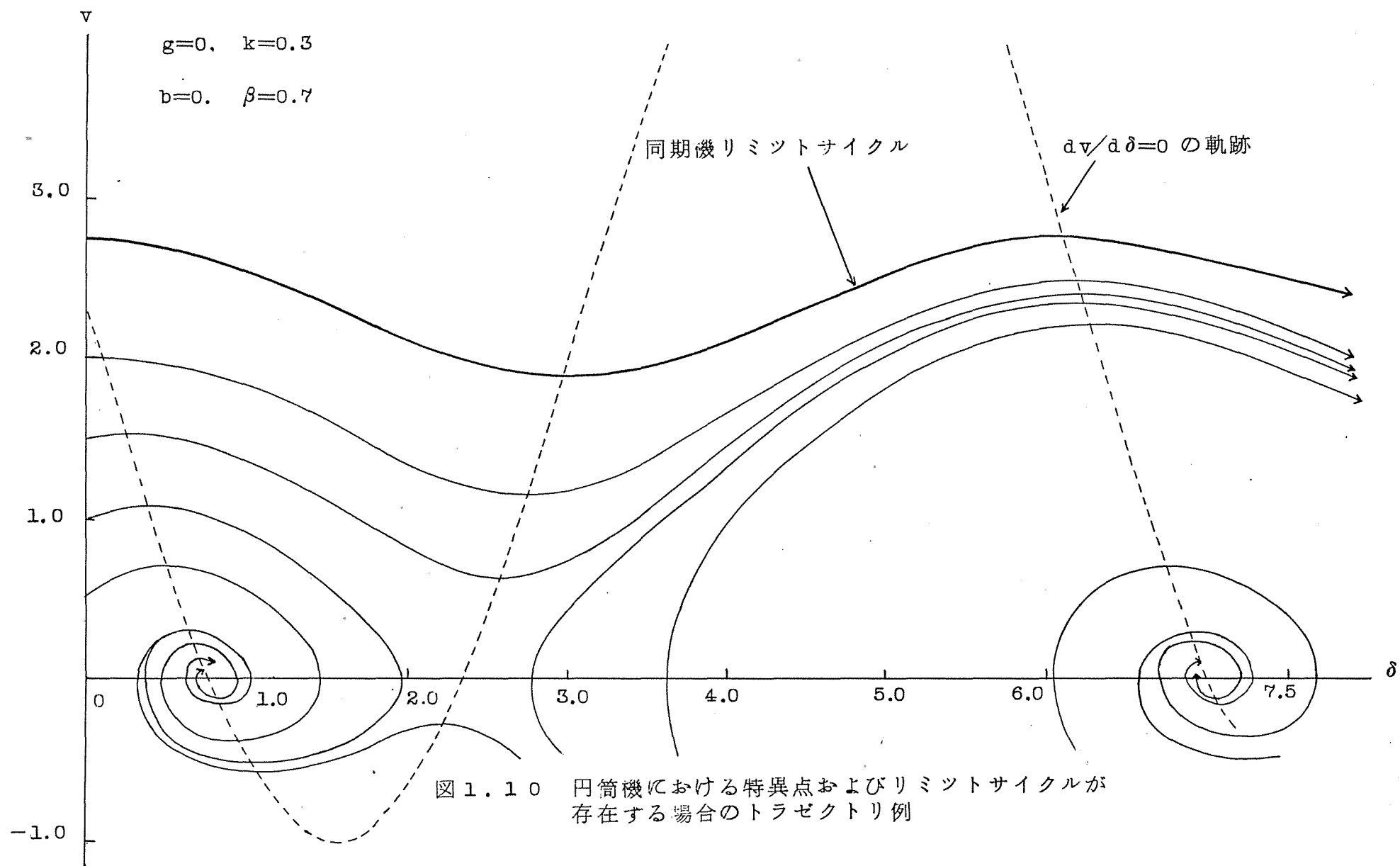
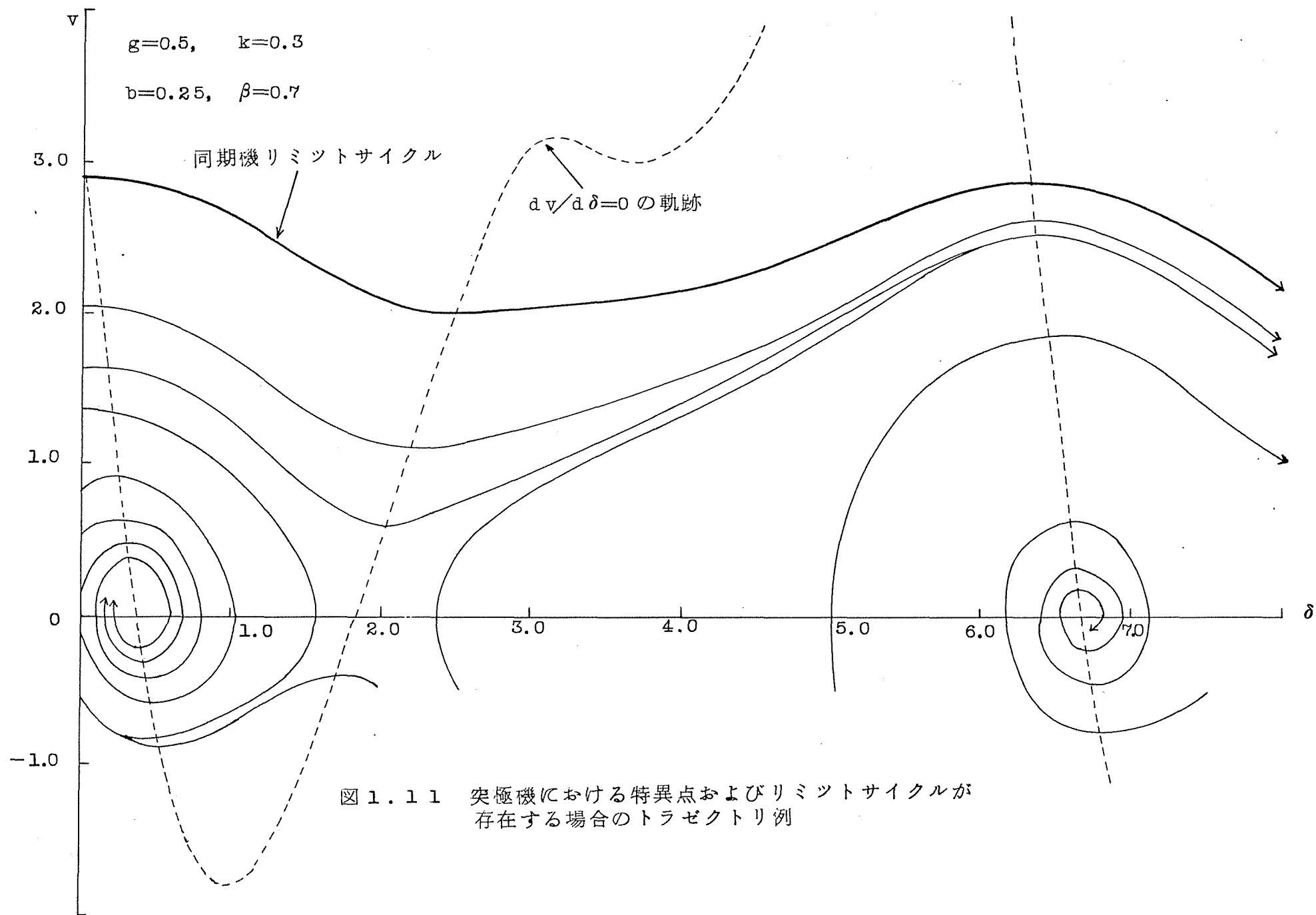
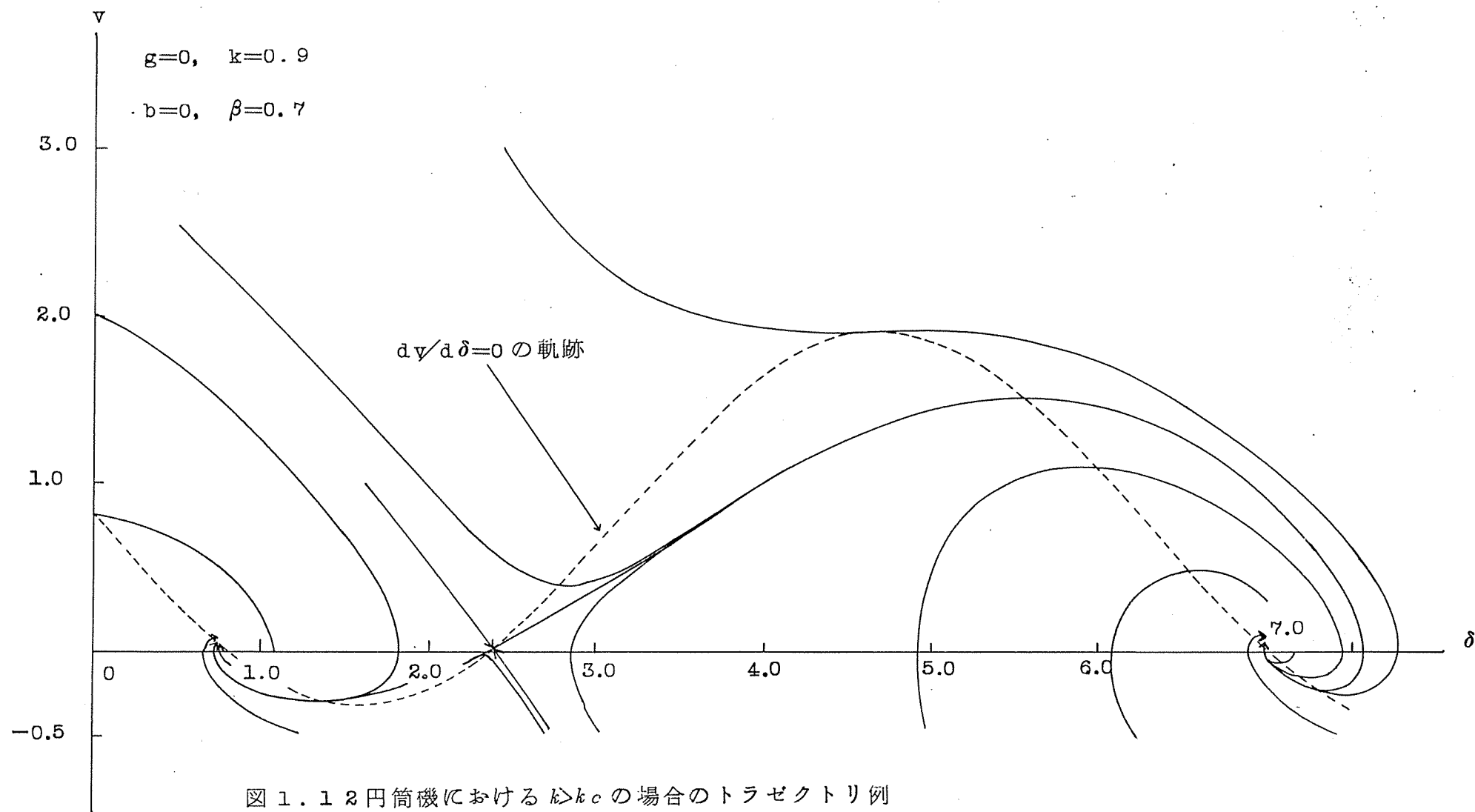
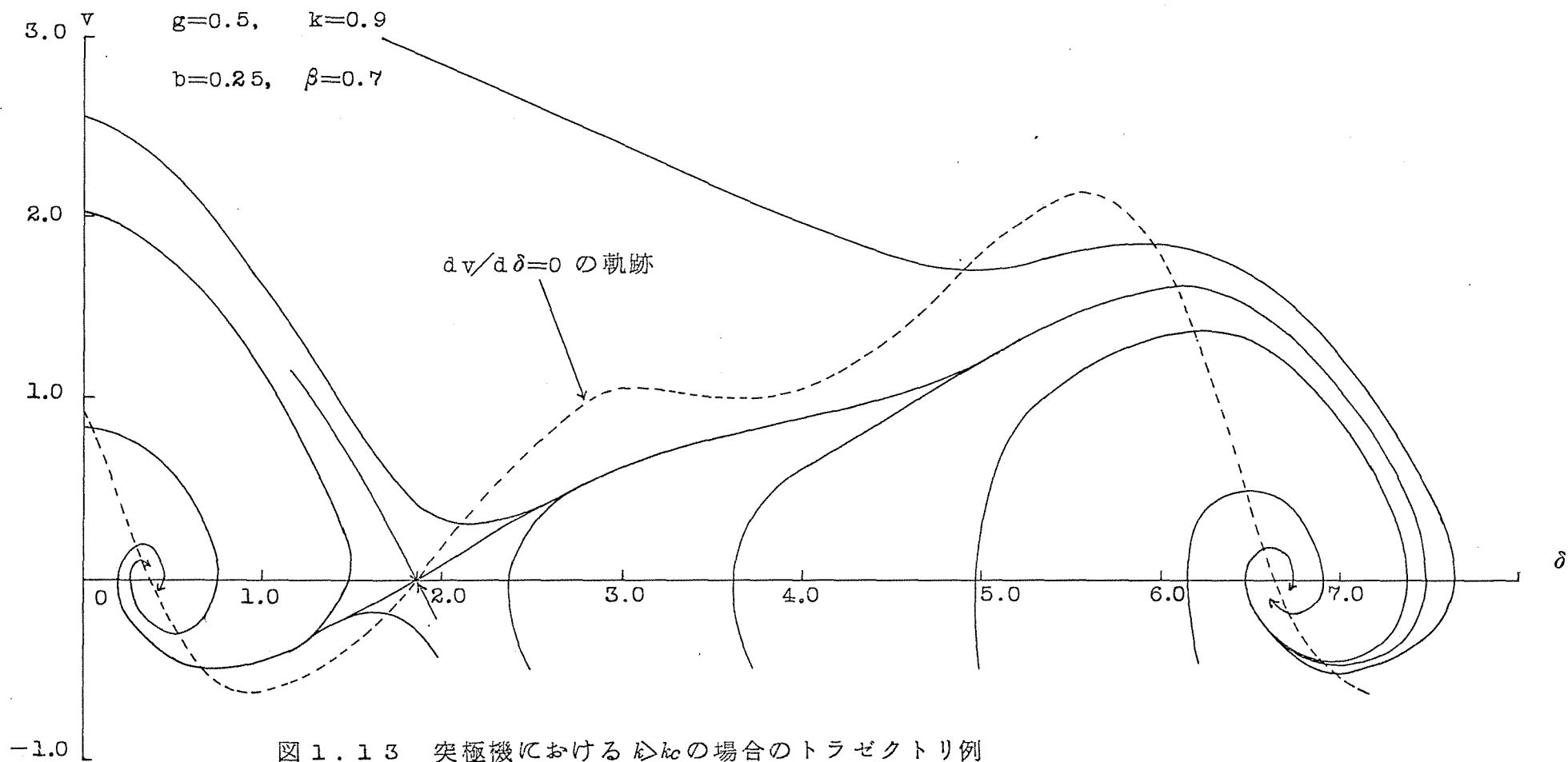


図 1.9 突極機における特異点が存在しない場合のトラゼクトリ例









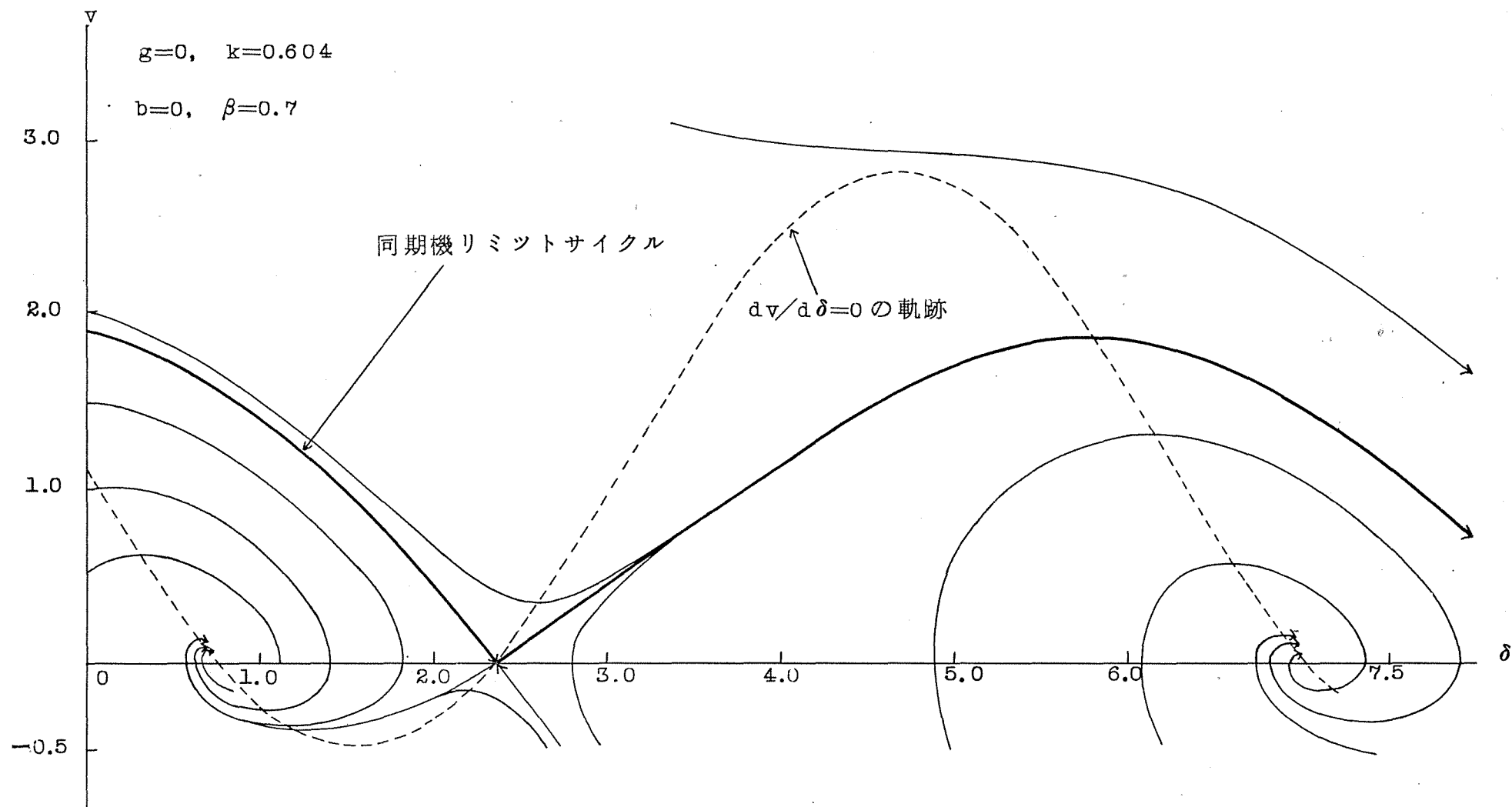
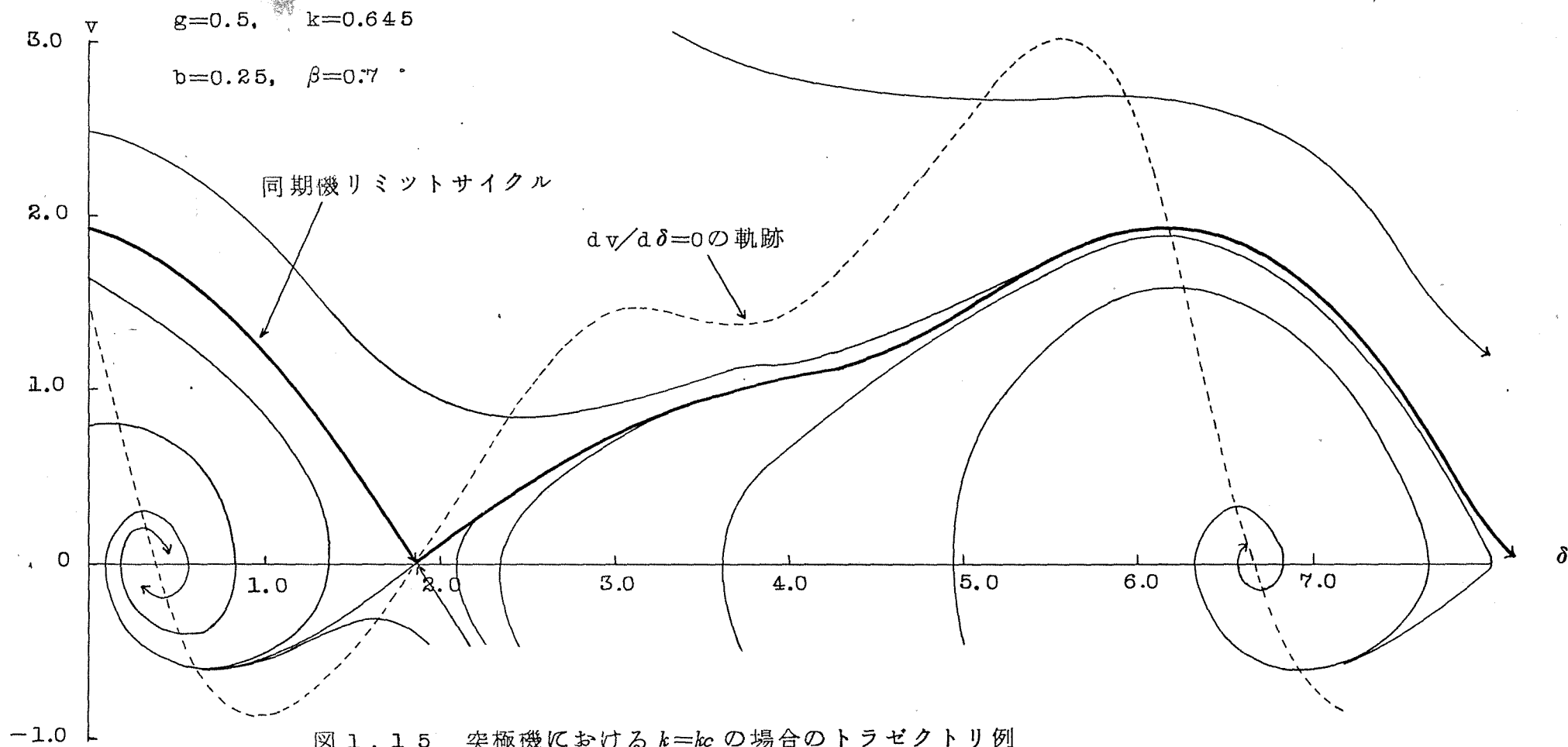


図 1.14 円筒機における $k=k_c$ の場合のトラゼクトリ例



第2章 同期電動機の同期入れ 条件^{(22), (24), (25)}

2.1 デジタル計算機による β 対 θ_c の算出⁽²⁹⁾

2.1.1 b, g をパラメータとする β 対 θ_c を 求める方法

ある b と g をパラメータに設定すれば, ある β に対する θ_c は前述のように, くう形点 $(\delta_s, 0)$ を出発したトラゼクトリが, くう形点 $(\delta_s + 2\pi, 0)$ を通過する条件を満足する。 $\delta = \delta' + \delta_s$ なる座標変換によって原点をくう形点にとれば, $(0, 0)$ より出発したトラゼクトリが $(2\pi, 0)$ を通過する条件を求めればよい。

実際にこのようにしてディジタル計算機でトラゼクトリを描かせると、原点では速度 v および加速度 dv/dt がともに零のため、計算機は進行せずトラゼクトリはいつまでも原点を飛び出さない。これはくら形点からの進行および接近には数学的に無限の時間を要するためである。そこで出発点の近傍では

$$v = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta'^n \quad (2.1)$$

$$A_n (n = 0, 1, 2, \dots)$$

なる級数展開によって描かせる。

かくして、ある小さい δ' における v を求めてそれぞれ (δ'_3, v_3) とすれば、 $(0, 0)$ を出発したトラゼクトリは当然 (δ'_3, v_3) を通る。その後は (δ'_3, v_3) を初期値として(1.21)式の位相面方程式を書き直した

$$\frac{dv}{d\tau} = \beta - k(1 - b \cos 2\delta)v - g \sin 2\delta - \sin \delta$$

$$\frac{d\delta}{d\tau} = v$$

(2.2)

の関係を Runge-Kutta 法で求め、トラゼクトリを描かせる。 $\delta' = 2\pi$ のとき $v > 0$ ならば k を増し、 $\delta' < 2\pi$ で $v < 0$ にならば k を減らして $\delta' = 2\pi$ のとき v が微小値になるような k_c を求めるのである。

2.1.2 A_n の算出

(1.21) 式の位相面方程式より

$$\begin{aligned} v \frac{dv}{d\delta} + k(1 - b \cos 2\delta)v + g \sin 2\delta + \sin \delta \\ = \beta \end{aligned} \quad (2.3)$$

を得る。(2.3) 式において $\delta = \delta' + \delta_s$ なる座標変換をし、 v を δ' につき (2.1) 式のように級数展開する。

(2.1) 式は原点 $\delta'=0$ において零であるから

$$A_0 = 0 \quad (2.4)$$

である。

一般に $\sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta'^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} B_n \delta'^n$ がいずれも絶対収束ならば

$$\begin{aligned} & \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta'^n \right\} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} B_n \delta'^n \right\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n A_m B_{n-m} \delta'^n \end{aligned} \quad (2.5)$$

が成立する。したがって

$$\begin{aligned} \nu \frac{d\nu}{d\delta} &= \nu \frac{d\nu}{d\delta'} \\ &= \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta'^n \right\} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) A_{n+1} \delta'^n \right\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (m+1) A_{m+1} A_{n-m} \delta'^n \end{aligned} \quad (2.6)$$

いま, $\delta = \delta' + \delta_s$ の三角関数を級数展開して

$$\begin{aligned}\cos 2\delta &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n (2\delta')^n \\ \sin 2\delta &= \sum_{n=0}^{\infty} P_n (2\delta')^n\end{aligned}\quad (2.7)$$

$$\sin \delta = \sum_{n=0}^{\infty} S_n (\delta')^n$$

ただし

$$C_0 = \cos 2\delta_s, \quad C_1 = -\sin 2\delta_s,$$

$$C_n = -\frac{1}{n(n-1)} C_{n-2},$$

$$P_0 = \sin 2\delta_s, \quad P_1 = \cos 2\delta_s,$$

$$P_n = -\frac{1}{n(n-1)} P_{n-2},$$

$$S_0 = \sin \delta_s, \quad S_1 = \cos \delta_s,$$

$$S_n = -\frac{1}{n(n-1)} S_{n-2}$$

(2.8)

(2.1), (2.5), (2.7) 式より

$$\hbar v = \hbar \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta'^n \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \hbar b \cos 2\delta v &= \hbar b \sum_{n=0}^{\infty} C_n (2\delta')^n \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta'^n \\ &= \hbar b \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2^m C_m A_{n-m} \delta'^n \end{aligned} \quad (2.10)$$

これらの級数展開したものを(2.3)式に代入すると

$$\begin{aligned} &\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (m+1) A_{m+1} A_{n-m} \delta'^n \\ &= \beta - \hbar \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta'^n + \hbar b \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2^m C_m A_{n-m} \delta'^n \\ &\quad - g \sum_{n=0}^{\infty} 2^n P_n \delta'^n - \sum_{n=0}^{\infty} S_n \delta'^n \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。

ここで δ'^n の同次係数 ($n \geq 1$) を比較すると

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^n (m+1) A_{m+1} A_{n-m} \\ &= -\ell A_n + \ell b \sum_{m=0}^n 2^m C_m A_{n-m} \\ & \quad - 2^n g P_n - S_n \end{aligned} \quad (2.12)$$

が得られる。

$n=0$ ならば, (2.8), (2.11) 式より

$$0 = \beta - g P_0 - S_0 = \beta - g \sin 2\delta_s - \sin \delta_s \quad (2.13)$$

となる。(2.12) 式に $n=1, n=2$ を代入し

$A_1 > 0$ であることを考慮して

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{1}{2} \ell (1 - b C_0) \\ & \quad + \sqrt{\frac{1}{4} \ell^2 (1 - b C_0)^2 - (2g P_1 + S_1)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$A_2 = \frac{2kbC_1A_1 - 4gP_2 - S_2}{3A_1 + k(1-bC_0)} \quad (2.15)$$

を得る。

$A_n (n \geq 3)$ の漸化式を得るため, (2.12)式の左辺, 右辺を変形すれば

$$\begin{aligned} \text{左辺} &= \sum_{m=0}^n (m+1) A_{m+1} A_{n-m} \\ &= \sum_{m=0}^{n-1} (m+1) A_{m+1} A_{n-m} \quad (n-1 > 0) \\ &= nA_1A_n + A_1A_n + \sum_{m=1}^{n-2} (m+1) A_{m+1} A_{n-m} \\ &= A_1(n+1)A_n + \sum_{m=1}^{n-2} (m+1) A_{m+1} A_{n-m} \\ &\quad \{(n-2) > 0\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= -kA_n + kbC_0A_n \\ &\quad + kb \sum_{m=1}^{n-1} 2^m C^m A_{n-m} - gP_n 2^n - S_n \end{aligned} \quad (2.17)$$

となる。ゆえに $n \geq 3$ ならば

$$A_n = \frac{-\sum_{m=1}^{n-2} (m+1) A_{m+1} A_{n-m}}{(n+1)A_1} * \\ * \frac{+kb \sum_{m=1}^{n-1} 2^m C_m A_{n-m} - 2^n g P_n - S_n}{+k(1-bC_0)} \quad (2.18)$$

を得る。

2.1.3 計算結果

これまでに述べた計算手順を図 2.1 のフローチャートに示す。その計算結果を表 2.1, および図 2.2, 図 2.3 に示す。

以上のグラフについて, いずれのパラメーターについても, H.E. Edgerton の同期引込みに関する直線近似と比較した場合, 求めた計算結果は飽和曲線になるため, $\beta=0.7$ 付近, およびとりうる

β の最終値付近ではかなりの差異がみられる。

かつ

(1) g 一定, b : パラメータ (図 2.2) より

a) $g=0$ の場合

b が大なるほど安定領域大となる。

b) $g=0.25$ の場合

β が小なるときには a) の傾向が引き続き僅かにみられるが, β が増加するに従い a) の傾向は連続的に減少し, ついには逆転し, b が小なるほど安定領域大となる。

c) $g=0.5$ および $g=0.75$ の場合

b が小なるほど安定領域大となる。しかし b の曲線におよぼす影響は g ほど大きくない。

(2) b 一定, g : パラメータ (図 2.3) より

β が非常に小なるときには, g が小なるほど安定領域大である。それから β が順次増加すると, いずれの曲線もたがいに 1 回交わるので, β がある値より大になれば, g が大なるほど

安定領域大となる。

2.2 同期引入れに及ぼす突極性の影響⁽²²⁾

2.1.3 である程度 k_c に与える γ の影響、すなわち突極性の影響について吟味したが、もう少しはつきりさせるため図 2.4, 図 2.5 を示した。

図 2.4 は突極による脈動係数 b を横軸にとり、各負荷比に対する臨界制動係数 k_c を示したもので、図より b が小さいほど k_c が小さく安定領域が広い。ただし、 β が 0.5 付近以下では b による差異はほとんどない。 $\gamma < 0.5$ では以上の傾向が少なく、 $\gamma > 0.5$ では顕著である。

図 2.5 は γ を横軸にとり k_c を示したものである。負荷比 β が小さいときは γ が小さいところで安定領域は多少広がる。 β が大きくなるにつれ、 γ が大きいほど安定領域は広くなる。ある β 以上になれば γ が小さいと安定特異点は存在せず、必ず同

期はずれを起こすことを示している。そしてこの傾向は α が大きいほど著しい。

全体として、 $\beta \simeq 1$ 以下の負荷比に対しては、突極による影響はさほど大きくない。

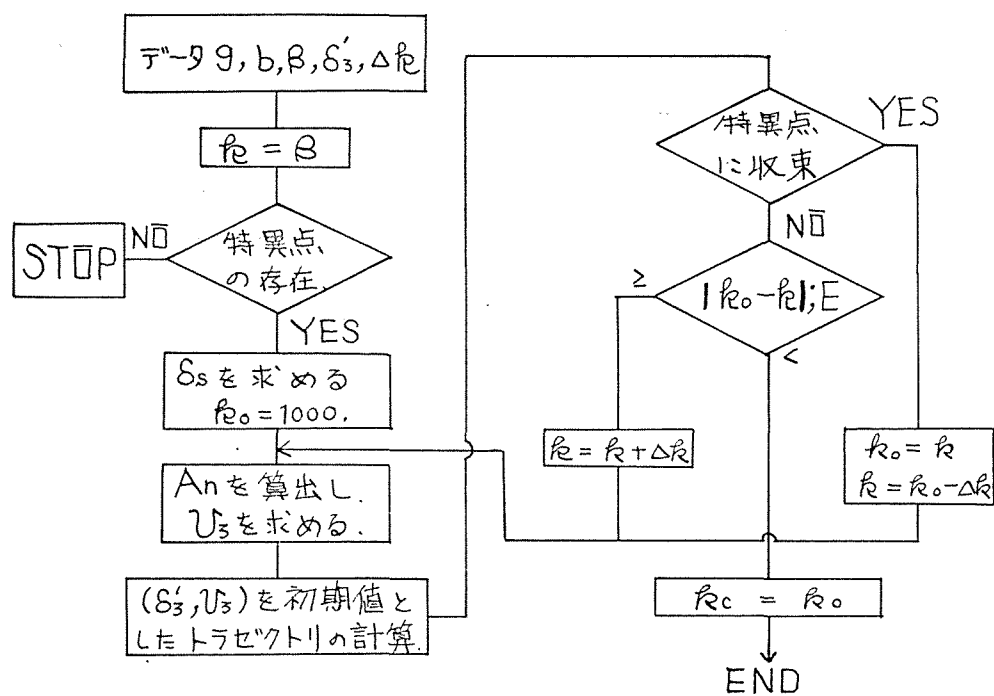


図 2. 1 厳密値を求めるためのフローチャート

表 2.1 (a) b, g, β に対する kc の値 (厳密値) $g = 0$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.079	0.077	0.076
0.2	0.159	0.156	0.153
0.3	0.239	0.235	0.231
0.4	0.322	0.316	0.310
0.5	0.409	0.401	0.394
0.6	0.502	0.492	0.482
0.7	0.604	0.590	0.578
0.8	0.720	0.703	0.688
0.9	0.864	0.845	0.827
0.99	1.092	1.076	1.066

表 2.1 (b) b, g, β に対する k_c の値 (厳密値)

$$g = 0.25$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.086	0.086	0.085
0.2	0.174	0.172	0.171
0.3	0.262	0.259	0.257
0.4	0.350	0.348	0.345
0.5	0.443	0.440	0.437
0.6	0.540	0.537	0.534
0.7	0.644	0.642	0.639
0.8	0.758	0.758	0.759
0.9	0.888	0.894	0.901
1.0	1.053	1.072	1.095
1.09	1.311	1.368	1.445
			($\beta=1.1$) 1.581

表 2.1 (c) b, g, β に対する kc の値 (厳密値)

$$g = 0.5$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.095	0.096	0.096
0.2	0.186	0.187	0.188
0.3	0.275	0.277	0.278
0.4	0.362	0.365	0.368
0.5	0.451	0.455	0.460
0.6	0.542	0.548	0.555
0.7	0.636	0.645	0.655
0.8	0.735	0.749	0.764
0.9	0.842	0.862	0.883
1.0	0.960	0.989	1.022
1.1	1.096	1.139	1.189
1.2	1.269	1.336	1.420
1.29	1.548	1.674	1.847

表 2.1 (d) b, g, β に対する k_c の値 (厳密値)

$$g = 0.75$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.097	0.099	0.101
0.2	0.185	0.190	0.194
0.3	0.271	0.277	0.283
0.4	0.354	0.362	0.371
0.5	0.438	0.449	0.460
0.6	0.523	0.537	0.551
0.7	0.609	0.626	0.644
0.8	0.699	0.720	0.743
0.9	0.791	0.818	0.847
1.0	0.889	0.923	0.961
1.1	0.995	1.038	1.088
1.2	1.111	1.167	1.233
1.3	1.244	1.317	1.407
1.4	1.408	1.508	1.637
1.5	1.668	1.824	2.041

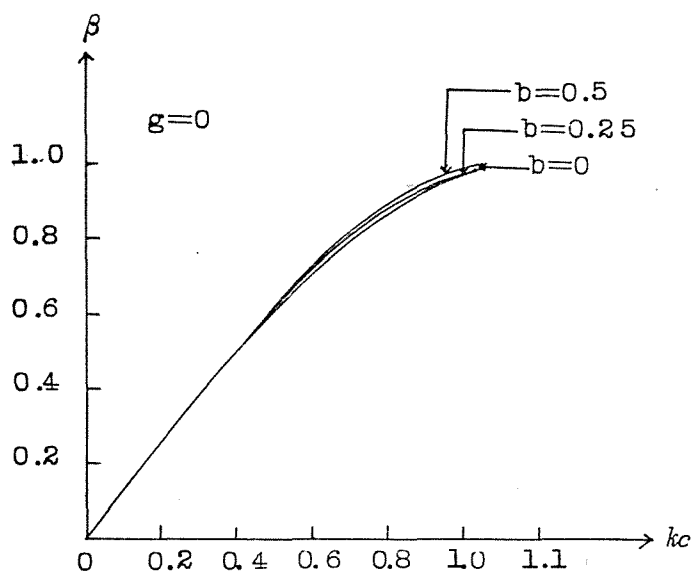


図 2.2 (a) 一定の g に対する b をパラメータとした β と kc の関係

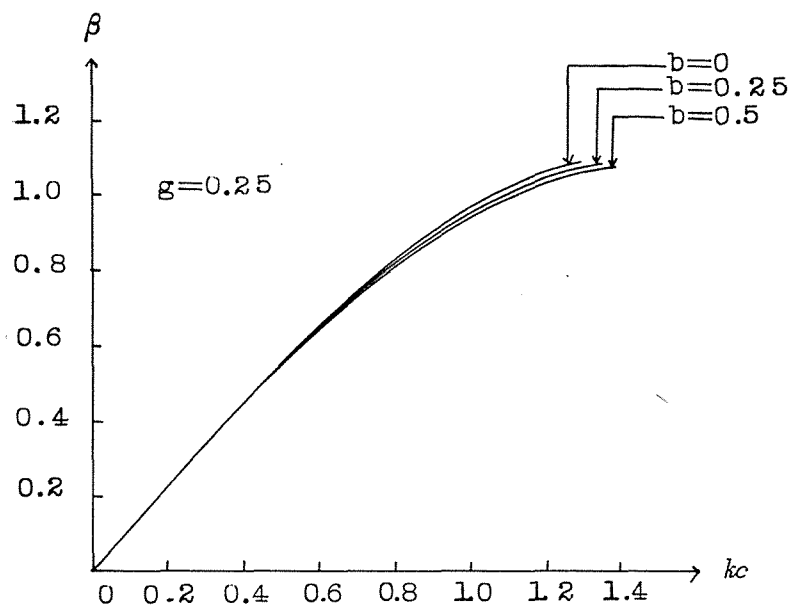


図 2.2 (b) 一定の g に対する b をパラメータとした β と kc の関係

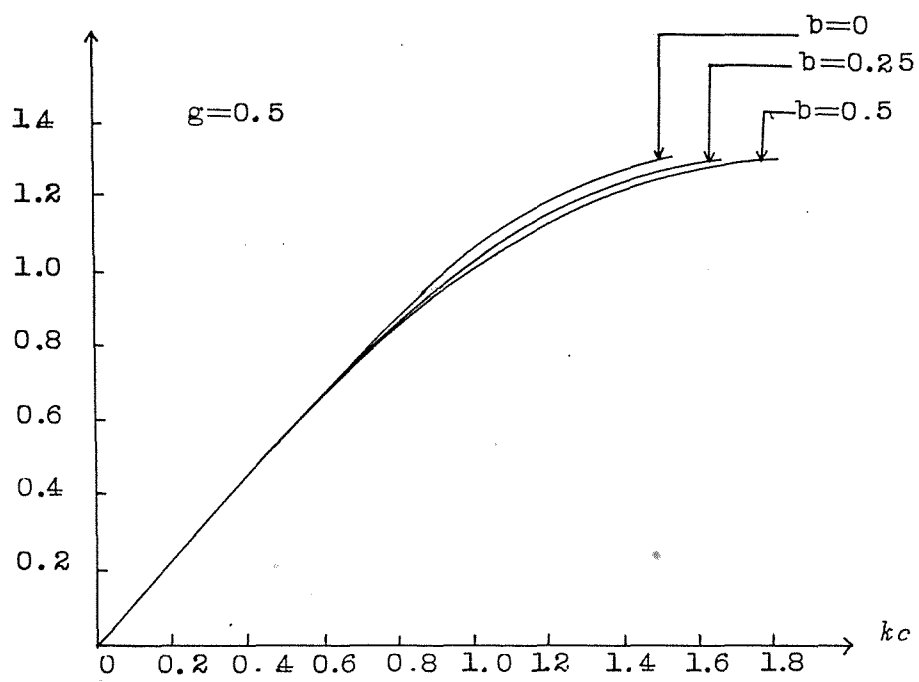


図 2.2 (c) 一定の g に対する b をパラメーターとした
 β と kc の関係

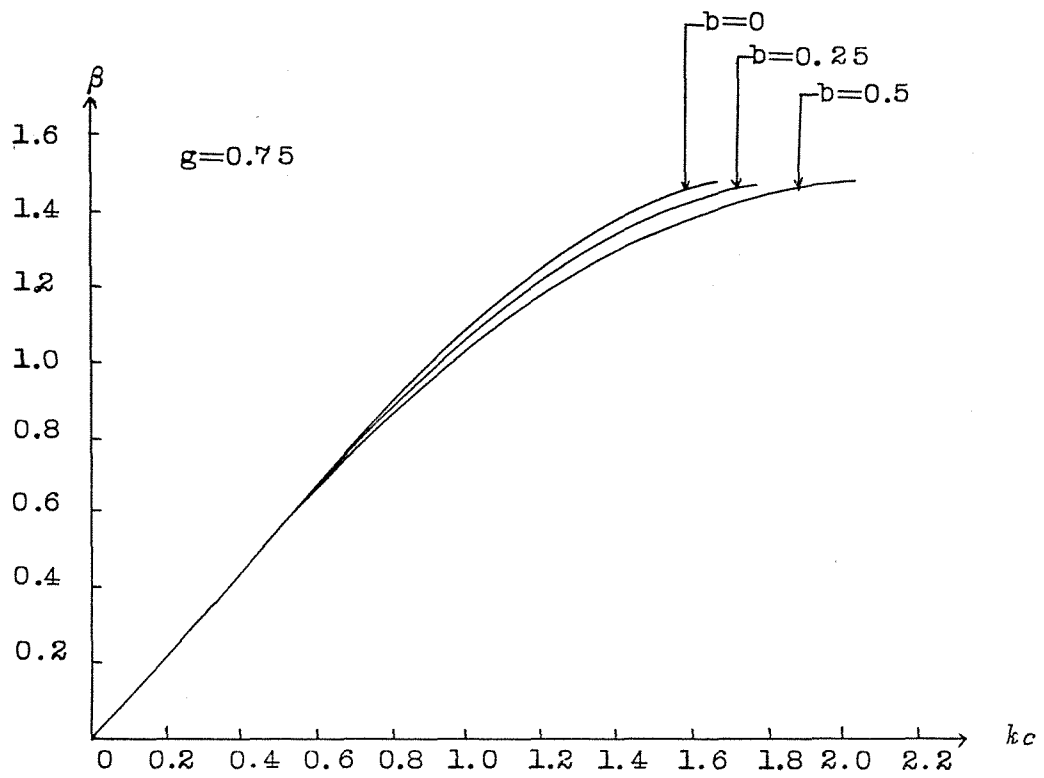


図 2.2 (a) 一定の g に対する b をパラメーターとした
 β と kc の関係

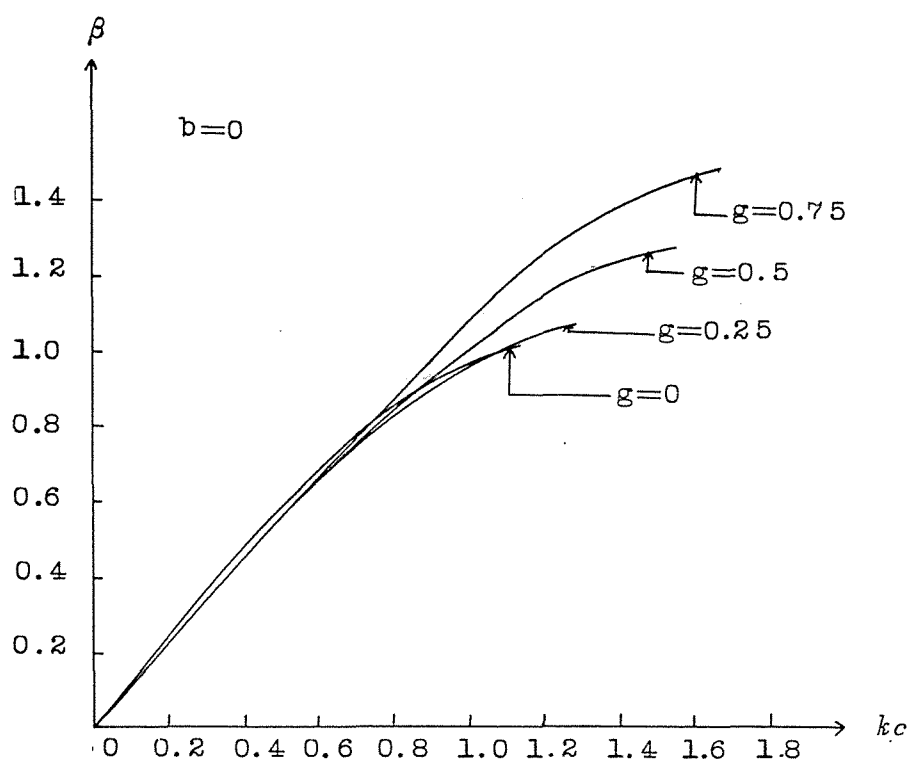


図 2.3 (a) 一定の b に対する g をパラメーターとした β と kc の関係

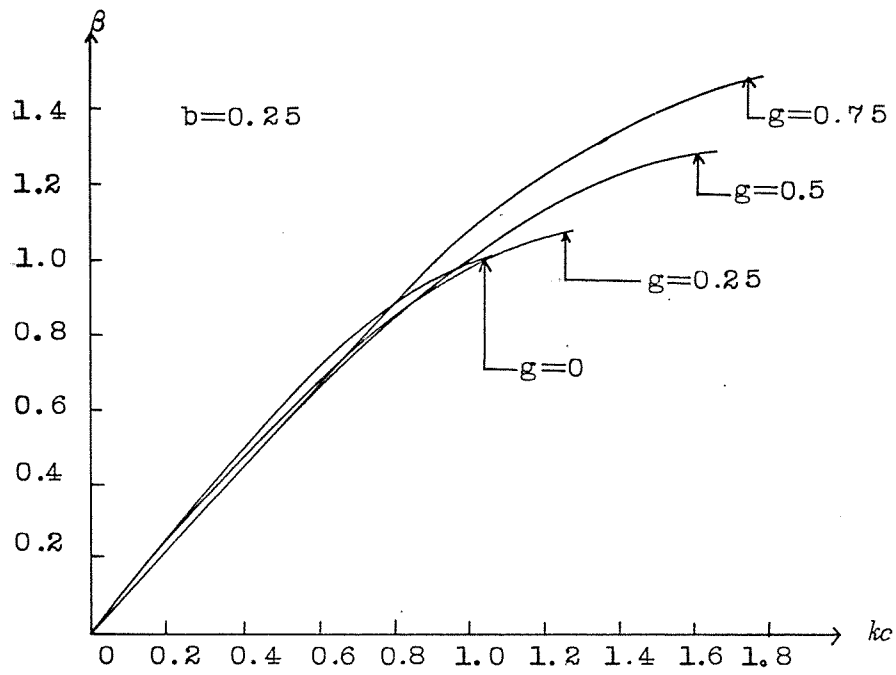


図 2.3 (b) 一定の b に対する g をパラメーターとした
 β と kc の関係

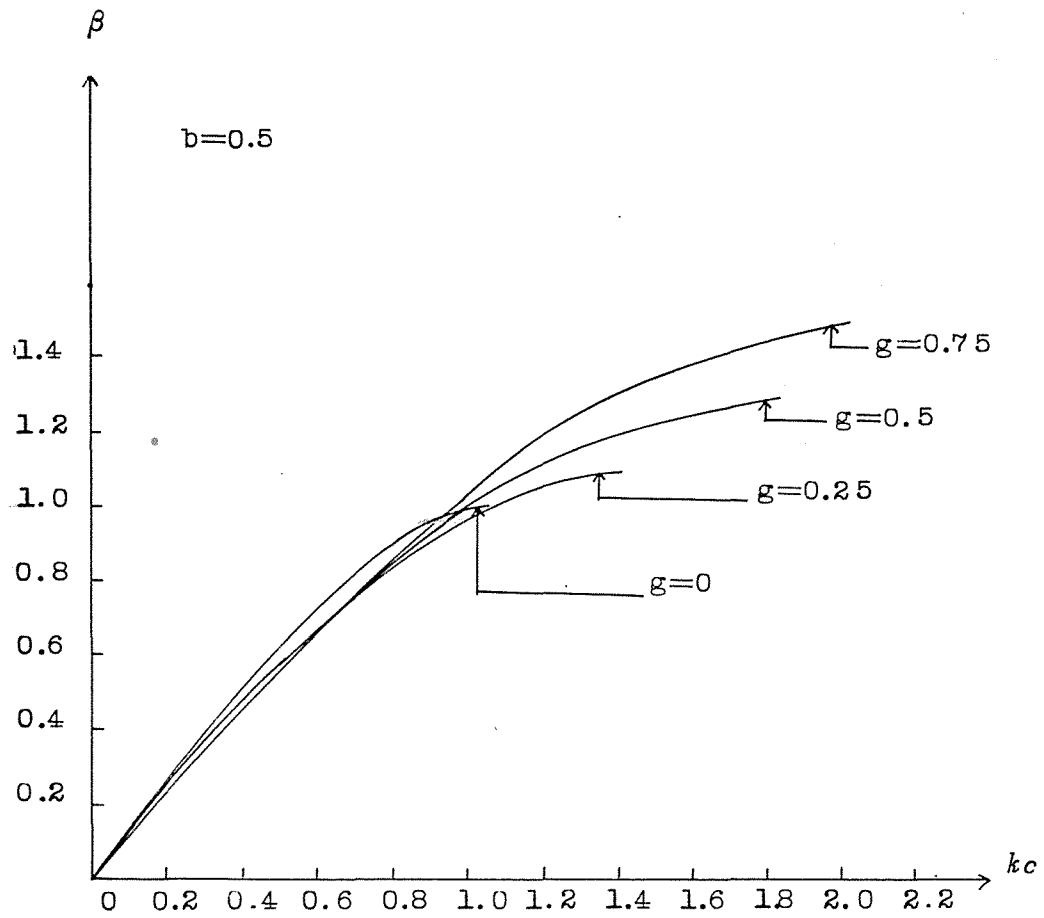


図 2.3 (c) 一定の b に対する g をパラメーターとした
 β と kc の関係

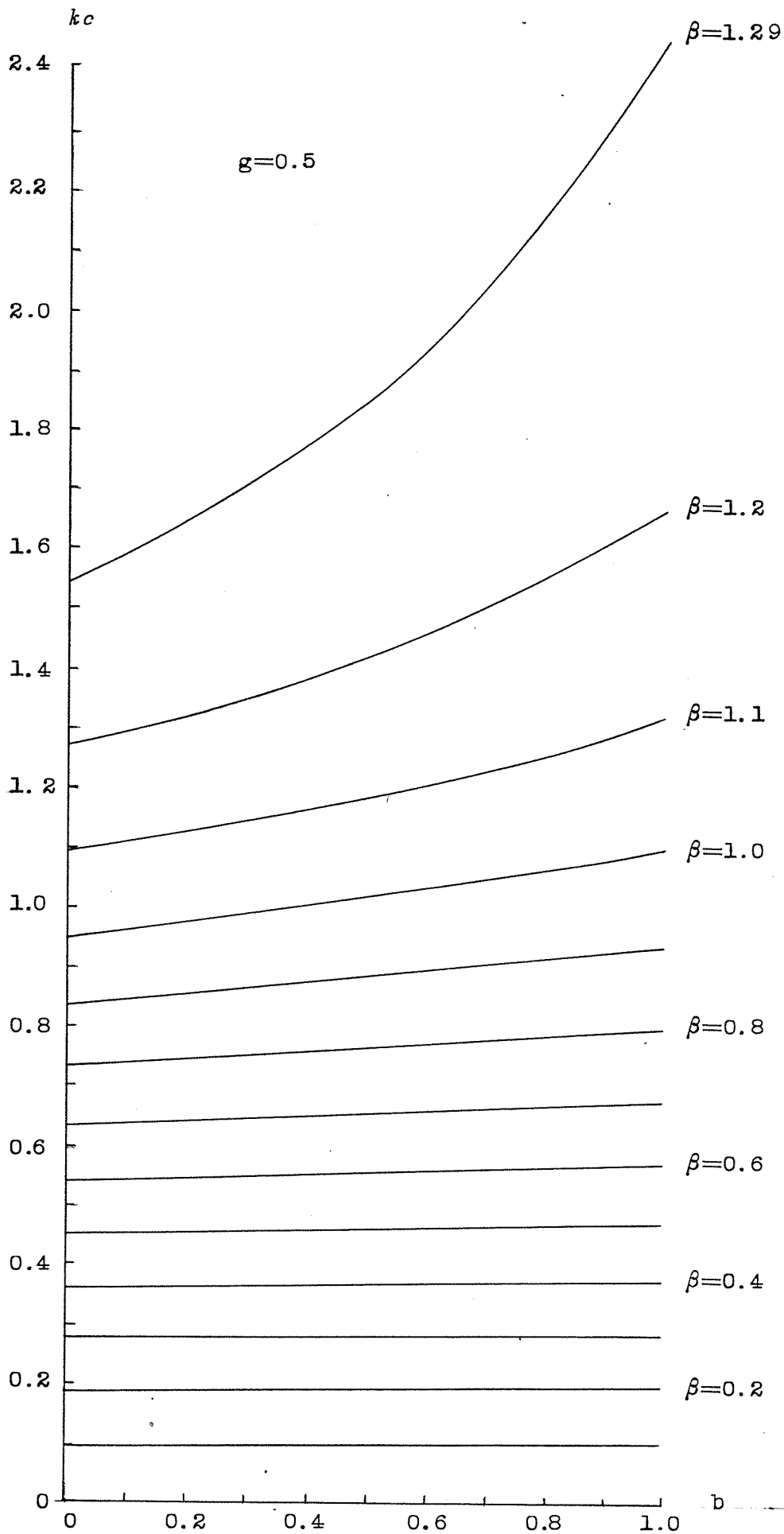


図 2.4 突極の影響を表わす b と kc の関係

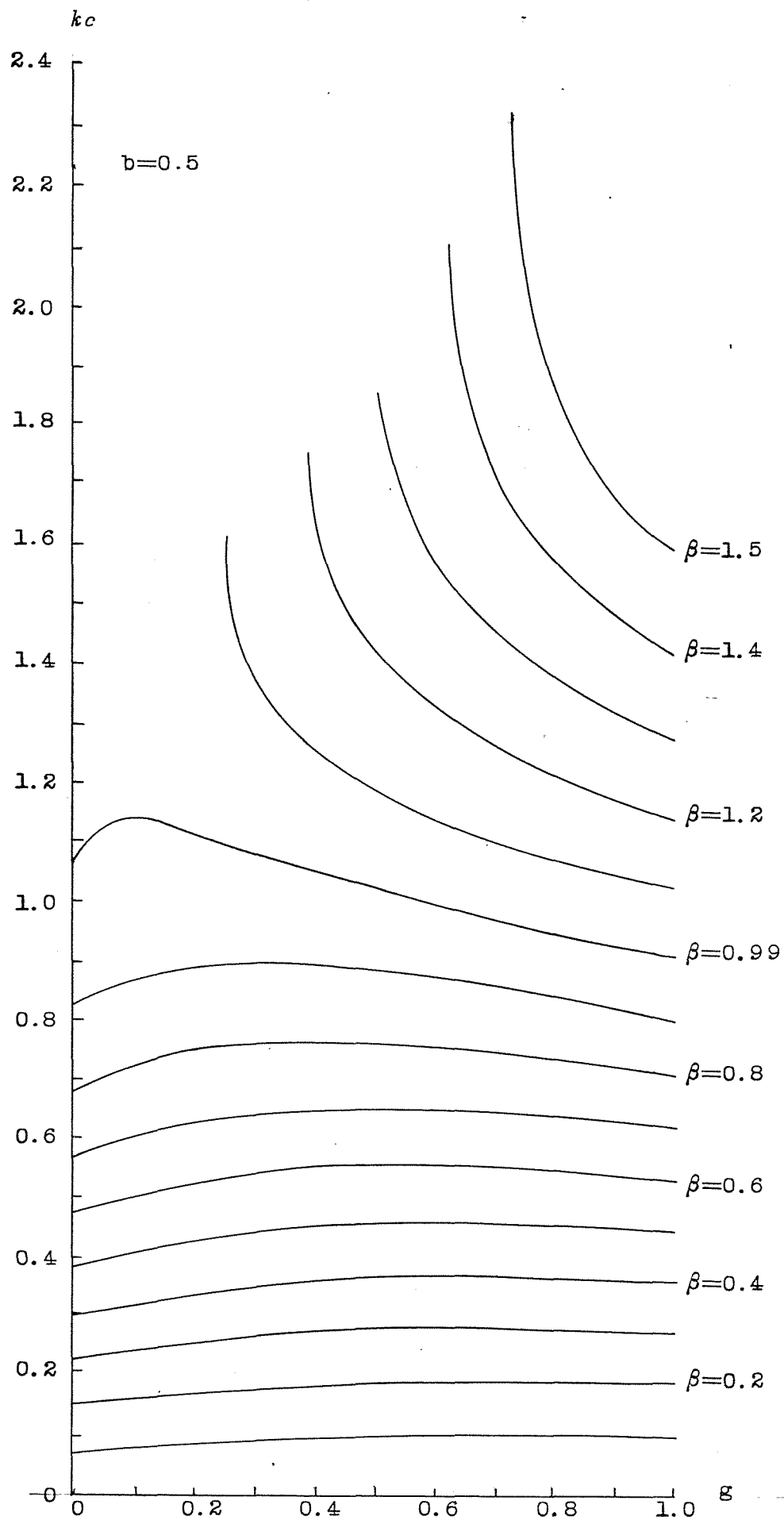


図 2.5 突極の影響を表わす g と k_c の関係

2.3 引入れ条件の近似解析⁽²²⁾⁽²⁵⁾

2.3.1 近似理論による算出^{(30),(31)}

1) k_c の際のリミットサイクルが満足する条件

突極形同期電動機の同期引入れ成功の可否の範囲を、ディジタル計算機により4個のパラメータについて厳密に算出したが、今それを厳密値と称することにする。

いま、ある β , b , g に対する厳密値 k_c が求められたとする。そのときにはリミットサイクルは、あるくら形点を出発し次の 2π 離れたくら形点に入るトラゼクトリを形成している。逆にそのようなあるくら形点を出発したトラゼクトリが、次のくら形点に入っているときには、その同期機リミットサイクルは少なくとも以下に求める5条件を

満足している。

界磁時定数を見視した場合，同期化現象の位相面方程式は(1.21)式より

$$\frac{dv}{d\delta} = \frac{\beta - k(1 - b \cos 2\delta)v - g \sin 2\delta - \sin \delta}{v}$$

のように示される。ただし円筒形の場合は $b=g=0$ である。くら形点では右辺は $0/0$ の不定形であるので，右辺の分母を δ で微分すると

$$\frac{dv}{d\delta} = \frac{-k(1 + 2b \sin 2\delta)v - k(1 - b \cos 2\delta) \frac{dv}{d\delta}^*}{\frac{dv}{d\delta}}$$

$$* \frac{-2g \cos 2\delta - \cos \delta}{(2.19)}$$

を得る。

いま考えているくら形点の座標を $(\delta_s, 0)$ とすれば

$$\left(\frac{dv}{d\delta}\right)_{\delta=\delta_s} = \frac{-k(1-b\cos 2\delta_s)\left(\frac{dv}{d\delta}\right)_{\delta=\delta_s}}{\left(\frac{dv}{d\delta}\right)_{\delta=\delta_s}} * \\ * \frac{-(2g\cos 2\delta_s + \cos \delta_s)}{(2.20)}$$

変形して

$$\left\{\left(\frac{dv}{d\delta}\right)_{\delta=\delta_s}\right\}^2 + k(1-b\cos 2\delta_s)\left(\frac{dv}{d\delta}\right)_{\delta=\delta_s} \\ + 2g\cos 2\delta_s + \cos \delta_s = 0 \\ (2.21)$$

を得る。

ゆえに (2.21) 式より

a) くさ形点を出発するときのこう配

$$\left(\frac{dv}{d\delta}\right)_{\delta=\delta_s} = -\frac{k(1-b\cos 2\delta_s)}{2} + \alpha \\ (2.22)$$

ただし

$$\alpha = \sqrt{\left\{ \frac{k(1-b\cos 2\delta_s)}{2} \right\}^2 - (2g\cos 2\delta_s + \cos \delta_s)} \quad (2.23)$$

を得る。

b) くろ形にはいるときのこう配

同様にして，隣接するくろ形点 $(\delta_s + 2\pi, 0)$ に入るときのこう配は次式のように求まる。

$$\left(\frac{dv}{d\delta} \right)_{\delta = \delta_s + 2\pi} = \frac{-k(1-b\cos 2\delta_s)}{2} - \alpha \quad (2.24)$$

c) 同期機リミットサイクル v の平均値は

$$v_m = \frac{\beta}{k} \quad (2.25)$$

である。

d) 安定特異点の δ 座標を δ_0 とすれば， δ_0 においては， $g\sin 2\delta_0 + \sin \delta_0 = \beta$ を満足し，くろ形どおしを通過する同期機リミットサイクルにおい

ては、 δ_0 に対応する v の値 v_0 は $v_0 \neq 0$ なるゆえ、
位相面方程式は

$$v_0 \left(\frac{dv}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} + k(1 - b \cos 2\delta_0) v_0 = 0 \quad (2.26)$$

となるから

$$\left(\frac{dv}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} = -k(1 - b \cos 2\delta_0) \quad (2.27)$$

と示される。

e) 位相面方程式より得られる $dv/d\delta = 0$ の値、
すなわち、(1.22) 式とくら形点どおしを通過
る同期機リミットサイクルとの交点では

$$\frac{dv}{d\delta} = 0 \quad (2.28)$$

を満足する。

2) 突極機における近似理論値の求値

座標系を平行移動し任意のくら形点 $(\delta_s, 0)$ を原点に移動し, $\delta' = \delta - \delta_s$ と変換する。 $0 \leq \delta' \leq 2\pi$ の範囲で, くら形点どおしを通過する同期機リミットサイクルを

$$\begin{aligned} v(\delta') = & a_1 \sin \frac{\delta'}{2} + a_2 \sin \delta' + a_3 \sin \frac{3}{2} \delta' \\ & + a_4 \sin 2\delta' \end{aligned} \quad (2.29)$$

と近似し, 条件(a)~(e)を上式に入れ, a_1, a_2, a_3, a_4 を求める。(2.29)式に(2.22)~(2.27)の各式を用いると, それぞれ次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{dv}{d\delta'} \right)_{\delta'=0} &= \frac{a_1}{2} + a_2 + \frac{3}{2}a_3 + 2a_4 \\ &= - \frac{k(1 - b \cos 2\delta_s)}{2} + \alpha \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{dv}{d\delta'} \right)_{\delta'=2\pi} &= -\frac{a_1}{2} + a_2 - \frac{3}{2}a_3 + 2a_4 \\
 &= -\frac{k(1-b\cos 2\delta_s)}{2} - \alpha
 \end{aligned}
 \tag{2.31}$$

$$\int_0^{2\pi} v(\delta') d\delta' = 4a_1 + \frac{4}{3}a_3 = 2\pi \frac{\beta}{k}
 \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{dv}{d\delta'} \right)_{\delta'=\delta'_0} &= \frac{a_1}{2} \cos \frac{\delta'_0}{2} + a_2 \cos \delta'_0 \\
 &\quad + \frac{3}{2}a_3 \cos \frac{3}{2}\delta'_0 + 2a_4 \cos 2\delta'_0 \\
 &= -k(1-b\cos 2\delta_0)
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

ただし

$$\delta'_0 = \delta_0 + 2\pi - \delta_s$$

これらの式を解くことにより各係数は

$$a_1 = \frac{1}{8} \left(-2\alpha + \frac{9\pi\beta}{2k} \right)$$

$$a_2 = \frac{\left\{ \frac{k(1-b\cos 2\delta_s)\cos 2\delta'_0}{2} + \gamma \right\}}{(\cos \delta'_0 - \cos 2\delta'_0)}$$

$$a_3 = \frac{3}{8} \left(2\alpha - \frac{\pi\beta}{2k} \right)$$

$$a_4 = \frac{\left\{ \frac{k(1-b\cos 2\delta_s)\cos \delta'_0}{2} + \gamma \right\}}{2(\cos 2\delta'_0 - \cos \delta'_0)}$$

(2.34)

を得る。

ただし、

$$\gamma = -k(1-b\cos 2\delta'_0) - \frac{a_1}{2} \cos \frac{\delta'_0}{2}$$

$$- \frac{3}{2} a_3 \cos \frac{3}{2} \delta'_0$$

(2.35)

かくして(2.29)式の係数が定まるから，これを条件(e)を用いて解く。すなわち， $\frac{dv}{ds}=0$ の曲線との交点におけるこう配の絶対値を最小にするように r_c を動かすことによって r_c を定めるのである。

上記計算のフローチャートを図2.6に示す。その計算結果を表2.2，および図2.7に示す。図の点線に示したのはこの方法によるもので， $r_c < 1$ では精密な値と比較的よい一致をしめしている。計算速度は図2.1のプログラムに比してけた違いに速い。

3) 円筒機の引込み近似理論式

円筒機($b=g=0$)の場合，くら形点どおしを通過するリミットサイクルの近似を2項までとし，(2.22)，(2.24)，(2.25)各式の3条件より，以下に述べるように引込み近似理論式を導くことができる。

すなわち、くら形点どおしを通過するリミット
サイクルの近似は(2.29)式で2項までとり、
 $0 \leq \delta' \leq 2\pi$ の範囲で

$$v(\delta') = a_1 \sin \frac{\delta'}{2} + a_2 \sin \delta' \quad (2.36)$$

(2.30) 式より

$$\left(\frac{dv}{d\delta'} \right)_{\delta'=0} = \frac{a_1}{2} + a_2 = -\frac{k}{2} + \alpha \quad (2.37)$$

(2.31) 式より

$$\left(\frac{dv}{d\delta'} \right)_{\delta'=2\pi} = -\frac{a_1}{2} + a_2 = -\frac{k}{2} - \alpha \quad (2.38)$$

(2.32) 式より

$$\int_0^{2\pi} v(\delta') d\delta' = 4a_1 = 2\pi \frac{\beta}{k} \quad (2.39)$$

(2.37), (2.38) 式より

$$\begin{aligned} a_1 &= 2\alpha \\ a_2 &= -\frac{k}{2} \end{aligned} \quad (2.40)$$

(2.39), (2.40) 式より

$$2\pi \frac{\beta}{k} = 8\alpha \quad (2.41)$$

が得られ, この式に (2.23) 式より

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\left(\frac{k}{2}\right)^2 - \cos \delta_s} \\ &= \sqrt{\left(\frac{k}{2}\right)^2 + \sqrt{1 - \beta^2}} \end{aligned} \quad (2.42)$$

を代入し, 両辺を2乗して整理すると

$$k^4 + 4\sqrt{1 - \beta^2} k^2 - \frac{\pi^2}{4} \beta^2 = 0 \quad (2.43)$$

なる関係式を得る。

k は実数でかつ $k \geq 0$ であることを考慮に入れ,
 k について解けば

$$k = \sqrt{-2\sqrt{1 - \beta^2} + \sqrt{4 - \beta^2\left(4 - \frac{\pi^2}{4}\right)}} \quad (2.44)$$

したがって円筒機の臨界制動係数 k_c と β との関係は

$$k_c = \sqrt{\sqrt{4 - 1.533\beta^2} - 2\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (2.45)$$

のように得られる。

この結果は図 2.7 (a) の点線で示されているが、精密な値と非常に良く合致している。

2.3.2 数値実験式^{(31),(28)}

1) 円筒機の場合

k_c と β の関係を示すグラフを視察することにより

1) β が小なるときは k_c と β の関係は比例関係にある。

2) β が大なるにしたがって k_c と β の関係は飽和性を呈する。

以上の2点を考慮することにより

$$k_c = 0.775 \sin^{-1} \beta \quad (2.46)$$

なる数値実験式を得た。⁽²⁸⁾ この数値実験式は誤差が最大1.5%をこえない。(2.46)式を実際の数値にもどせば

$$S_c = \frac{3/2}{N \sqrt{(GD^2) f} \sin^{-1} \left(\frac{P_e}{P_m} \right)} \frac{P_e}{\sqrt{P_m}} \quad (2.47)$$

ここで、 N : 同期回転数 (rpm) を得る。

すべり s が上式の値以下であれば、いかなる初期値から励磁投入しても同期化する。図2.7(a)にプロットした丸印は(2.46)式より求めたものである。図より負荷比の小さいときには β と k_c はほぼ比例するから、いま仮に同期化成功の条件を $k_c \geq c\beta$ であると近似して、これをやはり実際の数値にもどせば

$$S_c \leq \frac{1}{C} \frac{242}{N} \sqrt{\frac{P_m}{(GD^2)f}} \quad (2.48)$$

が得られる。 $C=1$ のときは Edgerton の式に一致する⁽³⁾。図 2.7 (a) にはこの値も示してある。

2) 突極機の場合

突極機においても、すでに求めた厳密値のグラフを視察することより

1) β のとりうる最大値は g によってきまる。

2) g が 0 のときは大部分のところでは β 大なるほど安定領域小である。すなわち、同じ g , β に対して β_c が大である。そのときの β_c が大なる様子は g が一定ならば, β 大なるほど β_c の影響大で, 同じように β を固定したならば, g 大なるほど β_c の影響大である。

3) すべての場合 β と β_c の関係は飽和性を示す。

ということがわかる。以上のことを考慮し

1) 得られた数値実験式に $b=g=0$, すなわち円筒機の条件を入れると, 前にあげた円筒機の数値実験式 $h_c = 0.775 \sin^{-1} \beta$ に一致するようにする。

2) β の取り得る最大値は g によって定められる。を最小必要条件として, かなり良く合致する数値実験式

$$h_c = (0.775 + 0.7g + 0.46g\beta^{1.5} - 0.046) \times \sin^{-1} \left\{ \frac{\beta}{(1 + 0.88g^{1.5})} \right\} \quad (2.49)$$

を見出した。

図 2.7 に鎖線で示したのは上式による。

また, 表 2.3 に (2.49) 式による数値実験式の計算結果を示してある。

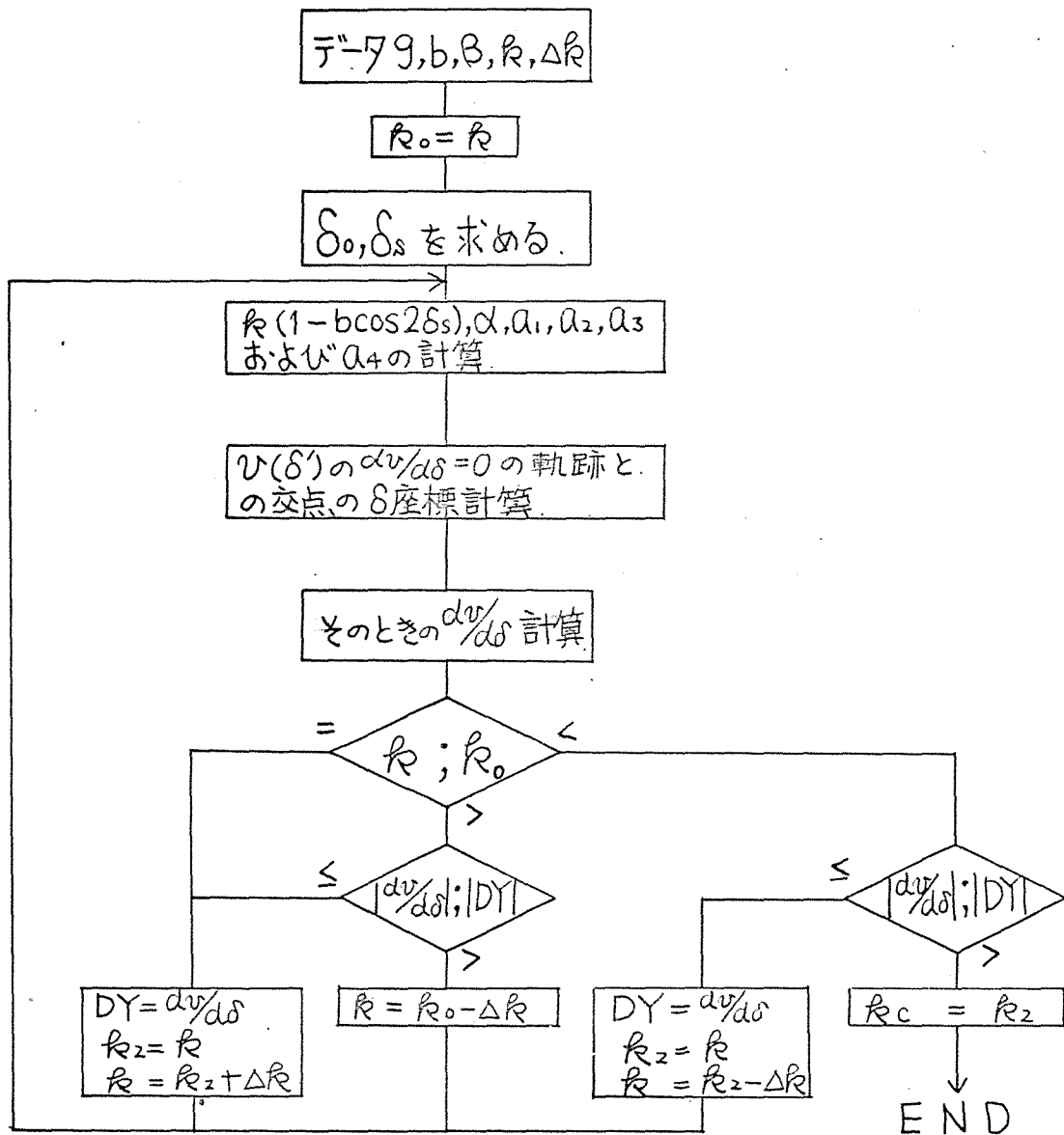


図 2.6 近似リミットサイクル (2.29) 式より近似理論値を求めるためのフローチャート

表 2.2 (a) b, g, β に対する kc の値 (2.3.1 の方法による近似理論値)

$g=0$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.079		
0.2	0.158		
0.3	0.239		
0.4	0.324		
0.5	0.412		
0.6	0.507		
0.7	0.612		
0.8	0.733		
0.9	0.888		
1.0	1.253		

表 2.2 (b) b, g, β に対する k_c の値 (2.3.1 の方法による近似理論値)

$$g = 0.25$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.088	0.089	0.089
0.2	0.176	0.180	0.183
0.3	0.265	0.273	0.282
0.4	0.354	0.369	0.385
0.5	0.445	0.466	0.492
0.6	0.539	0.566	0.601
0.7	0.640	0.669	0.714
0.8	0.751	0.779	0.829
0.9	0.881	0.899	0.942
1.0	1.048	1.005	0.956
1.09			

表 2.2 (c) b, g, β に対する k_c の値 (2.3.1 の方法による近似理論値)

$$g = 0.5$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.098	0.100	0.101
0.2	0.188	0.193	0.198
0.3	0.275	0.285	0.296
0.4	0.362	0.377	0.395
0.5	0.449	0.469	0.495
0.6	0.538	0.563	0.594
0.7	0.629	0.657	0.693
0.8	0.725	0.752	0.789
0.9	0.827	0.849	0.875
1.0	0.938	0.940	0.931
1.1	1.057	0.981	0.876
1.2	0.978		
1.29			

表 2.2 (d) b, g, β に対する kc の値 (2.3.1 の方法による近似理論値)

$$g = 0.75$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.093	0.095	0.096
0.2	0.181	0.186	0.191
0.3	0.267	0.275	0.285
0.4	0.351	0.364	0.379
0.5	0.434	0.452	0.473
0.6	0.517	0.539	0.565
0.7	0.602	0.626	0.655
0.8	0.687	0.712	0.740
0.9	0.776	0.797	0.818
1.0	0.867	0.878	0.882
1.1	0.962	0.949	0.916
1.2	1.056	0.984	0.883
1.3	1.121	0.879	0.696
1.4	0.441		
1.5			

表 2.3 (a) b, g, β に対する k_c の値 (数値実験
式 (2.49) 式による値)

$$g = 0$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.078	0.077	0.076
0.2	0.156	0.154	0.152
0.3	0.236	0.233	0.230
0.4	0.319	0.315	0.311
0.5	0.406	0.401	0.395
0.6	0.499	0.492	0.486
0.7	0.601	0.593	0.585
0.8	0.719	0.709	0.700
0.9	0.868	0.857	0.845
1.0	1.217	1.202	1.186

表 2.3 (b) b, g, β に対する kc の値 (数値実験
式 (2.49) 式による値)

$$g = 0.25$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.086	0.085	0.084
0.2	0.172	0.171	0.169
0.3	0.260	0.258	0.257
0.4	0.350	0.349	0.348
0.5	0.444	0.443	0.443
0.6	0.543	0.543	0.544
0.7	0.648	0.651	0.655
0.8	0.765	0.771	0.777
0.9	0.898	0.909	0.920
1.0	1.066	1.083	1.099
1.1	1.365	1.392	1.419

表 2.3 (c) b, g, β に対する kc の値 (数値実験
式 (2.49) 式による値)

$$g = 0.5$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.086	0.085	0.085
0.2	0.172	0.171	0.171
0.3	0.260	0.259	0.259
0.4	0.349	0.350	0.350
0.5	0.440	0.443	0.446
0.6	0.535	0.541	0.547
0.7	0.634	0.644	0.655
0.8	0.738	0.755	0.772
0.9	0.851	0.876	0.901
1.0	0.976	1.011	1.045
1.1	1.120	1.167	1.215
1.2	1.301	1.365	1.429
1.3	1.620	1.713	1.805

表 2.3 (d) b, g, β に対する kc の値 (数値実験
式 (2.49) 式による値)

$$g = 0.75$$

$\beta \backslash b$	0	0.25	0.5
0.1	0.083	0.082	0.082
0.2	0.166	0.165	0.165
0.3	0.250	0.250	0.251
0.4	0.335	0.337	0.339
0.5	0.421	0.426	0.432
0.6	0.509	0.519	0.529
0.7	0.600	0.616	0.631
0.8	0.694	0.718	0.741
0.9	0.793	0.826	0.859
1.0	0.897	0.941	0.986
1.1	1.008	1.067	1.127
1.2	1.129	1.206	1.283
1.3	1.266	1.365	1.463
1.4	1.429	1.554	1.680
1.5	1.648	1.810	1.972

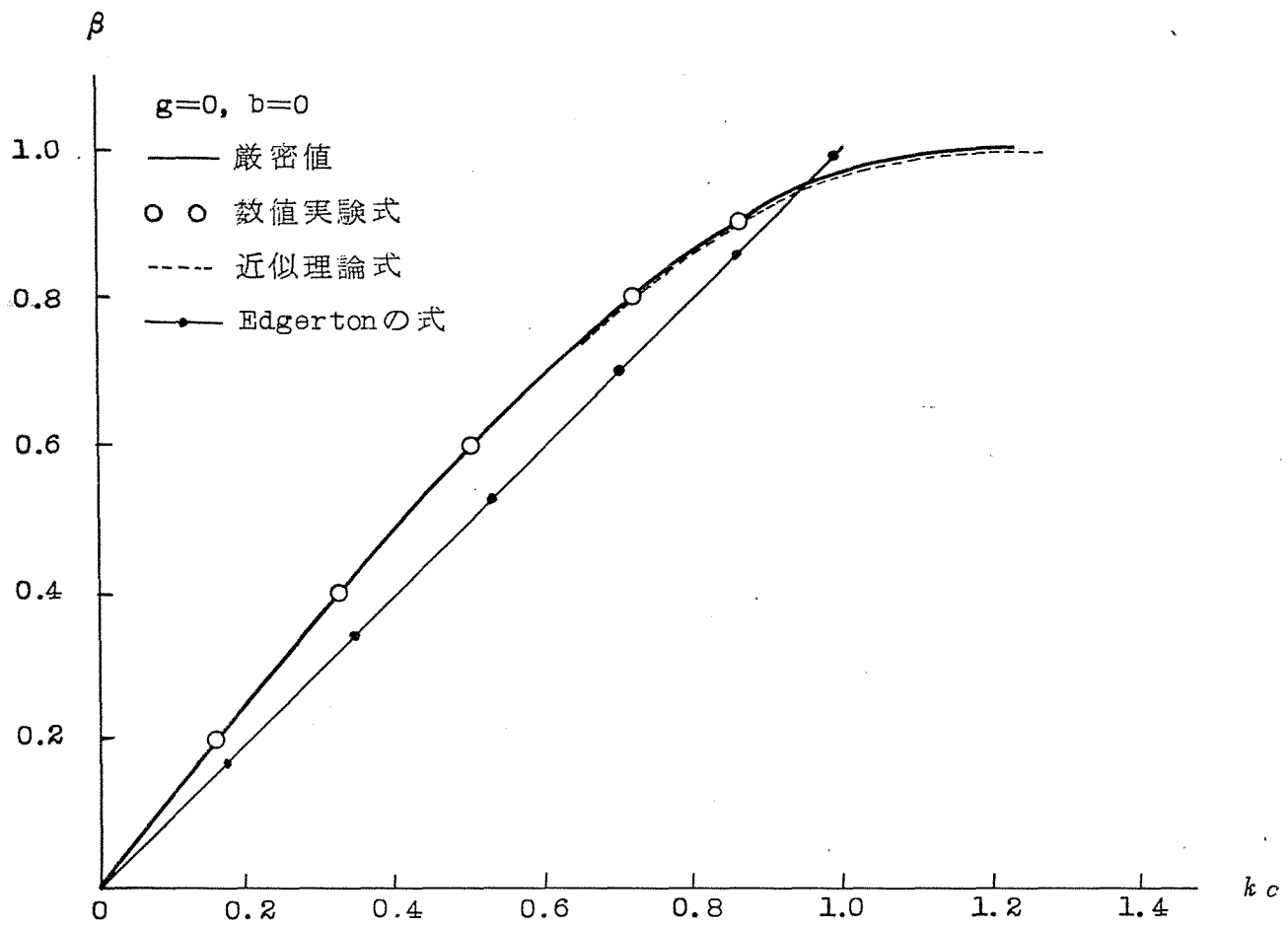


図 2.7 (a) 無限回の動揺で入る kc と β の関係

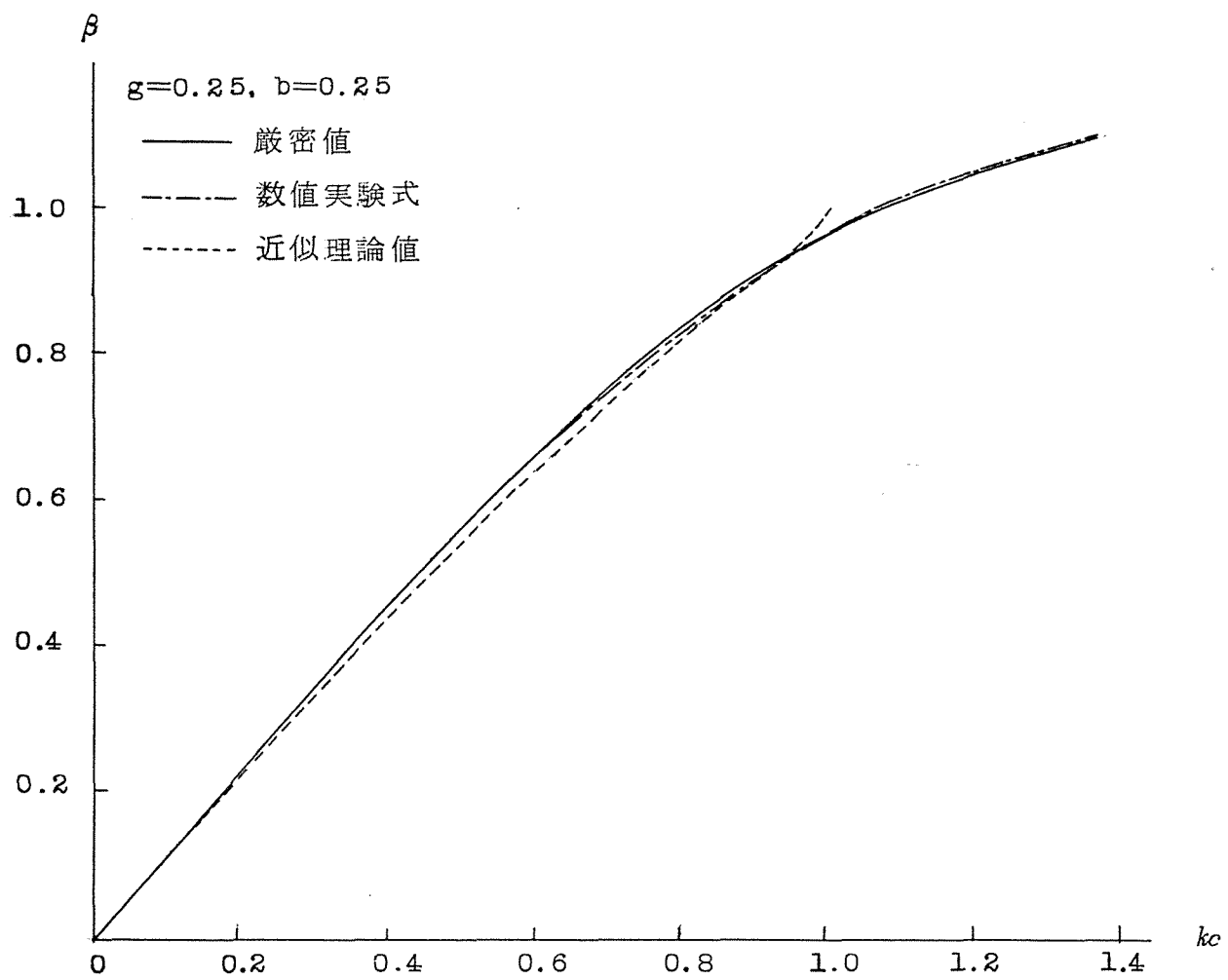


図 2.7 (b) 無限回の動揺で入る kc と β の関係

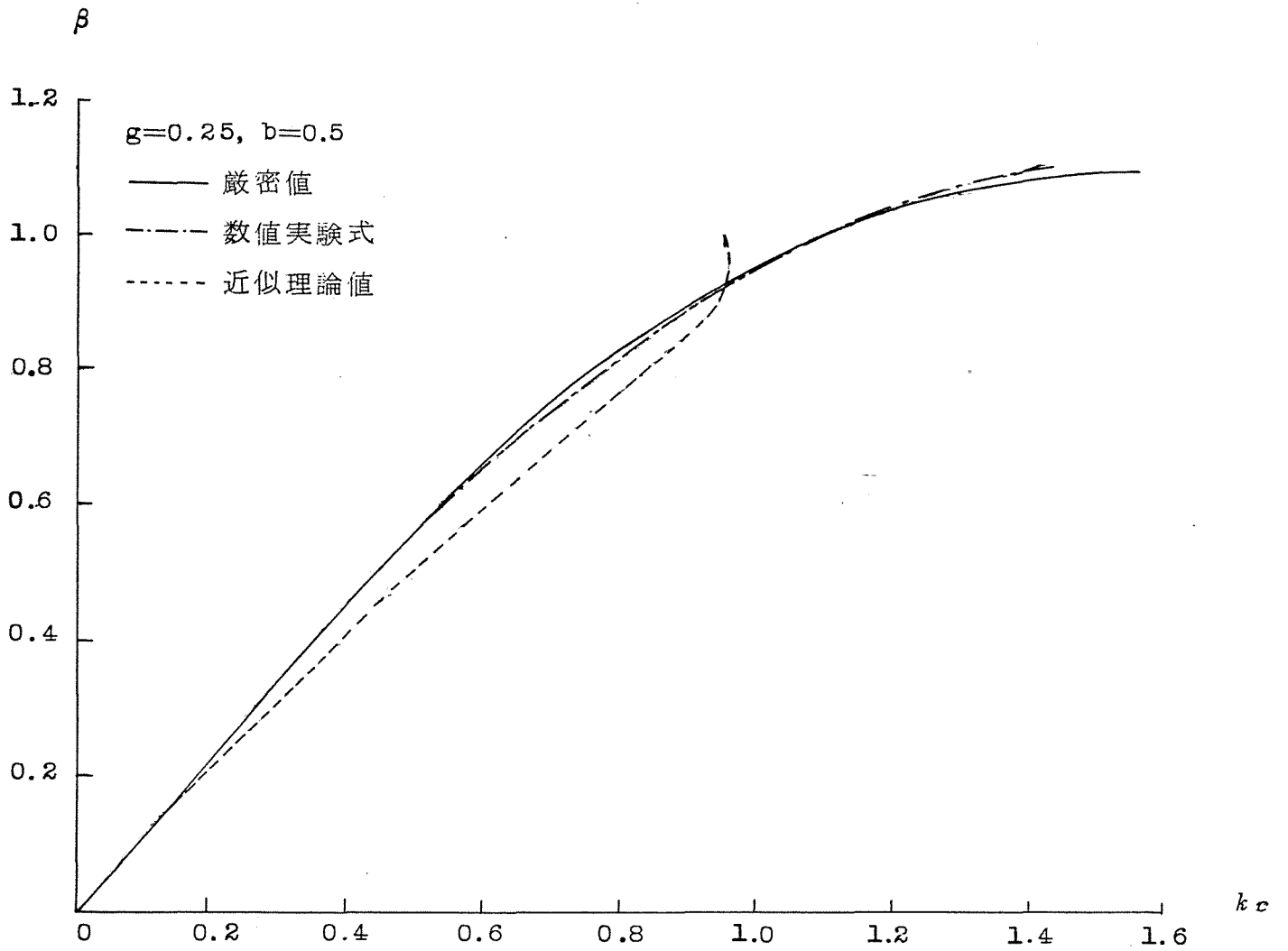


図 2.7 (c) 無限回の動揺で入る kc と β の関係

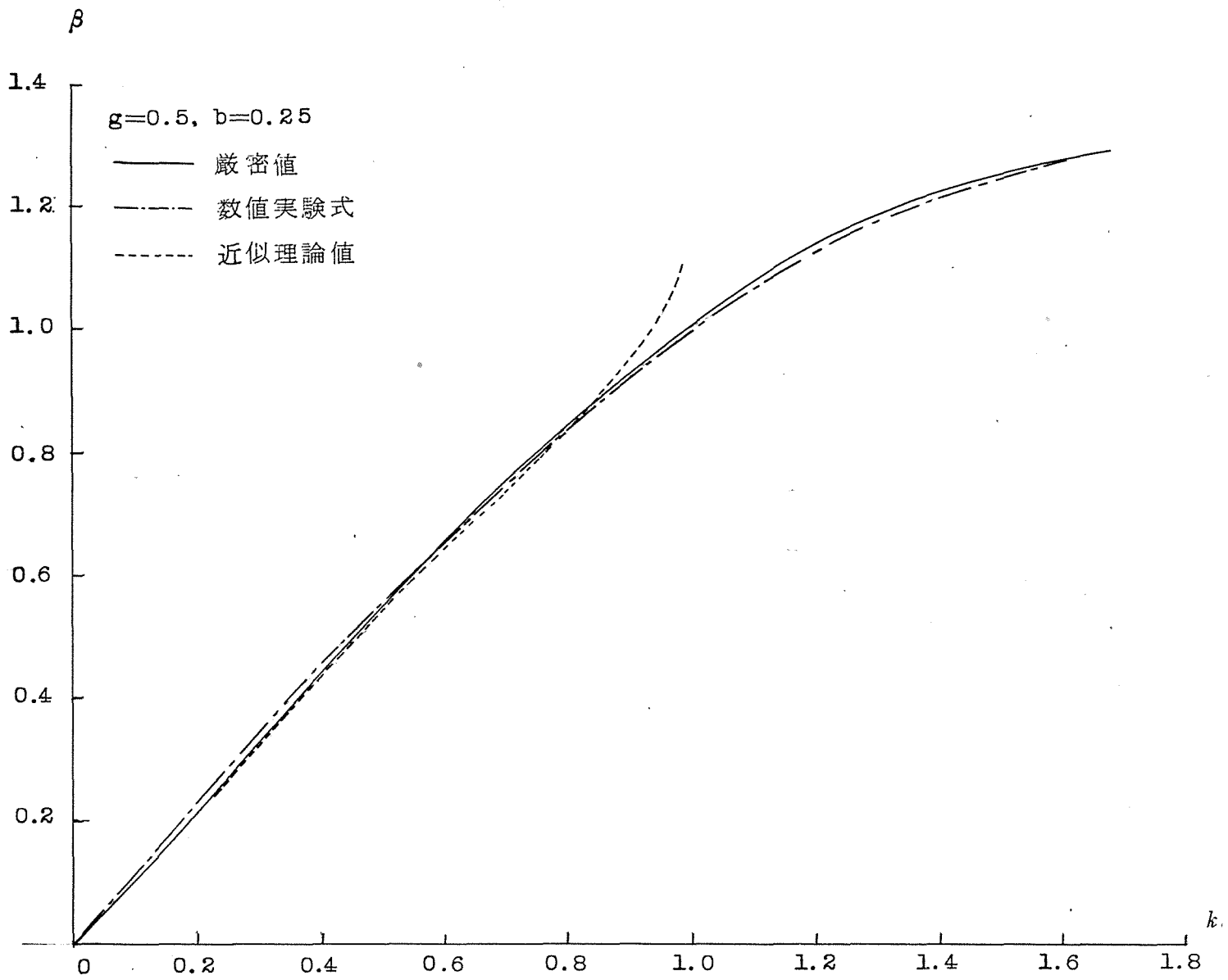


図 2.7 (d) 無限回の動揺で入る k_c と β の関係

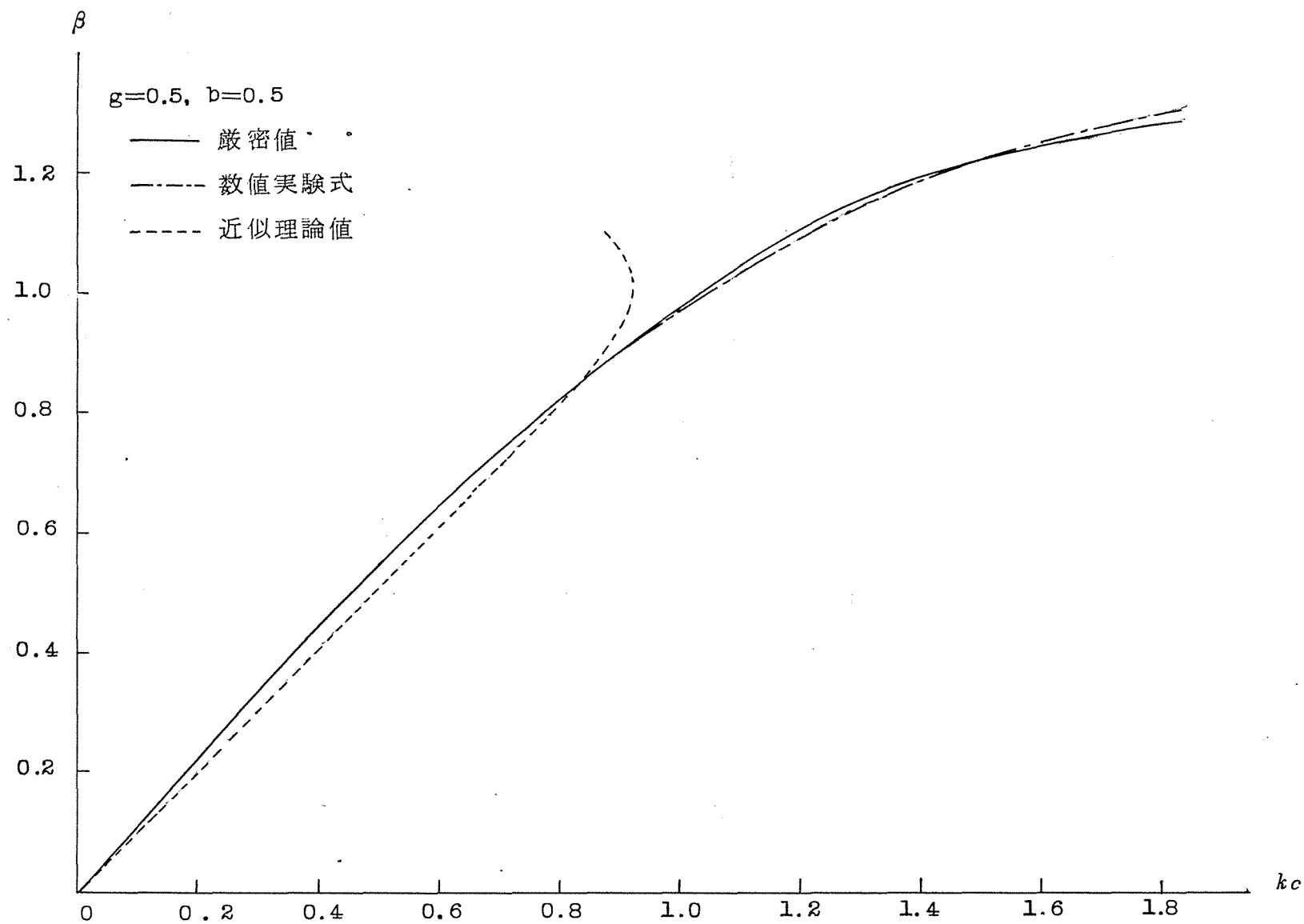


図 2.7 (e) 無限回の動揺で入る kc と β の関係

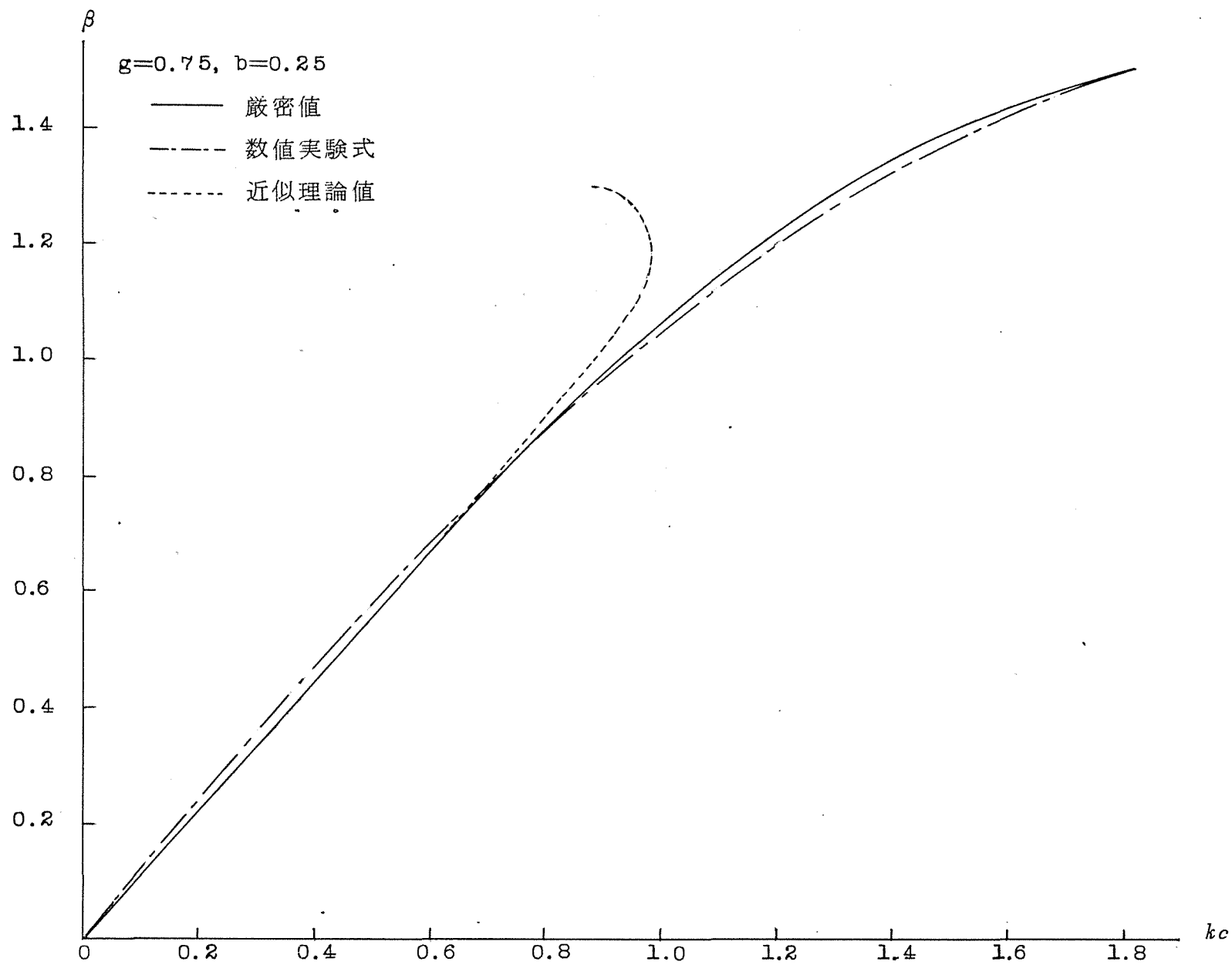


図 2.7 (f) 無限回の動揺で入る kc と β の関係

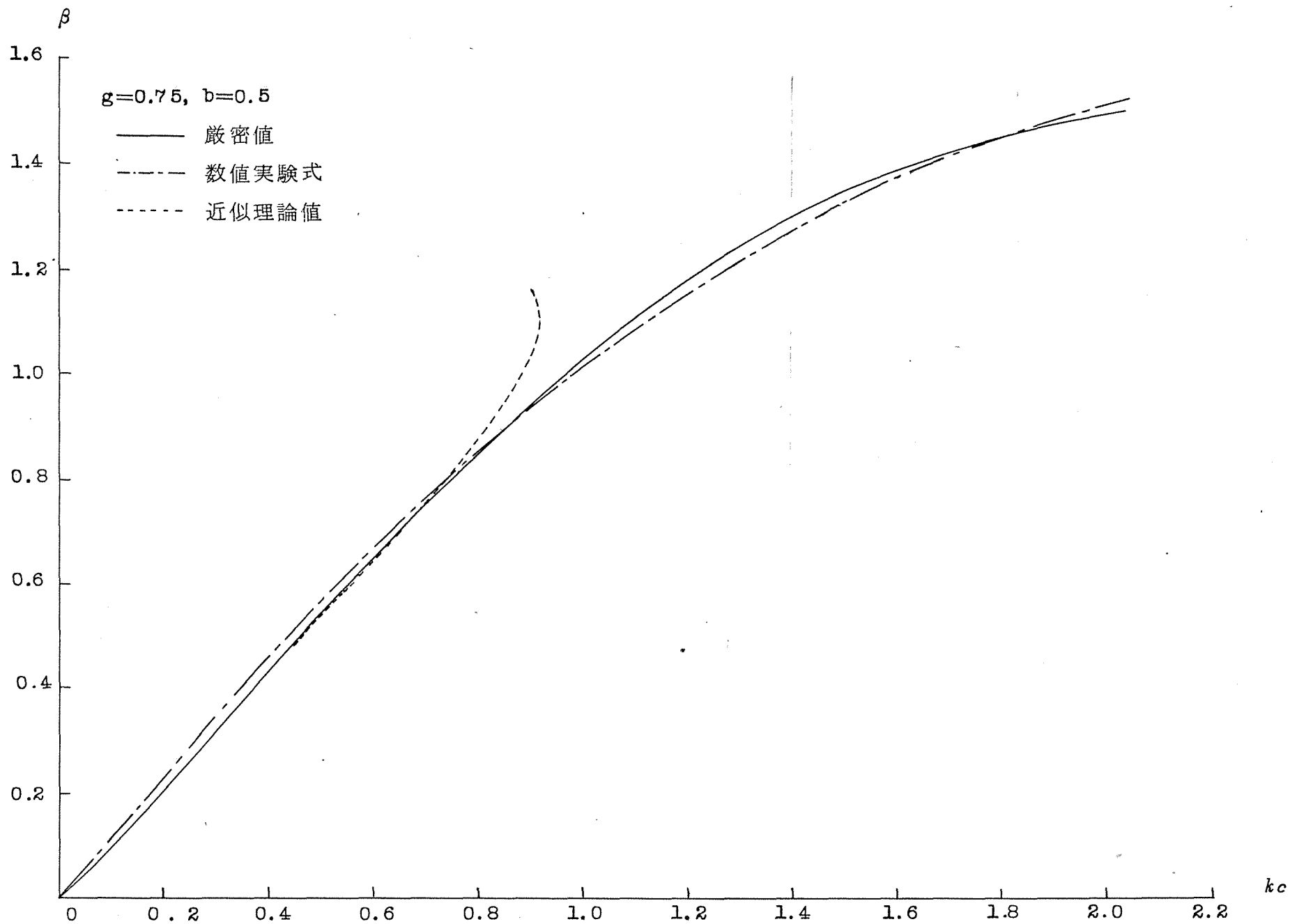


図 2.7 (g) 無限回の動揺で入る kc と β の関係

2.4 n 回の動揺で同期化する臨界条件を 求める実験とその結果に対する検討

2.4.1 実験装置

結線図を図 2.8 に示す。ここで供試電動機は、
15 (KVA), 220 (V), 39.4 (A), 4 極, 60
(Hz) の安川電機製三相突極形同期電動機を使用
し、負荷として供試機に調帯結合した直流形電気
動力計を用いた。また、すべりの測定には、供試
機に直結したタコジェネレータにより、内部相差
角のチェックには同じく供試機に直結した同期電
動機によりおのおの測定した。

2.4.2 供試電動機の定数

供試電動機の定数は表 2.4 に示す。

ただし、表 2.4 において

1) $G D^2$ の値は、供試電動機、負荷としての電
気動力計、すべりの測定に用いた タコジェネレー

表 2.4 供試電動機の定数

定格出力	15 (KVA)
定格線間電圧	220 (V)
定格電流	39.4 (A)
極 数	4
定格周波数	60 (Hz)
x_d	3.94 (Ω) (p.u.1.22)
x_d'	0.80 (Ω) (p.u.0.248)
x_d''	0.45 (Ω) (p.u.0.140)
x_q	1.96 (Ω) (p.u.0.609)
x_q'	1.96 (Ω) (p.u.0.609)
x_q''	1.69 (Ω) (p.u.0.525)
T_{d0}'	13.6 (msec)
T_{p0}''	12.5 (msec)
GD^2	2.32 (kg-m ²)
b	0.8

タ、相差角測定用の同期電動機の総和の値である。

2) 6の算出は

ア) 電動機電機子回路の抵抗を無視する。

イ) 界磁回路の抵抗を無視する。

ウ) すべりは小であると仮定する。

エ) 誘導機としての出力は回転子巻線のみによりて生ずる

という4項目を仮定すれば、Dahl⁽⁸⁾の式により瞬間の誘導機としての出力 P_{din} は

$$P_{\text{din}} = V'^2 2\pi f s \left\{ \frac{(\alpha_d' - \alpha_d'') T_{\alpha 0}''}{(\alpha_e + \alpha_d')^2} \sin^2 \delta + \frac{(\alpha_q' - \alpha_q'') T_{q 0}''}{(\alpha_e + \alpha_q')^2} \cos^2 \delta \right\} \quad (2.50)$$

のように表わされる。

ここで

V' : 供試機の印加線間電圧 [V]

s : すべり

x_e : 電機子の外部リアクタンス (Ω)

x'_d : 直軸過渡リアクタンス (Ω)

x''_d : 直軸初期過渡リアクタンス (Ω)

x'_q : 横軸過渡リアクタンス (Ω)

x''_q : 横軸初期過渡リアクタンス (Ω)

T'_{d0} : 直軸開路初期時定数 (s)

T'_{q0} : 横軸開路初期時定数 (s)

δ : 内部相差角 (rad)

f : 同期周波数 (Hz)

いま, (2.50) 式において

$$A = \frac{(x'_d - x''_d)}{(x_e + x'_d)^2} T'_{d0} \quad (2.51)$$

$$B = \frac{(x'_q - x''_q)}{(x_e + x'_q)^2} T'_{q0} \quad (2.52)$$

とおけば, (2.50) 式は

$$P_{\text{oin}} = \frac{V'^2 2\pi f s (A+B)}{2} \left(1 - \frac{A-B}{A+B} \cos 2\delta \right) \quad (2.53)$$

となる。したがって脈動係数 b は

$$b = \frac{A-B}{A+B} \quad (2.54)$$

で表わされる。A および B は供試電動機の変数により算出することができる。本実験においては、 $\alpha_e = 0$ として b も算出した。

2.4.3 誘導機作用に基づく制動トルクの検討 (34)

相対制動係数 $k = P_\alpha / \sqrt{P_s P_m}$, $P_\alpha = P_e / 2\pi f_s$, の大きさに関係するところの誘導機作用について実験的に調べるため、有励磁と無励磁のせいのにおけるすべりと機械的出力の関係を、電機子印加電圧 V , 界磁印加直流電圧 E_f , 界磁回路入抵抗 r_f の3個の値を変え、いろいろな場合に対して測定した。ただし、すべりは、突極性のため脈動するが平均のすべりをプロットした。この実験結果を図 2.9 に

示す。

(2.9) 図から，すべりが小さいときの誘導機作用は励磁の有無にかかわらずほとんど直線性を保つことがわかる。それゆえ，制動係数 P_d はこの配を知れば求めることができる。なお同図において，すべりが非常に小さいときには測定点がすくないが，それはその領域の近辺から $E_f = 0$ なら反作用トルクで， $E_f > 0$ のときは反作用トルクと同期化トルクとで，速やかに同期化してしまうため実験値を得られにくかったためである。

さらに図からわかるとおり，この配の大きさは

1) V' の二乗にほぼ比例する。

2) η の逆数にほぼ比例する。

3) E_f の有無に関係しない。

である。

1), 2) の結果は通常の誘導機と全く同じ傾向を示すことを意味する。

3) の結果から励磁投入前と投入後とで P_d の値

すなわち相対制動係数 k の値が変わらないといえる。なぜなら、次に述べるように同期引込みの実験に際しては、励磁投入前、投入後ともに V' と k は一定に保ち、ただ E_f だけを零からある設定した値に変化させるだけだからである。

上述したことは、短絡された界磁巻線はあたかも誘導電動機の二次巻線と等価的な制動作用を営み、

$$K = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} k(1 - b \cos 2\delta) v d\delta = k v_m \quad (2.55)$$

ただし、 v_m は v の平均値、 $v = d\delta/d\tau$ なる平均制動トルクは一定で、 E_f の有無に関係しないことを意味する。

このことは、界磁推抗が一定ですべりが小さい場合には、本論文のように k は近似的に一定として扱ってよく、このため現象解明の一般性が失われないうことを意味する。

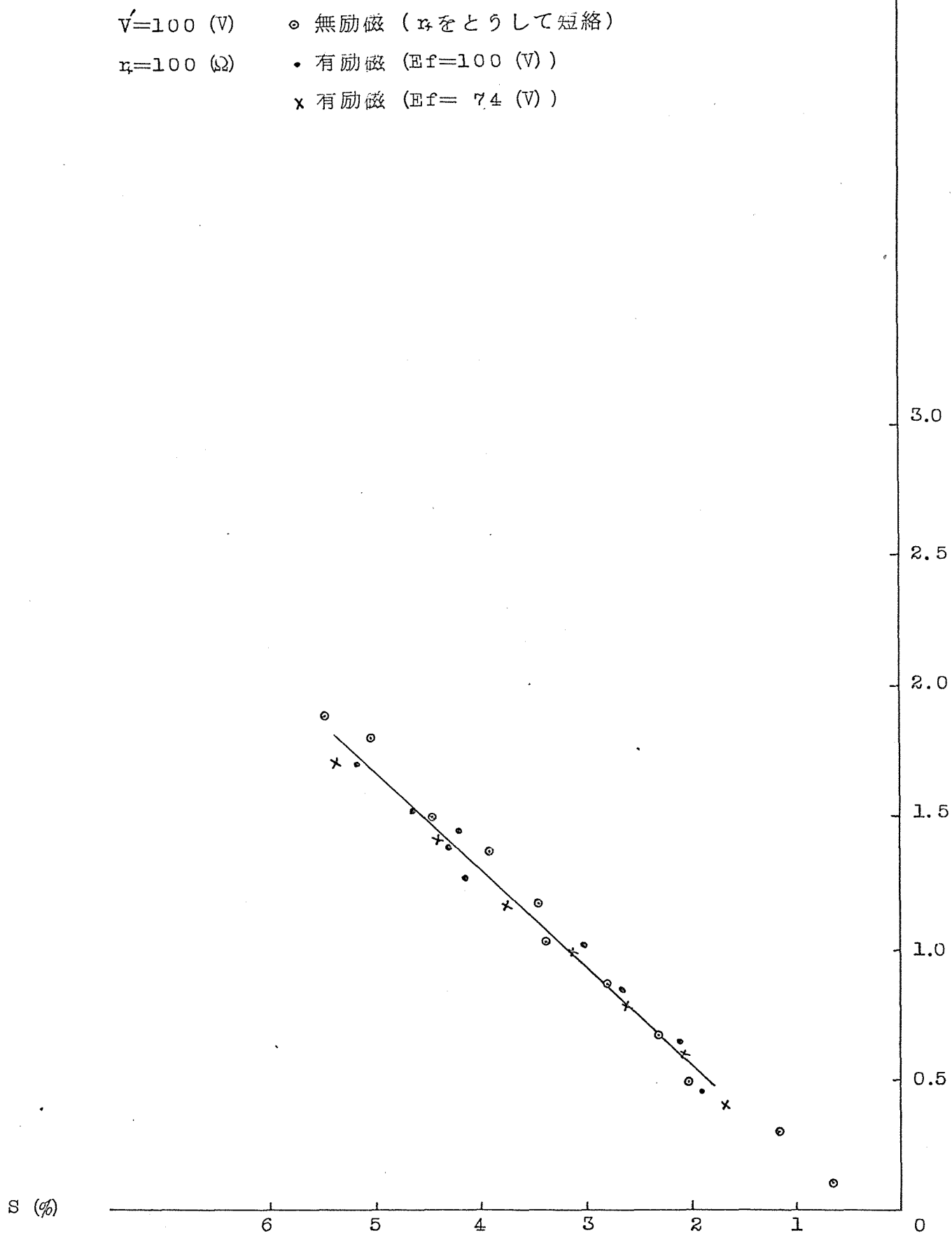


図 2.9 (a) V' , E_f , r_f をパラメーターとした誘導機作用

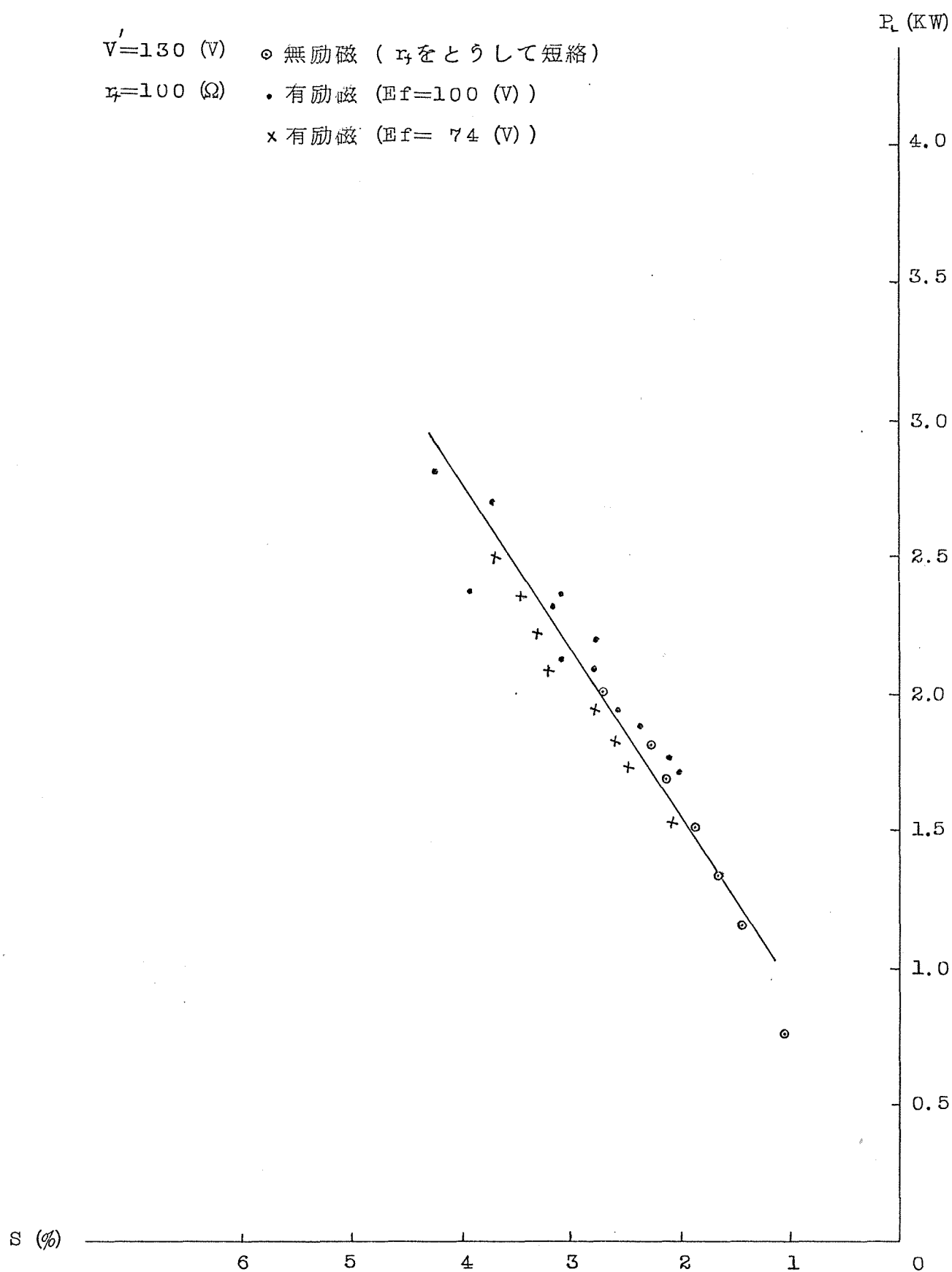


図 2.9 (b) V' , E_f , r_t をパラメーターとした誘導機作用

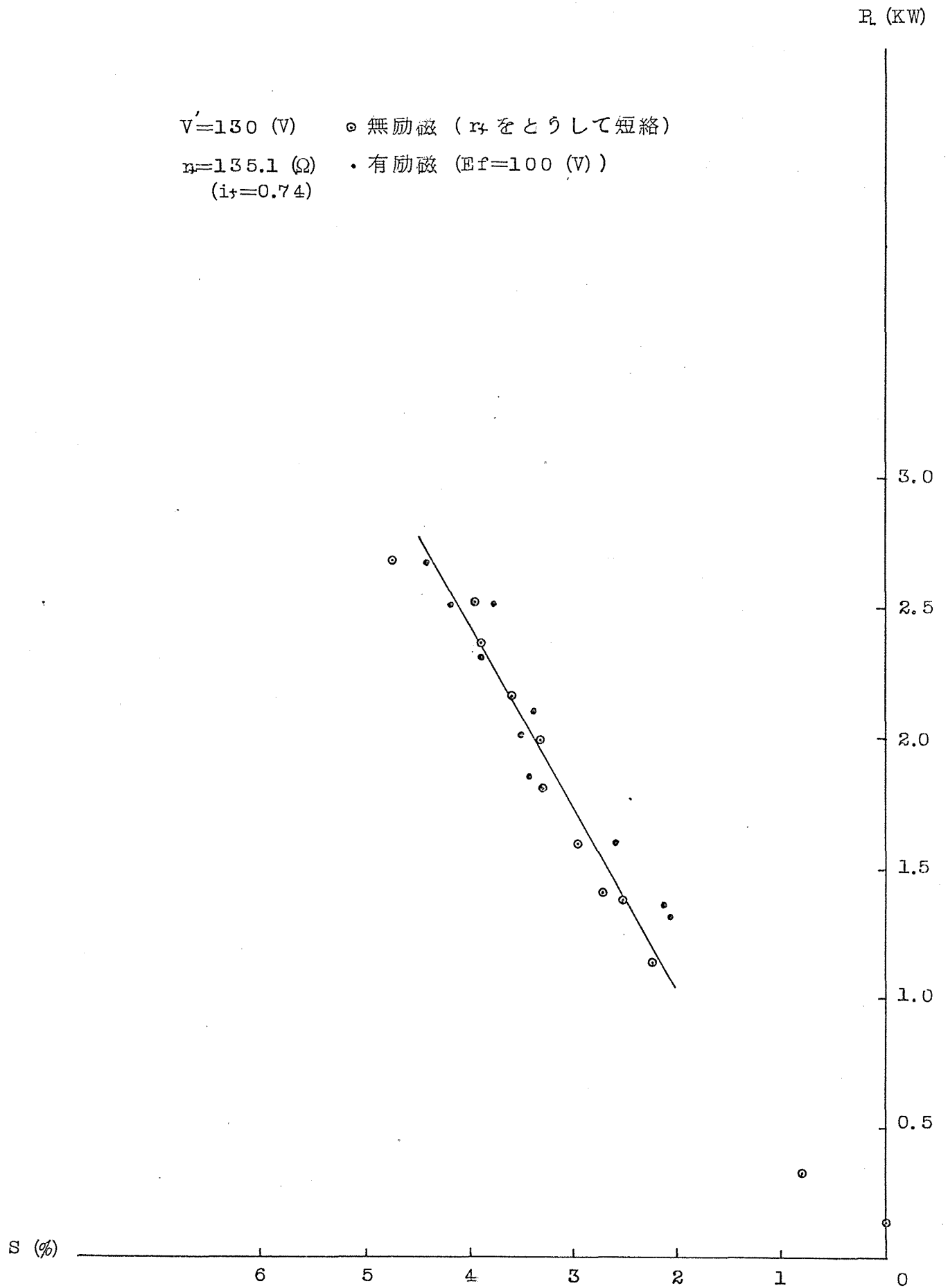


図 2.9 (c) V', E_f, r_f をパラメーターとした誘導機作用

P_L (KW)

$V' = 150$ (V) \circ 無励磁 (r_+ をとらして短絡)
 $r_+ = 100$ (V) \cdot 有励磁 ($E_f = 100$ (V))
 \times 有励磁 ($E_f = 74$ (V))

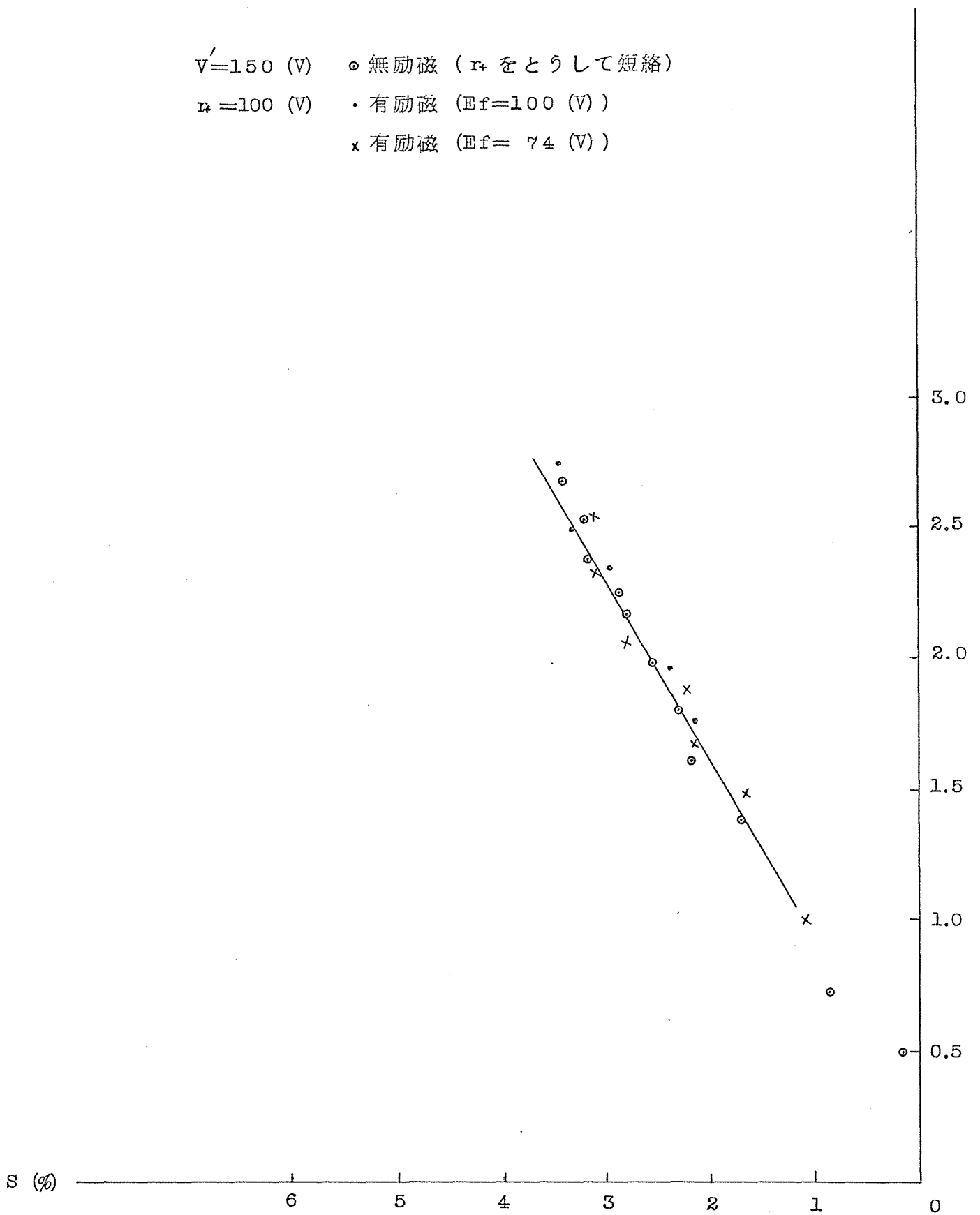


図 2.9 (d) V' , E_f , r_+ をパラメーターとした誘導機作用

2.4.4 実馬力方法 およびその結果

供試機の界磁を短絡して誘導機として任意の負荷を負わせて運転させ、同期速度付近になったとき励磁を加えて同期に入るか否かをまず調べる。同期に入らない場合は負荷を減少させて同期化するまで実験をくりかえし、同期に入った際その負荷を微小に変化させて臨界の負荷を定める。そのときの誘導機としての速度の平均、すなわち、すべりの平均をタコジェネレーターより測定する。測定値と各係数との関係を次にかかげる。

$$P_j = \frac{\pi}{2} G D^2 \frac{f}{p^2} \times 10^{-3} = 0.0546 \quad (\text{KW} \cdot \text{s}^2/\text{rad})$$

$$P_d = \frac{P_e}{2\pi f_s} = 4.77 \times \frac{P_e}{\Delta N} \quad (\text{KW} \cdot \text{s}/\text{rad})$$

$$P_r = \frac{1}{2} \frac{(\chi_d - \chi_q)}{\chi_d \chi_q} V'^2 \times 10^{-3} \quad (\text{KW})$$

$$P_m = \frac{E'V'}{x_d} \times 10^{-3} \quad (\text{KW})$$

$$P_d = 1.026 \times 0.315 \times N_d \tau \times 10^{-3} \quad (\text{KW})$$

ここで

ΔN : 同期速度と回転速度の差 (rpm)

N_d : 電気動力計の速度 (rpm)

τ : 電気動力計のトルクの読み (kg-m)

ゆえに正規化されたパラメータと実際の測定値との関係は

$$g = \frac{P_d}{P_m} = 0.505 \times \frac{V'}{E'}$$

$$h = \frac{P_d}{\sqrt{P_j P_m}} = 4.14 \times \frac{N_d \tau}{\sqrt{E' V'} \Delta N} \times 10^{-1}$$

$$\beta = \frac{P_d}{P_m} = 1.27 \times \frac{N_d \tau}{E' V'}$$

ただし, E' は公称誘導線間起電力である。

実験値の測定にあたっては、 $g = 0.505 V'/E'$ なる関係があるゆえ、 E' と V' との比を任意に設定することができる。 V'/E' の比を一定にしたまま V' および E' を変えることにより、任意の g に対して供試機の許す範囲内で β を変えることができる。そこで、 $g = 0.5$ 、 $g = 0.75$ の2点で各負荷比に対する同期入れの実験を行ない、測定結果を正規化してデジタル計算機による厳密値と比較した結果を表2.5および図2.10に示す。

2.4.5 実験結果に対する検討

実験結果に示されるごとく、実験値はすべて厳密値より大なる値、すなわち安定領域にあらわれている。これは実験に際して同期に入ったか否かの判定は約10回で振動したら入らないとしたため、厳密値で仮定した無限回で入るという条件より厳しい条件であるということ、つまり、負荷比 β を計算するための負荷 P_L は誘導機として運転

しているとき測定したものであるが、実際同期に入るためには供試電動機^{（1）}の速度は、同期化現象中上昇しなければならない。そのことは調帯結合された直流電気動力計の速度の上昇を意味する。すなわち P_c 、いいかえれば β が増大する。

したがって、励磁を入れた後も振動を繰返していれば、ほとんど見かけの β は変わらないのであるが、前述した理由により同期に入ろうとすると β が増大するので、実際は実験値にかかっている β より大きいことと等価であるためである。以上のことを考慮すると実験値はほぼ厳密値と合致していると考えられ、位相面解析より得た厳密値の正当性を立証しうると考えられる。

図 2.11 に 臨界で同期化するオシログラムの一例を示した。

表 2 .5 (a) 実験結果

 $g=0.5$

β \backslash kc	実験値	厳密値
0.102	0.110	0.098
0.206	0.211	0.194
0.271	0.266	0.253
0.355	0.366	0.330
0.436	0.442	0.405
0.500	0.507	0.465
0.576	0.589	0.539

表 2.5 (b) 実験結果

 $g=0.75$

$\beta \backslash kc$	実験値	厳密値
0.136	0.154	0.138
0.268	0.264	0.261
0.272	0.28 1	0.265
0.391	0.410	0.373
0.429	0.445	0.408
0.49 4	0.509	0.468
0.596	0.610	0.565

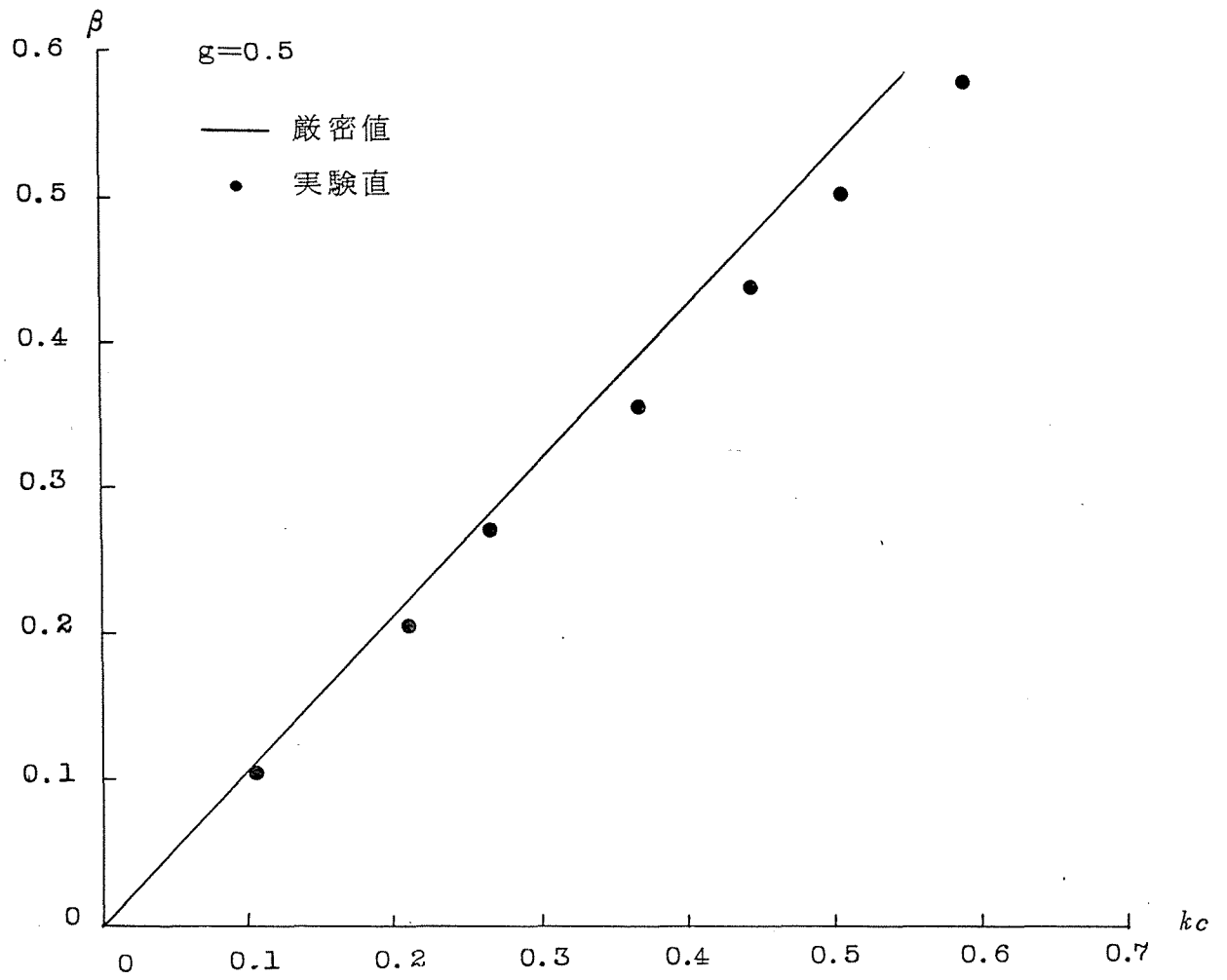


図 2.10 (a) 厳密値と実験値の比較

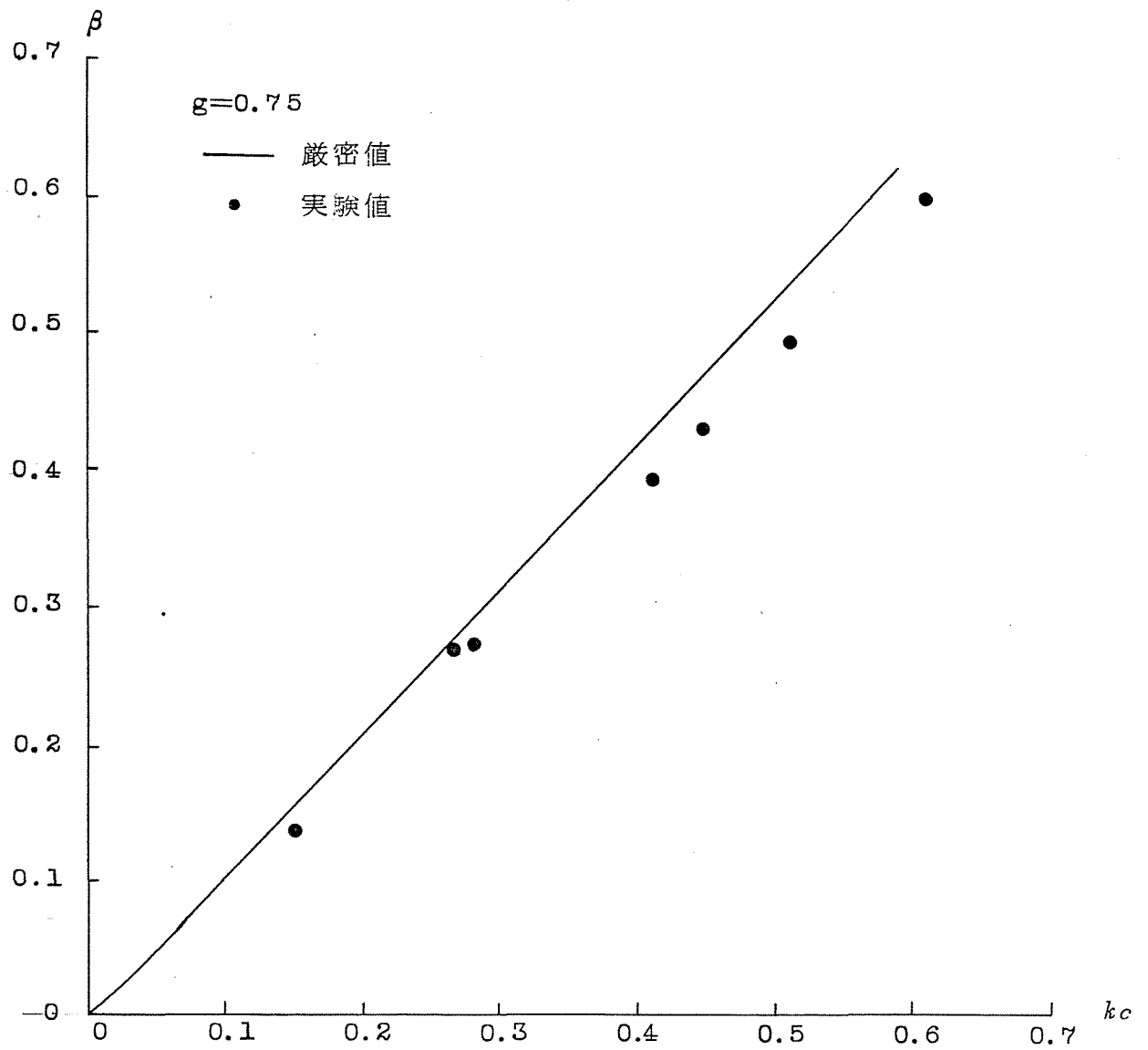


図 2.10 (b) 厳密値と実験値の比較

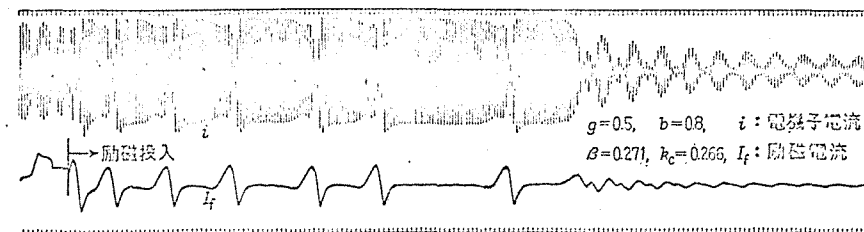


図 2.1.1 同期化時のオシログラム例 (励磁投入前, $i=30\text{ A}$, $S=0.022$)

第3章 最適位相投入 および 界磁時定数の影響^{(22), (25), (26)}

いままでの解析では、界磁の時定数を無視する場合は、任意の初期値で励磁投入した後に何回も動揺を繰り返しながらいつかは同期化に成功する条件について吟味してきたので、取り得る励磁投入時の初期値がどこに存在するかということは考慮する必要がなく、しかも動揺の回数に制限がないということ、励磁の時間遅れも無視してさしつかえなかった。しかし、時定数を考慮した際の同期入れについて考察したり、最適励磁投入位相角および最悪励磁投入位相角について吟味するならば、取り得る初期値の存在領域を確認したり、動揺回数を考慮に入れて検討せねばならない。

それゆえ、まずダンパ巻線によって同期電動機

が誘導電動機動作をしている際の，すなわち励磁投入前の状態について明らかにし，次に動揺回数
の設定の定義づけをして，その基礎の上にたつて
最適励磁位相投入，界磁時定数の影響について論
じる。

3.1 励磁投入前の誘導電動機 動作時の動揺⁽²⁶⁾

励磁投入前の同期電動機の動揺方程式は，同期
化トルクが存在しないから，(1.2)式において
 $\sin \delta$ 項を除いた

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau} + g\sin 2\delta \\ = \beta \end{aligned} \quad (3.1)$$

で表わされる。

3.1.1 突極機の場合

(3.1) 式において, $\delta' = 2\delta$ とおき, 両辺を g でわると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2g} \frac{d^2\delta'}{d\tau^2} + \frac{k(1-b\cos\delta')}{2g} \frac{d\delta'}{d\tau} + \sin\delta' \\ = \frac{\beta}{g} \end{aligned} \quad (3.2)$$

となる。

$$\tau' = \sqrt{2g} \tau, \quad k' = \frac{k}{\sqrt{2g}}, \quad \beta' = \frac{\beta}{g}$$

とおき, (3.2) 式を書き直すと

$$\frac{d^2\delta'}{d\tau'^2} + k'(1-b\cos\delta') \frac{d\delta'}{d\tau'} + \sin\delta' = \beta' \quad (3.3)$$

を得る。

この式は今まで取り扱ってきた非線形常微分方程式と全く同様な取り扱いができる。すなわち,

$\beta' \geq 1$ ならば

位相平面に特異点は存在せず，任意の初期値より出発したトラゼクトリはすべてあるリミットサイクルに収束する。

$\beta' < 1$ ならば

位相平面に特異点が存在し，任意の初期値より出発したトラゼクトリがすべて，いつかは同期化するように， β' に対する臨界の相対制動係数 k_c を決めることができる。

このように突極機の場合には，任意の初期値より出発したトラゼクトリが反作用トルクだけで同期化してしまうことがありうる。したがって，もし $k' \geq k_c$ ならば，励磁投入前に反作用トルクの大きさと負荷で定まる安定特異点に収束しており，励磁を投入すると，特異点の位置がずれるため若干の動揺をともないながらもすぐ同期化してしまう。

2.1.3 において，すでに厳密値 k_c についている

いろなチャートを得てゐる。その中に基礎方程式の $g=0$ とおいた場合、すなわち

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau} + \sin\delta = \beta \quad (3.4)$$

についで、 b をパラメータとした β と臨界値 k_c の関係は種々求めてある。(3.4)式と(3.3)式は、 b の係数が一方は $\cos 2\delta$ 、一方は $\cos \delta'$ と異なっているが、ほとんど同一の結果を生ずる式と考へてよい。しかも2.1.3において得た結果によると、 k_c はあまり b に関係しない。したがって、 $b=0$ とおいた円筒機の場合の k_c と β の関係がわかれば、 k_c' と β' との関係もほぼ正確に推定できると考えられる。円筒機の数値実験式(2.46)式を(3.3)式に適用すると

$$k_c' = 0.775 \sin^{-1} \beta' \quad (3.5)$$

を得る。

k_u を反作用トルクのみで同期化する臨界の相対制動係数とすれば

$$k_c' = \frac{1}{\sqrt{2g}} k_u \quad (3.6)$$

の関係が成立する。(3.6)式を(3.5)式に代入することにより

$$\frac{1}{\sqrt{2g}} k_u = 0.775 \sin^{-1}\left(\frac{\beta}{g}\right)$$

$$\therefore k_u = 0.775 \sqrt{2g} \sin^{-1}\left(\frac{\beta}{g}\right) \quad (3.7)$$

を得る。

ゆえに、 $\beta/g \geq 1$ のときあるいは $\beta/g < 1$ でも $k < k_u$ のときには、励磁投入前の同期電動機はリミットサイクルを有する。これを後述の説明のため誘導機リミットサイクルと呼ぶことにする。励磁投入する際の δ 、 $v (= d\delta/dt)$ の初期値はこの誘導機リミットサイクル上の各点となる。

1.3節で説明したように、同期機リミットサイク

ルと同じように，誘導機リミットサイクルの v は正で，かつその最大値は有限であり，位相面上で $v_m = \beta/k$ なる横軸平行線に巻きつくように δ の正方向に右進することがわかる。

3.1.2 円筒機の場合

この場合は， $g=b=0$ なるゆえ(3.1)式は

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k \frac{d\delta}{d\tau} = \beta \quad (3.8)$$

で表わされる。 $d\delta/d\tau = v$ に関する微分方程式に書き直すと

$$\frac{dv}{d\tau} + kv = \beta \quad (3.9)$$

この式は線形であるので簡単に解けて

$$v = \frac{\beta}{k} + Ce^{-k\tau} \quad (3.10)$$

C : 任意定数

励磁投入前で定常状態になると

$$v = \frac{\beta}{h} \quad (3.11)$$

となり一定値となる。したがって、誘導機リミットサイクルは直線を示す。ゆえに、励磁投入する際の δ , v の初期値は $v = \beta/h$ なるこの直線上の各点となる。

3.2 動揺回数⁽³²⁾の設定

Edgerton 氏らは一回の動揺で同期化することを、図 3.1 において $0 < \delta < \pi$ より出発したトラゼクトリが δ_{00} へ、 $\pi < \delta < 2\pi$ より出発したトラゼクトリが δ_{01} へ収束することと定めている。すなわち、Edgerton 氏らは同期化トルクが負の領域である発電機領域を一度も通らないで同期化することを一回の動揺で同期化すると定義した。

この基準に従うと、 Δ を正の無限小とすると

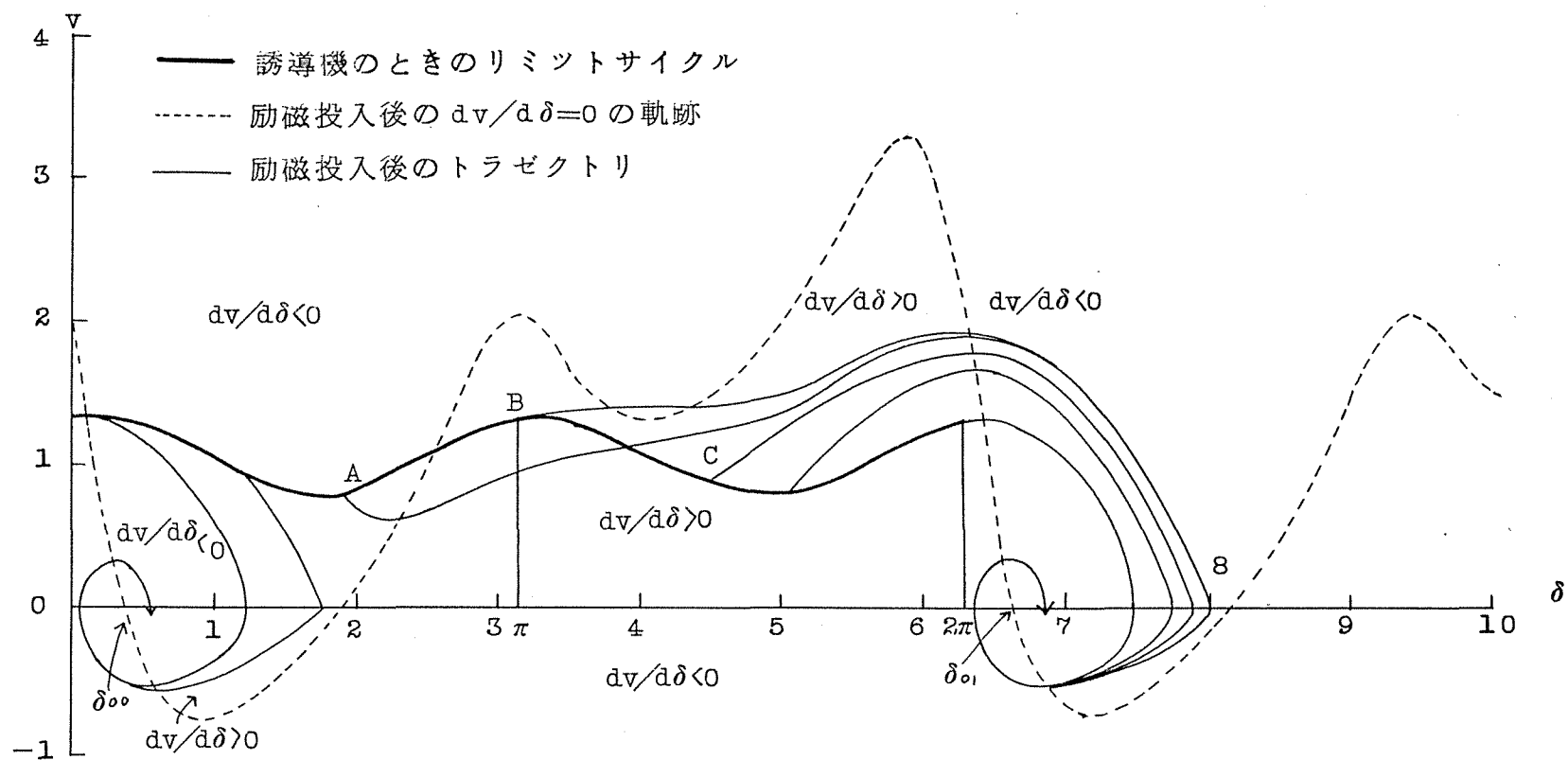


図 3.1 突極機における励磁投入時の最適位相角と最悪位相角を求めるための説明図

$\delta = \pi - \Delta$ と $\delta = \pi + \Delta$ とは本質的に同一点であるにかかわらず、 $\delta = \pi - \Delta$ は $\delta = \pi + \Delta$ に比べて同期化するのに非常に過酷な条件となり、同期化を許容しうる最大負荷比 β_{\max} の値にかなりの量の不一致をみることになる。

そこで、この矛盾を改善するために、一回の動揺で同期化することを励磁が印加された後、トラゼクトリが発電機領域を通過して 2π (rad) 以上動揺しないうちに、安定平衡点 δ_0 へ収束することをもって定めた。

すなわち、 $0 < \delta < 2\pi$ から出発したトラゼクトリが、3.1 図で δ_{00} ($0 < (\delta_{00} \text{ の } \delta \text{ 座標}) < 2\pi$) か、または発電機領域を1っはさんで δ_{01} ($2\pi < (\delta_{01} \text{ の } \delta \text{ 座標}) < 4\pi$) のどちらかに収束すれば1回の動揺で同期化したとすると定めるのである。

この基準に従うと $\delta = -\Delta$, $\delta = +\Delta$ の間でまだ β_{\max} の不一致あるいは不連続を生ずるが、その値はむしろ小さく、第4章以後に述べる相対相

互係数 $m \neq 0$ のときはほとんど無視できる。さらに、トラゼクトリの出発点に関する性質は電動機領域において失われることはなくなる。

さらに基準を拡張して、一般に n 回の動揺で同期化することを、 $0 \leq \delta \leq 2\pi$ から出発したトラゼクトリが、 $\delta = 2(n+1)\pi$ 以内の安定特異点に収束することと定めた。

3.3 界磁時定数も無視するときの 最適位相投入⁽³²⁾

誘導電動機として運転している際、励磁投入の瞬間の位相角によって同期化に難易があることは周知のことである。最適な位相角で励磁を投入したとき有限回の動揺で同期化したものでも、最悪な位相角での場合には、さらに若干の動揺を繰返し同期化するか、または同期化せず永久振動を繰返すか、最悪のときには脱調してしまう。したが

って、励磁投入の際の最適位相角、最悪位相角を位相面解析の上に立って考察することは重要である。この節では界磁時定数を無視した場合について考察する。

3.3.1 最適位相角と最悪位相角の決定

1) 突極機の場合

最初同期電動機が誘導電動機として運転している場合、誘導機としては定常状態に入っていると考えられるので、誘導機として運転している際の位相面方程式

$$v \frac{dv}{d\delta} + k(1 - b \cos 2\delta)v + g \sin 2\delta = \beta \quad (3.12)$$

の誘導機リミットサイクル上に動作点 (δ, v) がのっている。ゆえに、励磁を加える瞬間の初期値 (δ, v) はこのリミットサイクル上の値に限定さ

れる。励磁投入後同期化不能の場合は，この誘導機リミットサイクル上の初期値を出発したトラセクトリは，界磁時定数を無視すると

$$\begin{aligned} v \frac{dv}{d\delta} + k(1-b\cos 2\delta)v + g\sin 2\delta \\ + \sin \delta = \beta \end{aligned} \quad (3.13)$$

の位相面方程式により決まる同期機リミットサイクルに向かい進行収束する。両式は π または 2π を周期とするから，励磁投入位相角は $0 \leq \delta \leq 2\pi$ の間を考えれば十分である。

(3.13)式の $dv/d\delta = 0$ の軌跡は

$$v = \frac{\beta - g\sin 2\delta - \sin \delta}{k(1-b\cos 2\delta)} \quad (3.14)$$

であり，図 3.1 に (3.12) 式の誘導機リミットサイクル，(3.13) 式の $dv/d\delta$ の分布の状態，(3.14) 式による励磁投入後の $dv/d\delta = 0$ の軌跡の例を示した。

まず，1回の動揺後に同期化する場合の最適位

相角と最悪位相角について考察する。

いま, $0 \leq \delta \leq \pi$ で励磁が投入された場合を考える。 $0 \leq \delta \leq \pi$ では任意座標におけるトラゼクトリのこう配 $d\psi/d\delta$ の大きさは, (3.12), (3.13) 両式より

$$\text{誘導機の } \frac{d\psi}{d\delta} \geq \text{励磁投入後の } \frac{d\psi}{d\delta} \quad (3.15)$$

の不等式を満足する。

$\pi \leq \delta \leq 2\pi$ ならば

$$\text{誘導機の } \frac{d\psi}{d\delta} \leq \text{励磁投入後の } \frac{d\psi}{d\delta} \quad (3.16)$$

の不等式を満足する。

すなわち, $0 \leq \delta \leq \pi$ で励磁が投入されたならば, この範囲のすべての初期値より出発するトラゼクトリは誘導機リミットサイクルと一度も交わることなく, 必ずリミットサイクルの下側を進行する。このことは投入前より同期化トルクが増加しすべりが減少しはじめることを意味する。一方, $\pi \leq \delta \leq 2\pi$

の範囲では逆にそのトラゼクトリはリミットサイクルの上側を必ず動く。

図 3.1 において A , B , C 各点はそれぞれ誘導機リミットサイクル上の点を示し

A 点の δ 座標 $< \pi$

B 点の δ 座標 $= \pi$

C 点の δ 座標 $> \pi$

である。 A 点のように $\delta < \pi$ より出発したトラゼクトリは, δ_{∞} に入る場合を除けば $\delta = \pi$ まで進む。そのトラゼクトリの $\delta = \pi$ のときの v 座標を v_i , 誘導機リミットサイクル上の B 点の v 座標を v_B とすれば, $v_i < v_B$ となる。ゆえに, $0 \leq \delta \leq \pi$ より出発したトラゼクトリは δ_{∞} に収束するか, または δ が π 以上になれば (π, v_B) より出発したトラゼクトリに包含される。

界磁時定数を無視したオートノーマスな系では, トラゼクトリは互いに相交わることがないため, $\delta = 0$ から出発したトラゼクトリは最も下側を走

り、 δ 大なるほど上側にあらわれ、 $\delta=\pi$ から出発したトラゼクトリは最も上側にある。ゆえに励磁投入位相角は $\delta=0$ が最適で、 $\delta=\pi$ が最悪である。

次に、 $\pi \leq \delta \leq 2\pi$ で励磁が投入された場合を考えると、この場合も同様の考察により、励磁投入後のトラゼクトリはすべて誘導機リミットサイクルの上側にあり、 $\delta=\pi$ より出発したトラゼクトリに包含され、 $\delta=\pi$ より出発したトラゼクトリは最も上側を走り、 δ 大なるほど下側にあらわれ、 $\delta=2\pi$ より出発したトラゼクトリが最も下側にある。ゆえに励磁投入角は $\delta=\pi$ が最悪で $\delta=2\pi$ が最適である。

したがって、 $0 \leq \delta \leq 2\pi$ の領域では $\delta=0$ と $\delta=2\pi$ は全く同等なる点ゆえ、 $\delta=0$ が最適励磁投入位相角、 $\delta=\pi$ が最悪励磁投入位相角である。

最適位相角で励磁を投入すれば ϵ_k であっても、より少ない動揺回数で同期化する機会が最も多い。

2) 円筒機の場合

誘導機リミットサイクルは(3.11)式より

$$v = \frac{\beta}{k} \quad (3.11)$$

で与えられる。励磁投入後同期化不能の場合は、この誘導機リミットサイクル上の初期値を出発したトラゼクトリは、界磁時定数を無視すると

$$v \frac{dv}{d\delta} + kv + \sin\delta = \beta \quad (3.17)$$

の位相面方程式により決まる同期機リミットサイクルに収束する。(3.17)式の $\frac{dv}{d\delta} = 0$ の軌跡は

$$v = \frac{\beta - \sin\delta}{k} \quad (3.18)$$

で与えられる。図3.2に(3.11)式の誘導機リミットサイクル、(3.17)式の $\frac{dv}{d\delta}$ の分布の状態、(3.18)式の励磁投入後の $\frac{dv}{d\delta} = 0$ の軌跡の例を示した。

図3.2の視察なうべに突極形において述べた考

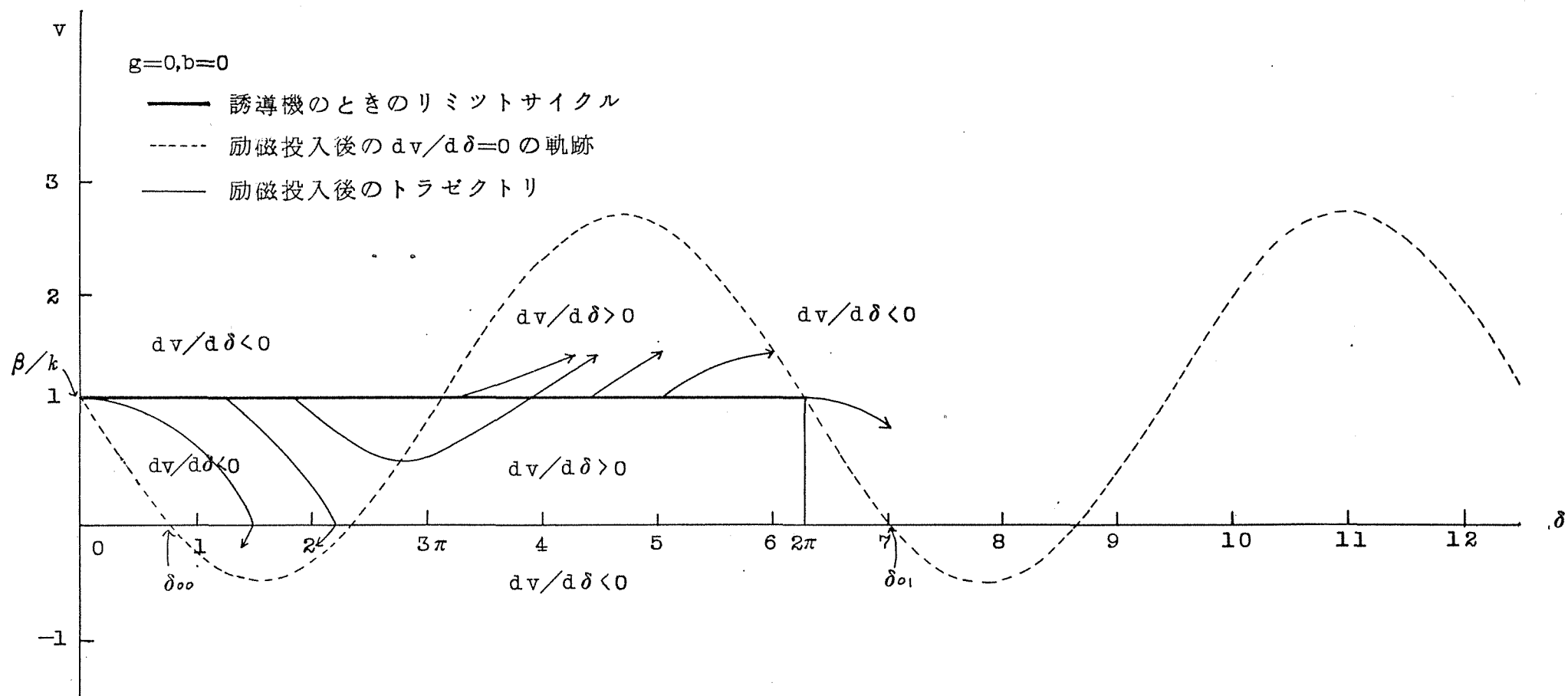


図 3.2 円筒機における最適位相角と最悪位相角を求めるための説明図

察より， $\delta=0$ が最適励磁投入位相角， $\delta=\pi$ が最悪励磁投入位相角であることがわかる。

すなわち，この議論は突極機，円筒機のいかなるものを問わず成立する。

3.3.2 計算結果の一例

$\delta=0$ が最適位相角， $\delta=\pi$ が最悪位相角であることを示すため， b ， g ， β を一定とし γ をいろいろと変え，1回の動揺で同期化する場合についてトラゼクトリを求めたのが，図3.3，図3.4である。図3.3では $\delta=0$ より出発したトラゼクトリが1回の動揺で同期化することを満足しているが，他のすべてのトラゼクトリは1回の動揺で同期化しない。これより $\delta=0$ が最適位相角であることがわかる。また，図3.4は $\delta=\pi$ より出発したトラゼクトリが δ_{01} に収束するように選んだ臨界の γ のときのトラゼクトリの例である。図において，

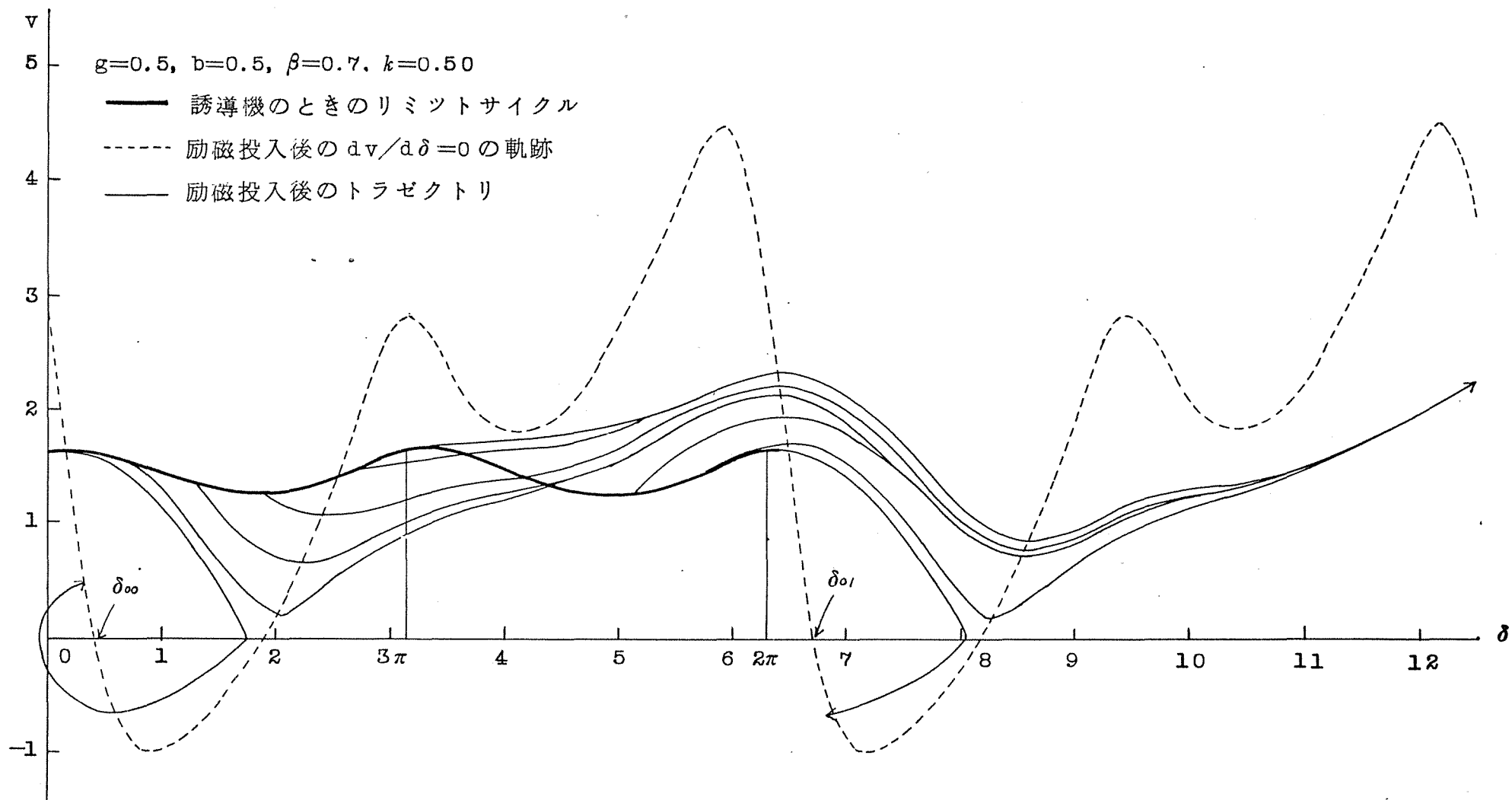


図 3.3 突極機のトラゼクトリの計算例 ($\delta=0$ で臨界相対制動係数を求めた場合)

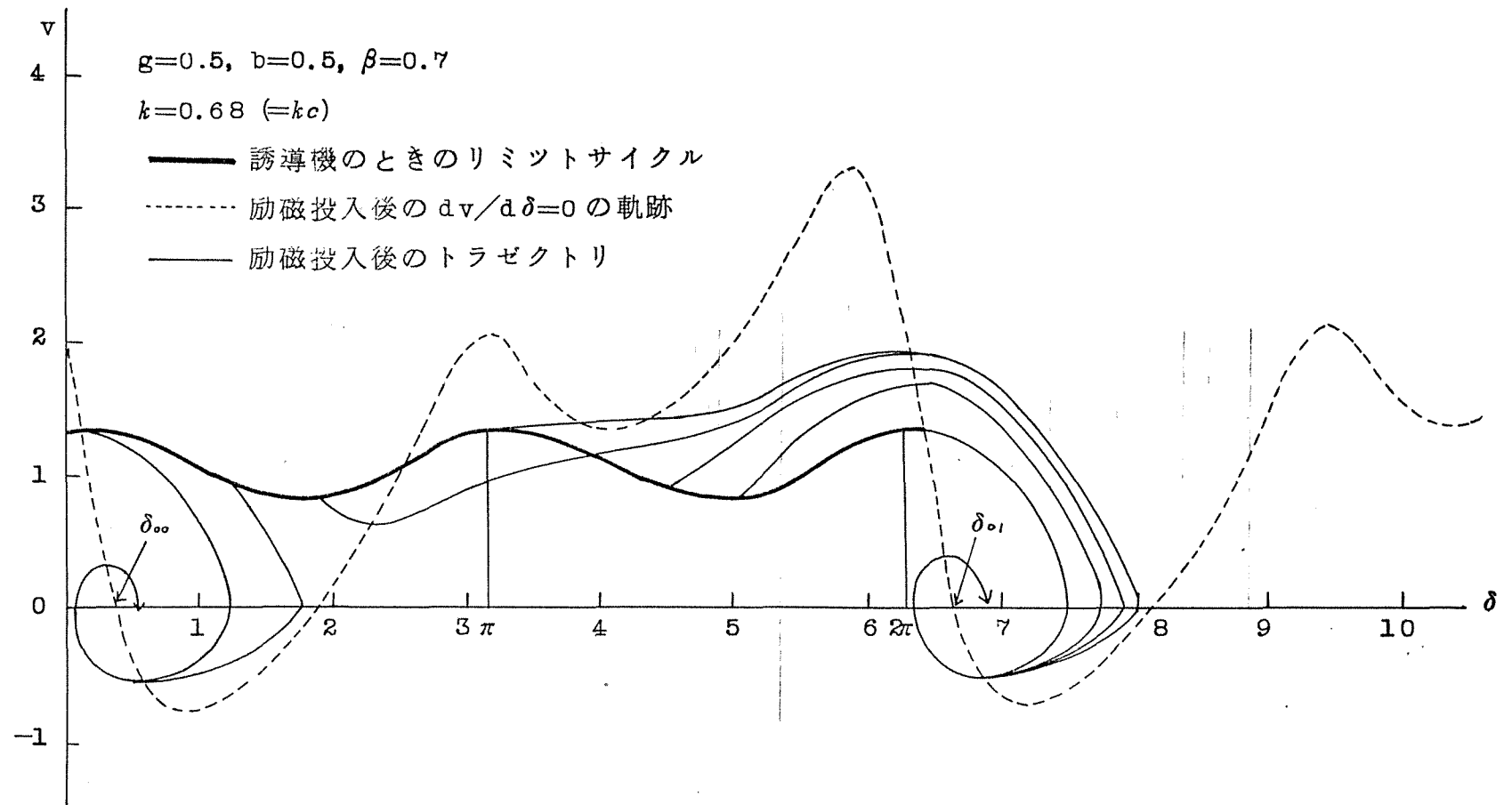


図 3.4 突極機のトラゼクトリの計算例 ($\delta=\pi$ で臨界相対制動係数を求めた場合)

すべてのトラゼクトリが1回で収束しており、
 $\delta = \pi$ が最悪位相角であることがわかる。

3.4 界磁時定数を考慮するときの 同期化現象に対する考察⁽³³⁾

突極形同期電動機の界磁時定数を考慮した同期化現象を、Edgerton は近似的に次式のように表わしている。⁽³⁾

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{d\tau} + g \sin 2\delta + (\sin \delta)(1 - e^{-a\tau/\tau_a}) = \beta$$

系がノンオートノマスであるときには位相面による詳細な考察はかなり困難である。しかし上式のような単純な時間遅れの場合には、位相面解析を利用して定性的に同期化現象の説明ができると考えられる。

すでに述べたように励磁投入時の δ , v の初期

値は、(3.12)式の誘導機リミットサイクル上の各点であり、かつ取り得る δ は $0 \leq \delta \leq 2\pi$ としてよい。

いま $0 \leq \delta \leq \pi$ の領域で励磁投入したならば、励磁投入後 δ が同領域に留っているまでの間は

$(1 - e^{-a\tau/\tau_d}) \sin \delta \geq 0$ なるゆえ、誘導機リミットサイクルの下側にあらわれ出力が増大し回転子は加速されるが、時間遅れのため同期化力が十分に出なかったため時定数も無視した場合に比べてあまり速度は上昇しない。しかも次の領域 $\pi \leq \delta \leq 2\pi$ に達したならば、 a/τ_d が非常に小なるときを除けば、もはや時間遅れが解消し、速度が急激に落ちるために同期化には悪い条件となる。

δ が $\pi \leq \delta \leq 2\pi$ の領域で励磁投入したならば、トラゼリトリは $(1 - e^{-a\tau/\tau_d}) \sin \delta \leq 0$ なるゆえ、誘導機リミットサイクルの上側にあらわれるが、時間遅れのためあまり速度は減少せず、さらに次の領域 $2\pi \leq \delta \leq 3\pi$ で急激に速度が上昇することが

わかる。

以上の考察および時定数を無視したときの最悪位相角が π であるということも考慮すると、 $a/\tau\alpha$ が比較的大であるときの最悪位相角は $0 \leq \delta \leq \pi$ に存在し、かつ $\delta = \pi$ 付近に存在すると考えられる。以上のことを示す位相面図を図3.5に示した。

一方、 $a/\tau\alpha$ が非常に小なるとき、すなわち時定数が非常に大きくなると、時間遅れが容易に解消されないの同期化力が成長するのに非常に時間がかかり、 $0 \leq \delta \leq 2\pi$ より出発したトラゼクトリはほとんど励磁投入前の収束トラゼクトリに沿って $\delta = 2\pi$ までくる。次の $2\pi \leq \delta \leq 3\pi$ の加速領域では励磁投入後、より多くの時間を経過したトラゼクトリの方がより加速され同期化しやすい。それに対して $\delta = 2\pi$ 付近に励磁投入されたトラゼクトリはあまり加速されないの同期化しがたい。しかも振動の回数を1回と制限されていると、 $\delta = 2\pi$ 付近のトラゼクトリは非常に入りにくい。

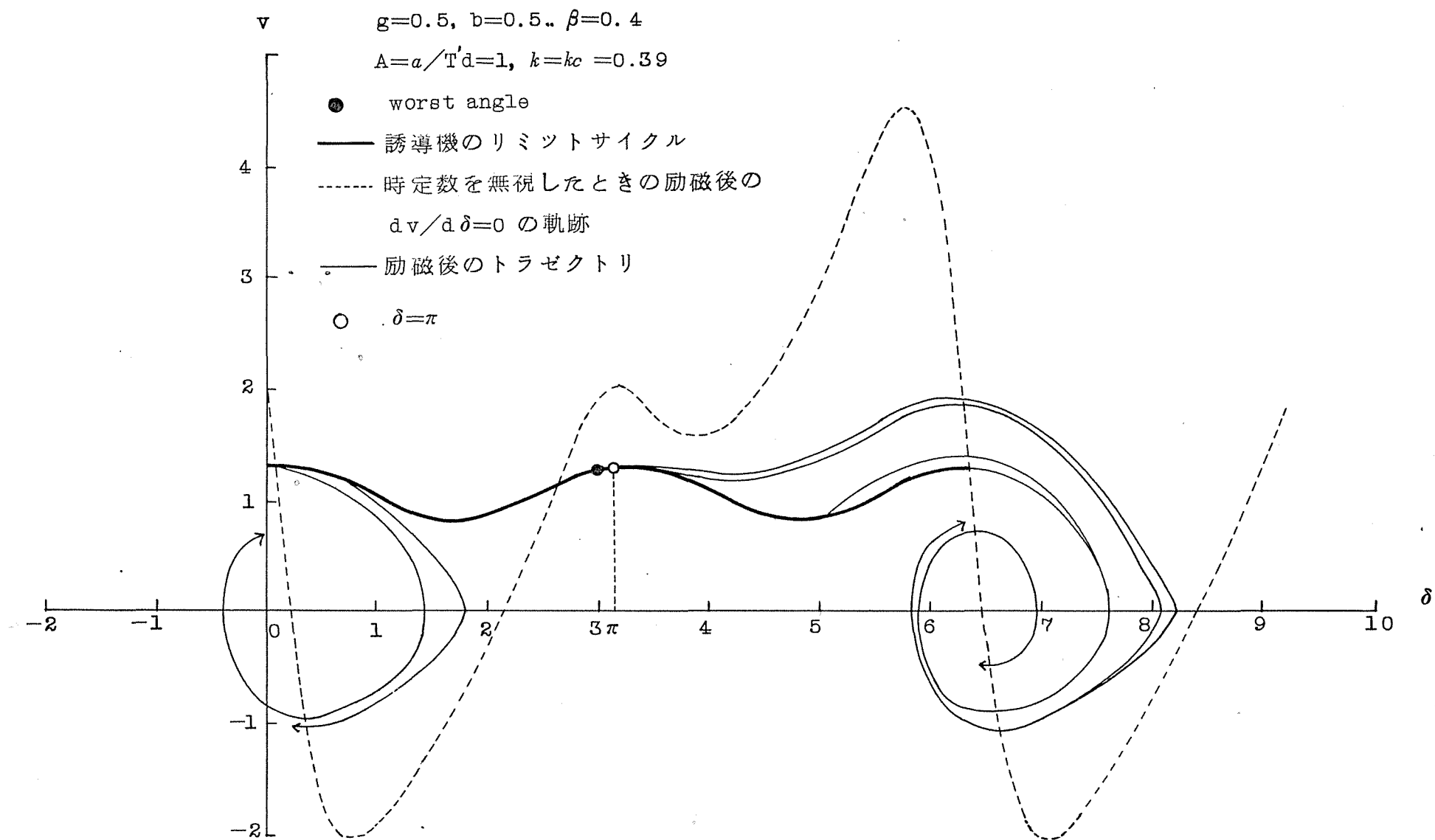


図 3.5 時定数の影響が小さいときの位相面図の例 ($k=k_c$)

以上の考察より a/α が小なるに従って、最適位相角は 0 (rad) 付近の $-\pi < \delta < 0$ なる発電機領域側へ移行していくことが推定できる。

この様子を図 3.6, 図 3.7 に示した。この両図はパラメータの値が α について違うものである。

さらに、前節で述べたように界磁時定数を無視したときには、最適位相角 $\delta=0$ から出発したトラゼクトリは電動機領域で十分加速され同期化しやすい状態となる。一方、最悪位相角 $\delta=\pi$ からのトラゼクトリは逆に十分減速される。このため、最適位相角からのトラゼクトリと最悪位相角からのトラゼクトリとでは相当に同期化に難易がある。

しかし、上述の説明より時定数が大きくなるに従って、励磁投入位相角 δ の違いによる同期化の難易の差が少しずつ目立たなくなってくることが推定される。

また、Edgerton の式において励磁投入後時間が経過すれば励磁の時間遅れが解消されるので、

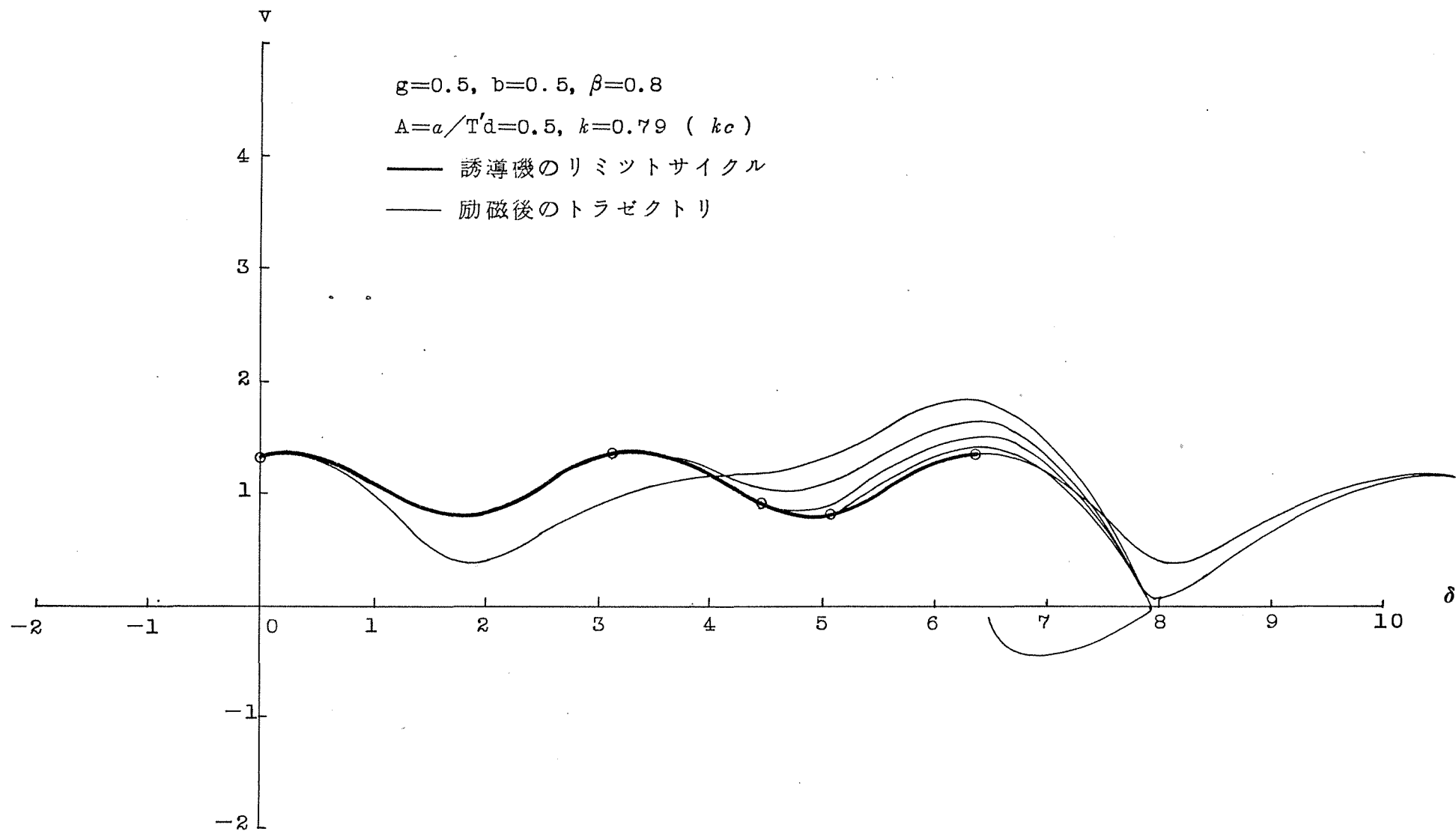


図 3.6 時定数の影響が大きいときの位相面図の例 ($k < k_{c1}$)

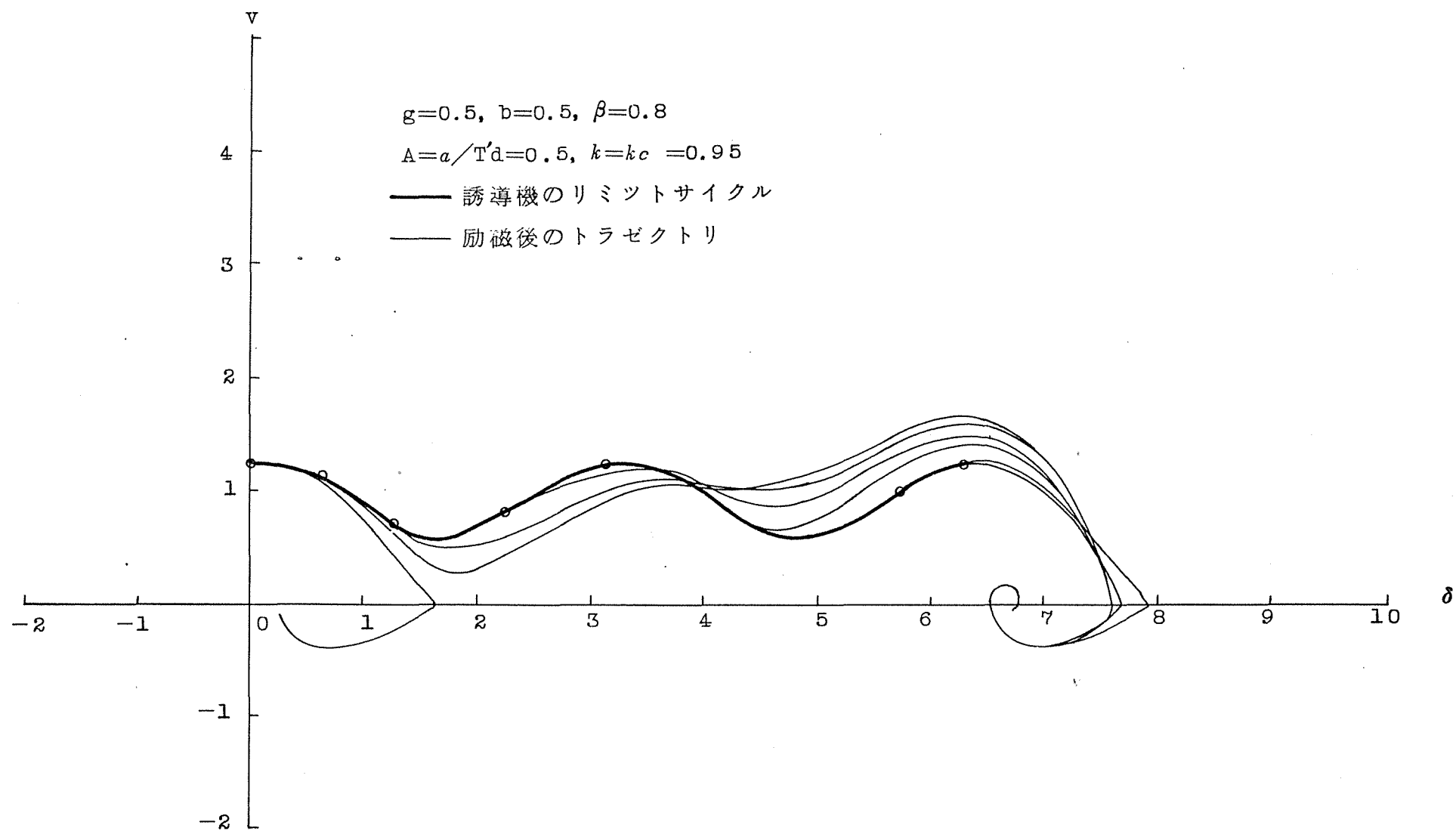


図 3.7 時定数の影響が大きいときの位相面図の例 ($k=k_c$)

同期化するまでの設定動揺回数が大きいときほど同期引込み条件に与える界磁時定数の影響が小さくなる。したがって、動揺回数に制限を加えないときには、同期引込み条件は界磁時定数を無視した場合のそれと全く一致する。

3.5 1回の動揺で同期化する条件の数値計算⁽³³⁾

第2章においては、無限回の動揺で同期化する δ , γ をパラメータとする β 対 δ_c の関係を求めたが、この節では、1回の動揺で同期化する δ , γ をパラメータとする β 対 δ_{c1} の関係を求めるのが目的で、計算法とその結果を示してある。

3.5.1 界磁時定数を無視するときの数値計算

最悪位相角は $\delta=\pi$ であるので、もし $\delta=\pi$ より出発したトラゼクトリが1回の動揺で収束すれば、

他の $0 \leq \delta \leq 2\pi$ より出発したトラゼクトリはすべて1回で収束する。したがって $0 \leq \delta \leq 2\pi$ の任意の初期値より出発したトラゼクトリが、すべて1回で収束する臨界の α すなわち α_c を求めるには、 α , η , β を固定し任意の α を選ぶ。そのときの誘導機リミットサイクル上, $\delta = \pi$ にあたる点よりトラゼクトリを出発させる。そのトラゼクトリが1回の動揺で収束すれば α を減少し, 収束しなければ増加し再び計算をくり返す。このくり返し計算で臨界の α を定めることができ, その α を α_c とする。この計算のフローチャートを図3.8に示す。この計算結果を表3.1と図3.9に示す。この場合, 動揺の回数を制限しなかった場合の厳密値より α_c の値が大になっている。このことは1回の動揺で同期化するためには, いつかは同期化する場合に比べて負荷を常に図示の量だけ少なくしてやらねばならぬことを意味する。

3.1節で述べたように最悪位相角 π から出発し

たトラゼクトリを制限回数内で同期化させるため、 k を増していくと $\beta/g \geq 1$ のときは誘導機リミットサイクルが消滅することはないが、 $\beta/g < 1$ のときは、 $k \geq k_u = 0.775 \sqrt{2g} \sin^{-1}(\beta/g)$ になると誘導機リミットサイクルが消滅する。この例は表 3.1 (d) に* の印で示されている。このことは、制限回数内で同期化させたい場合、つぎつぎと負荷を軽くしなければならないが、その条件を満たすためには反作用トルクだけで入るほどの小さい負荷にしなければならないことを示している。

3.5.2 界磁時定数を考慮するときの数値計算

時定数を無視するときとほとんど同じ手法によるが、ただし時定数を考慮した場合は、最悪位相角があらかじめはっきりわかっておらないので、 $\delta = \pi$ より出発したトラゼクトリだけで調べることができない。それゆえ理論的には、 $\delta \leq 0 \leq 2\pi$

のあらゆる初期値から出発したトラゼリトリで調べて、すべての初期値ごとにその初期値に対する臨界の θ_c を定め、その中の最大値が θ_{c1} 、そのときの初期値が最悪位相角となる。実際の計算の際は、不連続にしか調べられず、 0.2π ごとに調べた。

これらの方法により求めた結果を表 3.1 と図 3.10 に示した。なお時定数を無視した場合の θ_{c1} も比較のためにのせてある。

時定数を無視した場合と比較すると、 $A = a/\tau a$ の値が 2 まではほとんど時定数の影響はなく、 A がそれ以下になると影響大になり同期化しづらくなる。とくに負荷比 β が大なるほど、影響大であることがわかる。

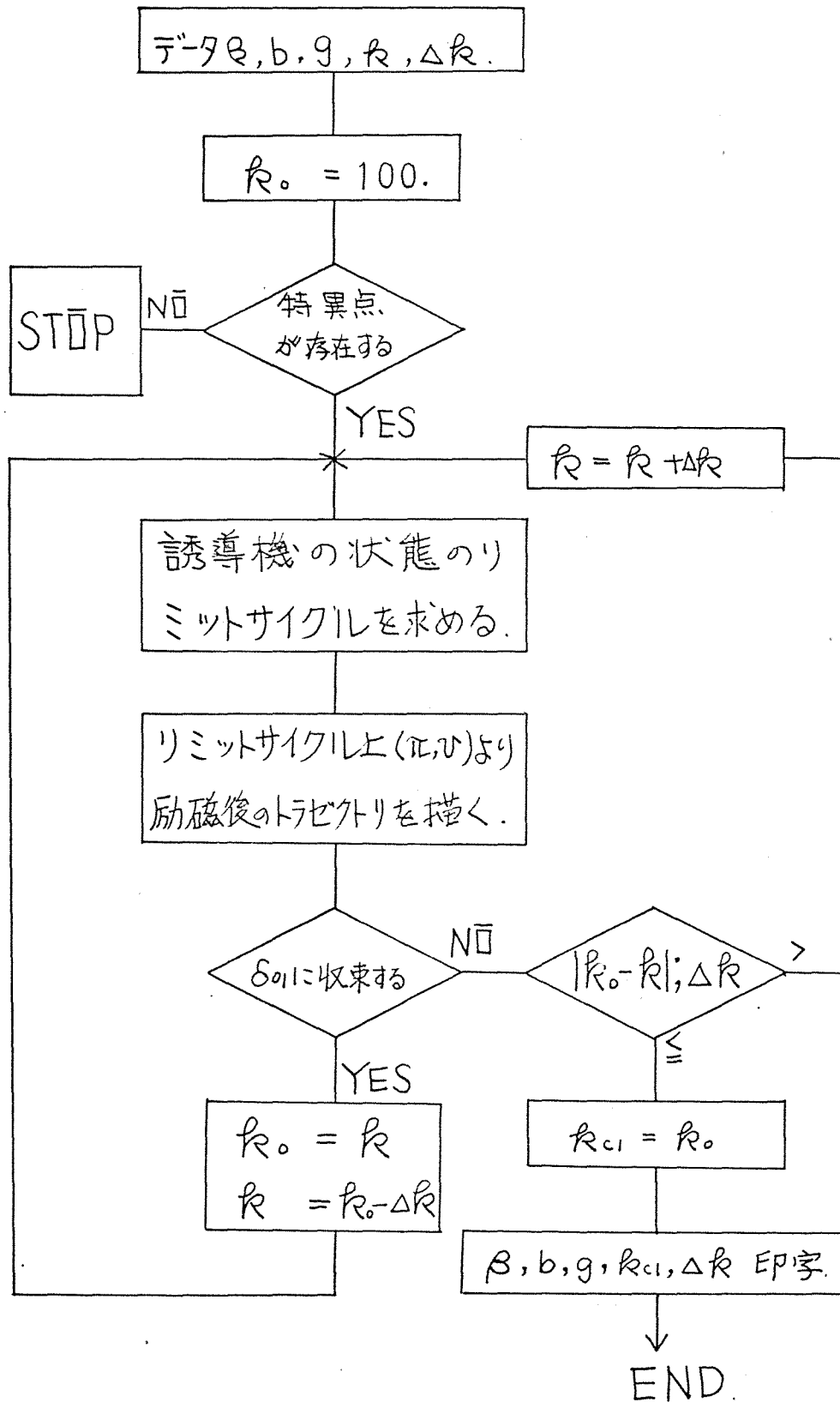


図 3.8 1 回の動揺で入る k_{c1} を求めるフローチャート

表 3.1 (a) b, g, β, A に対する kc の値 (理論値) $g=0, b=0$

$\beta \backslash A$	∞	1	0.5
0.1	0.12	0.10	0.10
0.2	0.20	0.18	0.18
0.3	0.28	0.26	0.26
0.4	0.36	0.34	0.35
0.5	0.44	0.43	0.47
0.6	0.53	0.51	0.59
0.7	0.63	0.61	0.75
0.8	0.74	0.73	0.93
0.9	0.88	0.91	1.19
0.99	1.10		

表 3.1 (b) b, g, β, A に対する kc の値 (理論値) $g = 0.25, b = 0.5$

$\beta \backslash A$	∞	1	0.5
0.1	0.13	0.11	0.11
0.2	0.22	0.20	0.19
0.3	0.30	0.28	0.28
0.4	0.39	0.37	0.38
0.5	0.47	0.45	0.50
0.6	0.56	0.55	0.64
0.7	0.66	0.65	0.80
0.8	0.78	0.78	0.99
0.9	0.92	0.96	1.23
1.0	1.10	1.21	1.59
1.09	1.45		

表 3.1 (c) b, g, β, A に対する kc の値 (理論値) $g=0.5, b=0.5$

$\beta \backslash A$	∞	1	0.5
0.1	0.15	0.13	0.12
0.2	0.24	0.22	0.21
0.3	0.33	0.30	0.30
0.4	0.41	0.39	0.39
0.5	0.50	0.48	0.51
0.6	0.59	0.57	0.64
0.7	0.68	0.67	0.78
0.8	0.79	0.77	0.95
0.9	0.90	0.92	1.14
1.0	1.03	1.10	1.36
1.1	1.20	1.32	1.65
1.2	1.43	1.62	2.06
1.29	1.85	2.19	

表 3.1 (d) b, g, β, A に対する kc の値 (理論値)
 $g=0.75, b=0.5$

$\beta \backslash A$	∞	1	0.5
0.1	※ 0.16	0.14	0.12or0.13
0.2	0.25	0.23	0.21
0.3	0.34	0.31	0.30
0.4	0.42	0.39	0.39
0.5	0.50	0.48	0.49
0.6	0.59	0.56	0.61
0.7	0.67	0.65	0.74
0.8	0.77	0.75	0.88
0.9	0.87	0.87	1.03
1.0	0.98	1.01	1.20
1.1	1.10	1.17	1.40
1.2	1.24	1.35	1.63
1.3	1.41	1.58	1.92
1.4	1.64	1.87	2.32
1.5	2.05	2.40	

※ 誘導機収束トラゼクトリ消失

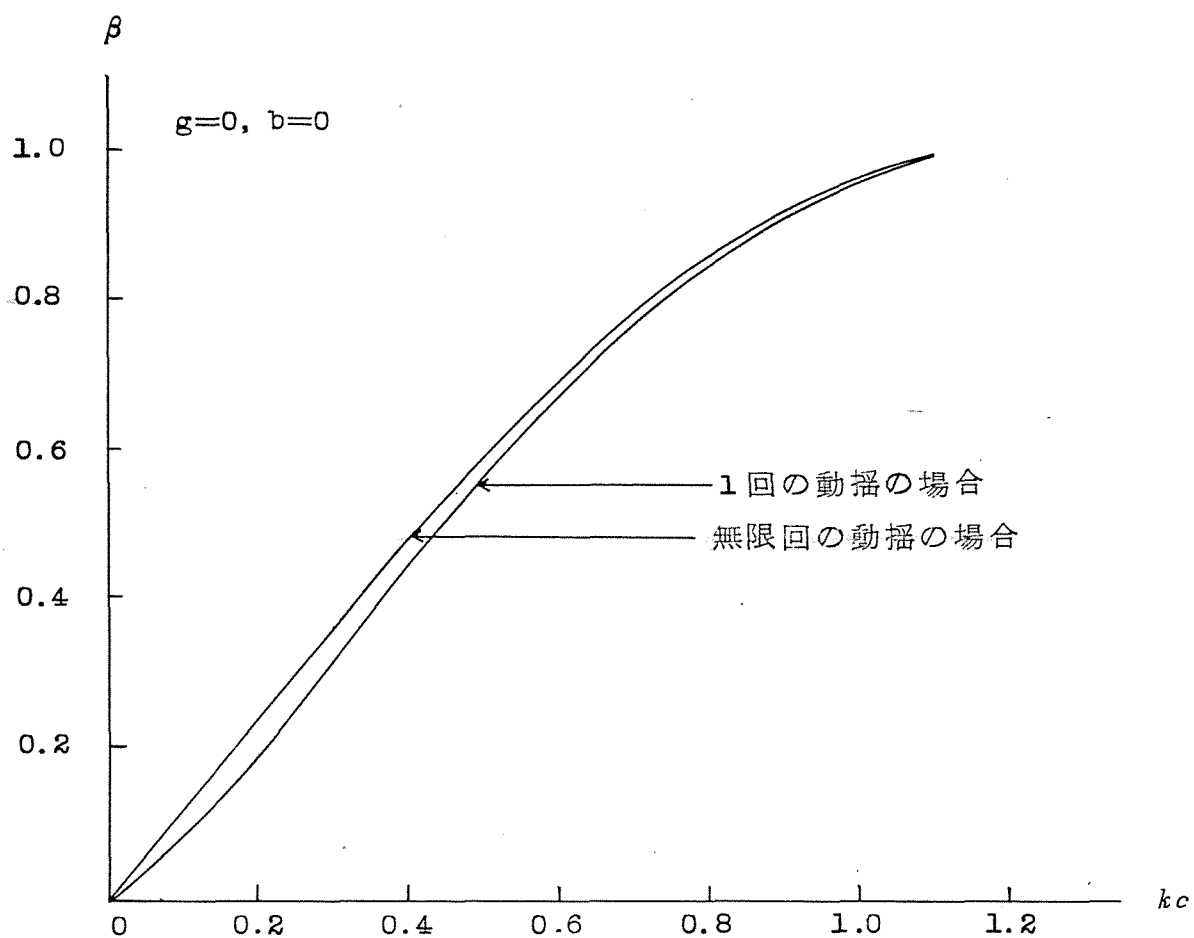


図 3.9 (a) 1回の動揺後で同期引入れに成功する kc と β の関係

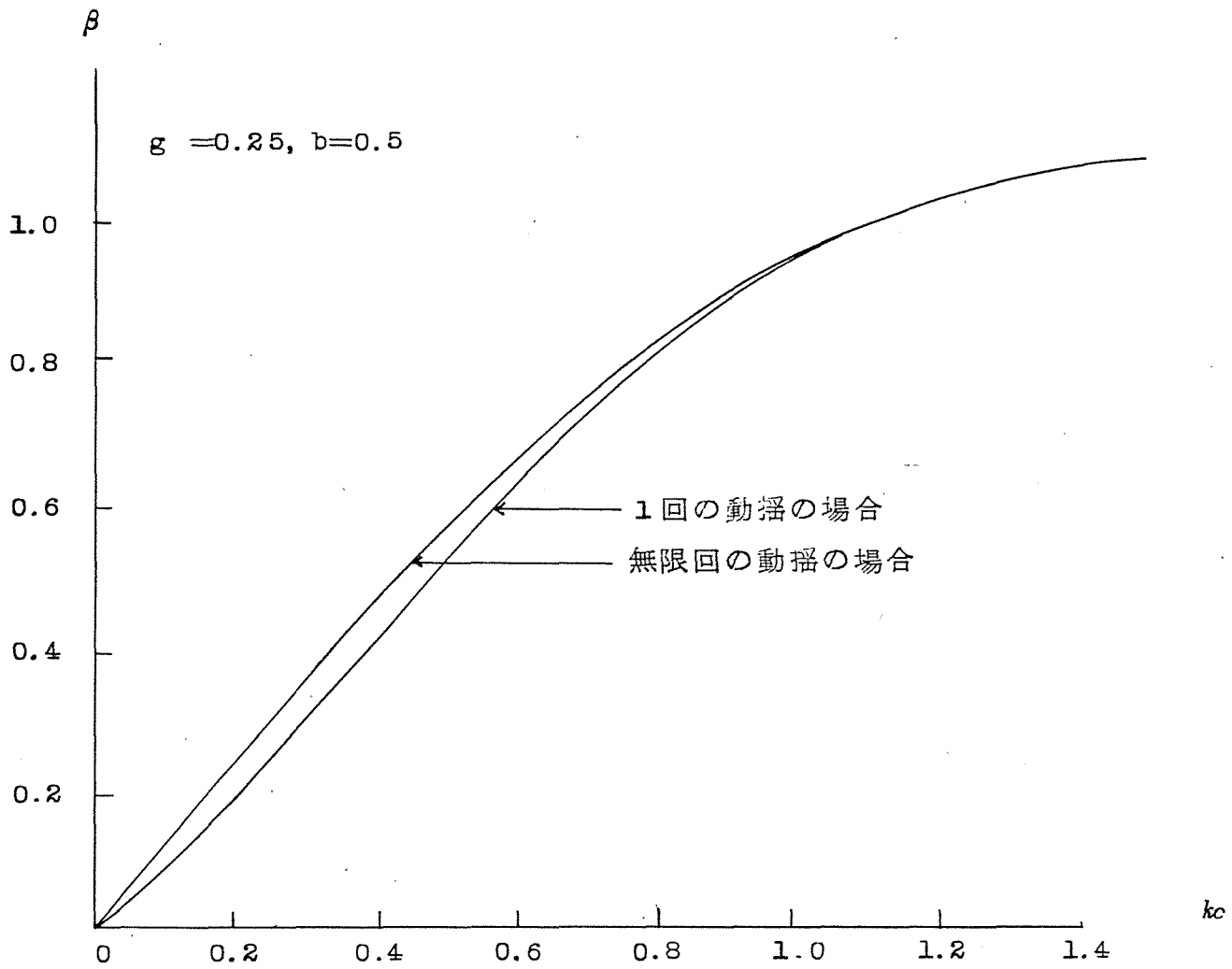


図 3.9 (b) 1回の動揺後で同期引入れに成功する kc_i と β の関係

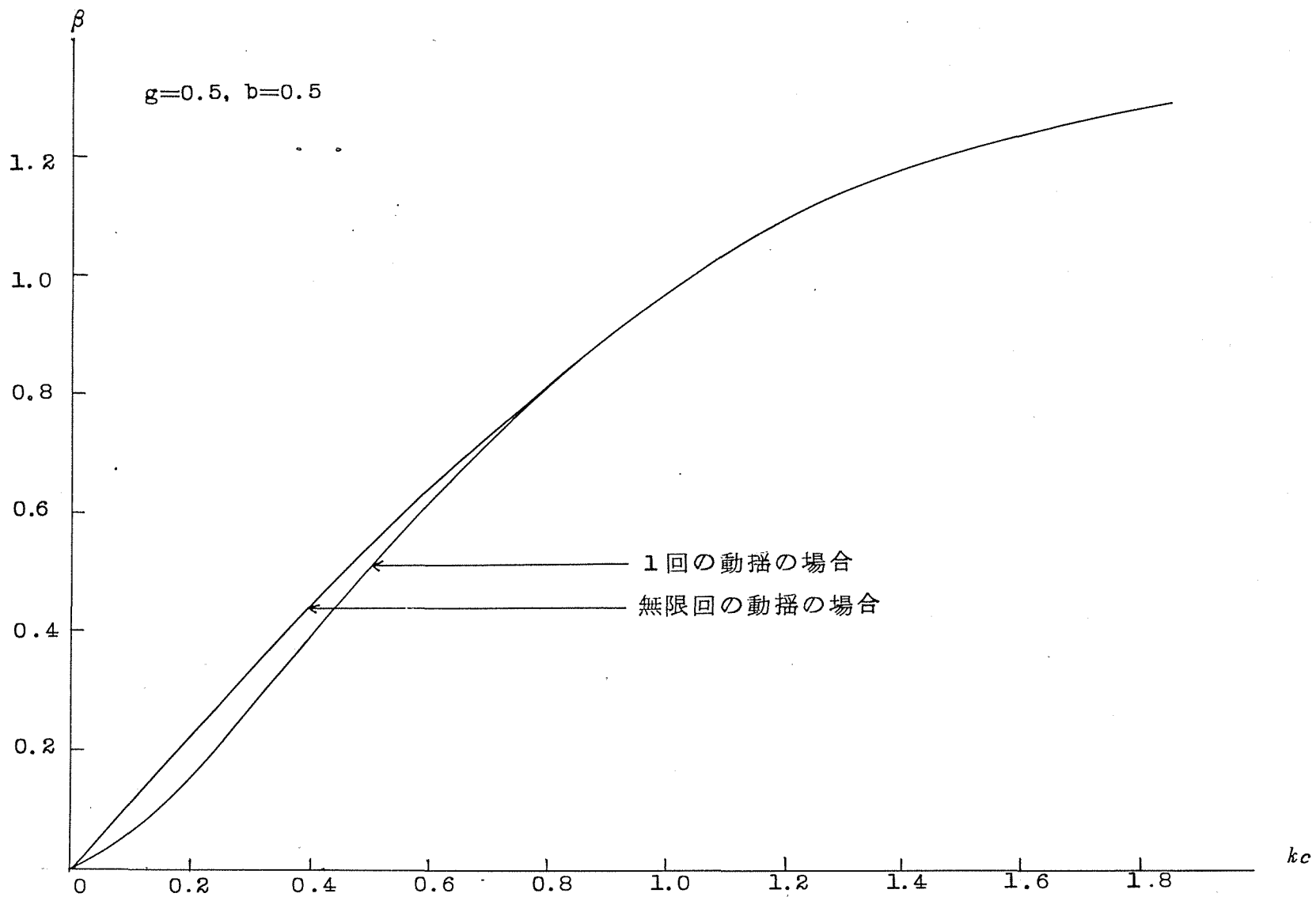


図 3.9 (c) 1回の動揺後で同期引入れに成功する kc と β の関係

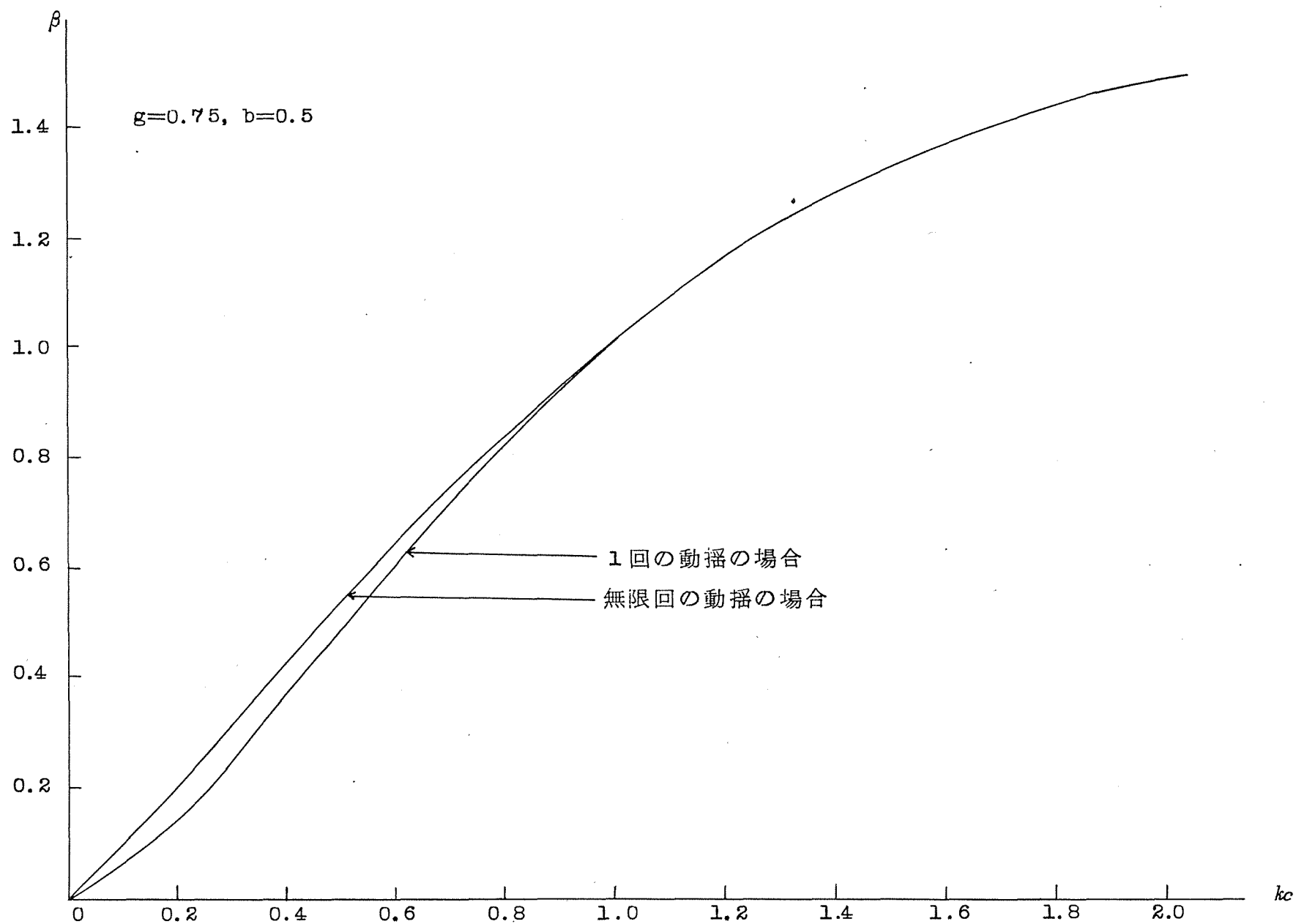


図 3.9 (d) 1回の動揺後で同期引入れに成功する kc と β の関係

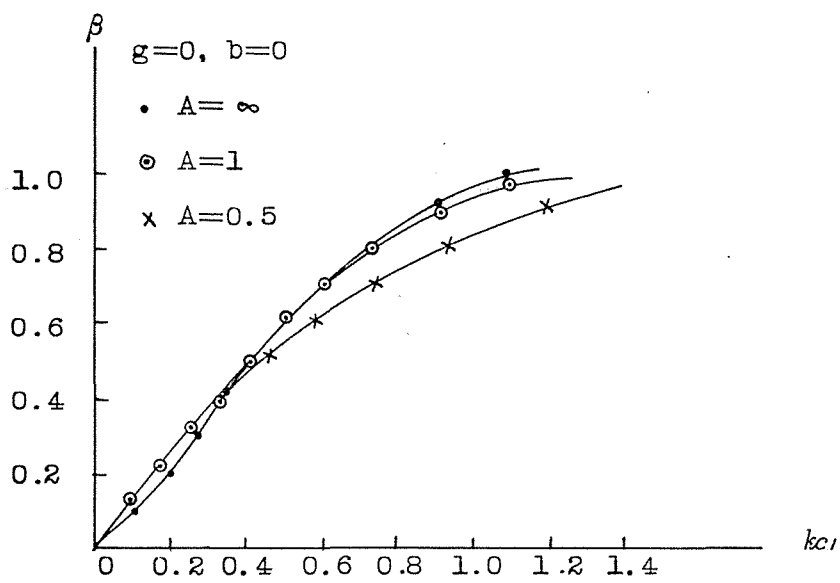


図 3.10 (a) 円筒形における時定数の影響を考慮した
 β と kc_1 の関係

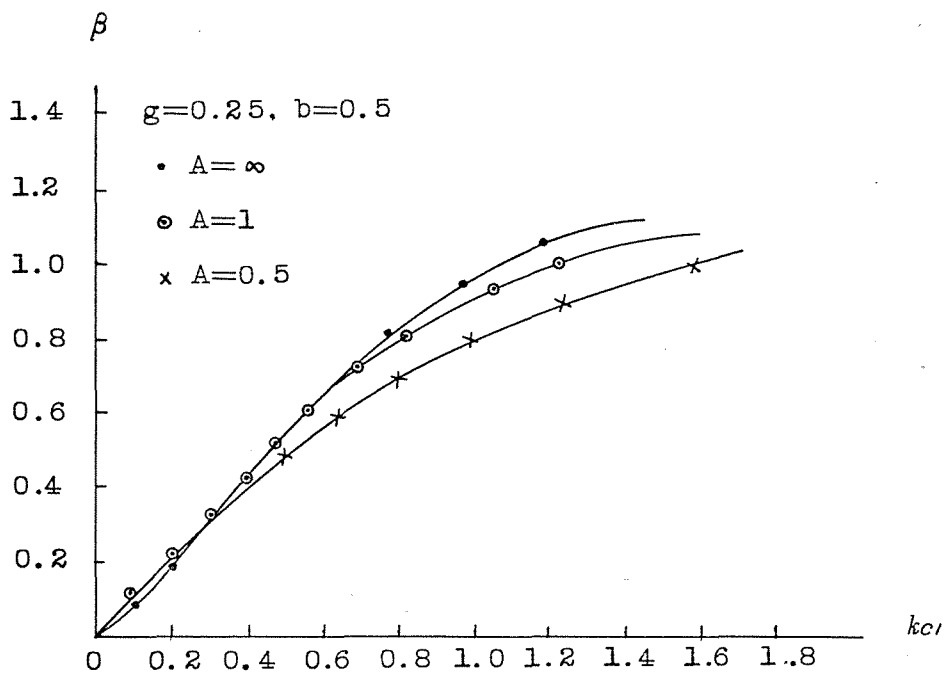


図 3.10 (b) 突極形における時定数の影響を考慮した
 β と kc_1 の関係

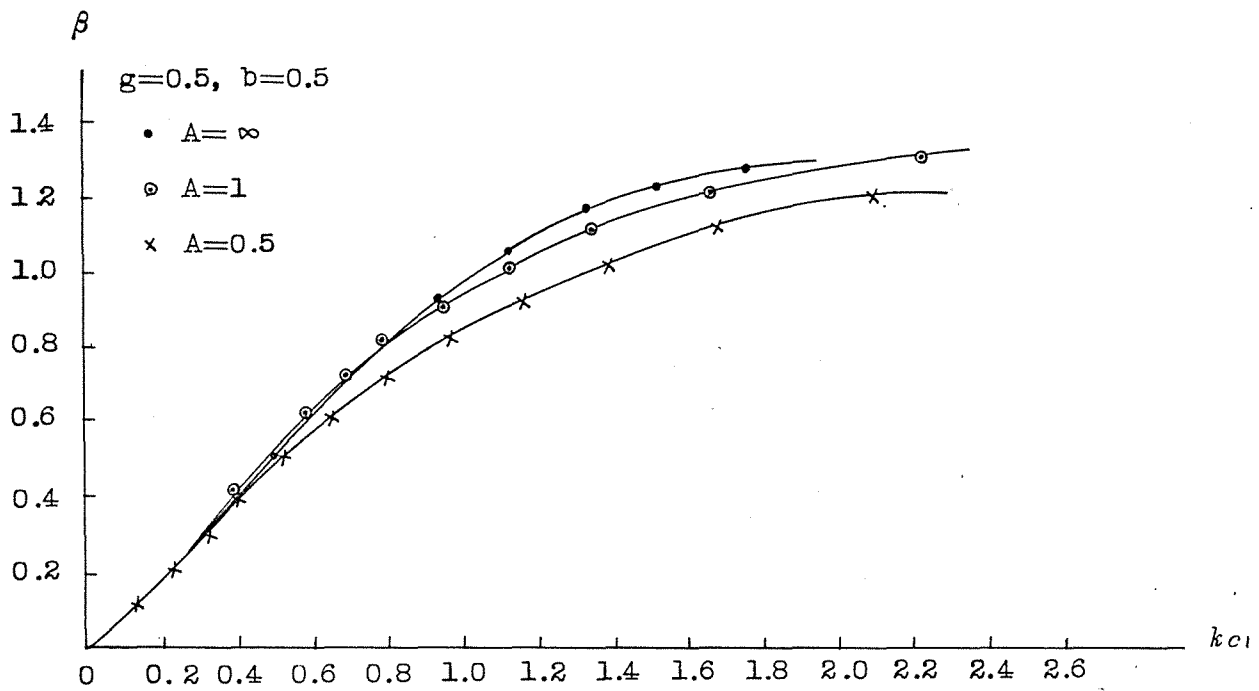


図 3.10 (c) 突極形における時定数の影響を考慮した
 β と $k c_1$ の関係

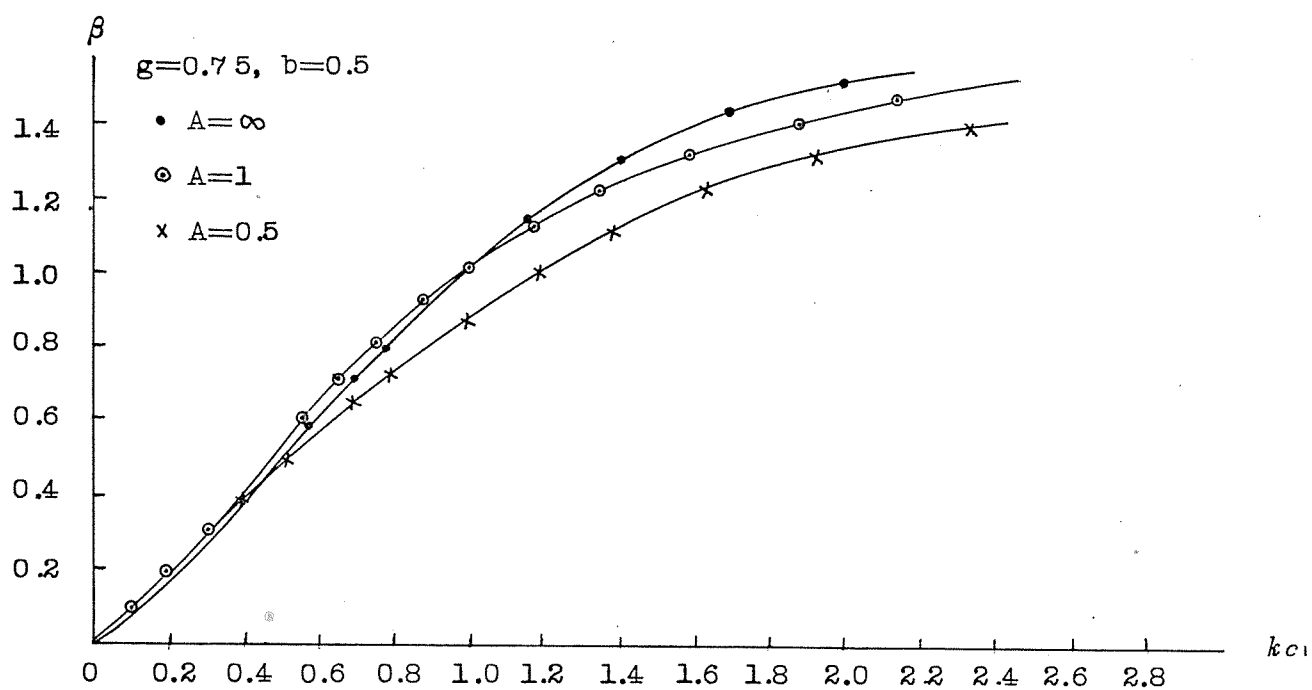


図 3.10 (d) 突極形における時定数の影響を考慮した β と $k c_1$ の関係

3.6 界磁時定数を考慮するときの1回の動揺で 同期化する臨界条件を求める実験

実験装置ならびに結線図は、2.4節におけるものと全く同様のものを使用して実験を行なった。

この実験においては a/T_d をまず設定する

$$A = \frac{a}{T_d'} = \frac{1}{T_d'} \sqrt{\frac{P_f}{P_m}} \quad (3.19)$$

ここで

R_f : 界磁巻線抵抗 (Ω)

R : 界磁ろう入抵抗 (Ω)

とすれば

$$(R_f + R)T_d' = r_f T_d' = 1.7 \text{ (H)} \quad (3.20)$$

なる実験式が実験結果より得られた。ここに仮試
突極形同期電動機の定数を代入することにより

$$g = 0.505 \frac{V'}{E'}$$

$$r_f = \frac{A E' \sqrt{2g}}{8.62} \quad (\Omega) \quad (3.21)$$

$$R = \frac{A E' \sqrt{2g}}{8.62} - R_f \quad (\Omega)$$

なる関係式を導くことができる。

したがって、初め g と A を定めこれを固定する。この値に対して任意の線間誘導起電力 E' を定めると、(3.21) 式より R 、 V' が決まる。一方無負荷飽和曲線から E' に対応する界磁電流 I_f が定まるので、界磁印加電圧 E_f が決まる。すなわち、 A と g を定めると印加端子電圧 V' 、界磁印加電圧 E_f 、ろう入抵抗 R_f のすべてが定まる。

この条件のもとで、供試機の界磁を短絡して誘導機として任意の負荷を負わせて運転させ、同期速度付近になったとき励磁を加えて1回の動揺で同期に入るか否かをまず調べる。1回で同期に入

うない場合は負荷を減少させて同期化するまで実験を繰返し、同期に入った際その負荷を微少に変化させて臨界の負荷を定める。そのときの誘導機としての速度の平均、すなわちすべりの平均をタコジェネレータより測定する。なお一回の動揺の後に同期引込みされたかは、すべりと内部相差角の実験値より位相面図を描いて判定した。

パラメータ g , A を定めれば、なおよび β の算出には次式によって示されるように、2.4節によって示された式と同一なる式より得られる。

$$k = 4.14 \times \frac{N_d \tau}{\sqrt{E' V'} \Delta N} \times 10^{-6} \quad (3.22)$$

$$\beta = 1.27 \times \frac{N_d \tau}{E' V'}$$

ここで

N_d : 電気動力計の速度 (rpm)

ΔN : 同期速度と回転速度の差 (rpm)

かくして得られた実験結果と理論値との比較を

図 3.11 に示した。

実験結果に示されているように、無限回で同期化する場合に比べ理論値との差がとくに β の大きいところで大きくなることがわかる。これは 1 回の動揺の間の急激な過渡現象を示す同期化現象の方程式としては Edgerton の近似方程式は十分だと言ひ難く、この式より求めた θ_{c1} の理論値と実験値の θ_{c1} の誤差が若干大きくなることを示している。

この点については、第 4 章以後に Park の一般方程式より求めた、界磁時定数と界磁・直軸電機子相互インダクタンスの影響を考慮した動揺方程式をもちいて解析すべきであることを述べる。

なお図 3.11 に示されているように、実験値は $A = \alpha / T_d'$ が 8, 5, 4 の 3 種の場合について行なった。理論値もそれに対応して計算したが、 $\alpha / T_d' = \infty$ の場合の理論値にほとんど一致し、その曲線上にのっている。図にその曲線が実線で示され

ている。

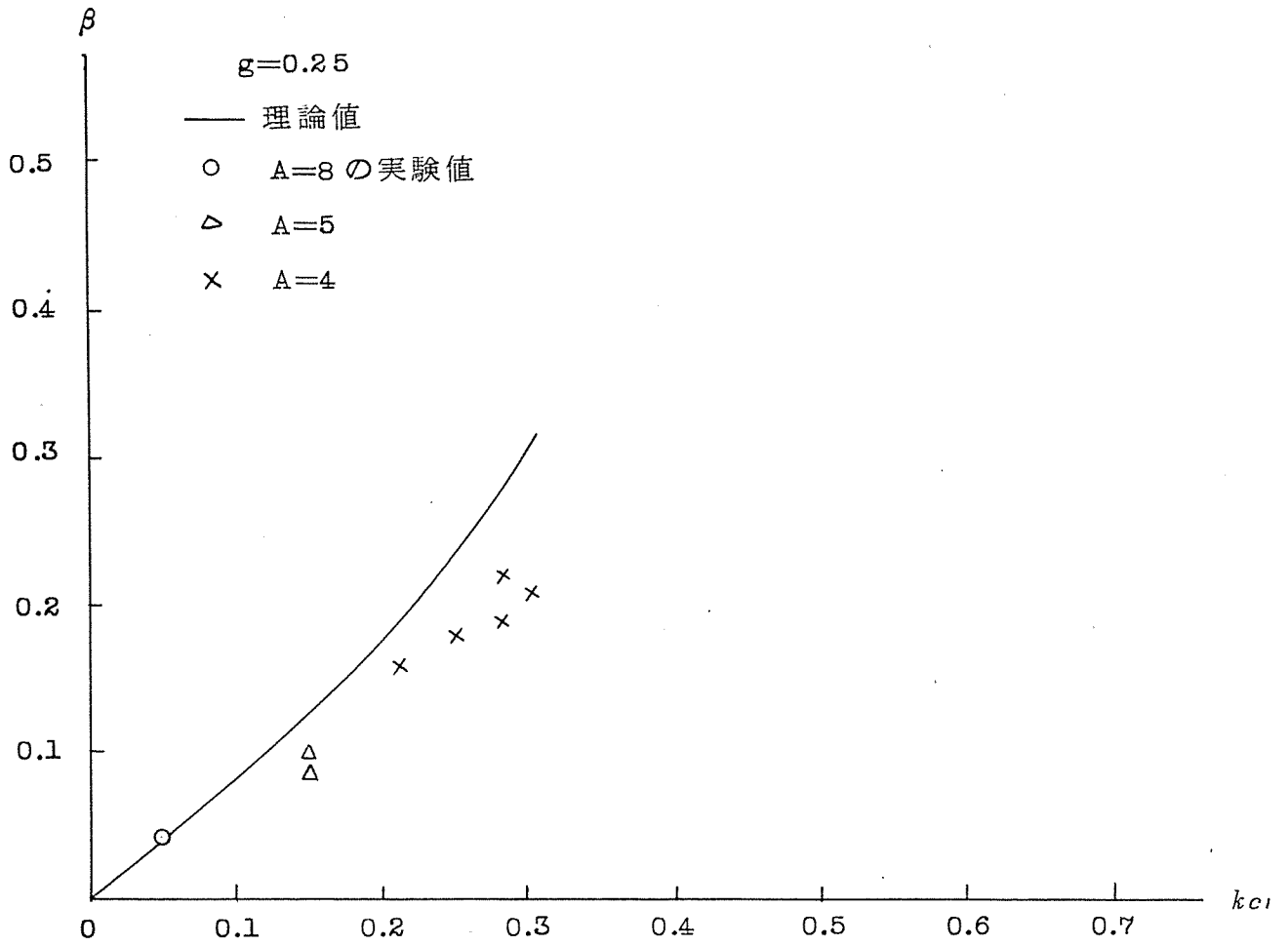


図 3.11 (a) 実験値と理論値の比較

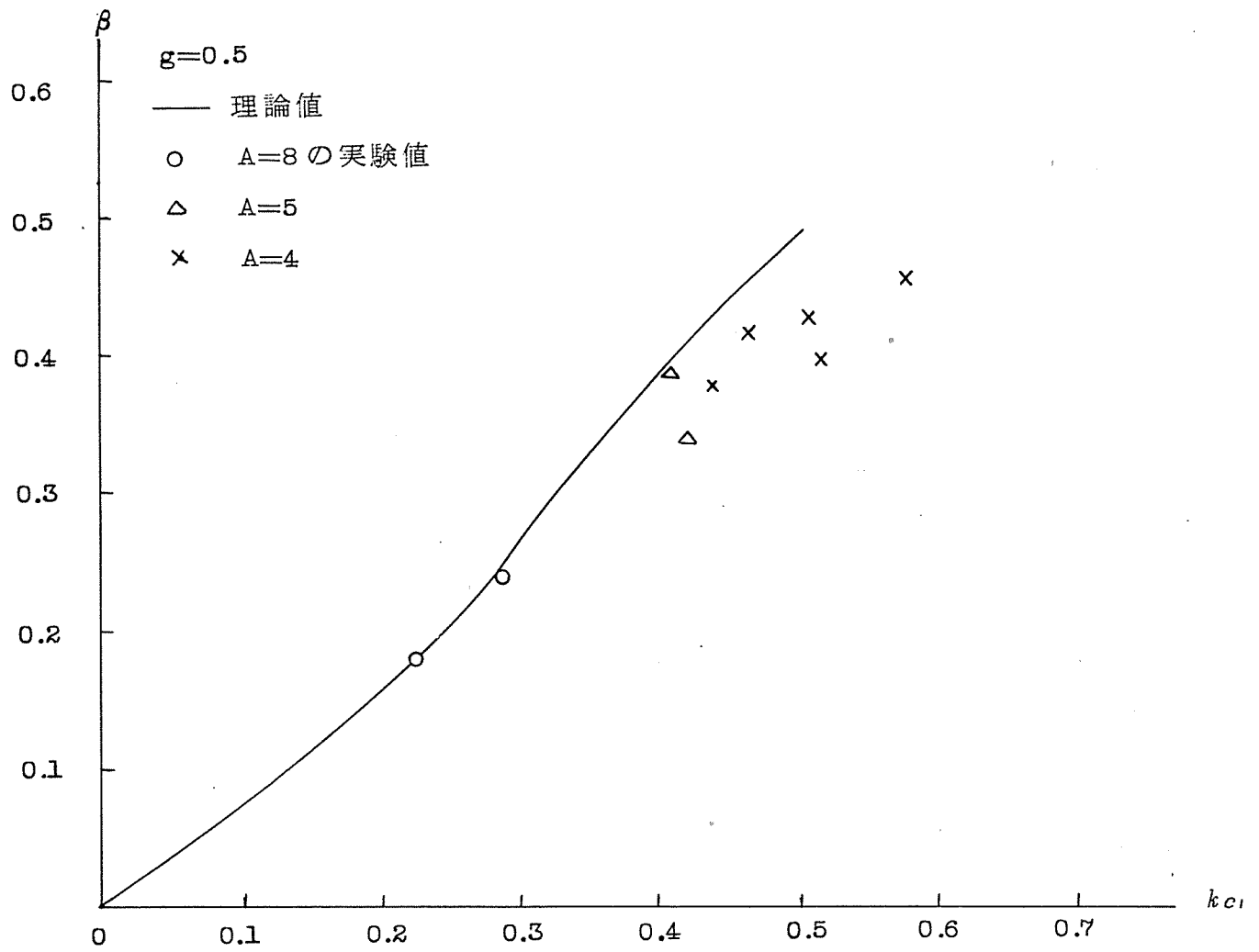


図 3.11 (b) 実験値と理論値の比較

第4章 界磁・直軸電機子相互インダクタンス Matd を考慮した同期引入れに関する 動揺方程式 (23) (27)

同期電動機がその誘導電動機動作から、同期電動機の同期引入れに至る現象については、今迄多くの研究者によって研究されてきた。とりわけ、Edgerton氏らによって発表された論文^{(2),(3)}には、同期機が同期化する範囲内でのすべりの限界を簡易な表現で示したことが目立つ。Edgerton氏らはここにおいて、界磁時定数の影響について述べたが、その完全な振舞いは不明確である。

第3章において、界磁時定数の影響を考慮した場合のEdgertonの方程式より突極機の引込み現象を位相面解析により定性的に考察し、動揺回数を1回と制限した場合の同期引入れ条件をディジタル計算機により種々のパラメータについて求め、実

験値と比較した。しかし、1回の動揺の間の急峻な過渡現象を示す同期化現象の方程式としては、Edgertonの近似方程式は十分だと言いがたく、引込み現象のトラゼクトリは実験値とかなりの差異を生ずる。

第4章以降においては、Van Ness氏⁽⁹⁾、Aldred氏等⁽¹⁰⁾によって提案された方程式を適用し、同期入れに関する動揺方程式を導き、直軸電機子・界磁間の相互インダクタンスによる影響および界磁時定数の影響も位相面解析とデジタル計算機により明らかにし、かつ各種のパラメータ・チャートを作成し、各種のパラメータの影響も考察する。

4.1 動揺方程式の導出⁽⁴⁴⁾

単位法などの単位系の混合による誤解をさけるため、全定数をMKS単位系で表わす。第3章までに使

用した以外の記号を以下に示す。

I_{fd} : 定常状態における界磁電流 (A)

V_{fd} : 界磁印加電圧 (V)

R_{fd} : 界磁抵抗 (Ω)

i_{fd} : 界磁電流の瞬時値 (A)

v_d, v_q : d, q 軸電機子電圧の瞬時値 (V)

i_d, i_q : d, q 軸電機子電流の瞬時値 (A)

L_d, L_q : d, q 軸電機子巻線の自己
インダクタンス (H)

L_d' : d 軸電機子過渡インダクタンス (H)

L_{ffd} : 界磁巻線の自己インダクタンス (H)

M_{afd} : 直軸電機子・界磁間の相互
インダクタンス (H)

ψ_d, ψ_q : d, q 軸電機子鎖交磁束 (Wb)

ψ_{fd} : 界磁鎖交磁束 (Wb)

T_d' : d 軸短絡過渡時定数 (s)

T_d'' : d 軸開放過渡時定数 (s)

T_d''' : d 軸短絡初期過渡時定数 (s)

M_{aid}, M_{aig} : d, q 軸電機子巻線と d, q 軸制動

巻線の相互インダクタンス (H)

M_{fid} : 界磁巻線と d 軸制動巻線の

相互インダクタンス (H)

i_{id}, i_{ig} : d, q 軸の制動巻線電流 (A)

p : 微分演算子 d/dt

θ : 回転子の変位角 (rad)

δ : 内部相差角 (rad)

m : 相対相互係数

\bar{z} : 正規化された界磁電流

$$\bar{z} = \frac{i_{fd}}{I_{fd}}$$

I_{fd} : 定常界磁電流 (A)

K : 電機子・界磁間の結合係数

ξ : 相対制動項

突極形同期電動機に関する一般方程式は Park
の方程式で与えられる。(13), (14)

$$v_d = p\psi_d - \psi_g p\theta + r i_d$$

$$v_g = p\psi_g + \psi_d p\theta + r i_g \quad (4.1)$$

$$V_{fd} = p\psi_{fd} + R_{fd} i_{fd}$$

ここで

$$\psi_d = L_d i_d + M_{fd} i_{fd} + M_{ad} i_a$$

$$\psi_g = L_g i_g + M_{ag} i_a \quad (4.2)$$

$$\psi_{fd} = \frac{3}{2} M_{afd} i_a + L_{ffd} i_{fd} + M_{fid} i_f$$

動揺方程式の導出にあたり，問題の簡易化を図るため，以下の仮定をおく。

(1) 同期引入れ現象中の回転子振動周期は，基本電源周波数の周期に比べてきわめて大きく，瞬時速度 $p\theta$ は角速度 ω に等しい。

(2) 変圧器起電力 $p\psi_d$ ， $p\psi_g$ は速度起電力 $\psi_d \omega$ ， $\psi_g \omega$ に比べて小さいので省略する。⁽⁹⁾
このことは電機子相電流の過渡解における全高調波成分を無視することに等しく，⁽¹⁴⁾

これらはいずれも同期化生成にはほとんど影響しないからである。

(3) 電機子抵抗 r を無視する。

(4) 直軸短絡過渡時定数 T_d' は直軸短絡初期過渡時定数 T_d'' に比べてきわめて大きく、 i_d および i_{fd} の緩慢な減衰に関しては制動巻線電流 i_{1d} , i_{1q} は急速に減衰するため省略できる。

(5) 鉄心の飽和を無視する。

以上の仮定を (4.1), (4.2) 式に適用すれば次式を得る。

$$v_d = -\omega L_q i_q$$

$$v_q = \omega (L_d i_d + M_{afd} i_{fd}) \quad (4.3)$$

$$V_{fd} = R_{fd} i_{fd} + L_{ffd} p i_{fd} + \frac{3}{2} M_{afd} p i_d$$

電機子印加相電圧 (実効値) V との間には次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} v_d &= -\sqrt{2} V \sin \delta \\ v_q &= \sqrt{2} V \cos \delta \end{aligned} \quad (4.4)$$

(4.3), (4.4) 式より i_d, i_q を求めれば

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{1}{\omega L_d} (\sqrt{2} V \cos \delta - \omega M_{afd} i_{fd}) \\ i_q &= \frac{\sqrt{2} V}{\omega L_q} \sin \delta \end{aligned} \quad (4.5)$$

界磁電流 i_{fd} は同期電動機が完全に同期化したとき一定の直流電流 I_{fd} に落ち着く。このとき、電機子に誘起されている相電圧の最大値は

$$\sqrt{2} E = \omega M_{afd} I_{fd} \quad (4.6)$$

ただし, E : 実効値

で与えられる。

電機子誘起相電圧 E を線間公称誘導起電力 (実効値) E' に置きかえれば, 定常状態においても次式が成立する。

$$E' = \omega M'_{afd} I_{fd} \quad (4.7)$$

ここで

$$M'_{afd} = \sqrt{\frac{3}{2}} M_{afd} \quad (H) \quad (4.8)$$

界磁電流，およびリラクタンス分による同期化力は三相同期電動機においては次式で与えられる。

$$\begin{aligned} P_u &= \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \\ &= \frac{i_{fd}}{I_{fd}} P_m \sin \delta + P_r \sin 2\delta \end{aligned} \quad (4.9)$$

ここで

$$P_m = \frac{E' V'}{\omega L_d} \quad (W)$$

$$P_r = \frac{(L_d - L_q) V'^2}{2 \omega L_d L_q} \quad (W)$$

ただし， V' は電機子印加線間電圧（実効値）で， $V' = \sqrt{3} V$ である。

飽和を無視したときの突極形同期電動機の同期引入れに関する動揺方程式は次式で与えられる。⁽²⁾

$$P_j \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d (1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{dt} + P_u = P_e$$

(4.10)

(4.10) 式に (4.9) 式を代入すれば

$$P_j \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d (1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{dt} + P_r \sin 2\delta$$

$$+ \frac{i_{fd}}{I_{fd}} P_m \sin \delta = P_e$$

(4.11)

を得る。一方，界磁電流に関しては次式を得る。

$$V_{fd} = R_{fd} i_{fd} + T_d' R_{fd} \frac{di_{fd}}{dt}$$

$$- \frac{M_{afd}'}{\omega L_d} V' \frac{d\delta}{dt} \sin \delta$$

(4.12)

ここで

$$T_d' = \frac{1}{R_{fd}} \left(L_{ffd} - \frac{M_{afd}'^2}{L_d} \right) \quad (s) \quad (4.13)$$

4.2 動揺方程式の正規化⁽⁴⁴⁾

動揺方程式を正規化するために，実時間 t を正規化時間 τ に変換し，無次元の正規化定数を設定する。

すなわち

$$t = a\tau, \quad a = \sqrt{P_f/P_m}, \quad \beta = P_e/P_m,$$

$$g = P_r/P_m, \quad k = P_d/\sqrt{P_f P_m}, \quad Z = i_{fd}/I_{fd}$$

とするとき，(4.11)式より

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{d\tau} + Z \sin \delta \\ + g \sin 2\delta = \beta \end{aligned} \quad (4.14)$$

を得る。

(4.12)式において，(4.13)式および以下の

$$L_d' = L_d - \frac{M_{afd}^2}{L_{ffd}} \quad (H)$$

$$T_d' = T_d' \frac{L_d'}{L_d} \quad (S)$$

$$T_{\alpha 0}' = \frac{L_{fd}}{R_{fd}} \quad (s) \quad (4.15)$$

なる関係を用いて正規化すると

$$\frac{dz}{d\tau} = (1-z)\xi + m \frac{d\delta}{d\tau} \sin \delta \quad (4.16)$$

を得る。ここで

$$\xi = \frac{a}{T_{\alpha}'} \quad (4.17)$$

$$m = \frac{M_{afd}' V'}{\omega L_{fd} L_{d'} I_{fd}}$$

であり，ここで新たに設定された m ， n なるパラメータはともに無次元の正規化定数である。

ここで導かれた正規化した動揺方程式は，Edgerton の方程式が界磁の時定数のみを考慮したのに対し，直軸電機子と界磁間の相互インダクタンスの影響を示す相対相互係数 m をも考慮に入れた二つの非線形常微分方程式で表わされることを示すものである。

ここでこの非線形常微分方程式を再掲すると

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1 - b \cos 2\delta) + z \sin \delta + g \sin 2\delta = \beta$$

$$\frac{dz}{d\tau} = (1 - z)\xi + m \frac{d\delta}{d\tau} \sin \delta$$

(4.18)

を得る。

4.3 さらに近似度を高くとした場合の 動揺方程式

4.2, 4.3 節において, 変圧器起電力 $p\psi_a$, $p\psi_g$ は速度起電力 $\psi_g p\theta$, $\psi_a p\theta$ に比べて小さいので省略するという仮定に基づき, 動揺方程式を算出した。その結果, 制動巻線による成分 $M_{ad}p\dot{\alpha}_d$, $M_{ag}p\dot{\alpha}_g$, 電機子巻線による成分 $L_d p\dot{\alpha}_d$, $L_g p\dot{\alpha}_g$ および界磁回路の影響による成分 $M_{afd}p\dot{\alpha}_d$ の各項を省略した。一方, 界磁回路の影響という観点に

特に注目して考察をすすめているため，この $M_{afd} p i_{fd}$ の項だけを (4.1)，(4.2) 式に生かしてみた場合について動揺方程式を導出することを試みる。

すなわち， $M_{afd} p i_{fd}$ を考慮することにより，
(4.1)，(4.2) 式より

$$v_d = -\omega L_f i_f + M_{afd} p i_{fd}$$

$$v_f = \omega (L_d i_d + M_{afd} i_{fd})$$

$$V_{fd} = R_{fd} i_{fd} + L_{ffd} p i_{fd} + \frac{3}{2} M_{afd} p i_d \quad (4.19)$$

(4.4)，(4.19) 式から i_d ， i_f を求めれば

$$i_d = \frac{1}{\omega L_d} (\sqrt{2} V \cos \delta - \omega M_{afd} i_{fd})$$

$$i_f = \frac{1}{\omega L_f} (\sqrt{2} V \sin \delta + M_{afd} p i_d) \quad (4.20)$$

を得る。

(4.19)，(4.20) 式より三相同期電動機における同期化力 P_u を求めれば

$$\begin{aligned}
 P_u &= \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \\
 &= P_r \sin 2\delta + P_m \frac{i_{fd}}{I_{fd}} \sin \delta \\
 &\quad + P_m \frac{L_d}{L_q} \frac{1}{\omega I_{fd}} \frac{di_{fd}}{dt} \cos \delta
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

を得る。

(4.21) 式を (4.10) 式に代入すれば

$$\begin{aligned}
 P_j \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P_a (1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{dt} + P_r \sin 2\delta \\
 + P_m \frac{i_{fd}}{I_{fd}} \sin \delta + P_m \frac{L_d}{L_q} \frac{1}{\omega I_{fd}} \frac{di_{fd}}{dt} \cos \delta \\
 = P_e
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

を得る。

(4.22) 式を 4.2 節に従い正規化すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau} + g\sin 2\delta \\ + z\sin\delta + \frac{x_d}{x_q} \frac{\cos\delta}{a\omega} \frac{dz}{d\tau} = \beta \end{aligned} \quad (4.23)$$

一方，界磁電流に関しては，(4.16)式と全く同じ関係式を得る。すなわち

$$\frac{dz}{d\tau} = (1-z)\xi + m \frac{dz}{d\tau} \sin\delta \quad (4.24)$$

結果として，Mafda Pifdaの項をも考慮した動揺方程式は，(4.23)，(4.24)式の二つの非線形常微分方程式によって表わされる。

ここで，(4.18)式とMafda Pifdaの項をも考慮した(4.23)，(4.24)式の動揺方程式を代表的数値例について，ディジタル計算機を利用して数値計算を行ない比較検討した。その結果，二者の曲線解，すなわち位相平面上に描いたトラゼクトリにおいて，ほとんどその差異は認められなかった。それゆえ，(4.18)式で示された動揺方程式が最

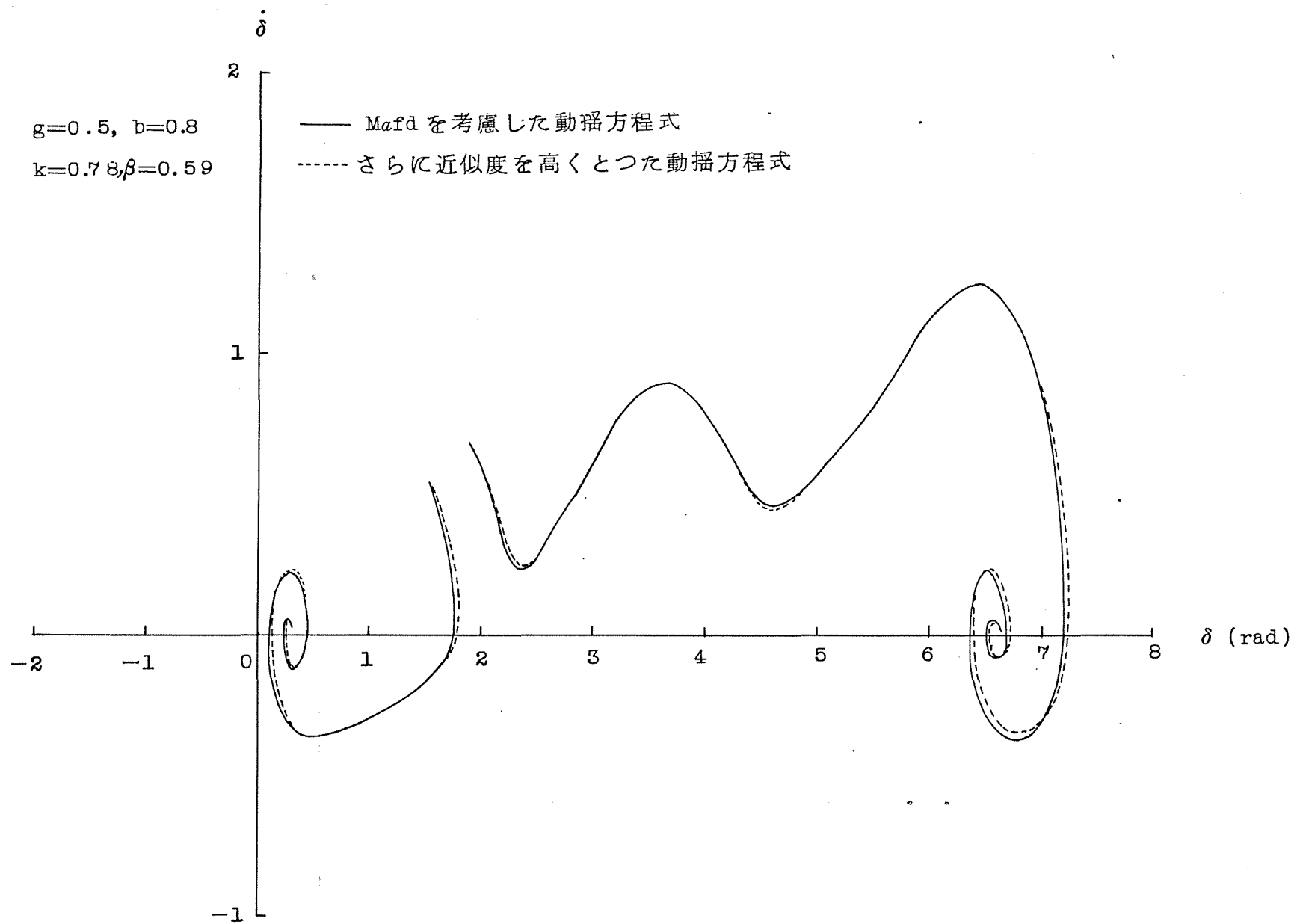


図 4.1 二つの理論値の比較

も簡単で，しかも最良の近似であると考えられる。
その数値計算の結果の一例を図 4.1 に示す。

4.4 正規化された動揺方程式に関する 考察⁽⁴⁵⁾

界磁時定数の影響を考慮した突極形同期電動機の同期引入れ現象は，4.2 節において導かれた正規化された二つの非線形常微分方程式(4.18)式で表わされる。

界磁に直流励磁を印加する以前においては，同期機は誘導機動作を呈しており，平均誘導電動機のトルクと負荷トルクがちょうど釣り合った速度で回転している。このとき，すべりの瞬時値 $\frac{d\delta}{\omega\tau}/a\omega_0$ (ω_0 : 同期電気角速度) と内部相差角 δ は(4.18)式の第二式右辺第一項 $(1-\alpha)\delta$ を $-\delta\alpha$ で置きかえた式の定常解を満足する。

すなわち，誘導機状態において次式が成立する。

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau} + Z\sin\delta$$

$$+ g\sin 2\delta = \beta$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = -\xi Z + m\frac{d\delta}{d\tau}\sin\delta$$

(4.25)

ここで，相対制動係数 k は励磁が投入される前後において不変であると仮定した。界磁巻線は励磁投入前には短絡されており，界磁回路のインピーダンスはほぼ一定であるとみなされるからである。

定常状態における(4.25)式の曲線解，すなわち，トラゼクトリは $\delta - \delta$ 位相平面上に第二種リミットサイクルを形成し， δ に関して π の周期をもつ⁽¹¹⁾。

励磁投入時($\tau=0$)におけるすべての初期値はこの誘導機リミットサイクル(IMLC)上に存在す

る。励磁投入後のトラゼクトリは、すべてこの IMLC 上の初期値 $(\delta_i, \dot{\delta}_i)$ から出発する。

同期引入れの可否は、この IMLC 上の点 $(\delta_i, \dot{\delta}_i)$ から出発したトラゼクトリが安定平衡点 δ_0 に収束するか否かで判定できる。安定平衡点 δ_0 へ収束しない場合は、トラゼクトリは (4.18) 式の定常解を満足し、 δ に関しては 2π の周期をもつ同期機リミットサイクル (SMLC) へ収束する。

一方、安定平衡点 δ_0 は (4.18) 式から得られる次の関係式を満足する。

$$g \sin 2\delta_0 + \sin \delta_0 = \beta \quad (4.26)$$

ここで、安定平衡点 δ_0 においては、 $\ddot{\delta} = 1$, $\dot{\delta} = \ddot{\delta} = 0$ である。図 4.2 は異なる β の値によって異なる IMLC が形成された例、および SMLC への移行過程を $\delta - \dot{\delta}$ 平面に表わしたものである。

ここにおいて、さらに β を小さくすると、すなわち負荷トルクが相対的に小さい場合には、同期

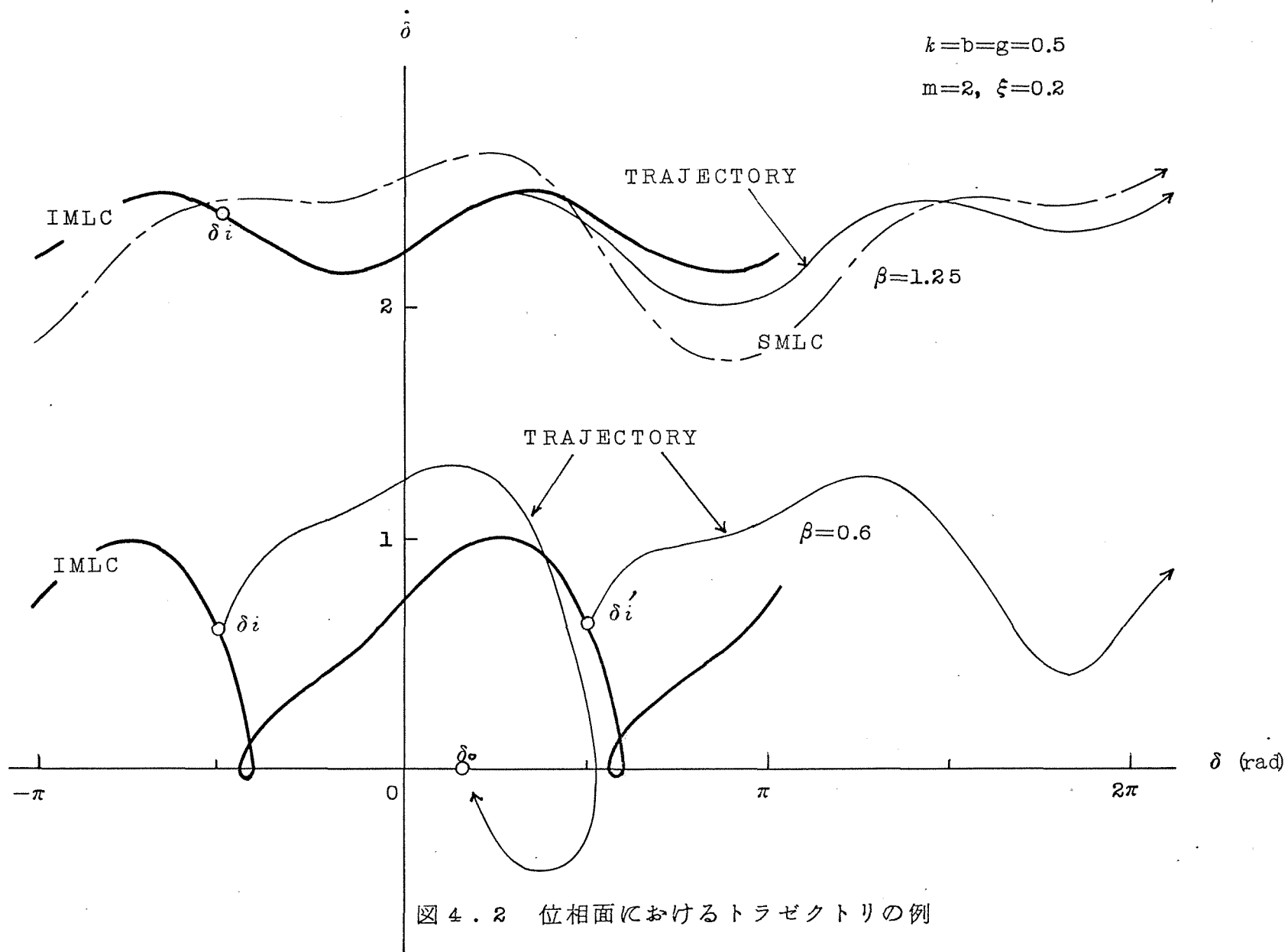


図 4.2 位相面におけるトラゼクトリの例

機は励磁を印加することなしに($Z=0$)同期入れが行なわれる。すなわち、反作用電動機として動作することになる。従って、この反作用電動機として動作する限界の β より小さな β の値に対しては、IMLCは消滅する。

いま、(4.18)式において、 $m=0$ とし初期条件を $\tau=0$ において $Z(\tau=0)=Z_0=0$ として解けば

$$Z=1-e^{-g\tau} \quad (4.27)$$

を得る。

(4.27)式を(4.18)式第一式に代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta) \frac{d\delta}{d\tau} + g \sin 2\delta \\ + (1-e^{-g\tau}) \sin \delta = \beta \end{aligned} \quad (4.28)$$

これは Edgerton の界磁時定数を考慮した式に一致する。このことから、4.1, 4.2節で導いた

動揺方程式と Edgerton の界磁時定数を考慮した式との相違点は相対相互係数 m の存在いگانによる。

Edgerton によって扱われた場合

1) 界磁時定数を無視した場合 ($m=0, \xi=\infty$)⁽²⁾

2) 界磁時定数を考慮した場合 ($m=0, \xi \neq \infty$)⁽³⁾

においては、時間が十分に経過すれば ($\tau \rightarrow \infty$), 界磁電流は消滅する。それゆえ, IMLC は次式の定常解で与えられる。

$$\frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta) \frac{d\delta}{d\tau} + g \sin 2\delta = \beta$$

なお, これらの場合に関する幾つかの特徴は

3.1 節に述べた。

4.5 同期引入れに関するトラゼクトリを

求める実験とその結果に対する検討^{(35), (39), (40)}
^{(41), (42)}

4.5.1 実験方法

同期電動機の界磁を短絡して、誘導電動機として直流電気動力計を任意の負荷として負わせ運転して誘導機リミットサイクルを形成し、その誘導機リミットサイクル上の任意の初期値より励磁を投入して、同期引入れに関するトラゼクトリを求めた。このさい、励磁が印加された後、トラゼクトリが発電機領域を通過して全部で 2π (rad) 以上動揺しないうちに最終定常動作角、すなわち安定平衡点 δ_0 へ到達することを一回の動揺で同期引入れするものとした。

4.5.2 負荷の変動を考慮したときの動揺方程式 の導出およびその正規化方程式

同期引入れ現象に関する実験において、負荷として電気動力計を用いた場合、励磁投入の前後において、その回転速度がかなり変化する。このため電気動力計に誘起する電圧の変動が實際上負荷の変動をもたらすことになる。そこで、この負荷の変動に基づくトラゼクトリへの影響を調べるため、負荷に電気動力計を用いた場合について、その回転速度変動分を考慮した動揺方程式を導き、代表的数値例についてディジタル計算機で数値計算を行ない、負荷を一定として導いた式と比較検討した。

その結果、励磁投入前後における負荷の変動は小さく、位相平面上に与える影響が小さいことを確認した。また、負荷の変動を考慮した動揺方程式の方が実験値にわずかではあるが近似度が高い

ことを確認した。

(1) 負荷の変動を考慮した動揺方程式の導出
 直流電気動力計の誘起電圧： E_i (V)，端子電
 圧： E (V)，電機子電流： I_a (A)，電機子抵抗：
 R_a (Ω)，負荷抵抗： R (Ω) とし同期電動機と
 直結されているものとする。

直流電気動力計は直流発電機として働くので、
 電機子反作用の影響を無視すると以下の関係が成
 立する。

$$E = E_i - I_a R_a = I_a R \quad (V) \quad (4.29)$$

$$E_i = \frac{P_i}{a} \times \pi \frac{N}{60} \quad (V) \quad (4.30)$$

ただし N ：回転数 (rpm) P_i ：磁極対数

a ：並列回路対数 π ：1極の磁束 (Wb)

\times ：電機子導体総数

負荷トルクを T とすれば

$$T = \frac{1}{2\pi} \frac{P_i}{a} \times \pi I_a \quad (Nm) \quad (4.31)$$

(4.30) 式より

$$n = \frac{N}{60} = \frac{E_i}{\frac{P_i}{a} \Sigma \Phi} \quad (\text{rps}) \quad (4.32)$$

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{\frac{P_i}{a} \Sigma \Phi} E_i \quad (\text{rad/sec}) \quad (4.33)$$

(4.29) 式より

$$E_i = I_a (R_a + R) \quad (\text{V}) \quad (4.34)$$

ここで，直流電気動力計を他励発電機として運転すると $\Sigma \Phi$ は一定である。いま，

$$K_1 = \frac{P_i}{a} \Sigma \Phi = \text{一定}$$

とおけば

$$I_a = \frac{K_1 \omega}{2\pi (R_a + R)} \quad (\text{A}) \quad (4.35)$$

$$T = \frac{K_1}{2\pi} I_a = \frac{K_1^2 \omega}{4\pi^2 (R_a + R)} \quad (\text{Nm}) \quad (4.36)$$

従って，負荷 P_L は負荷抵抗 R が一定とすれば

$$P_L = T \omega = \frac{K_i^2 \omega^2}{4\pi^2(R_a + R)} = K \omega^2 \quad (W) \quad (4.37)$$

ここで

$$K = \frac{K_i^2}{4\pi^2(R_a + R)}$$

(4.37)式から明らかなように，負荷 P_L は ω の関数であり， ω は励磁投入前後において一定でない。従って， P_L および ω は時間 t の関数で与えられる。

$$P_L(t) = K \{ \omega(t) \}^2 \quad (4.38)$$

しかるに

$$\frac{d\delta}{dt} = s \omega_0 = \omega_0 - \omega(t) \quad (4.39)$$

ここで

ω_0 : 同期電気角速度 (rad/sec)

s : すべり

δ : 内部相差角 (rad)

(4.39) 式 の 関 係 を (4.38) 式 に 適 用 す れ ば

$$P_e(t) = K \left(\omega_0 - \frac{d\delta}{dt} \right)^2 \quad (4.40)$$

従 っ て , 負 荷 の 変 動 を 考 慮 し た 動 揺 方 程 式 は 次 式 で 与 え ら れ る。

$$\begin{aligned} P_{\delta} \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d (1 - b \cos 2\delta) \frac{d\delta}{dt} + \frac{i_{fd}}{I_{fd}} P_m \sin \delta \\ + P_r \sin 2\delta = K \left(\omega_0 - \frac{d\delta}{dt} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.41)$$

(2) 負 荷 の 変 動 を 考 慮 し た 動 揺 方 程 式

の 正 規 化

(4.41) 式 の 右 辺 を 正 規 化 す る た め に 実 時 間 t を 正 規 化 時 間 τ に 変 換 す る。す な わ ち , $t = a\tau$,

$a = \sqrt{P_{\delta}/P_m}$ と す る と

$$\begin{aligned} \frac{P_e(t)}{P_m} &= \frac{K \omega_0^2}{P_m} - \frac{2K \omega_0}{P_m} \frac{d\delta}{dt} + \frac{K}{P_m} \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \\ &= \frac{K \omega_0^2}{P_m} - \frac{2K \omega_0}{a P_m} \frac{d\delta}{d\tau} + \frac{K}{a^2 P_m} \left(\frac{d\delta}{d\tau} \right)^2 \end{aligned}$$

$$= \beta' - k' \frac{d\delta}{d\tau} + \gamma \left(\frac{d\delta}{d\tau} \right)^2 \quad (4.42)$$

ただし, β' , k' , γ はそれぞれ無次元の正規化された定数であり, 各々次式で与えられる。

$$\beta' = \frac{K \omega_0^2}{P_m}$$

$$k' = \frac{2K\omega_0}{aP_m} = \frac{2}{a\omega_0} \frac{K\omega_0^2}{P_m} = \frac{2\beta'}{a\omega_0}$$

$$\gamma = \frac{K}{a^2 P_m} = \frac{1}{a^2 \omega_0^2} \frac{K\omega_0^2}{P_m} = \frac{\beta'}{(a\omega_0)^2}$$

(4.43)

一方, 従来の動揺方程式では, 負荷は誘導機状態の平均値でもって表わされる。このことは従来の式における負荷 P_L は (4.40) 式の $d\delta/dt$ を誘導機状態における $d\delta/dt$ の平均値でおきかえても等価であることを意味する。

そこで, $d\delta/d\tau$ の平均値を v_m とおき, 誘導機リミットサイクルの式から v_m を求める。

誘導機リミットサイクルは4.4節で求めた(4.25)式で与えられる。この式を再掲すると

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta}{d\tau^2} + k(1-b\cos 2\delta)\frac{d\delta}{d\tau} + Z\sin\delta \\ + g\sin 2\delta = \beta \end{aligned}$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = -\xi Z + m\frac{d\delta}{d\tau}\sin\delta$$

$v = d\delta/d\tau$ とおけば上式の第一式は

$$\begin{aligned} v\frac{dv}{d\delta} + k(1-b\cos 2\delta)v + g\sin 2\delta \\ + Z\sin\delta = \beta \end{aligned}$$

(4.44)

誘導機リミットサイクルは π を周期とする周期関数であるから、この誘導機リミットサイクル上の任意の点 (δ_1, v_1) から $(\delta_1 + \pi, v_1)$ まで積分すれば平均値 v_m が求められる。

$$\begin{aligned}
& \int_{\delta_1}^{\delta_1+\pi} v \frac{dv}{d\delta} d\delta + \int_{\delta_1}^{\delta_1+\pi} k(1-b\cos 2\delta) v d\delta \\
& + \int_{\delta_1}^{\delta_1+\pi} g \sin 2\delta d\delta + \int_{\delta_1}^{\delta_1+\pi} Z \sin \delta d\delta = \pi \beta
\end{aligned}
\tag{4.45}$$

$$\pi k v_m + \int_{\delta_1}^{\delta_1+\pi} Z \sin \delta d\delta = \pi \beta
\tag{4.46}$$

ここで、 Z は π を周期とする周期関数であり、誘導機状態においては、界磁に直流励磁を加えていないのでその直流分は零である。従って、

$$\begin{aligned}
& \int_{\delta_1}^{\delta_1+\pi} Z \sin \delta d\delta = 0 \\
& \therefore v_m = \frac{\beta}{k}
\end{aligned}
\tag{4.47}$$

しかるに、従来の動揺方程式における正規化された負荷比 β は、(4.42)式の $d\delta/d\tau$ を(4.47)式でおきかえたものに等しい。従って

$$\begin{aligned}
 \beta &= \beta' - k' v_m + \gamma (v_m)^2 \\
 &= \beta' - k' \frac{\beta}{k} + \gamma \left(\frac{\beta}{k} \right)^2
 \end{aligned}
 \tag{4.48}$$

(4.43), (4.48) 式より

$$\beta' = \frac{\beta}{\left(1 - \frac{\beta}{a \omega_0 k} \right)^2}
 \tag{4.49}$$

を得る。

以上より，ここで新たに設定された無次元の正規化パラメータ， β' ， k' ， γ を用いれば，負荷の変動を考慮した動揺方程式は正規化され，次式で与えられる。

$$\frac{d^2 \delta}{d\tau^2} + \left\{ k(1 - b \cos 2\delta) + k' \right\} \frac{d\delta}{d\tau} + \gamma \left(\frac{d\delta}{d\tau} \right)^2$$

$$+ g \sin 2\delta + z \sin \delta = \beta'$$

$$\frac{dz}{d\tau} = (1 - z) \xi + m \frac{d\delta}{d\tau} \sin \delta$$

(4.50)

4.5.3 実験装置⁽³⁹⁾

位相平面におけるトラゼクトリの理論値と実験値を比較する際に、すべりと内部相差角を精密に測定することが必要となる。このときのすべりの値は数%以内であるため、その測定精度が高いことが要求される。一方、内部相差角は連続的に変化するため、測定装置としては連続的に測定可能で、しかもその直線性は $0 \sim 2\pi$ (rad) にわたり極めてすぐれていることが必要になる。

そこで、すべりに関しては回転数に比例したパルス列を作り、これを直流電圧に変換し、基準となる同期速度における出力電圧との差を取出すことにより、その変化分のみ（すなわち、すべりの値）を得た。

一方、内部相差角に関しては、F. Norman 氏が考案した方法に基づき、信号電圧もパルス化し、基準パルスとの論理和を作り、その結果得られた

パルスも直流電圧に変換し、ペン書きオシログラフで記録することにより得た。

すべり測定装置、内部相差角測定装置以外の実験装置は2.4節におけるものと全く同様のものを使用して実験も行なった。

以下にそれぞれの装置の概要について述べる。

1) 内部相差角測定装置

比較される二つの電圧波形は、供試電動機の電機子相電圧 V_0 と供試電動機に直結した同一極対数をもつ信号検出用の同期発電機の電機子誘起相電圧 E_0 であり、 V_0 と E_0 の位相差が内部相差角にあたる。

内部相差角測定装置のブロック図を図4.3に示す。 V_0 は位相反転トランスに加えられ、正相、逆相の二つの信号にわけられ、それぞれのパルサー1, 2により位相差 π をもつ二つの基準パルスに変換される。一方、 V_0 と任意の相差角をもつ E_0 はパルサー3によりパルス化された後、それぞれ基準パ

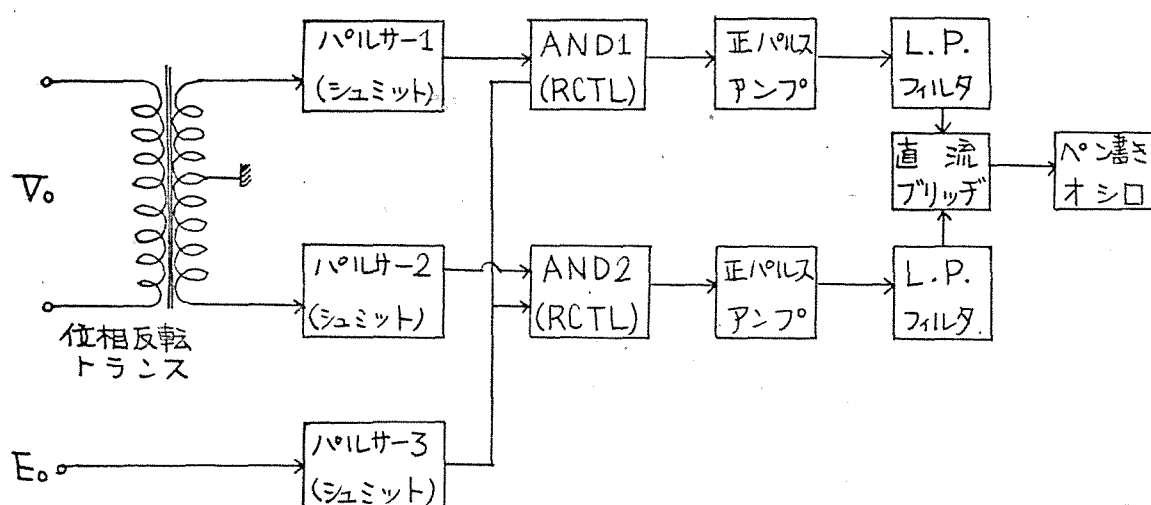


図 4.3 内部相差角測定装置ブロック図

ルスと共に AND 回路に加えられる。この AND 回路の出力，すなわち，論理和として得られた二つのパルスをフィルタにより直流電圧に変換して直流ブリッジに加え，その差として生ずる直流電圧を出力として取り出すものである。

いま， V_0 と E_0 との相差角が 90° であると，二つの AND 回路の出力波形は全く等しく，その平均直流レベルは等しい。このときのパルスの面積を A とする。この状態から任意の相差角 θ だけ E_0 が動いたとすれば，AND 回路の出力はパルスの高さを a とすれば，一方は $A + a\theta$ であり，他方は $A - a\theta$ となる。直流ブリッジの出力はこの差ででてくるのであるゆえ $2a\theta$ であり，出力は相差角 θ に比例した出力電圧を得る。

この装置の特徴としては

1) 相差角 $0 \sim 2\pi$ (rad) 迄の変化に対する出力電圧の直線性が極めてすぐれている。

2) 入力波形の歪による出力電圧への影響が極

めて少ない。

3) パルサーの立上がりが鋭く、精度が高く不感帯がほとんどみられない。

4) 全段直結方式の採用により段間における位相差がみられない。

5) 再整形および前段としてのバッファを兼ねるパルスインプを置くことにより、前段における外乱の影響を阻止している。

2) すべり測定装置

すべり測定装置のブロック図を図4.4に示す。

この装置は供試電動機に反射テープを等間隔にはった円板を直結し、それに光をあて、反射光をフォトランジスタで受けて単安定マルチバイブレータを駆動し、回転数に比例した繰返し周波数をもつパルス列を作り、これを整流して回転数に比例した直流電圧を求め、同期速度で回転しているときに直流ブリッジの出力が零になるように基準

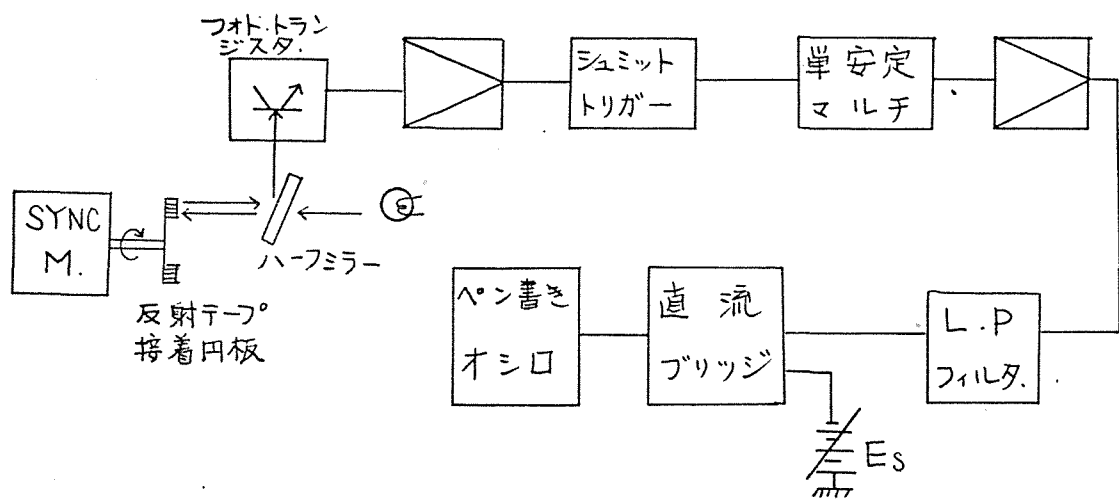


図 4. 4 すべり測定装置ブロック図

電圧を設定しておく。これにより直流ブリッジの出力には，すべりの値が直接直流電圧に変換されて得られる。

4.5.4 実験結果

図4.5は励磁投入前，同期電動機が誘導電動機として動作している誘導機リミットサイクルの理論値と実験値の比較を示した図である。この図より，理論値と実験値はほとんど一致している。このことは励磁投入の際の初期値にこの実験値の値を採用してよいことを示し，かつ，内部相差角およびすべりの測定装置の精度が高いことを示すものと考えられる。

図4.6に図4.5に示される誘導機リミットサイクル上を初期値とする同期入れのトラゼクトリの実験値，Edgertonの界磁時定数を考慮した式，直軸電機子と界磁間の相互インダクタンスの影響

を示す相対相互係数 m もも考慮した動揺方程式、負荷の変動も考慮したときの動揺方程式の四者を比較したものを示す。これより Edgerton の式では、動揺状態における最大のすべりの値は実験値に比べてはるかに大きい。一方、相対相互係数 m もも考慮した最大のすべりの値はほぼ等しい。また、動揺中実験値が理論値より変動が小さいのは、供試機の負荷としている直流電気動力計は他励発電機として励磁投入前後とも一定励磁、一定負荷抵抗なるゆえに、負荷は速度の二乗に比例して変動するが、理論値は負荷を一定として考えていることも一因と考えられる。このことは負荷の変動も考慮した動揺方程式のほうが、僅かではあるが実験値の値に近いトラゼクトリを描いていることから立証される。それゆえ、直軸電機子と界磁間の相互インダクタンス M_{af} もも考慮した動揺方程式のほうが近似度が高いと考えられる。すなわち、この実験結果より、一回の動揺で同期化する

急峻な過渡現象には、界磁回路の時定数のほかに、直軸電機子と界磁間の相互インダクタンス M_{afd} の影響も十分考慮せねばならないことが了解される。

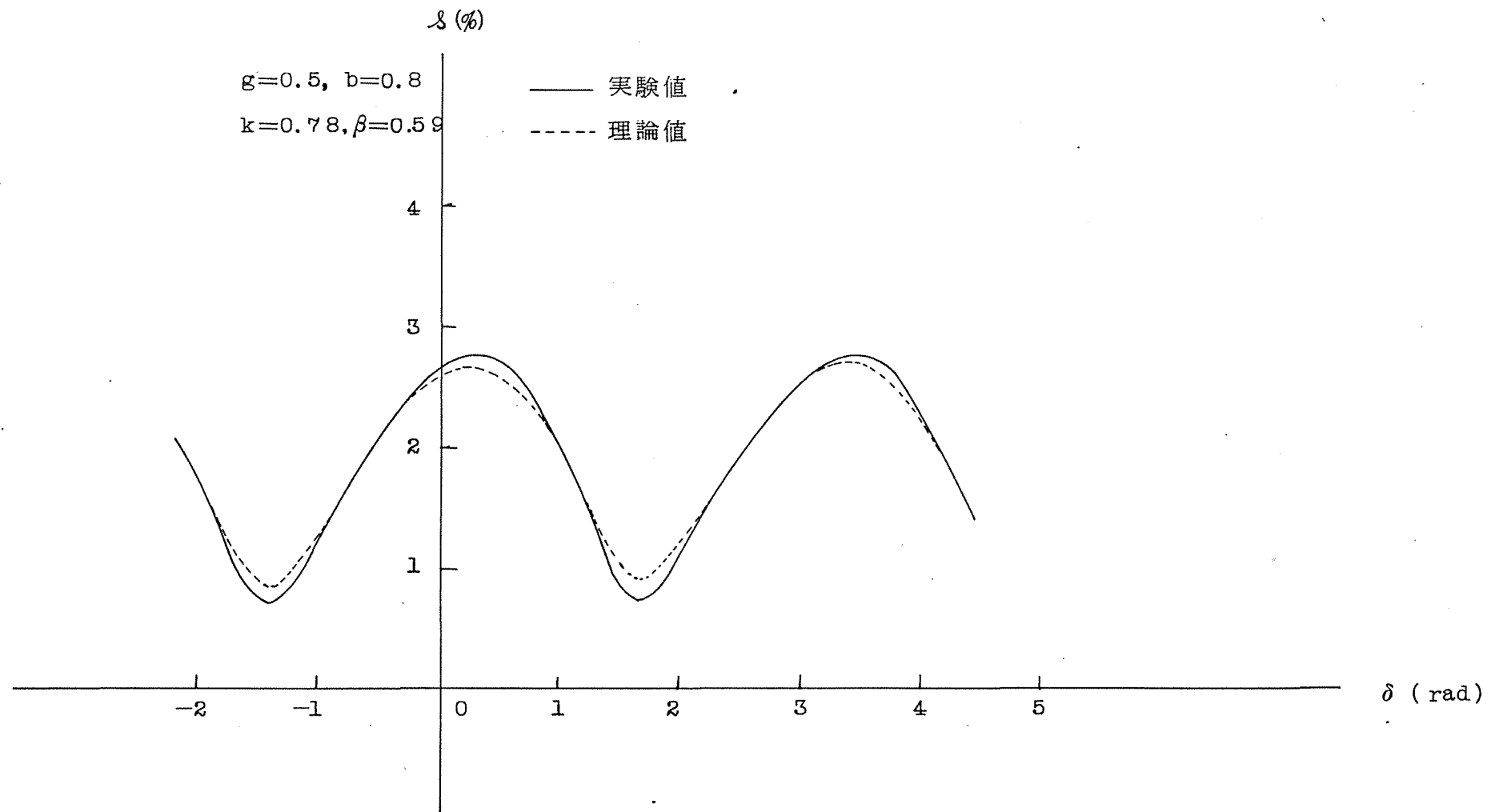


図 4.5 誘導機リミットサイクルの理論値と実験値の比較

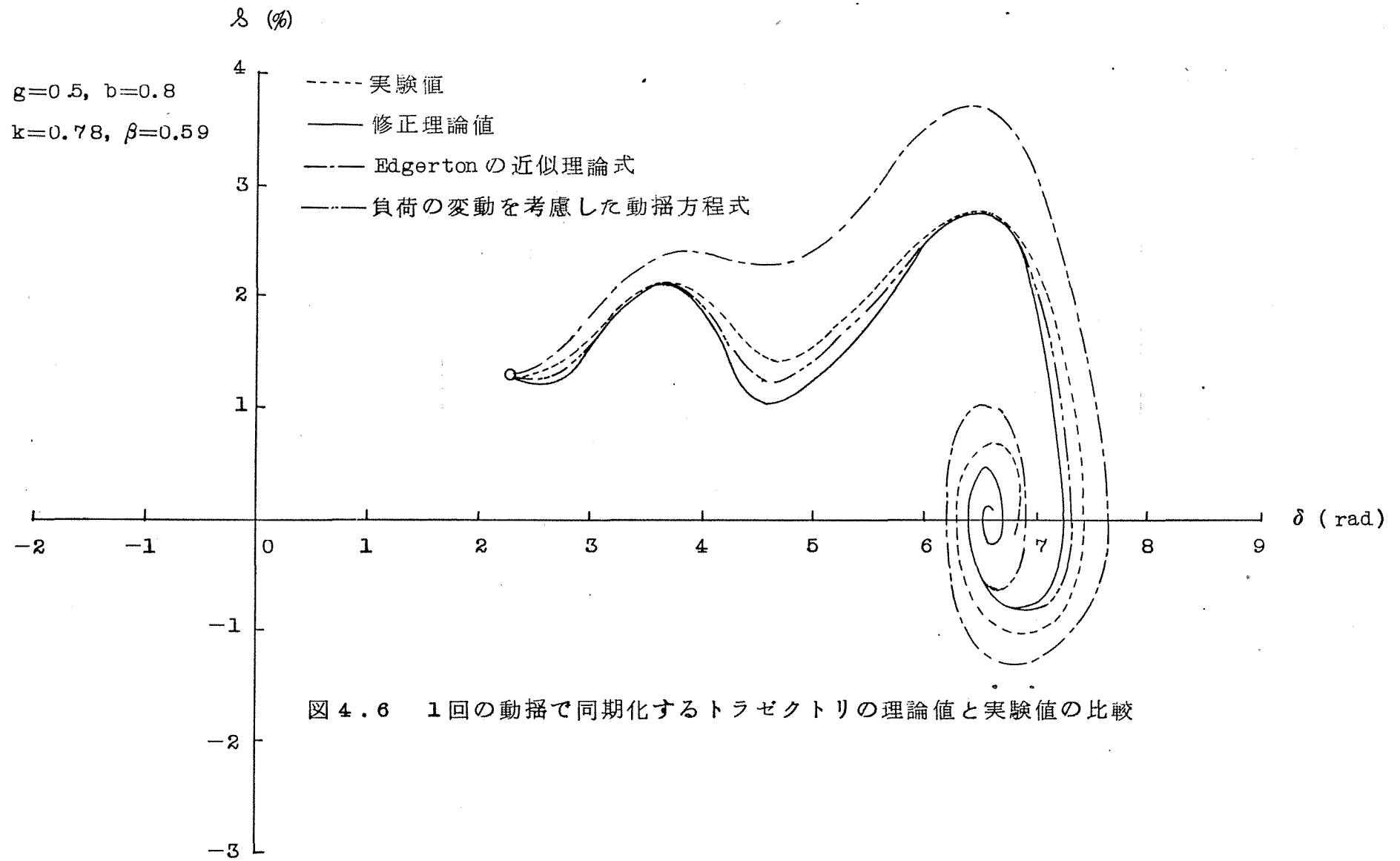


図 4.6 1回の動揺で同期化するトラゼクトリの理論値と実験値の比較

第5章 同期引入れ現象に与える 新設定パラメータ m と ξ の 影響⁽²³⁾

5.1 相对相互係数 m

同期引入れに関する動揺方程式における m の関係式は(4.17)式で示されている。すなわち

$$m = \frac{M_{af\alpha}'}{L_{ff\alpha}} \frac{V'}{\omega L_{d'} I_{fd}}$$

この関係式の右辺における全定数はMKS単位系の実際の値である。ここにおいて、この相对相互係数 m のとりうる値について考察する。

まず、電機子と界磁間の結合係数は次式で表わされる。

$$K = \frac{M'_{af\alpha}}{\sqrt{L_{ff\alpha} L_{\alpha}}} = \sqrt{1 - \frac{L'_{\alpha}}{L_{\alpha}}} \quad (5.1)$$

この代表的な値は 0.80 ~ 0.86 である。

次に $V/\omega L_{\alpha}$ は $\sqrt{3} I_a / \chi'_{\alpha}$ に等しく，その代表的な値は $(5 \sim 6) I_a$ である。ただし， I_a は定格電機子電流 (A) であり， χ'_{α} は単位法で表わした直軸過渡リアクタンスの値である。それゆえ， m の値は次式で与えられる。

$$m = (4 \sim 5) \sqrt{\frac{L_{\alpha}}{L_{ff\alpha}}} \frac{I_a}{I_{fa}} \quad (5.2)$$

(5.2) 式から同期機に関する m の代表的な値を推定することはかなりむづかしい。その理由はその値は同期機の定格容量や仕様により，0.01 ~ 5 というかなりの範囲にわたるからである。

5.2 Z に関する ξ と m の影響⁽⁴⁶⁾

(4.18) 式の第二式をここに再掲する。

$$\begin{aligned}\frac{dZ}{d\tau} &= (1-Z)\xi + m \frac{d\delta}{d\tau} \sin\delta \\ &= \frac{dZ_1(\delta)}{d\tau} + \frac{dZ_2(\delta)}{d\tau} \quad (5.3)\end{aligned}$$

(5.3) 式を積分すれば

$$\begin{aligned}Z &= \xi \int_0^\tau (1-Z) d\tau + m \int_{\delta_i}^\delta \sin\delta d\delta + Z_i \\ &= Z_1(\delta) + Z_2(\delta) \quad (5.4)\end{aligned}$$

ここで

$$Z_1(\delta) = \xi \int_0^\tau (1-Z) d\tau + Z_i$$

$$Z_2(\delta) = m(\cos\delta_i - \cos\delta)$$

$$Z_i = \xi \int_{-\infty}^0 Z(\delta) d\tau$$

($\tau=0$ における Z の初期値)

(5.5)

$m=0$ の場合, $Z_i=0$, $Z=Z_1(\delta)$ は簡単に解くことができ, (4.27) 式で与えられる。すなわち

$$Z = 1 - e^{-\xi\tau} \quad (5.6)$$

このとき, Z は $Z-\delta$ 平面において零から 1 へと単調に増加する。 $m \neq 0$ の場合には $Z_1(\delta)$ は (5.6) 式と異なるばかりでなく, $Z_2(\delta)$ の存在により大きな影響を受けるようになる。その理由は $Z_1(\delta)$ は ξ と m の両方の影響を同時に受けるからである。他方, $Z_2(\delta)$ は (5.5) 式が示すように m の影響だけを受けることになる。

同期引入れに関する ξ , m の影響を本質的に調べるため, $Z-\delta$ 平面に $Z(\delta)$, $Z_1(\delta)$, $Z_2(\delta)$

を同時に描くことを試みる。

$Z_2(\delta)$ は $Z(\delta)$ の成分をなしており, この $Z(\delta)$ の値は同期化力 $Z \sin \delta$ の大小に密接な関係をもつ。同期引入れに関してみれば, この同期化力 $Z \sin \delta$ は正の大きな値をとることが好ましい。しかるに (5.5) 式より, $Z_2(\delta)$ は $\delta_i = 0$ でその最大値, $\delta_i = \pm \pi$ でその最小値をとる。このことから最適励磁投入位相角は $\delta_i = 0$ の近傍に, 最悪励磁投入位相角は $\delta_i = \pi$ の近傍に存在すると推定できる。

(5.4) 式から次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{dZ}{d\delta} &= \frac{(1-Z)\xi}{\delta} + m \sin \delta \\ &= \frac{dZ_1}{d\delta} + \frac{dZ_2}{d\delta} \end{aligned} \quad (5.7)$$

(5.7) 式は $Z-\delta$ 平面におけるおのおののこう配を表わしている。

同期引入れに関する $\delta-\delta$ 平面と $Z-\delta$ 平面との比較から, トラゼクトリ上いくつかの特徴を指

描することができる。 $Z-\delta$ 平面において $Z_2(\delta)$ は単に直流分をもった余弦曲線で表わされる。一方、 $Z_1(\delta)$ は ξ と m の両者の影響を受けるためその動きは複雑であり、その曲線のこう配は (5.7) 式の関係から次式で与えられる。

$$\frac{dZ_1}{d\delta} = \frac{(1-Z)\xi}{\delta} \quad (5.8)$$

同期機が同期化する場合、励磁投入位相角 δ_i から出発したトラセクトリは、時間が経過するにつれ δ 軸を横切り δ が負の領域へと進む。この δ 軸を横切る瞬間において ($\dot{\delta} = 0$)、 δ はその最大値 δ_{max} をとる。この時点における Z 、 Z_1 のこう配 $dZ/d\delta$ 、 $dZ_1/d\delta$ はともに無限大になる。これを $Z-\delta$ 平面に関していえば、 Z と Z_1 のこう配はともに垂直になる。すなわち δ が δ_{max} に到達した瞬間において、 $Z(\delta)$ 、 $Z_1(\delta)$ は急激に大きな変化を生ずる。この点においてその進行方向を変えることになる。

同期機が完全に同期化したときに， δ は (4.26) 式から決定された定常値，すなわち安定平衡点 δ_0 に落着く。このとき， Z - δ 平面における $Z(\delta)$ は一定値 1 をとる。すなわち，安定平衡点において次式が成り立つ。

$$Z(\delta) = 1$$

$$Z_1(\delta) = 1 - m(\cos \delta_i - \cos \delta_0)$$

$$Z_2(\delta) = m(\cos \delta_i - \cos \delta_0)$$

(5.9)

5.3 同期化に及ぼす ξ と m の 影響を示す位相面図⁽⁴⁶⁾

上述したことに基き， $\delta-\delta$ ， $Z-\delta$ に関する位相面図を描き， $\delta-\delta$ 平面のトラゼクトリに与える Z の影響について考察する。

一例として，同期機が $k=b=g=0.5$ ，および $\xi=4$ と相対的に大きな値を持ち，発電機領域内 $\delta_2=-2/3\pi$ で励磁投入された場合を図5.1に示す。

ξ は比較的 to 大きな値をとっており， $Z<1$ に対して $Z_1(\delta)$ は正の値をとり， $Z_2(\delta)$ はその初期値 Z_i から急速に増大する。一方， δ_i から出発した δ は δ_{max} に到達するまで増加し続ける。この期間において， $Z_2(\delta)$ は負の値を保つ。その結果， $Z_1(\delta)$ ， $Z_2(\delta)$ の一次結合として求まる $Z(\delta)$ は正の値をとる。この $Z(\delta)$ の値も発電機領域内において $m=0$ のときのそれと比較すると， $m \neq 0$ の

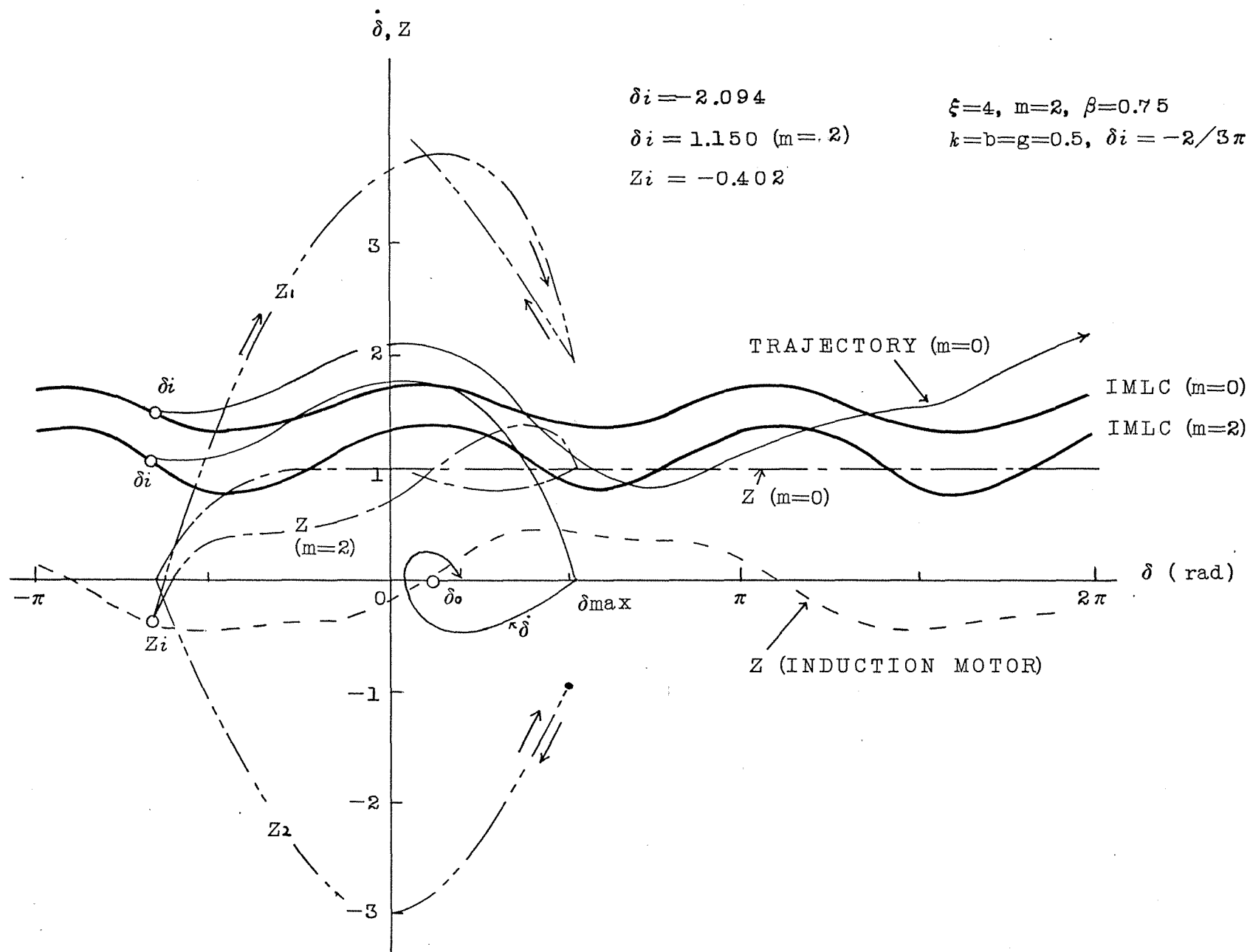


図 5.1 δ 対 Z_1, Z_2, Z および $\dot{\delta}$ 対 δ の曲線

ほうがかなり小さな正の値を保つ。しかるに、発電機領域内においては $\sin \delta < 0$ であるため、同期化力 $Z \sin \delta < 0$ となり、同期がはずれる方向へと回転子を減速する働きをもつことになる。この減速の量は主に $Z(\delta)$ の大きさに支配され、 $m=0$ の場合と比べるとかなり小さい。

時間が経過するにつれ δ_i から出発した δ は $\delta=0$ に到達し、 $\delta > 0$ である電動機領域へと移行する。この電動機領域において、 $Z_1(\delta)$ はその最大値に到達し、 δ が δ_{max} に至るまで減少し、 $\delta = \delta_{max}$ の瞬間から後ふたたび増加をはじめ。これに反して $Z_2(\delta)$ は $\delta=0$ で最小値をとる。このとき $Z_2(\delta=0) = m(\cos \delta_i - 1) < 0$ であり、 $\delta > 0$ の電動機領域になると $Z_2(\delta)$ は増加をはじめ、 $\delta = \delta_{max}$ に至るまでふえ続ける。その後、 $Z_2(\delta)$ は $Z_1(\delta)$ の曲線の同一線上をもどり、 δ の動揺に追従してその曲線上をいつたりきたりする。

その結果、 $Z_1(\delta)$ と $Z_2(\delta)$ の和 $Z(\delta)$ は正の値を

保ち、ある特定の期間だけ1を大幅にこえる。この電動機領域内において $\sin \delta > 0$ であり、 $Z > 0$ であることから、このとき形成される同期化力 $Z \sin \delta > 0$ となり、同期入れに対して好条件を呈することになる。しかも、 Z が1をこえる特定の期間においてその効果はきわめて大きい。このことは $m=0$ の場合のトラゼクトリを比較すれば容易に明らかになる。

以上のことから、同期入れに与える m と δ の影響は発電機領域、電動機領域を通じてきわめて大きく、 m が大なることは同期入れに好条件を与えることが指摘される。

他の一例として、同じパラメータ定数を持つ同期機において、電動機領域内 $\delta_i = \pi/6$ で励磁投入された場合の $\delta-\delta$ 平面、 $Z-\delta$ 平面を図5.2に示して $\delta-\delta$ 平面のトラゼクトリに与える Z の影響について考察する。

電動機領域 $\delta_i = \pi/6$ で励磁投入されると、 $Z_1(\delta)$

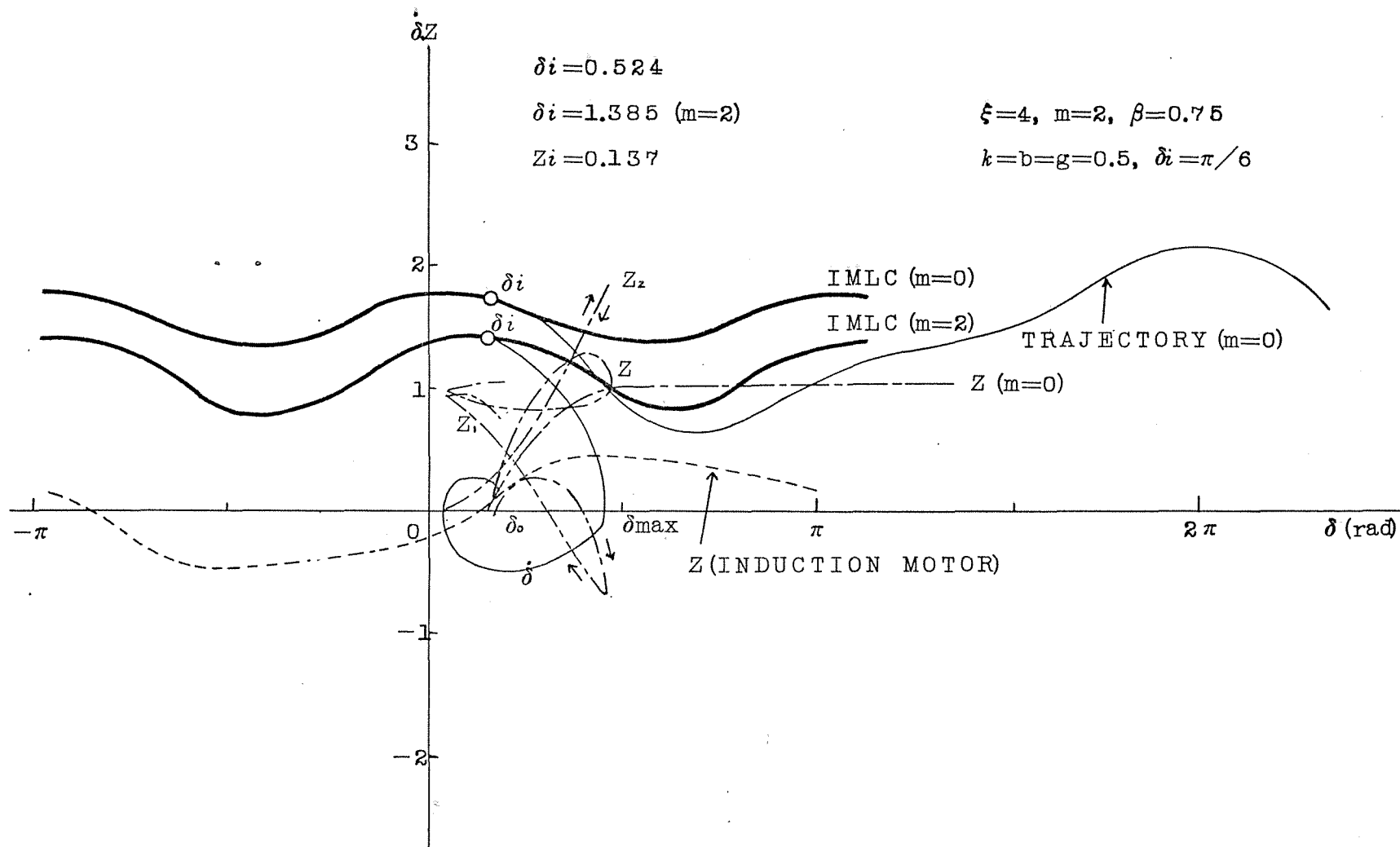


図 5. 2 δ 対 Z_1, Z_2, Z および $\dot{\delta}$ 対 δ の曲線

は Z_1 の初期値よりしばらくの間は増加するが、その後減少し、一方、 $Z_2(\delta)$ は $Z_2(\delta) = m(\cos \delta_i - \cos \delta)$ の余弦関数に従って $\delta = \delta_{max}$ に達する迄急増する。 $\delta = \delta_{max}$ の点において、 $Z_1(\delta)$ は $dZ_1/d\delta$ が無限大の値を呈するゆえ、急速に方向を交換して増大をはじめめる。また、 $Z_2(\delta)$ も $\delta = \delta_{max}$ の点において $Z_2(\delta)$ の同じ曲線上で急速に減少する。その結果、 $Z_1(\delta)$ と $Z_2(\delta)$ の一次結合である $Z(\delta)$ は図のようなトラゼクトリを $Z-\delta$ 平面で示し、ある特定の期間だけ1を越える。

この場合の同期引込みに関するトラゼクトリ $\delta - \delta$ は電動機領域であるゆえ、 $\sin \delta > 0$ であり同期化力 $Z \sin \delta > 0$ の値を示し、 Z が1以上の期間において特に大きな値をとって安定特異点 δ_0 に収束すると考えられる。一方、 $m=0$ の場合と比べると $m \neq 0$ の場合は Z の値が大なる範囲及び Z が1を越える範囲がかなりあるゆえ、 $m \neq 0$ の場合は同期引入れに関して好条件であることが了解

される。このことは同一初期値 δ_i より出発した $\delta - \delta$ のトラゼクトリは $m=0$ の場合は同期に引入れられず、同期機リミットサイクルに収束して振動することより一層はっきりと裏づけられる。

以上の説明より、励磁投入位相角の値にかかわらず m と δ は同期引入れに与える影響が大きく、 m の値が大なることは同期引入れに好条件を与えることが指摘される。

第6章 同期引入れ現象に与える 各種のパラメータの影響^{(23), (47)}

図6.1 から図6.11 までのチャートは各種のパラメータの影響を独立に調べるため、任意のパラメータを除き他のすべてのパラメータを一定値に保ち、選ばれた一つのパラメータの数值をいろいろ変化させたときの最大負荷比 β_{max} 対励磁投入位相角 δ_i の関係もディジタル計算機で求め、プロットしたものである。

ここに得られた各種のチャートに対する考察から、界磁時定数の影響、相対相互係数 m の影響、最適励磁投入位相角、最悪励磁投入位相角、突極性の影響、制動係数の影響等興味深い幾つかの特徴が明らかになった。

これらに関して、以下各項別にそれぞれの特徴を列記する。

(1) α , β , γ なるパラメータを固定し, 最大負荷比 β_{max} 対励磁投入位相角 δ_i の関係を 3.2 節で定めた動揺回数の設定に基づき, ξ と m なるパラメータの各種の組合わせに対してその影響を調べた。その結果, m が増大するにつれ β_{max} は増大する。特に $m > 1$ の領域では β_{max} はほぼ m に比例して増大する。

(2) おおよそ ξ が 1 より小さいときには, 励磁投入位相角 δ_i にかかわらず β_{max} はほぼ一定とみなされる。すなわち, 最適・最悪位相角における β_{max} には明瞭な違いはみられない。しかしながら, $m = 0$ の場合には $\delta_i = 0$ のみにおいて β_{max} に明らかな差がみられる。

(3) 一方, ξ が 1 より大きいときには, 最適・最悪励磁投入位相角がそれぞれ特定の δ_i にあらわれる。この傾向は ξ が大きくなるにつれより顕著にあらわれる。また, m の値には無関係である。

(4) 最適励磁投入位相角 δ_{best} は全般には $\delta_i=0$ の近傍にみられる。さらに詳しくは、この位相角は発電機領域側に存在する。

δ_{best} は ξ がより大きいとき、例えば $\xi=4$ においては $-\frac{1}{12}\pi$ (rad) 付近に、 $\xi=1$ のように比較的小さな値に対しては $-\frac{1}{3}\pi$ (rad) 付近にあらわれる。すなわち、 ξ が大きくなるにつれ、 δ_{best} は $-\frac{1}{3}\pi$ (rad) 付近から 0 (rad) へ向って移動する。また、これも m の値には無関係である。

(5) 最悪励磁投入位相角 δ_{worst} は ξ , m には無関係にほぼ $\delta_i=\pm\pi$ にあらわれる。しかし、この傾向はときにはかなり幅のある値をとり、パラメータいかんによってはさほど顕著でない。

$\delta_i=+\pi$ と $\delta_i=-\pi$ は全く同一の β_{max} をとる。なぜならば、ここで論じられている位相角 ($\delta_i=\pm\pi$) での振舞は電動機および発電機領域を通じて完全に同一だからである。

(6) m の効果は ξ の値に大きく依存し, m と ξ の間には相互に最適値関係が存在する。界磁が最適位相角で投入され, かつ, m と ξ が最適値関係にあるときは, 同期引入れ可能な最大負荷比 $(\beta_{\max})_{\max}$ はその最大値をとる。またこの値は m と ξ の組合わせにより大きく変化する。

一例として, 同期機が $a=b=g=0.5$ なる定数をもつとき, ξ と m が最適値関係をとるときに得られる $(\beta_{\max})_{\max}$ の最大値を図 6.8 のチャートから得られた値を表 6.1 に示す。これを両対数方眼紙にプロットしたものを図 6.9, 図 6.10, 図 6.11 に示す。

このときの直線近似の限界および, 安定平衡点が存在する限界から, 上述の最適値関係をとる ξ , m にはそれぞれ次の範囲で制限される。

まず, 直線近似の限界から

$$\xi < 2.0, \quad m > 1.0$$

次に安定平衡点が存在する限界の最大の β の値が 1.3 であることから

$$0.8 < \xi, \quad m < 4.0$$

従って, ここで述べた最適値関係を満足する ξ , m には次の制限が加わる

$$0.8 < \xi < 2.0, \quad 1.0 < m < 4.0$$

それゆえ, 同期機が $h=b=g=0.5$ なる定数をもつとき, m と ξ が上述の制限内の値において, m と ξ の最適値関係は次式で表わされる。

i) ξ と m の関係式

$$\ln \xi = 0.56 - 0.62 \ln m$$

上式は $(\beta_{\max})_{\max}$ を最大ならしめる ξ と m の関係を示し, 図 6.9 に示されている。

ii) m と $(\beta_{\max})_{\max}$ の関係式

$$m^{-0.31} (\beta_{\max})_{\max} = 0.86$$

iii) ξ と $(\beta_{\max})_{\max}$ の関係式

$$\xi^{0.5} (\beta_{\max})_{\max} = 1.13$$

(7) b による影響は小さい。 b が零から 1 へと大きくなっても、 β_{\max} の増加は最大 5 % 以内である。これは励磁投入位相角 δ_i には無関係に全体的にほぼ同じ値の β_{\max} の増加がみられる。また上述のこれは m 、 ξ の値には無関係である。

(8) g による影響もまた小さい。しかしながら、 b による影響と比較するとその効果はより大きい。特に ξ と m が共に小さく貧弱な同期化力しか持たない場合には、 g による反作用トルクの影響が顕著にあふわれ、 g が大きくなる程 β_{\max} は増大する。

また、 b を一定に保ち ξ が相対的に大きな値をとる場合には、より大きな g の値に対して最適位相角における β_{\max} は僅かに大きくなり、最悪位相角では少し少なめの β_{\max} の値をとる。このときの β_{\max} の増減は m には無関係であり、最大 10 %

以内である。

(9) 強力な制動巻線によってもたらされる大きな β は β_{max} を著しく増大させる。この傾向は m と ξ がより大きな値になる程著しく、 β と β_{max} の間にはほぼ比例関係がみられる。

(10) $b = g = 0$, $m = 0$ なる円筒機に関しては、すでに Edgerton 氏等によって解析がなされてきた。ここにおいて、もし ξ の影響が考慮されるならば、動揺回数の設定の違いに基き、最適位相角に関して異なった結論が得られた。

(11) m と ξ の密接な関係も考慮した上で、慎重にこれらの値を選ぶことが同期機の設計と運転に極めて重要な要素となる。特により大きな同期化トルクを求める要求に答える必要が生じた場合にはなお一層重要な要素となる。

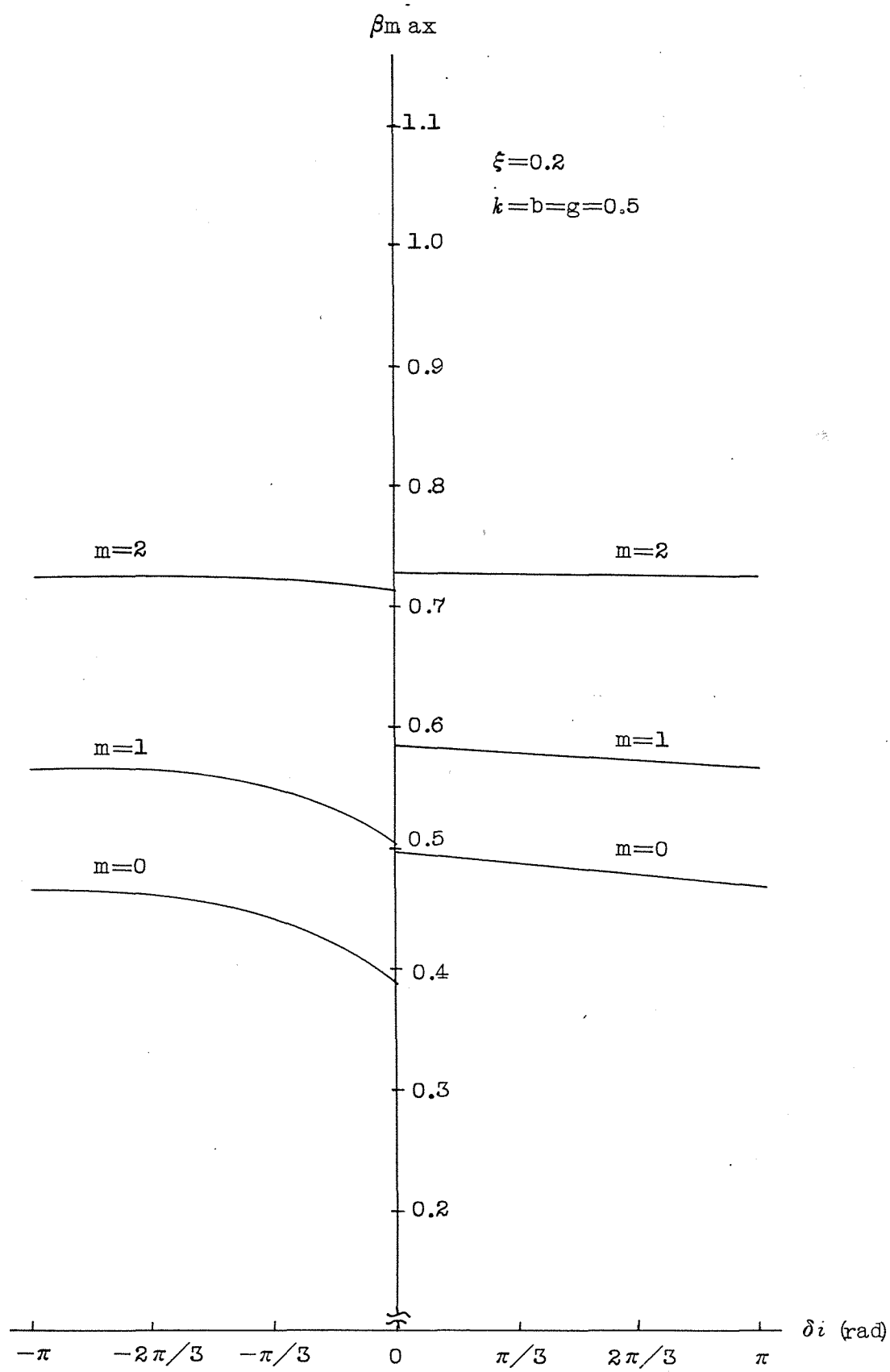


図 6.1 (a) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

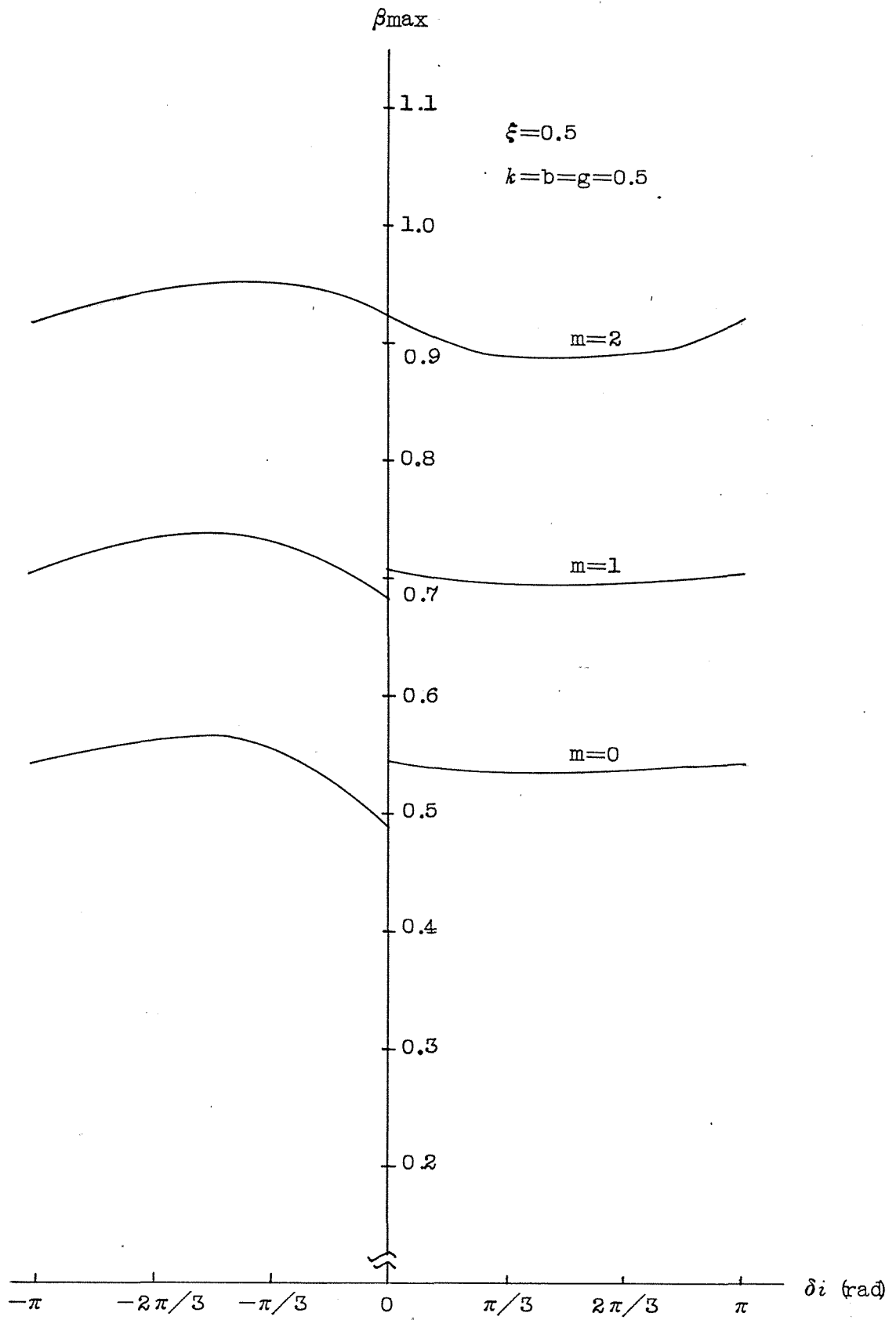


図 6.1 (b) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

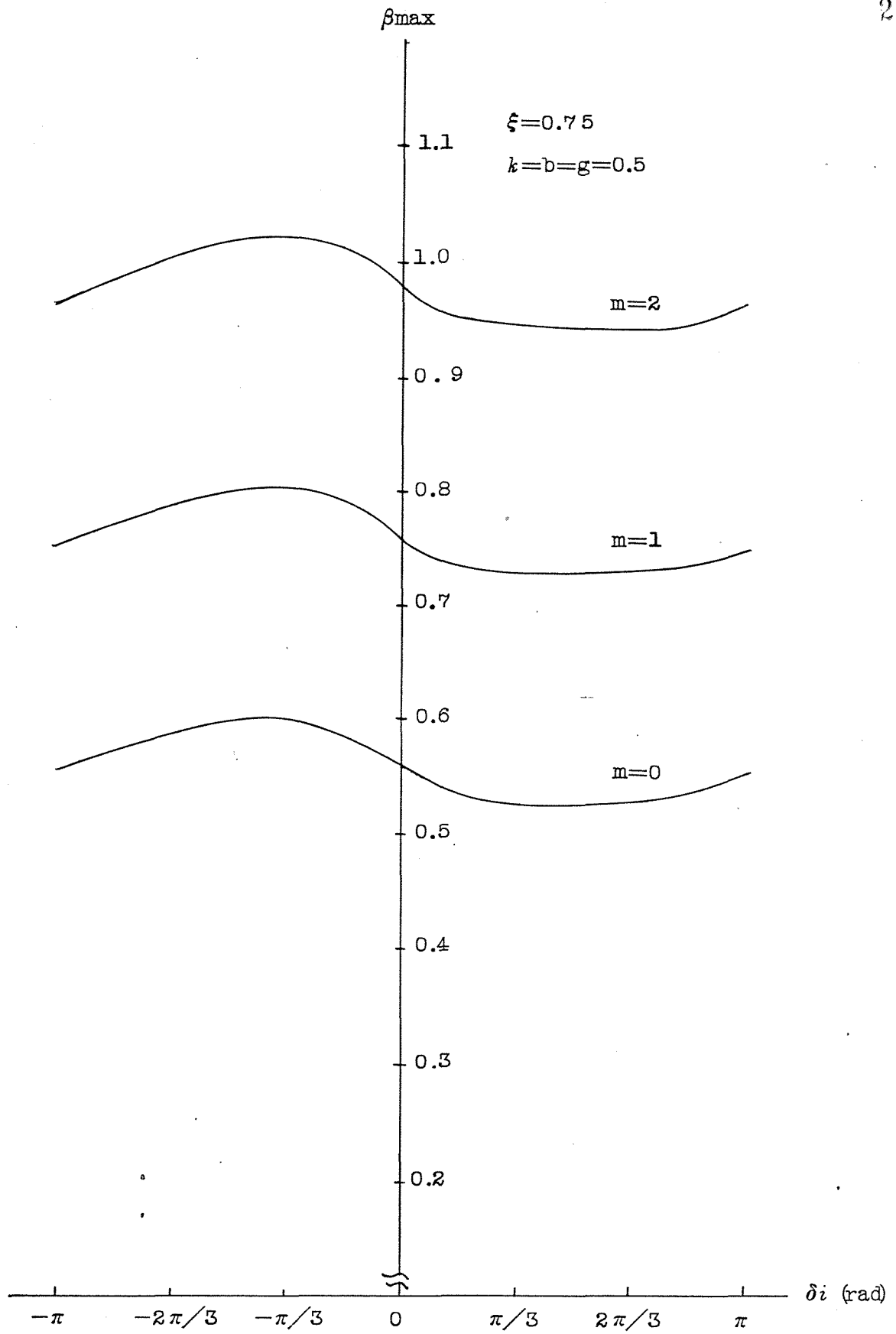


図 6.1 (c) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

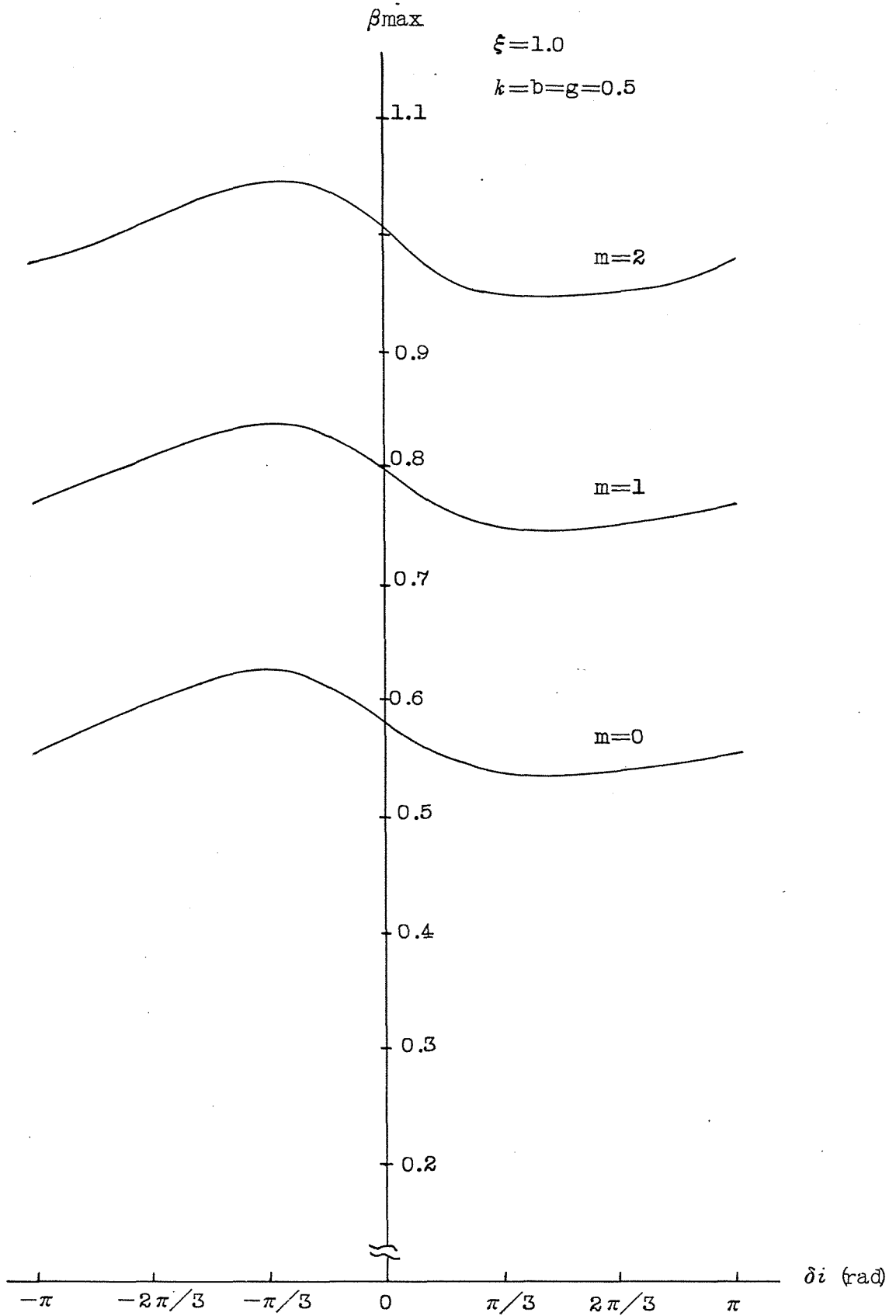


図 6.1 (d) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

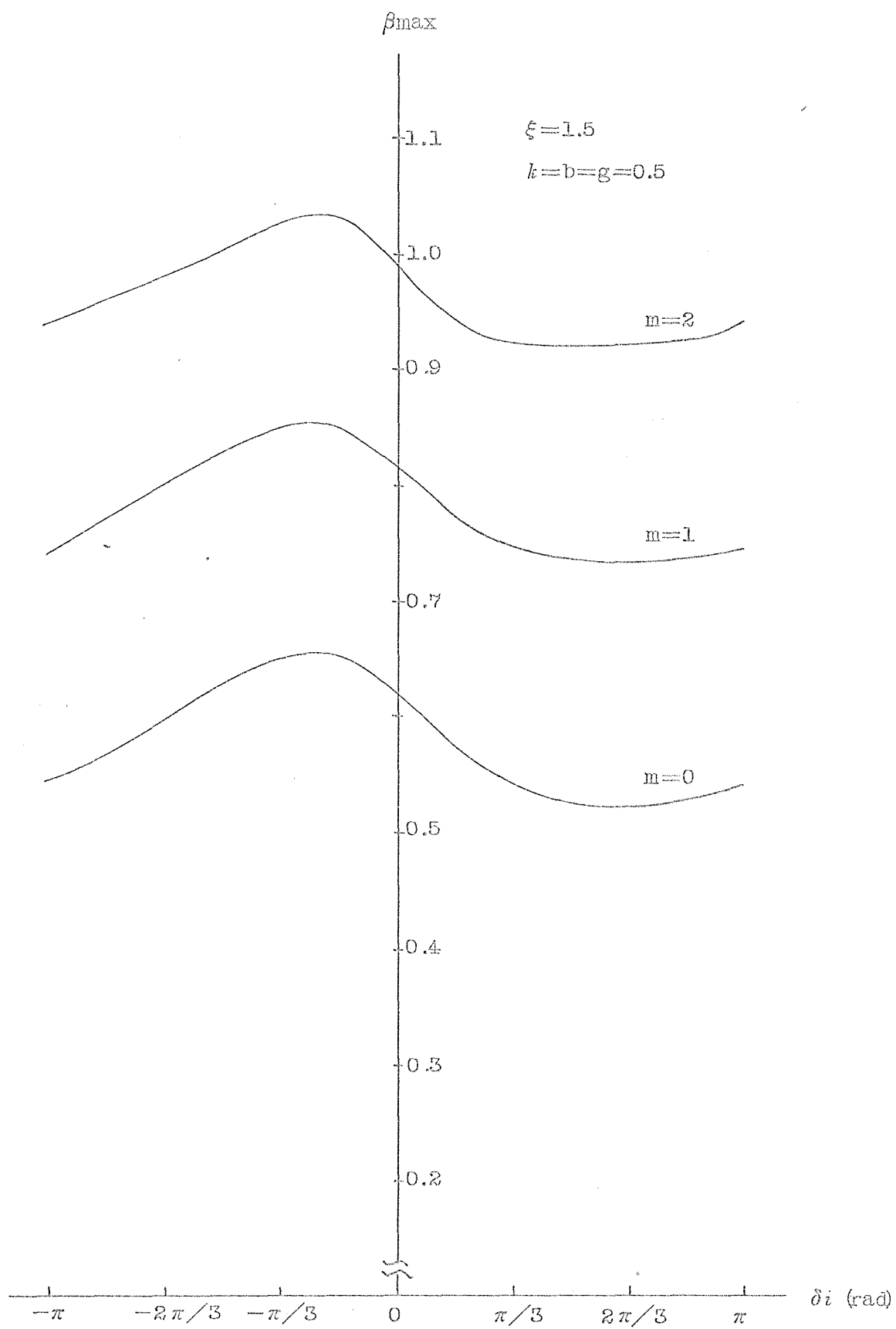


図 6. 1 (e) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

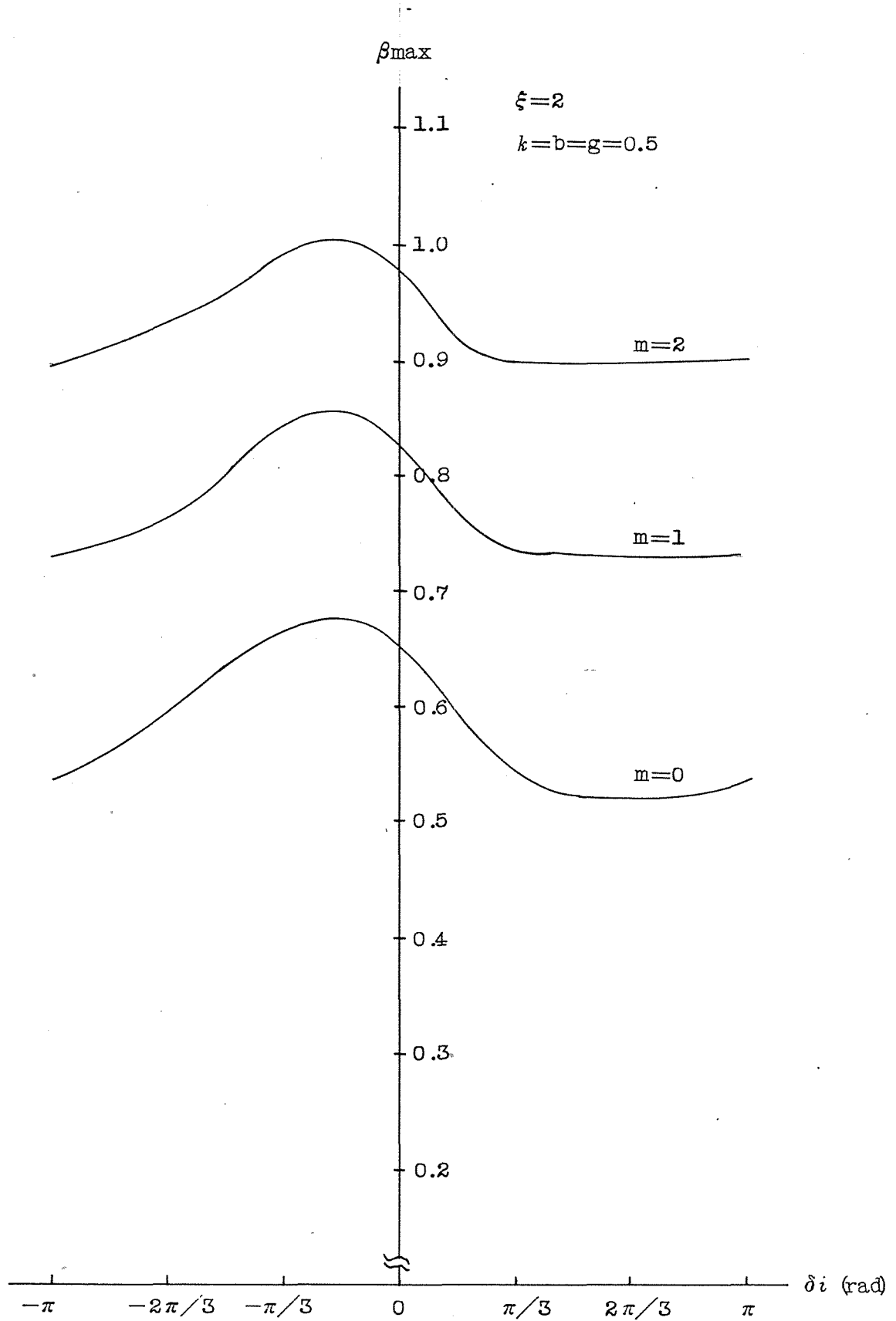


図 6.1 (f) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

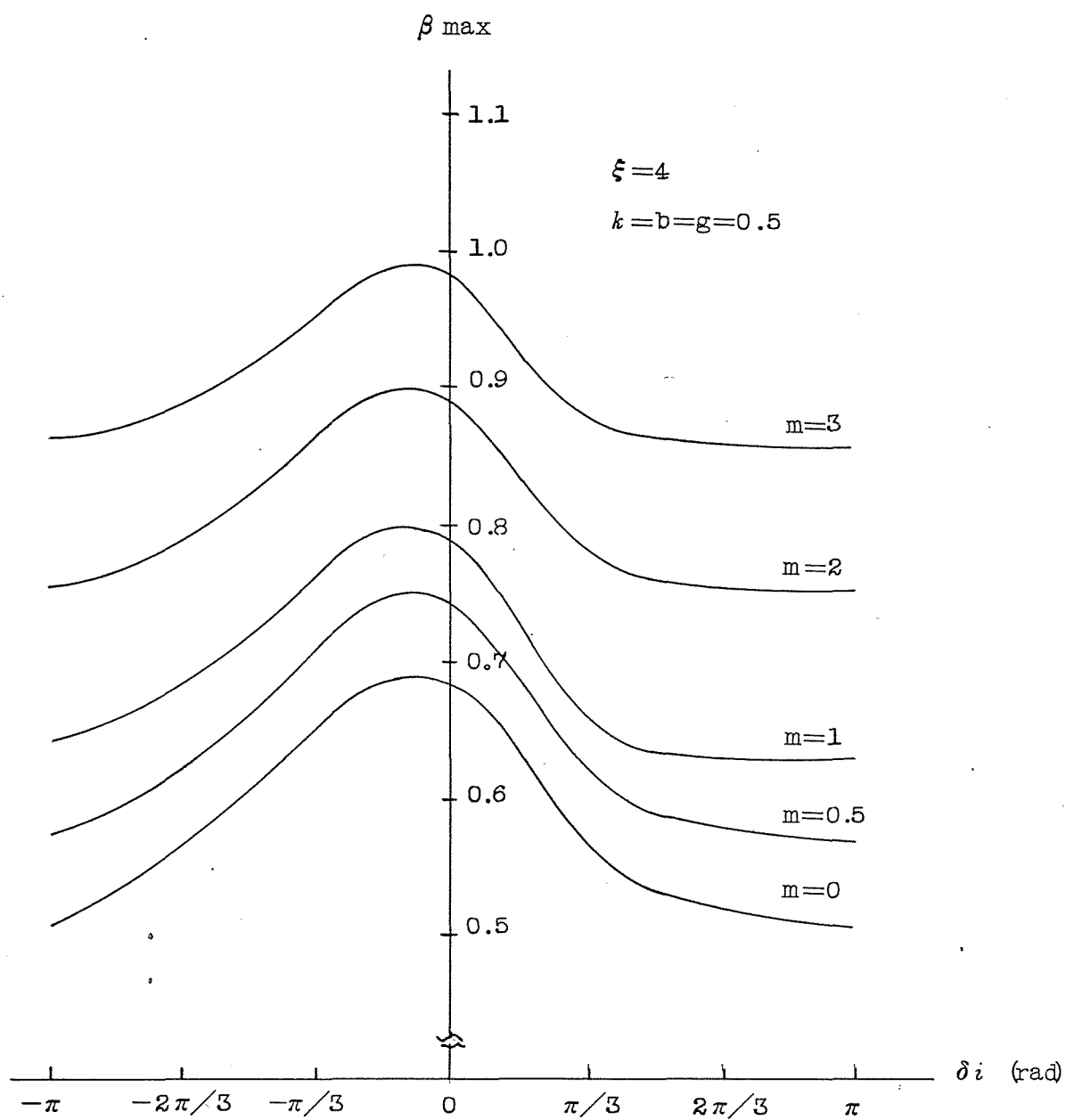


図 6.1 (g) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

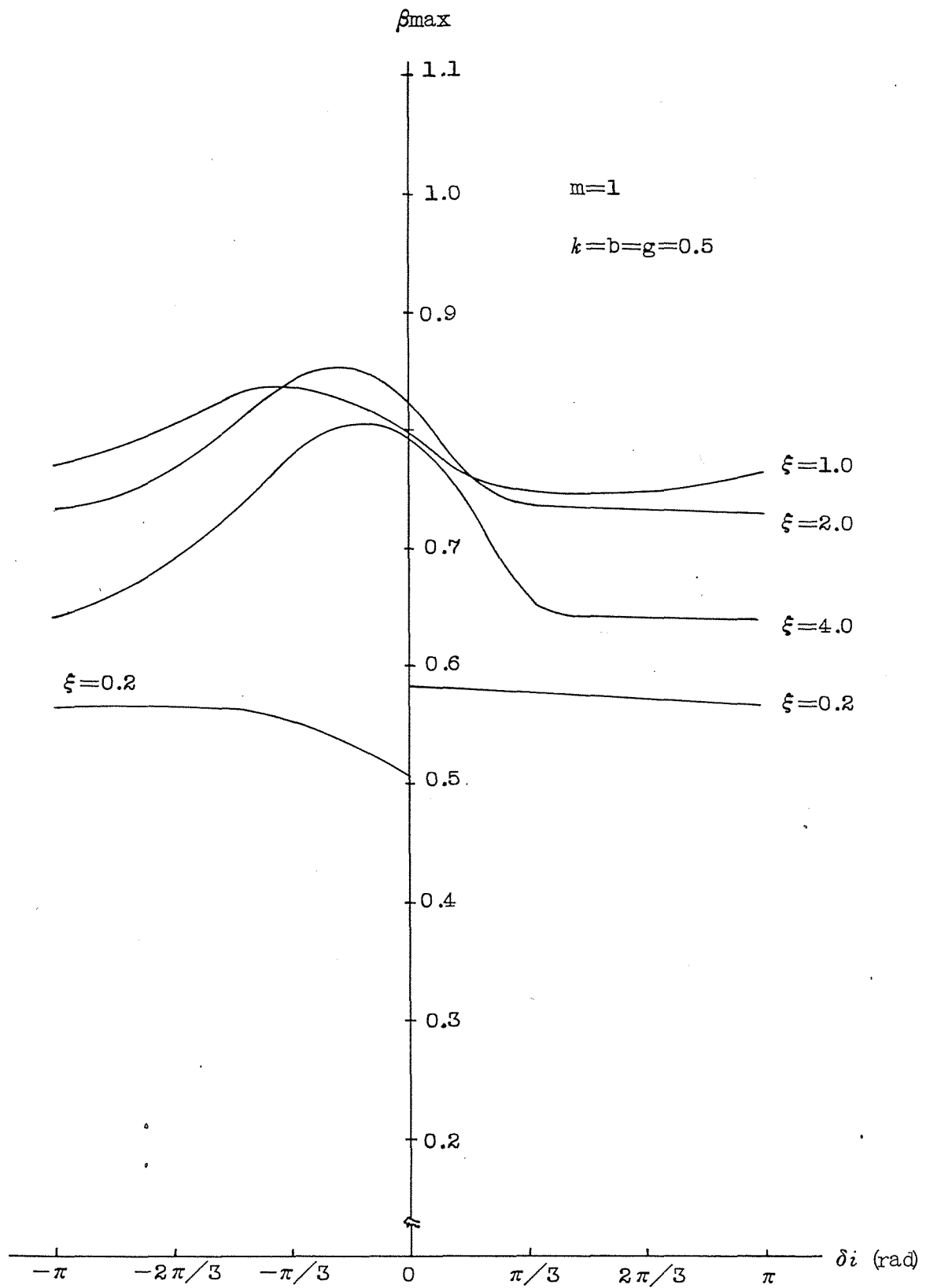


図 6.2 (a) β_{\max} と δ_i との関係を表わすグラフ

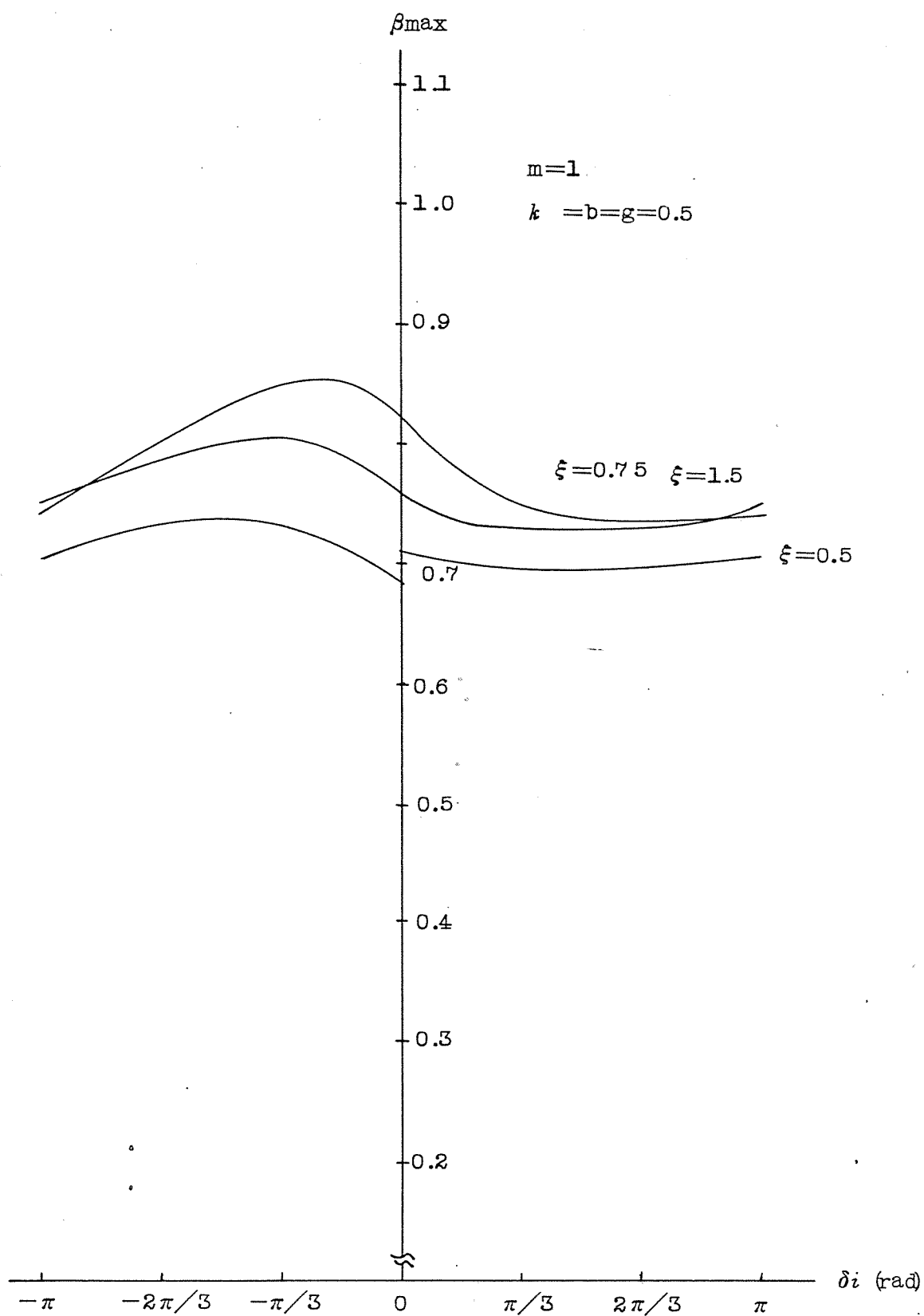


図 6.2 (b) β_{\max} と δ_i との関係を表わすグラフ

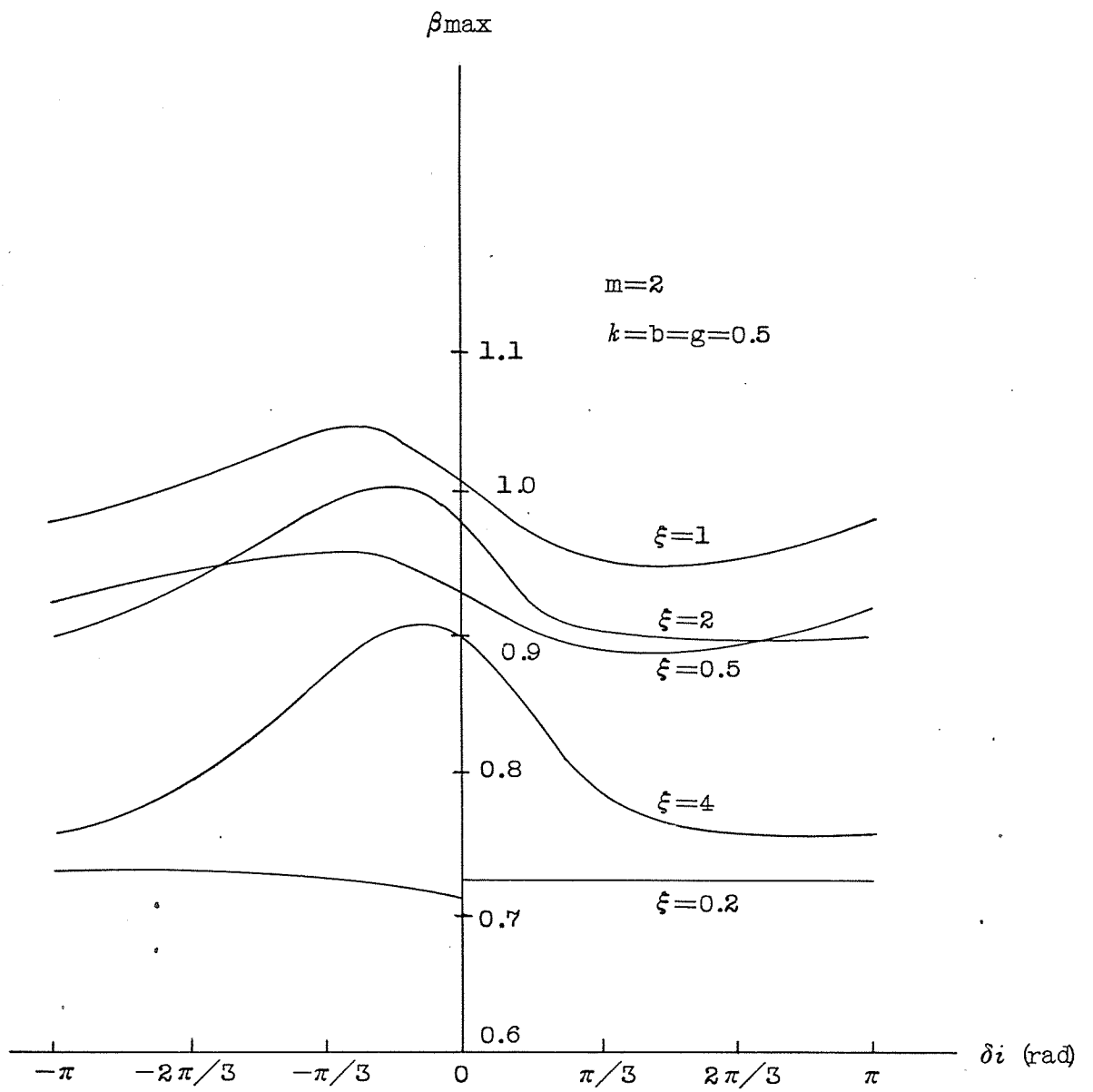


図 6.2 (c) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

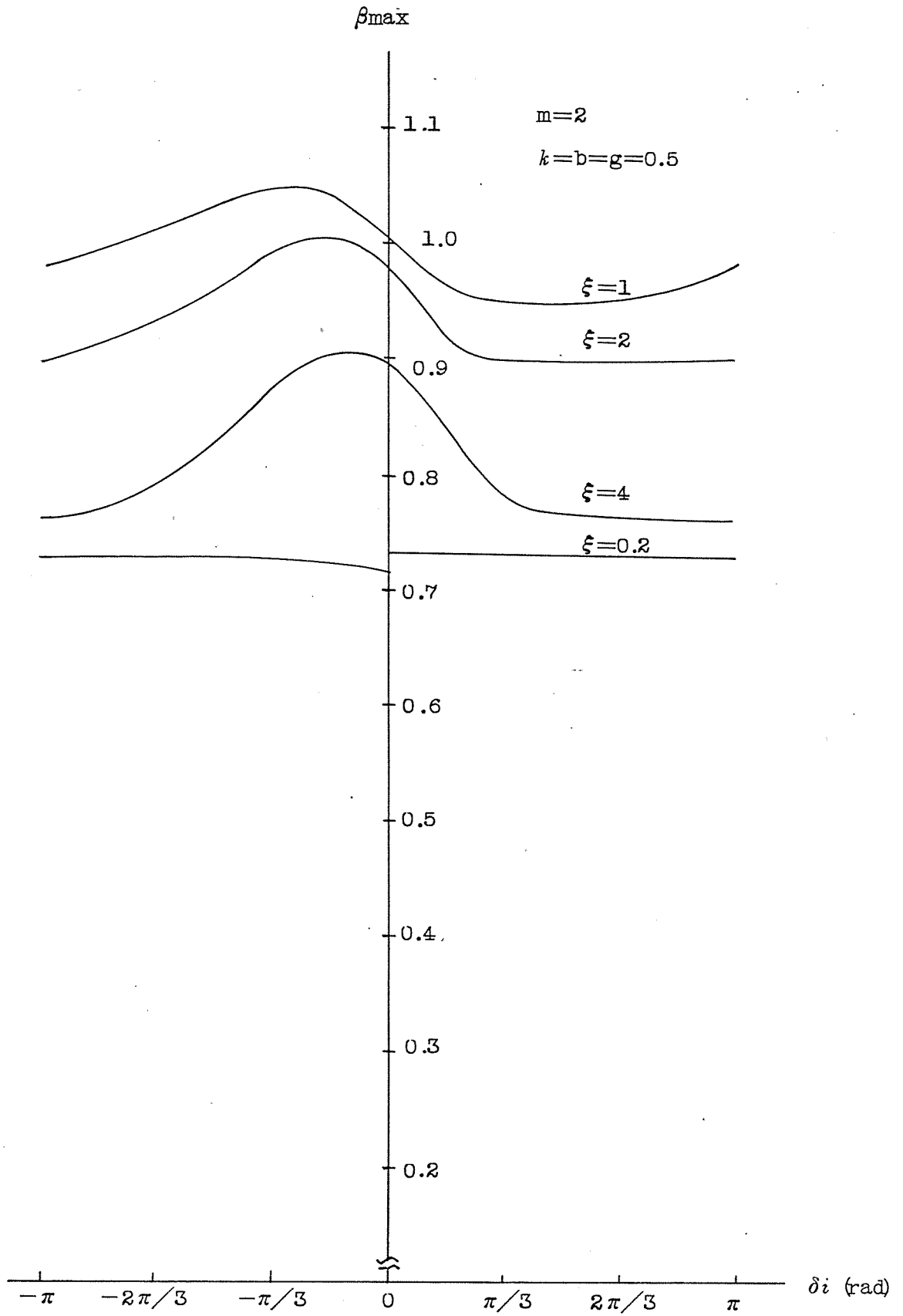


図 6.2 (d) β_{\max} と δ_i との関係を表わすグラフ

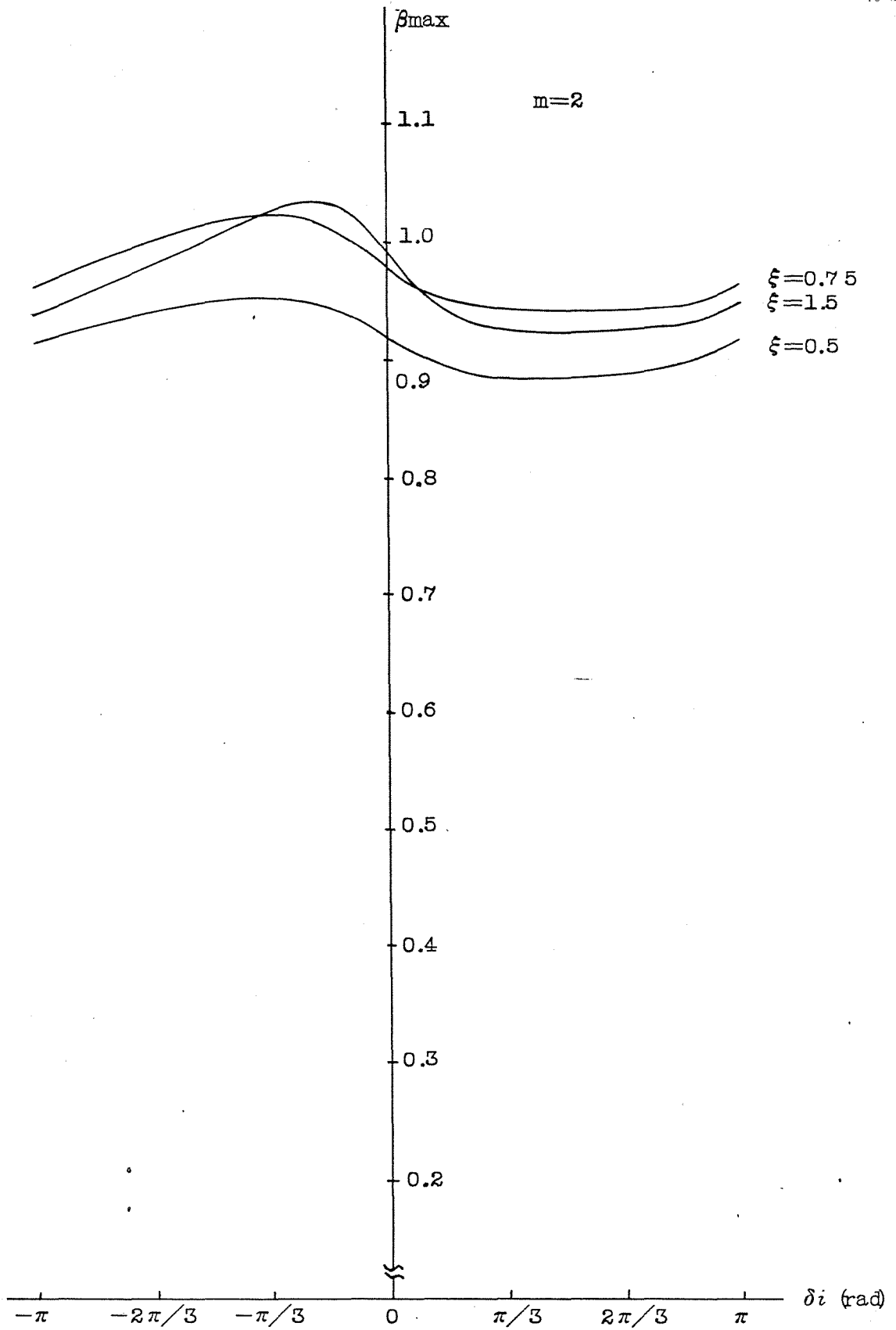


図 6.2 (e) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

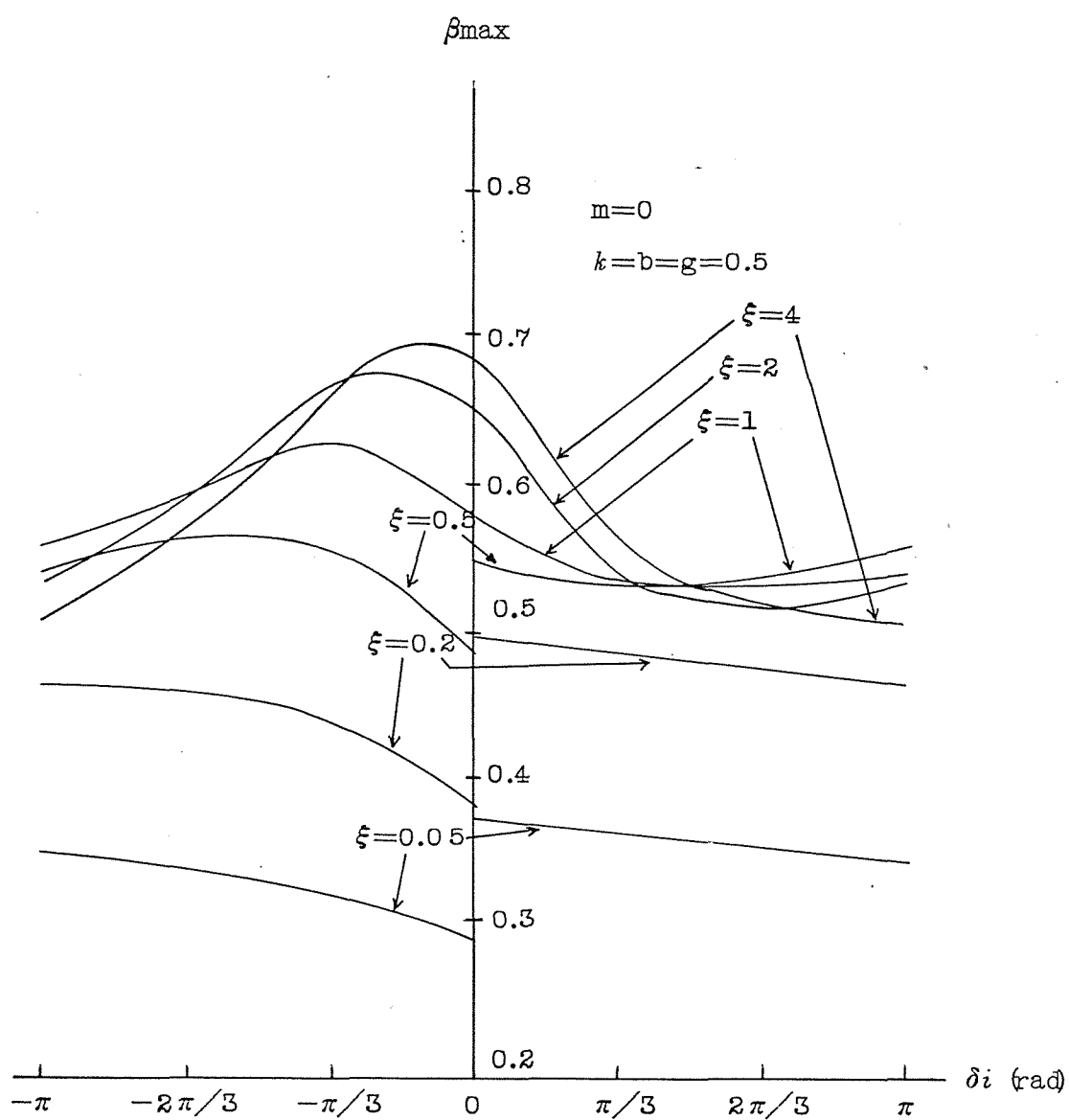


図 6. 3 β_{\max} と δ_i との関係を表わすグラフ

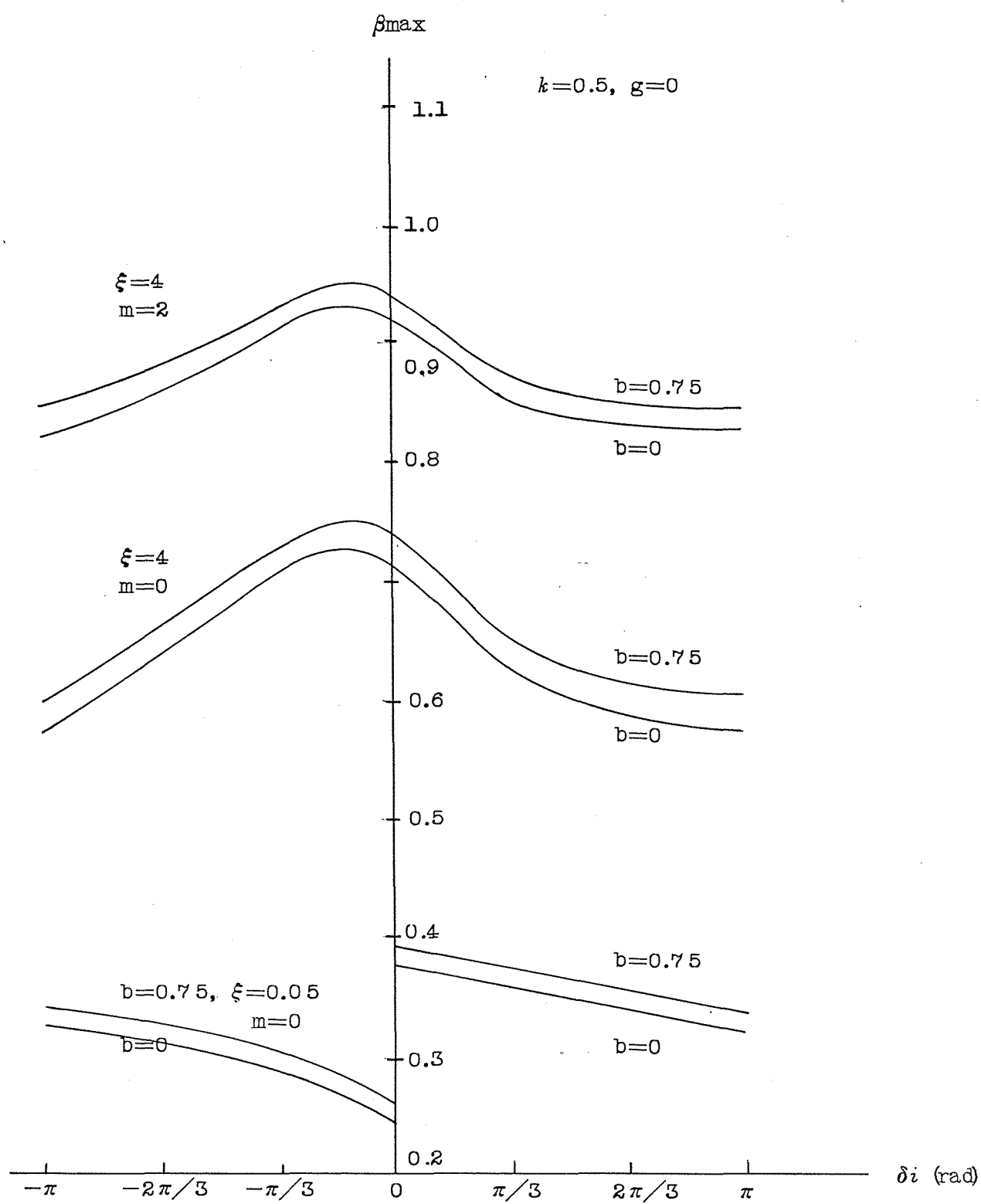


図 6.4 β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

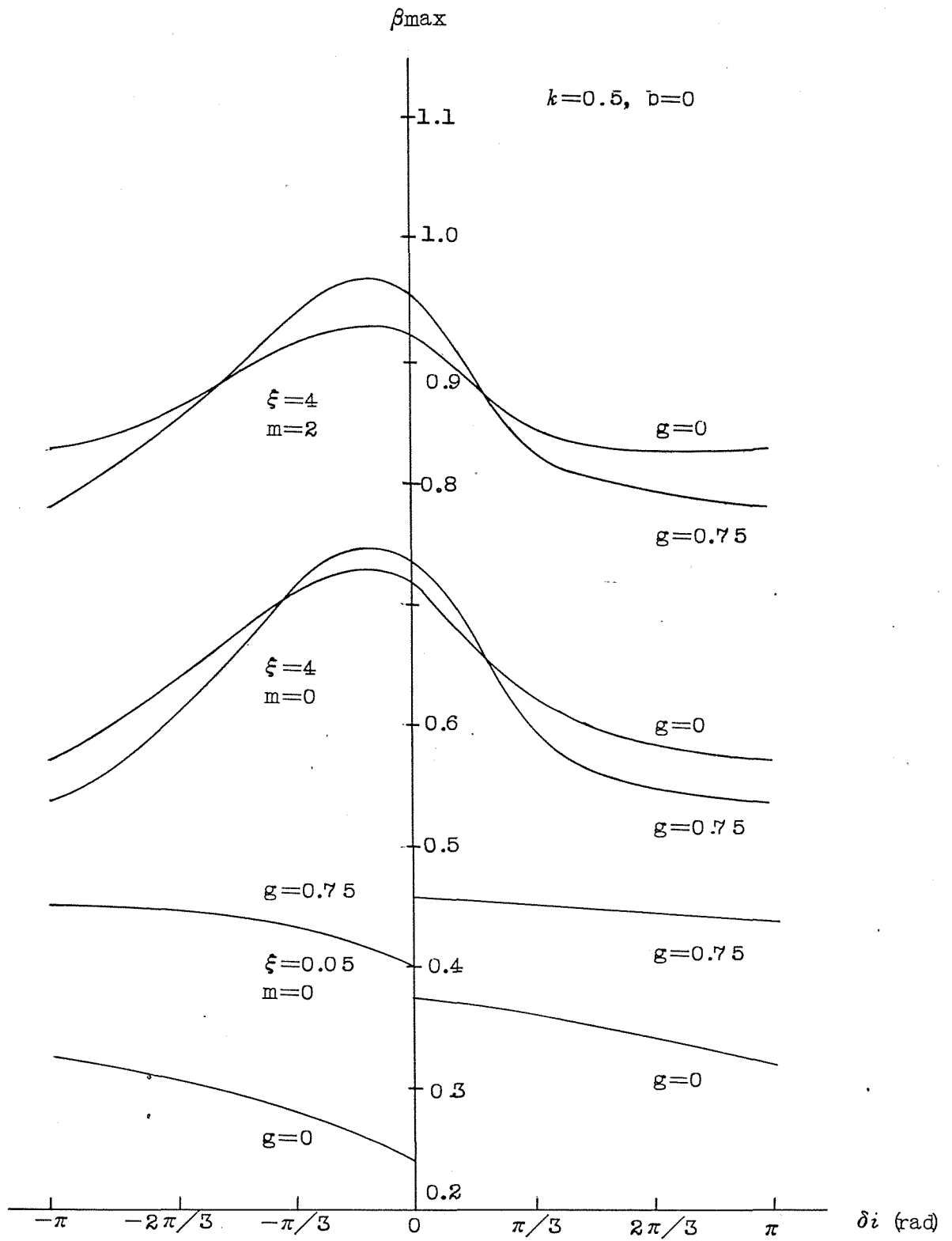


図 6.5 β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

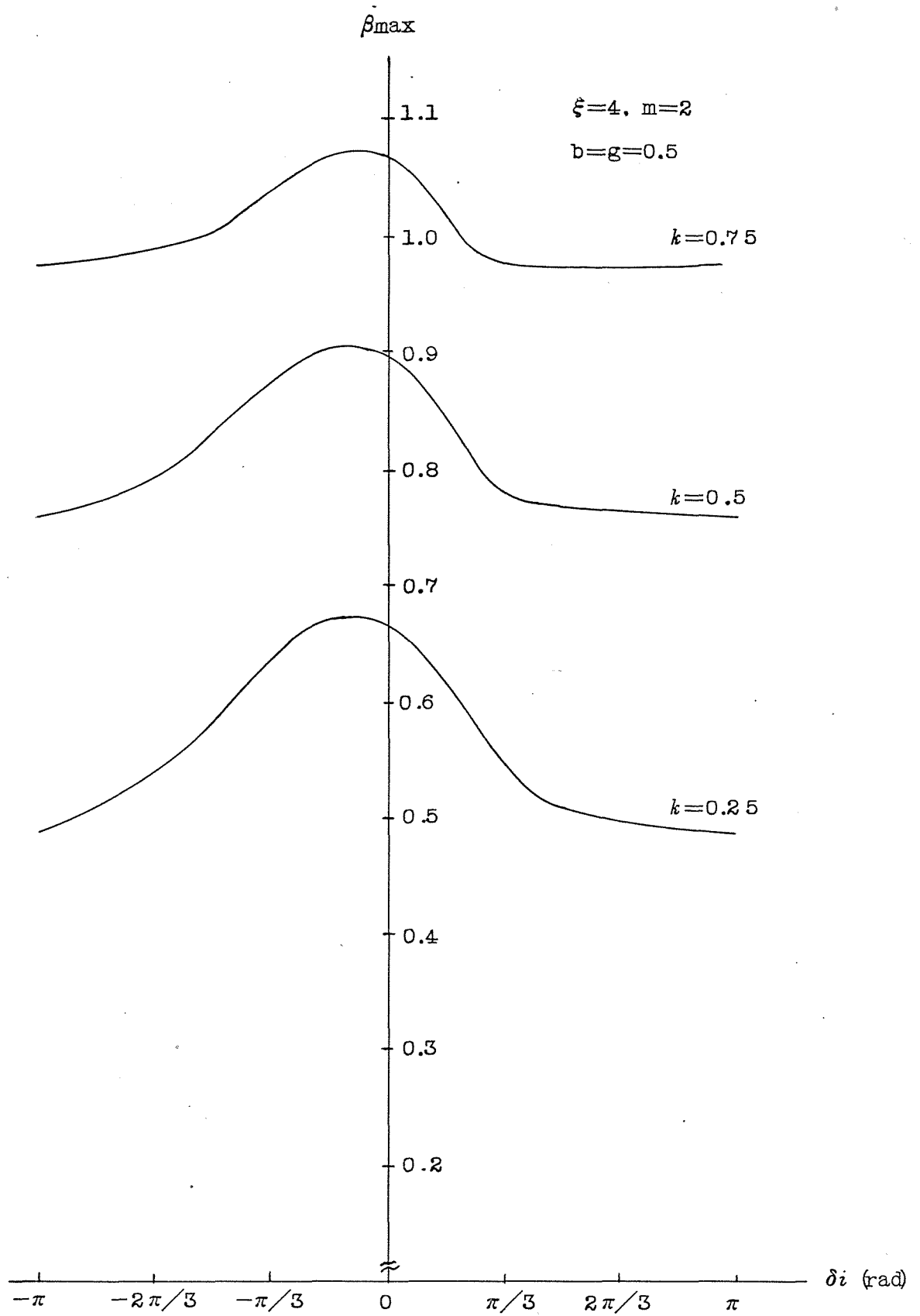


図 6.6 (a) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

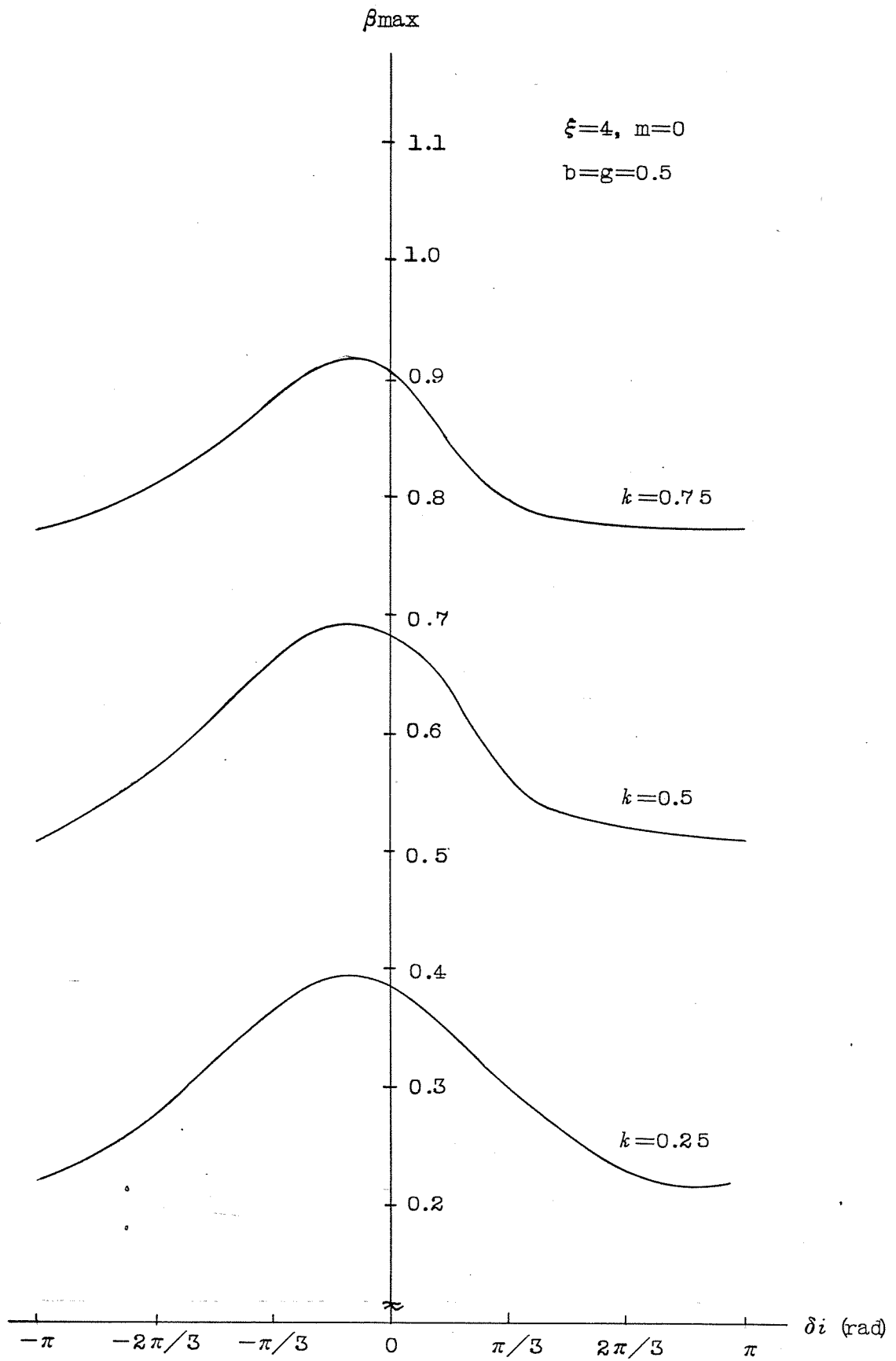


図 6. 6 (b) β_{\max} と δi との関係を表わすグラフ

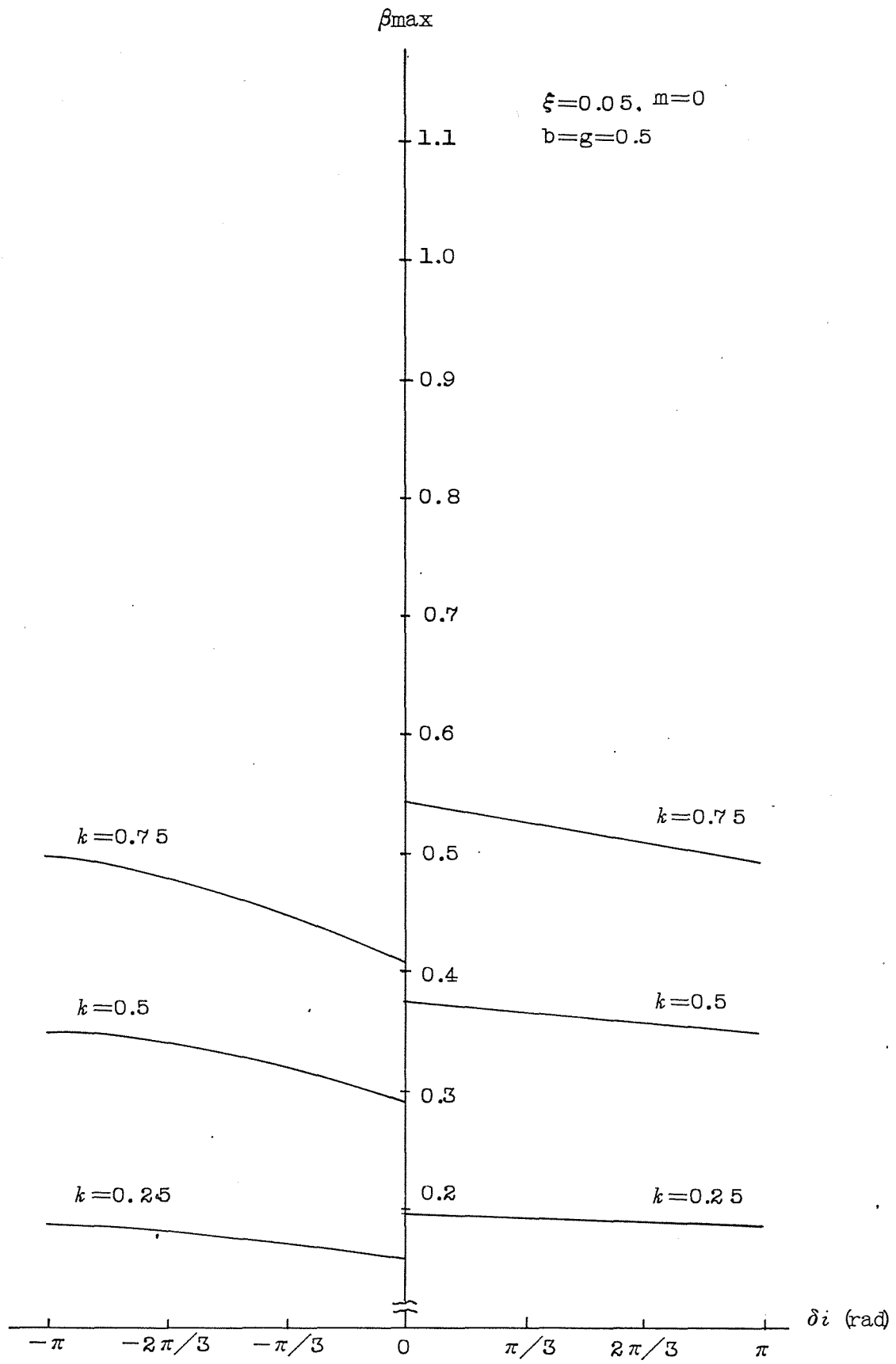


図 6.6 (c) β_{\max} と δ_i との関係を表わすグラフ

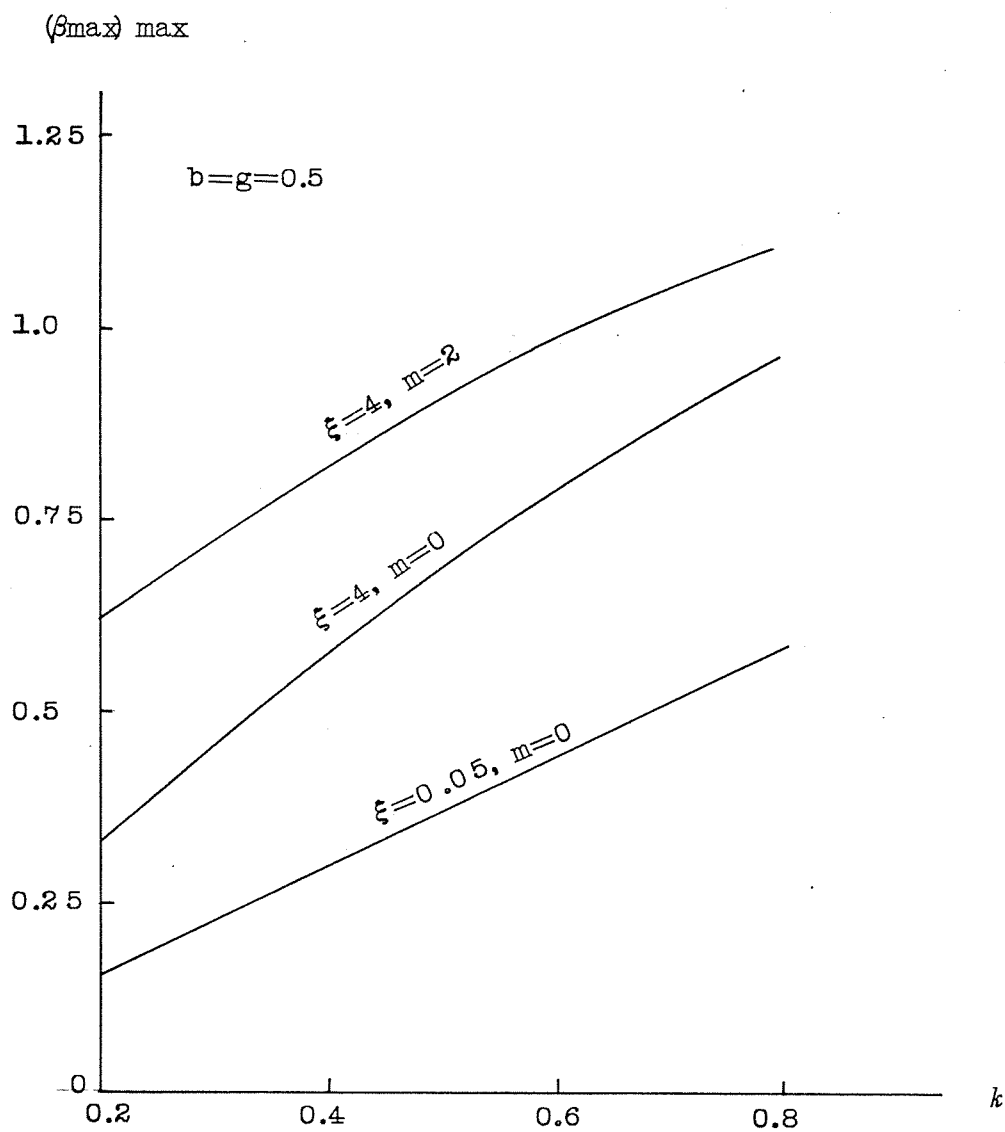


図 6.7 最適位相角における $(\beta_{\max})_{\max}$ 対 k の関係を表わすグラフ

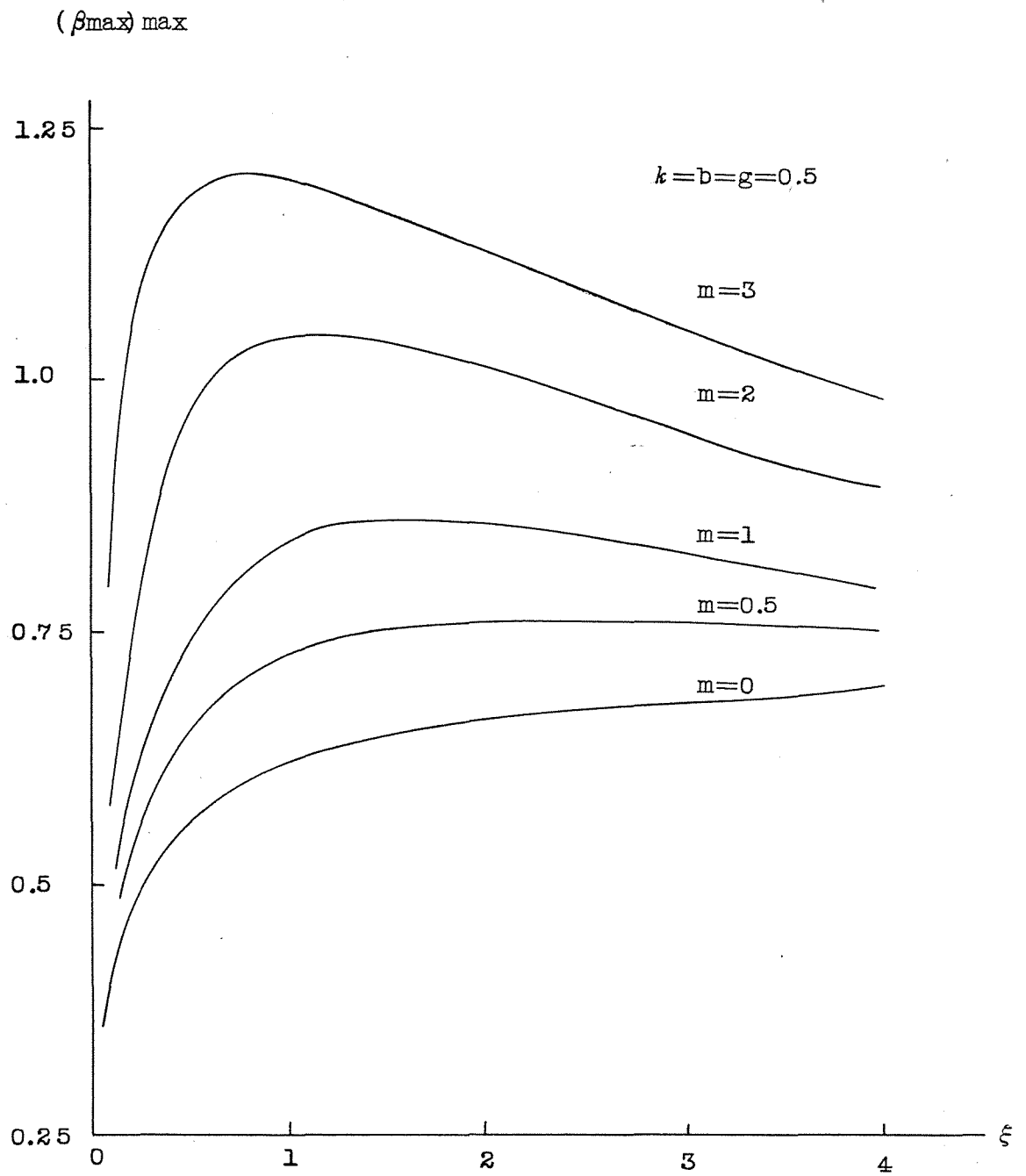


図 6.8 $(\beta_{\max})_{\max}$ と ξ との関係を表わすグラフ

表 6 . 1 $(\beta_{\max})_{\max}$ の値を最大にするような m と ξ の値

$$k=b=g=0.5$$

m	ξ	$(\beta_{\max})_{\max}$
3.0	0.88	1.205
2.0	1.16	1.05
1.0	1.75	0.86
0.5	2.45	0.77

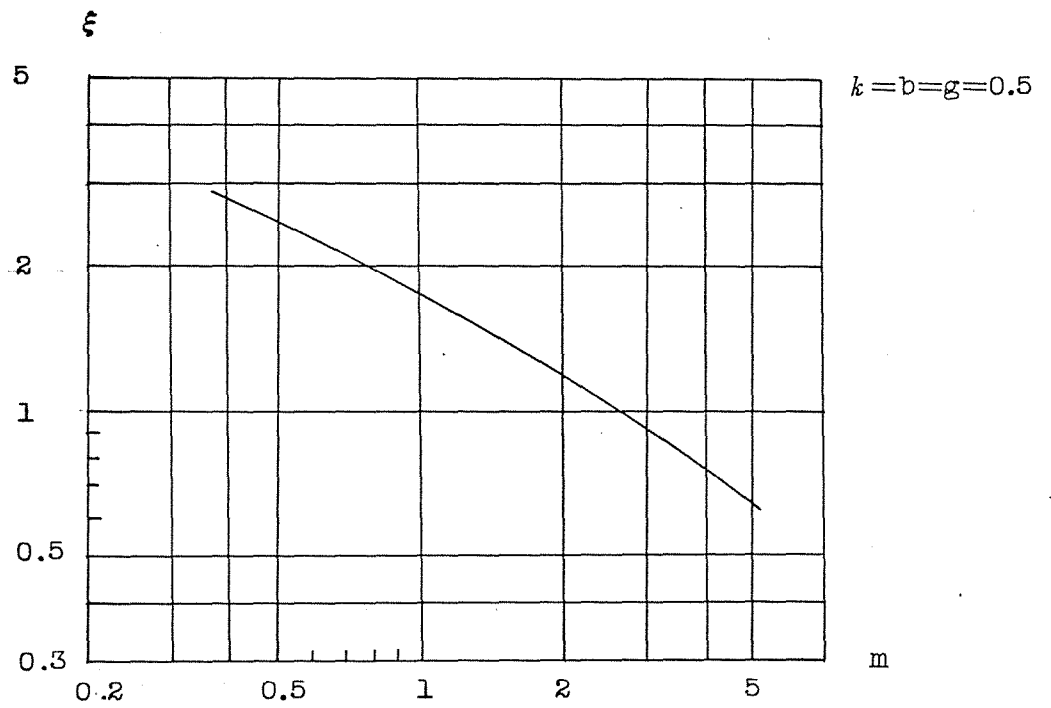


図 6. 9 $(\beta_{\max})_{\max}$ の値を最大にするような m と ξ を示すグラフ

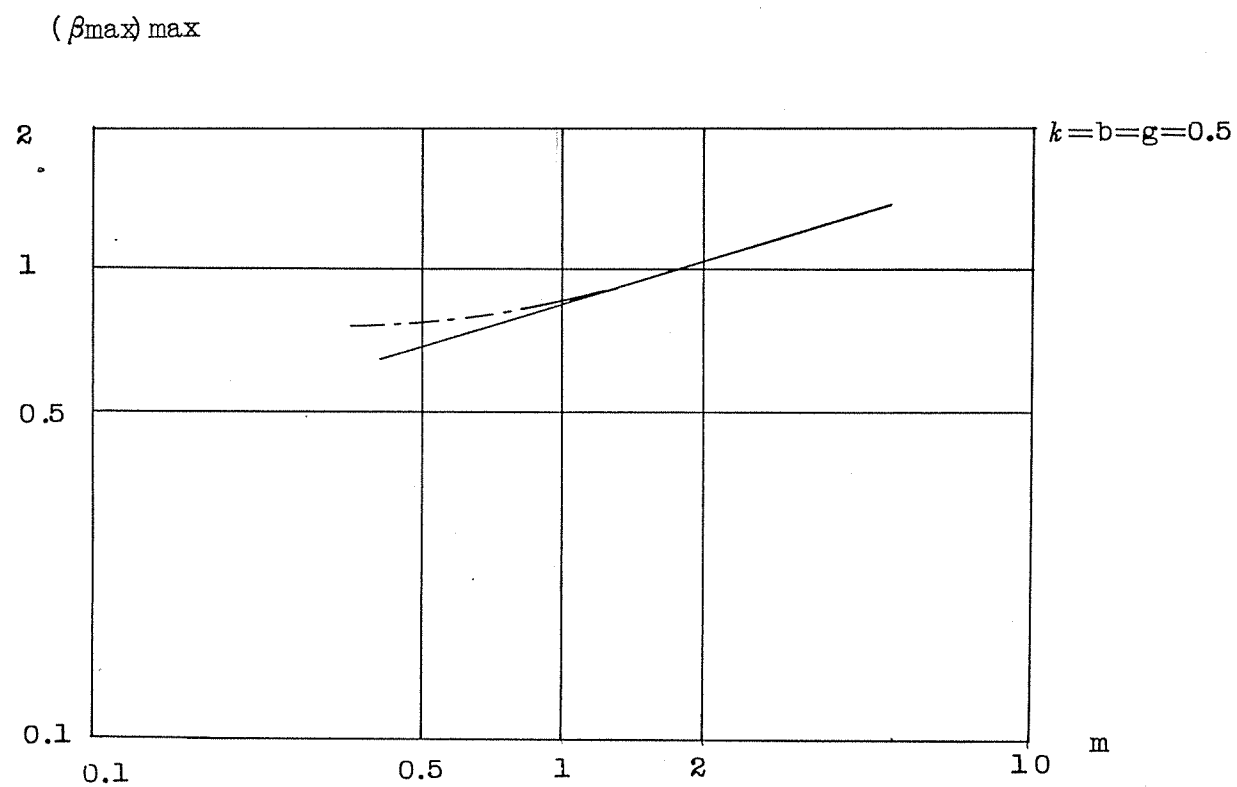


図6.10 m が最適値をとつた時の $(\beta_{\max})_{\max}$ との関係

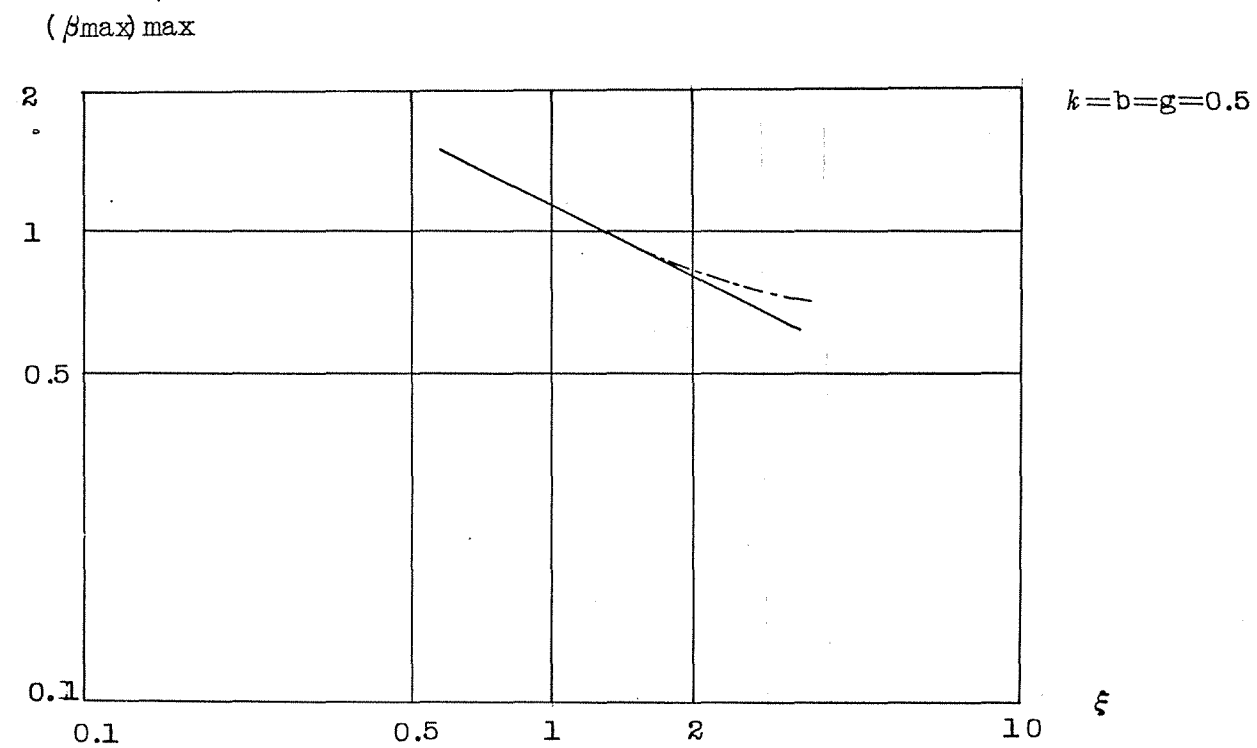


図 6.11 ξ が最適値をとるときの $(\beta_{\max})_{\max}$ との関係

結 言

突極形同期電動機の同期引入れ現象は實際上重要であるにもかかわらず、パラメータの多い非線形常微分方程式を扱うため解析が容易でない。

本研究は同期電動機の同期引入れ現象を、まず Edgerton の方程式より界磁時定数を無視した場合と界磁時定数を考慮した場合について、次に界磁時定数とともに直軸電機子・界磁間の相互インダクタンスをも考慮して導いた動揺方程式から位相面解析により検討した。

第一章で位相平面の検討により、位相面方程式は円筒形、突極形のいずれの場合においても、各係数の関係によって、1) 特異点が存在しない場合 ($\beta \geq \beta_{\max}$)、2) 特異点が存在して同期機リミットサイクルが存在する場合、3) 特異点が存

在し同期機リミットサイクルが存在しない場合
 ($k > k_c$) , 4) 同期機リミットサイクルが隣接
 するくら形点を通過する場合 ($k = k_c$) , の4つ
 の典型的な位相面図で表わされ, 同期機リミット
 サイクルの消滅する条件が励磁投入時の位相角の
 いかんを問わず同期化する限界となることを指摘
 した。また, 安定平衡点に収束しないトラゼクト
 リはすべて平均値が β/k なる同期機リミットサイ
 クルに収束することを示した。

第二章で, まず同期引入れ条件を満足する各係
 数間の関係をディジタル計算機により求める方法
 を示し, 各パラメータを正規化して計算結果のチ
 ャートを作成した。これより同期引入れ条件の突
 極性の影響については, 一般に負荷比 β が大きい
 ほど δ の影響が大きく, また δ より γ のほうが影
 響が大きいという結果が得られた。

次に位相面解析より, 同期化するまでの動揺回
 数を制限しないで, いっかは同期化するための諸

定数間の関係が求められたとすれば、そのときの励磁投入後のリミットサイクルは隣接するくさ形点を通過していることが明らかになった。それで、隣接するくさ形点を通過するリミットサイクルを1周期の間フーリエ級数展開によって第4項まで近似し、各項の係数は位相面方程式から得られる5条件から決定し近似リミットサイクルを求めた。この近似リミットサイクルから臨界の諸定数間の関係を求める計算のフローチャートを示し、 α_c では精密な値とおおよそ合致し、計算速度は厳密値を求める場合と比べてけた違いに速いことを示した。円筒形の場合は第2項まで近似し、臨界相対制動係数 α_c を与える近似理論式を求めたが、これより得られた結果は厳密値とよく合致した。

さらに、数値実験式を求めたが、この値は種々のパラメータに対し厳密値とよく一致している。

また、実験値は厳密値とほぼ合致し、位相面解析より得た厳密値の正当性を立証する。

第三章で Edgerton 氏らの定めた動揺回数設定にみられる不合理を指摘し，新たに動揺回数設定法を定めた。

次に，動揺回数を制限した場合には励磁投入時の初期値が問題となるが，励磁投入前の同期電動機を考察することより，励磁投入時の初期値は誘導機リミットサイクル上にあり，突極機の場合にはパラメータの値により，この誘導機リミットサイクルが消滅し，反作用トルクだけで同期化される場合もあり得ることを指摘した。あわせて動揺回数を制限した場合の最適位相投入について論じ，励磁投入の最適位相角ならびに最悪位相角はそれぞれ $0(\text{rad})$ および $\pi(\text{rad})$ であることを位相面解析により厳密に証明した。

さらに界磁時定数を考慮した場合の励磁投入時の位相角が同期引入れ現象に与える影響について定性的に吟味し，1回の動揺で同期化する臨界のパラメータを求める方法を示し，かつ計算結果の

チャートを得た。

このチャートを界磁時定数も無視した場合と比較すると、 $A = \omega / \tau_d \approx 2$ まではほとんど界磁時定数の影響はなく、 A がそれ以下になると影響は顕著になり同期化しにくくなる。特に負荷比 β が大になるほど影響が大になることが示された。

第四章では1回の動揺で同期化するような急峻な過渡現象を示す同期引入れ現象の方程式としては、Edgertonの方程式は十分だと言いにくく、同期引込み現象のトラゼクトリは実験値とかなりの差異を生ずる。このことはEdgertonの方程式は界磁の短絡過渡時定数 τ_d のみしか考慮していないためであり、同期化成否の問題は界磁時束と電機子及作用磁束の牽引作用によるという観点にたち、Van Ness氏Aldred氏らによって提案された方程式を適用し、界時時定数とともに直軸電機子・界磁間の相互インダクタンス $M_{af d}$ を考慮したときの動揺方程式を導き、Edgertonの方程式の違

いを指摘した。

さらに、非常に多くの数値例をデジタル計算機による数値計算によって求め、精度の高い内部相差角とすべりの測定装置を作成し、同期入れに関するトラゼクトリを求める実験を行ない、実験結果と比較対照し、直軸電機子・界磁間の相互インダクタンス M_{af} をも考慮した動揺方程式がきわめて近似度が高く、且つ簡単であることを確かめた。

第五章ではトラゼクトリおよび界磁電流を $\delta-\delta$, $\omega-\delta$ 位相平面に描き、 M_{af} の影響について調べ、その影響はきわめて大きいことを指摘した。

第六章では新たに定めた動揺回数設定法に基づき、各種のパラメータチャートもデジタル計算機により求め、最適位相投入、各パラメータの影響について論じた。最適励磁投入位相角は $0(\text{rad})$ 付近の発電機領域に存在し、 δ が大きくなるにつれ $0(\text{rad})$ へ向って移動し、最悪励磁投入位相角は $\pm \pi(\text{rad})$ 付近に存在することが明らかになっ

た。

さらに同期機が同期引入れするときの限界は、直軸短絡過渡時定数 T_d' とともに直軸電機子・界磁間の相互インダクタンス M_{af} の値により大きな影響を受けることが明らかになり、それらの密接な関係を考慮した上で慎重にこれらの値を選ぶことが同期機の設計と運転にきわめて重要な要素となることを指摘した。

謝 辞

本研究は昭和42年度内地研究員として静岡大学工学部電気工学科第二講座で静岡大学教授三浦五郎先生の御指導によって始められ、それ以来現在迄絶えず御助言御鞭達を賜わり、本論文を書き終えることができました。ここに、その御厚情に対し心より厚く感謝致します。

なお本研究にさいし、共に討論、実験、数値計算に協力参加していただいた、現在、日本ユニバック株式会社勤務、袴田宏氏、日立製作所日立研究所勤務、青津広明氏、静岡大学工学部助手、佐藤和雄氏に厚く御礼申し上げます。

また、北見工業大学の小竹正敏技官に本論文の図面作成を援助していただきました。ここに厚く御礼申し上げます。

さらに、日頃御指導いただいている北海道大学
教授小池先生、北海道大学教授坂本先生、北海道
大学教授藤原先生、北海道大学教授内藤先生、
北海道大学教授田川先生に心より御礼申し上げます。

なお終始、本論文完成に御鞭達を賜わりました
北見工業大学長松本秋男先生に厚く感謝申し上げます。

文 献

- (1) W. V. Lyon and H. E. Edgerton :
" Transient Torque - Angle Characteristic ". A. I. E. E. Trans. P. 686. (1930)
- (2) H. E. Edgerton and P. Fourmarier :
" The Pulling into Step of a Salient-Pole Synchronous Motor ". A. I. E. E. Vol. 50. P. 769. (1931)
- (3) H. E. Edgerton, G. Brown, K. J. Germeshausen and P. W. Hamilton :
" Synchronous - Motor Pulling-Into-step Phenomena ". A. I. E. E. Vol. 52. P. 342 (1933)

- (4) C.A. Nickle and C.A. Pierce :
" Stability of Synchronous Machines
Effect of Armature Circuit Resistance"
A.I.E.E. P. 338. (1930)
- (5) R.E. Doherty and C.A. Nickle :
"Torque-Angle Characteristic under
Transient conditions" A.I.E.E.
Vol. 46. P. 1. (1927)
- (6) M. Stone and L.A. Kilgore :
" Transient Torques in Synchronous
Machines". A.I.E.E. P. 945. (1933)
- (7) R.H. Park : "Two-Reaction Theory
of Synchronous Machines Generalized
Method of Analysis - Part I".
A.I.E.E. P. 716. (1929)
- (8) O.G.C. Dahl : "Electric Power
Circuit II". (1938)

- (9) J.E. Van Ness : " Synchronous Machine Analogues for Use with the Network Analyzer ". A.I.E.E. Trans. Power Apparatus & Systems. Oct. P.1054. (1954)
- (10) A.S. Aldred and P.A. Doyle :
" Electronic-Analogue-Computer Study of Synchronous Machine Transient stability ". P.I.E.E. Part A. Vol.104. P.152 (1957)
- (11) N. Minorsky : " Nonlinear Oscillations ". Princeton Nostrand. (1962)
- (12) A.W. Rankin : " Per-Unit Impedance of Synchronous Machines I and II ". A.I.E.E. Vol.64. P.569 P.829. (1945)

- (13) E.W. Kimbark: "Power system stability: Synchronous Machines".
New York, Wiley. (1964)
- (14) C. Concordia: "Synchronous Machines".
New York. McGraw. (1962)
- (15) C. Concordia: "Rotating Electric Machine Time Constants at Low Speeds".
A.I.E.E. P. 882. (1946)
- (16) 渡辺寧: "誘導電動機の同期化に就いて". 電気学会雑誌, 43. P. 207. (大13)
- (17) 乗松立木, 村山義夫, 木沢誠, 茂木一雄, 佐伯譲: "円筒回転子型誘導同期電動機の引入れトルク" 電気学会雑誌, 77. P. 890. (昭32)
- (18) 埴野一郎, 上文園親佐, 上文園博:
"突極形同期発電機強制並列時の同期引き入れ現象について" 電気学会雑誌, 80. P. 172. (昭35)

- (19) 村山義夫：“誘導同期電動機の引入れトルクの改善について”. 72. P. 264
(昭27)
- (20) 大富貞：“同期機の同期引込み可能な滑について”. 63. P. 873 (昭18)
- (21) 三浦五郎：“電気機器工学”.
朝倉書店, (昭43)
- (22) 三浦五郎, 武田郁夫, 袴田宏：
“突極形同期電動機の同期引入れ条件について”. 電気学会雑誌. 89. P. 899.
(昭44.5)
- (23) 武田郁夫, 三浦五郎, 佐藤和雄,
青津広明：“同期電動機の同期化現象
における界磁時定数と界磁・直軸電機
子相互インダクタンスの影響”.
電気学会論文誌 Vol. 93-B. No. 5. P. 198.
(昭48.5)

- (24) 武田郁夫, 三浦五郎: “同期電動機の同期化現象に関する研究 (第1報)”.
北見工業大学研究報告. Vol. 2. No. 2
P. 159. (昭43. 3)
- (25) 武田郁夫, 三浦五郎: “同期電動機の同期化現象に関する研究 (第2報)”.
北見工業大学研究報告. Vol. 2. No. 3.
P. 433. (昭44. 2)
- (26) 武田郁夫, 三浦五郎: “同期電動機の同期化現象に関する研究 (第3報)”.
北見工業大学研究報告. Vol. 2. No. 5.
P. 747. (昭45. 12)
- (27) 武田郁夫, 三浦五郎: “同期電動機の同期化現象に関する研究 (第4報)”.
北見工業大学研究報告. Vol. 3. No. 2.
P. 339. (昭47. 6)

- (28) 三浦五郎, 武田郁夫: “同期電動機の同期化トルク (同期化条件の新関係式)”. 昭和41年度電気四学会東海支部連合大会講演論文集. 4P-B-5. (昭41.11)
- (29) 三浦五郎, 武田郁夫, 袴田宏: “突極同期電動機の同期引きこみ極限の解明”. 昭和42年度電気四学会東海支部連合大会講演論文集. 4P-G-1. (昭42.11)
- (30) 三浦五郎, 武田郁夫, 袴田宏: “位相面解析による突極同期電動機の同期化現象”. 昭和42年度電気四学会東海支部連合大会講演論文集. 4P-G-2. (昭42.11)

(31) 三浦五郎, 武田郁夫, 袴田宏:

“突極形同期電動機の同期化現象の解明”
昭和43年電気四学会連合大会講演論文集.
471. (昭43.3)

(32) 三浦五郎, 武田郁夫, 袴田宏:

“同期電動機の同期化時投入位相角の最適値および最悪値(界磁の時定数も無視するとき)”. 昭和43年度電気四学会北海道支部連合大会講演論文集.
48. (昭43.10)

(33) 三浦五郎, 武田郁夫, 袴田宏:

“界磁時定数の影響を考慮するときの突極同期機の引込み限界”. 昭和44年電気四学会連合大会講演論文集. 583.
(昭44.3)

- (34) 三浦五郎, 武田郁夫, 青津広明,
佐藤和雄: “突極形同期電動機の制動
係数に関する考察 (誘導機動作時と同
期引入れ時の比較)”. 昭和44年度電
気四学会北海道支部連合大会講演論文
集. 55. (昭44.10)
- (35) 三浦五郎, 武田郁夫, 青津広明,
佐藤和雄: “突極形同期電動機の同期
引入れに関する界磁時定数の影響 (第
一報)”. 昭和44年度電気四学会東海
支部連合大会講演論文集. 3a-B-2.
(昭44.10)
- (36) 三浦五郎, 武田郁夫, 青津広明,
佐藤和雄: “リャプノフ安定定理によ
る突極形同期電動機の引入れ領域の決
定”. 昭和44年度電気四学会東海支部
連合大会講演論文集. 3a-B-3.
(昭44.10)

(37) 三浦五郎, 佐藤和雄, 武田郁夫:

“エネルギー-積分の考察による非線形二階制御系の位相面手法”. 昭和44年度電気四学会東海支部連合大会講演論文集. 3a-F-1. (昭44.10)

(38) 三浦五郎, 佐藤和雄, 武田郁夫:

“等角写像による非線形二階制御系の表示”. 昭和44年度電気四学会東海支部連合大会講演論文集. 3a-F-2.

(昭44.10)

(39) 三浦五郎, 武田郁夫, 青津広明,

佐藤和雄, 藤縄雅章: “突極形同期電動機の同期引入れに関する界磁時定数の影響(第2報)”. 昭和45年電気四学会連合大会講演論文集. 469.

(昭45.4)

(40) 武田郁夫, 三浦五郎, 青津広明,
佐藤和雄, 森田直樹: “突極形同期電
動機の同期引入れに関する界磁時定数
の影響(第3報)”. 昭和45年度電気
四学会北海道支部連合大会講演論文集.
51. (昭45. 10)

(41) 武田郁夫, 三浦五郎, 青津広明,
佐藤和雄, 森田直樹: “突極形同期電
動機の同期引入れに関する界磁時定数
の影響(第4報)”. 昭和45年度電気
四学会東海支部連合大会講演論文集.
20a-E-8. (昭45. 10)

(42) 武田郁夫, 三浦五郎, 青津広明,
佐藤和雄, 森田直樹: “突極形同期電
動機の同期引入れに関する界磁時定数
の影響(第5報)”. 昭和45年度電気
四学会東海支部連合大会講演論文集.
20a-E-9. (昭45. 10)

(43) 三浦五郎, 佐藤和雄, 武田郁夫:

“多入力記速関数の手法による調和非線形系のリミットサイクル”. 昭和45年度電気四学会東海支部連合大会講演論文集. 20P-C-10. (昭45.10)

(44) 武田郁夫, 三浦五郎, 佐藤和雄.

青津広明: “界磁時定数を考慮した同期引入れ現象における M_{af} の影響”.

昭和46年度電気学会全国大会講演論文集. 474. (昭46.3)

(45) 武田郁夫, 三浦五郎: “ M_{af} の影響を考慮した同期引入れに関する動揺方程式と Edgerton の方程式の比較検討”.

昭和46年度電気四学会北海道支部連合大会講演論文集. 56. (昭46.10)

- (46) 武田郁夫, 三浦五郎: “ M_{afd} の影響を考慮した同期引入れに関する動揺方程式の位相面解析”. 昭和47年度電気四学会北海道支部連合大会講演論文集. 17. (昭47.10)
- (47) 武田郁夫, 三浦五郎: “同期電動機の同期引入れ現象に与える各種のパラメータの影響”. 昭和48年度電気四学会北海道支部連合大会講演論文集. 51. (昭48.10)