

球状介在物の近傍に蓄積する転位群の立体構造*

大橋 鉄也^{*1}, 浅川 和久^{*2}

Three Dimensional Dislocation Structure Formed in the Vicinity of Spherical Inclusions

Tetsuya OHASHI^{*3}, Kazuhisa ASAKAWA,

^{*3} Kitami Institute of Technology, Koencho 165, Kitami, Hokkaido, 090-8507 Japan,

Slip deformation in the vicinity of a spherical shaped inclusion, which is embedded in metal matrix is analysed by a finite element technique. Spatial gradient of the plastic shear strain on slip systems is calculated to evaluate the density components for the geometrically necessary dislocations. Graphical image for the three dimensional structure of the dislocations around the inclusion is reconstructed from the numerical data for edge and screw components of dislocation segments. The obtained results show loop shaped structure around the inclusion, dislocation walls growing nearly perpendicular to the slip plane, and some smaller dislocation loops. Development of these structures is discussed in conjunction with the fluctuation of stress field, which takes place after non-uniform slip process.

Key Words : Crystal Plasticity, Dislocation Structure, Strain Gradient, Inclusion, Slip Deformation, Finite Element Analysis

1. 緒 論

金属材料を合金化することによる高強度化のメカニズムについては古くから研究が進められている。合金化によって微視組織中に介在物（または析出物）が形成される場合、介在物と転位の相互作用はさまざまな因子によって変化するが、寸法が比較的大きく、すべり変形抵抗も大きな介在物が疎に分散する場合、転位が介在物を通過したあとには Orowan ループと呼ばれるループ状の転位構造が母相と析出物の界面の近傍に形成されることが知られている。Orowan ループ形成のプロセスとその蓄積は、材料の降伏挙動、加工硬化特性、クリープ特性など巨視的な力学特性に大きな影響をおよぼすだけでなく、Orowan ループの一部に交差すべりなどが生じて、界面剥離の原因となるプリズマティック転位ループの生ずる可能性なども指摘されている⁽¹⁾。

介在物を含む微視構造に生ずる変形場についても、有限要素法などを用いてこれまで数多くの研究が進められてきた。たとえば永山ら⁽²⁾は微視構造の軸対称モデルを用いて、介在物のまわりに生ずる塑性ひずみの分布を検討した。また、Ishikawa ら⁽³⁾は

Ferrite-Pearlite 2 相組織中の硬質相の立体的な配置の問題に関するひとつの数値的アプローチを示し、微視的な変形場と巨視的な負荷応答について検討を加えた。さらに、McHugh ら⁽⁴⁾は Al-Cu/SiC 系複合材料の組織に生ずる変形場の結晶塑性解析を行い、すべり系のせん断ひずみの分布や、介在物の体積分率と試料全体の巨視的な変形応答などの関係を数値的に求めた。一方、介在物の近傍に蓄積する転位の構造については、多くの理論的な考察や実験的な観察の例があるものの⁽⁵⁾、変形場の形成過程に関する力学的側面と転位蓄積との関係に関する詳細は充分明らかになっていない。我々は先に立方体状の介在物を含む系に生ずるすべり変形と、介在物のまわりに形成される「幾何学的に必要な転位」の構造を解析した⁽⁶⁾。その結果、介在物の近傍には Orowan ループに相当すると考えられるループ状の構造と、すべり面に垂直方向に成長した転位壁が観察された。本論文では介在物の形状が球状の場合に形成される転位の立体構造を有限要素法をベースにした結晶塑性解析によって求め、その詳細を検討する。また、球と立方体との中間的な形状である超だ円状および立方体状の介在物についても解析を行い、介在物の形状の違いによって生ずる転位の立体構造の差について比較検討する。

*原稿受付 2002年1月9日。

^{*1}正員, 北見工業大学 (〒0908507 北見市公園町165)。

^{*2}学生, 北見工業大学大学院

Email: ohashi@newton.mech.kitami.ac.jp

2. 塑性せん断ひずみの空間勾配と

「幾何学的に必要な転位」

Fig1 は介在物とその近傍におけるすべり変形の様子を 1 次元の模式図として描いたものである。横軸は空間座標、縦軸は塑性せん断ひずみ γ および転位密度 ρ であり、図中の灰色の領域が塑性すべり変形しない介在物を示している。母相中で生じた塑性すべりは界面で阻止されるため、塑性せん断ひずみの分布(実線)は母相-介在物の界面で 0 になり、界面の近傍で塑性ひずみの大きな勾配を生ずる。これと同時に、塑性すべりをもたらす転位は界面の近傍でその運動を阻止されるため、界面の近傍に堆積する。この例のように、塑性せん断ひずみの空間的な勾配がある場所には、塑性ひずみ発現の主体である転位が存在しなければならない。塑性せん断ひずみの勾配にとまって存在しなければならない転位は「幾何学的に必要な転位」⁽⁶⁾と呼ばれている。

幾何学的に必要な転位の密度は以下のように与えられる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

$$\rho_{G,edge}^{(n)} = -\frac{1}{\tilde{b}} \frac{d\gamma^{(n)}}{d\xi}, \quad (1)$$

$$\rho_{G,screw}^{(n)} = \frac{1}{\tilde{b}} \frac{d\gamma^{(n)}}{d\zeta}. \quad (2)$$

ここで $\rho_{G,edge}^{(n)}$ 、 $\rho_{G,screw}^{(n)}$ はそれぞれすべり系 n に生じた幾何学的に必要な転位の刃状成分、らせん成分の密度である。また、 $\gamma^{(n)}$ 、 \tilde{b} は塑性せん断ひずみと転位のバーガスベクトルの大きさで、 ξ と ζ はそれぞれバーガスベクトルの方向および、すべり平面上でバーガスベクトルに垂直な方向である。

Fig2(a)の $abcd$ はすべり面上にある転位ループを模式的に示したものである。すべり面の単位法線ベクトルを $\mathbf{v}^{(n)}$ 、バーガスベクトル方向の単位ベクトルを $\mathbf{b}^{(n)}$ とし、 $+\mathbf{v}^{(n)}$ の側から転位ループ $abcd$ を見て時計回りになるように転位線の向きをきめることにする。面 $abcd$ の上側(紙面の手前側)が下側に対して ξ の方向にある正の量だけすべったとする。このときせん断ひずみのプロファイルを AA' および BB' に沿って描くと、Fig2(b) および Fig2(c) のようになる。ここで $\gamma^{(n)}$ 軸は塑性せん断ひずみの大きさを表している。式(1)より、転位線素 ab および cd はそれぞれ正および負の刃状転位であり、これらの刃状転

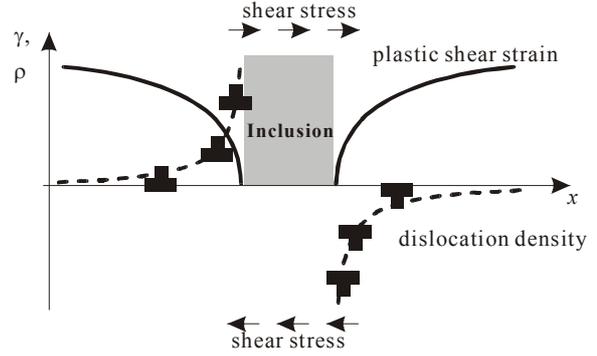


Fig. 1 Schematic illustration for the distributions of plastic shear strain and dislocation density. The dislocation density is proportional to the gradient of strain.

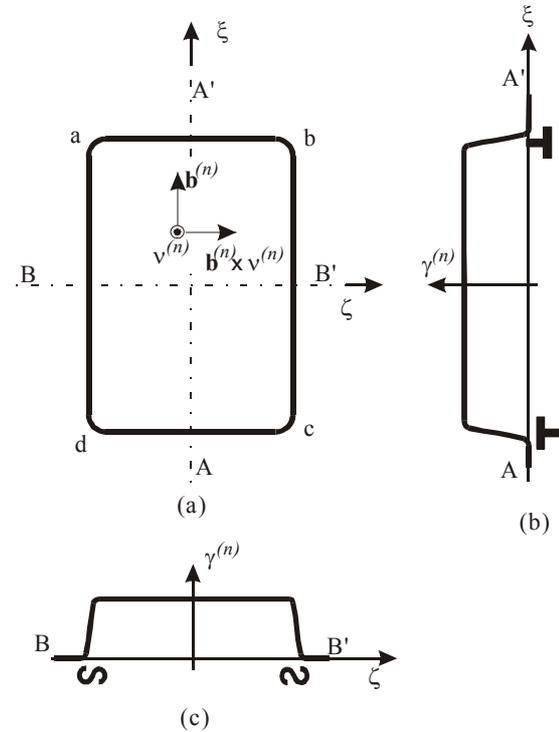


Fig. 2 (a) Dislocation loop $a-b-c-d$. A part of the crystal above the area $a-b-c-d$ is supposed to slip in the direction ξ relative to the part beneath it. (b) and (c) Profile of the slip strain along AA' and BB' , respectively.

位の余分な半平面は、 ab の部分ではすべり面の $+\mathbf{v}^{(n)}$ の側に、 cd の部分ではすべり面の $-\mathbf{v}^{(n)}$ の側にある。また式(2)より、転位線素 ad は正の右回りらせん転位、 bc の部分は負の左回りらせん転位である。

転位線の向きが $\mathbf{b}^{(n)}$ に平行、または垂直ではない場合は混合転位であり、そのとき転位線の方向ベクトル $\mathbf{l}^{(n)}$ は次のように与えられる⁽⁵⁾；

$$\mathbf{l}^{(n)} = \frac{1}{\|\rho_G^{(n)}\|} \left(\rho_{G,screw}^{(n)} \mathbf{b}^{(n)} + \rho_{G,edge}^{(n)} \mathbf{b}^{(n)} \times \mathbf{v}^{(n)} \right). \quad (3)$$

ここで $\|\rho_G^{(n)}\|$ は転位密度のノルム

$$\|\rho_G^{(n)}\| = \sqrt{\left(\rho_{G,screw}^{(n)}\right)^2 + \left(\rho_{G,edge}^{(n)}\right)^2}, \quad (4)$$

である。転位線とバーガースベクトルとのなす角 $\varphi^{(n)}$ (Fig. 3)は次のように求められる；

$$\cos \varphi^{(n)} = \frac{\rho_{G,screw}^{(n)}}{\|\rho_G^{(n)}\|}, \quad (5a)$$

$$\sin \varphi^{(n)} = \frac{\rho_{G,edge}^{(n)}}{\|\rho_G^{(n)}\|}. \quad (5b)$$

$\varphi^{(n)}$ は転位の特性を示す値であるので特性角度と呼ぶことにする。

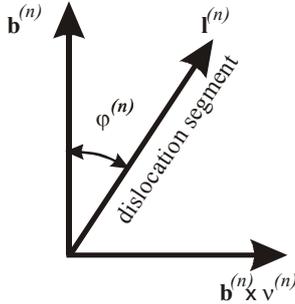


Fig. 3 Characteristic angle $\varphi^{(n)}$ of a dislocation segment

3. 結晶塑性解析の基礎式

面心立方型結晶の変形を考え、すべり面は{111}、すべり方向は<110>とする。このときすべり面とすべり方向の可能な組み合わせ(すべり系)は12ある。すべり系の活性化条件は Schmid 則で与えられるものとする。すなわち、

$$P_{ij}^{(n)} \sigma_{ij} = \theta^{(n)}, \quad (6a)$$

$$P_{ij}^{(n)} \dot{\sigma}_{ij} = \dot{\theta}^{(n)}, \quad (n = 1, \dots, 12), \quad (6b)$$

$$P_{ij}^{(n)} = \frac{1}{2} \left(\nu_i^{(n)} b_j^{(n)} + \nu_j^{(n)} b_i^{(n)} \right). \quad (7)$$

ここで σ_{ij} と $\theta^{(n)}$ はそれぞれ応力と、すべり系 n の臨界分解せん断応力で、 (\cdot) のつけられた量は増分を示している。また、 $P_{ij}^{(n)}$ は一般化 Schmid 因子で、 $b_i^{(n)}$ 、 $\nu_i^{(n)}$ はそれぞれ $\mathbf{b}^{(n)}$ 、 $\mathbf{v}^{(n)}$ の成分である。臨界分解せん断応力の増分を次のようにあらわす；

$$\dot{\theta}^{(n)} = -q\dot{T} + \sum_m h^{(nm)} \dot{\gamma}^{(m)}. \quad (8)$$

ここで、 \dot{T} は温度変化である。微小変形の範囲ではすべり変形の構成式は以下のように求められる⁽⁹⁾₍₁₀₎,

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} (\dot{\epsilon}_{kl} - \alpha_{kl}^* \dot{T}), \quad (9a)$$

$$D_{ijkl} = [S_{ijkl}^e + \sum_n \sum_m \{h^{(nm)}\}^{-1} P_{ij}^{(n)} P_{kl}^{(m)}]^{-1}, \quad (9b)$$

$$\alpha_{kl}^* = \delta_{kl} \alpha + q \sum_n \sum_m \{h^{(nm)}\}^{-1} P_{kl}^{(m)}. \quad (9c)$$

ここで、 S_{ijkl}^e 、 α 、 δ_{kl} はそれぞれ弾性コンプライアンス、線膨張係数、およびクロネッカー δ を表している。また Σ 記号による和は活性すべり系についてとる。有限要素解析に式(9a)-(9c)を用いる際には、2および4階のテンソルは標準的な添字の変換ルール⁽¹¹⁾によって長さ6のベクトルおよび6x6のマトリクスに変換する。式(9b)の右辺右肩の-1は、マトリクスに変換した量の逆マトリクスとすることを表している。

臨界分解せん断応力は Bailey-Hirsch 型の関数を以下のように拡張して表現する；

$$\theta^{(n)} = \theta_0(T) + \sum_m \Omega^{(nm)} a \mu \tilde{b} \sqrt{\rho_a^{(m)}}, \quad (10)$$

ただし、 $\theta_0(T)$ は変形履歴に依存しないいわゆる格子摩擦項で、一般的に温度の関数である。いっぽう $\rho_a^{(m)}$ はすべり系 m に蓄積した転位の密度で、すべり系の相互作用行列 $\Omega^{(nm)}$ を介してすべり系 n の臨界分解せん断応力の決定に寄与する。 a および μ は

それぞれ 0.1 程度の数値係数および、せん断弾性係数である。

すべり系 n に蓄積する転位の密度は次のように評価する；

$$\rho_a^{(n)} = s\rho_s^{(n)} + g\|\rho_G^{(n)}\|, \quad (11)$$

ここで $\rho_s^{(n)}$ は「統計的に蓄積する転位」と呼ばれる量で、以下のように求められる；

$$\dot{\rho}_s^{(n)} = c\dot{\gamma}^{(n)} / \tilde{b}L^{(n)}. \quad (12)$$

$L^{(n)}$ は転位がランダムに分布する障害物に補足されるまでに運動する自由飛行距離⁽¹⁰⁾、 c は数値係数である。幾何学的に必要な転位と統計的に蓄積する転位は 1 組の量で、ある有限の空間分解能で塑性ひずみの勾配を数値計算し、それから得られる転位密度が幾何学的に必要な転位の密度 $\|\rho_G^{(n)}\|$ であり、そのときの空間分解能では捉えることのできない転位の蓄積が(12)式で評価される。

式(11)の数値パラメータ s および g は統計的に蓄積する転位と幾何学的に必要な転位の加工硬化への寄与を制御するために導入した。本論文では簡単のために $s=1$ 、 $g=0$ とし、また、 $L^{(n)}$ も解析モデルの代表寸法に比べて充分大きな値にすることにより、加工硬化が実質的に 0 となるようにした。このとき、式(8),(10),(12)より

$$h^{(nm)} = \frac{1}{2}ac\mu\Omega^{(nm)} / \{L^{(m)}\sqrt{\rho_a^{(m)}}\}, \quad (13)$$

$$q = -\frac{\partial}{\partial T}\theta_0(T), \quad (14)$$

となる。

4. モデル

Fig4 は解析に用いたモデルの一例である。代表寸法 $4\mu\text{m}$ の介在物が立方体状の母相の中央に埋め込まれている。介在物の領域は次式で表される；

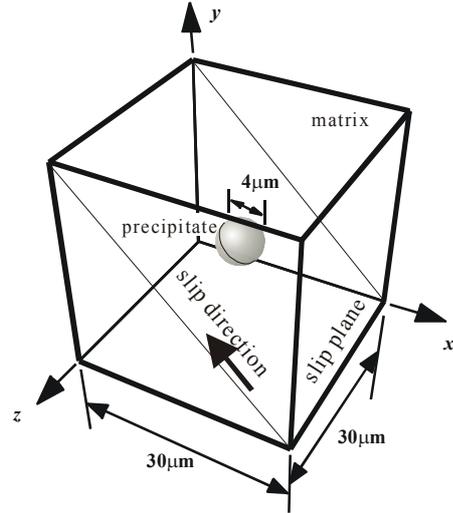


Fig. 4 Model employed for the analysis.

$$(x - x_0)^d + (y - y_0)^d + (z - z_0)^d \leq r^d. \quad (15)$$

ここで (x_0, y_0, z_0) は介在物の図心座標である。いっぽう d は介在物の形状を決定するパラメータで、 $d=2$ の時は球状介在物であり、 $d \rightarrow \infty$ では立方体介在物になる。本解析では $d=2$ の球状介在物、 $d=7$ の超だ円、および立方体について解析を行う。また、 $r=2\mu\text{m}$ とし、母相の一辺は $30\mu\text{m}$ とした。母相と介在物の弾性コンプライアンスは同一でかつ、弾性異方性が消失するようなモデルデータを用いた。試料の温度は一定で、このとき母相と介在物の格子ミスフィットは 0 として解析をおこなった。結晶の格子摩擦項 θ_0 は一定で、母相では 50MPa 、介在物では 1GPa とした。したがって、すべり変形は実質的に母相内でのみ発生し介在物内に進入しない。また、母相と介在物の界面は面力と変位が連続な厚さ 0 の界面として取り扱った。母相の結晶方位は主すべり系の配置が Fig4 に示したようになるように、すなわち、主すべり系のすべり面法線方向およびすべり方向が x - y 平面に平行になるように設定した。また、 y 軸方向の引張変形に関する主すべり系の Schmid 因子は 0.5 である。

試料全体は最小 2744 から最大 27000 までの 8 節点複合要素に分割し、これらの有限要素分割モデルの変形のテスト解析をあらかじめ行って結果を比較検討した。要素分割にあたっては、母相-介在物界面の近傍を詳細に分割した。その結果、要素数が 8000 以上では結果に本質的な違いが生じないことがわかったので、要素分割数 8000 として以降の解析を行った。このとき、母相の界面近傍では要素の寸法は、界面法線方向では約 $0.25\mu\text{m}$ 、界面接線方

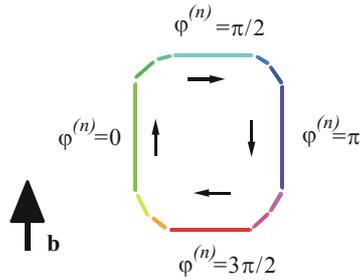


Fig. 5 Schematic illustration of a clockwise dislocation loop. For graphical representation, dislocation segments are assigned a color as a function of their characteristic angle.

向では約 $1\mu\text{m}$ である。介在物内部では要素の代表寸法は約 $1\mu\text{m}$ である。

モデルの上下の面に一様引張負荷を与えたときのすべり変形を有限要素法をベースにした結晶塑性解析プログラムにより解析した。得られた塑性せん断ひずみの分布から式(1), (2)の転位密度成分を要素ごとに評価し、式(3)-(5)にしたがって転位のデータを計算した。グラフィクスイメージは、各要素ごとに一本ずつの転位線素を描くことにより構築し、この際の転位線素の太さと長さは転位密度ノルムの関数として決定した。またグラフィクス表示で個々の転位線素の特性を認識しやすくするために、Fig.5に示すように転位線の特性角度に応じて色を割り当てた。すなわち、正と負の刃状転位はそれぞれ青と赤、正負のらせん転位はそれぞれ緑と紫で表し、それらの中間的な特性を持つ転位には中間的な色を割り当てた。

5. 解析結果と考察

Fig. 6 は球状介在物を含む試料の主すべり系に蓄積した幾何学的に必要な転位の分布を示している。試料に生じた平均引張ひずみは $\bar{\epsilon} = 0.305\%$ である。この段階で観察された転位密度ノルムは $10^{12}/\text{m}^2$ のオーダーであり、最大値は約 $1.3 \times 10^{13}/\text{m}^2$ であった。介在物のまわりにはすべり方向にほぼ垂直な方向に伸びる正(青色)および負(赤色)の刃状転位線素が高密度で観察され、これらはすべり面の上下方向に発達し転位壁を形成している。これらの転位壁は立方体状介在物のまわりに対になって形成された転位壁⁶⁾と同類のものであるが、Fig.6に見られるこれらの転位壁は立方体状介在物の場合のものに比べて発達方向がすべり面垂直方向から偏っていることや、転位壁のまわりいくつかの付加的な構造をとまっている事などの相違点があり、より複雑である。

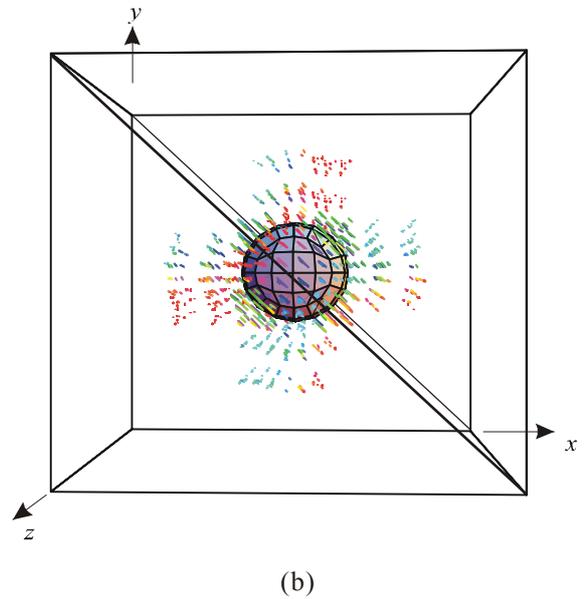
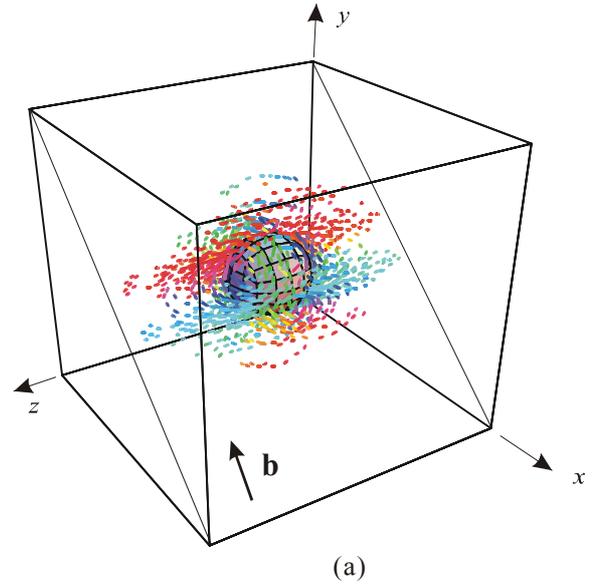


Fig. 6 (a) and (b) Dislocation structure observed near the spherical inclusion.

Fig.7 は Fig.6 をすべり面真上から見下ろしたときの構造を模式的に表示したものである。薄片 f1 で観察される構造 (Fig.7(b)) で①と①', ②と②' は正および負の刃状転位からなる転位壁で、これらは小さなループ状の構造の一部⑤' によって接続している。これらの転位壁は刃状転位から構成されておりすべり面の上下方向に発達しているので、転位群の構造としてはいわゆるキंक型の変形帯¹²⁾を形成するキंक壁の特徴をもっている。キंक壁を境にして結晶方位は鋭く回転するため、これらのキंक壁に囲まれた領域では結晶方位が異なる亜結晶粒が形成され、介在物を起点とした再結晶現象¹³⁾に発展してゆく可能性がある。

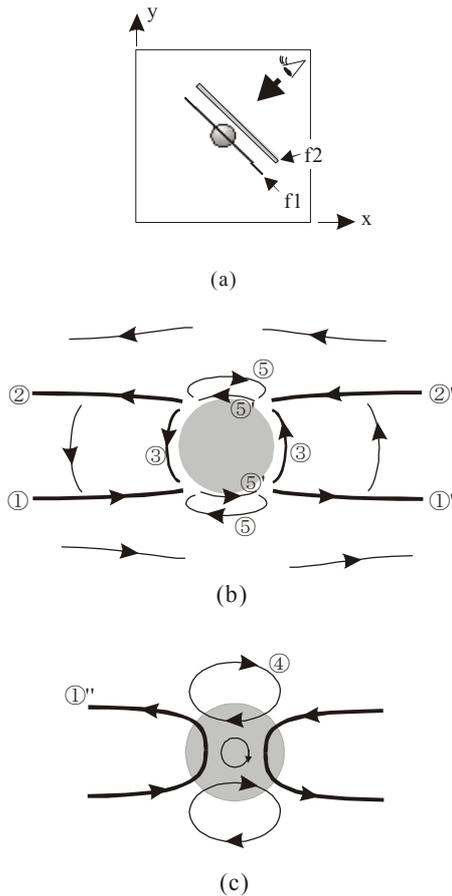


Fig. 7 (a) Imaginary foils f1 and f2, (b) dislocation structure in the foil f1, and (c) dislocation structure in the foil f2.

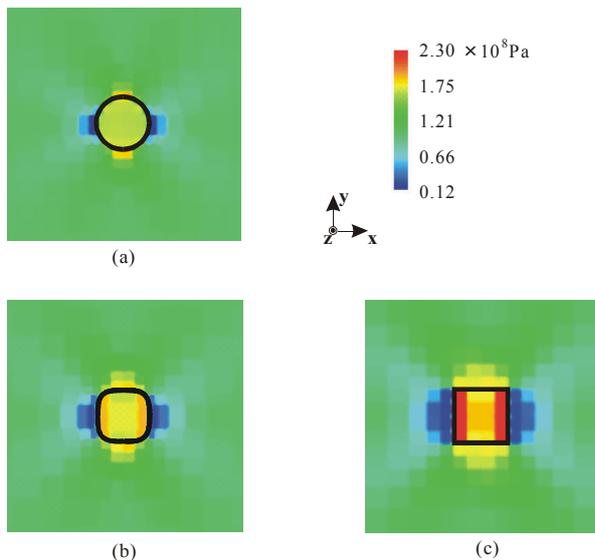


Fig. 8 Distribution of normal stress σ_{yy} formed around spherical (a), hyper elliptical (b), and cuboidal (c) inclusions. The stress distribution is depicted on the cross section parallel to the x - y plane.

③と⑤' は介在物を取り囲む大きな左回りの転位ループを構成している。ループは左回りなのでこのループ内部では塑性すべりが抑制されており、立方体状介在物の場合にも観察された Orowan ループに相当する構造である。⑤と⑤' による小さな右回りループは薄片 f2 では④のように寸法が大きくなり、さらに介在物から離れると転位密度値が小さくなり明瞭な構造をもたなくなる。

Fig. 7 の④や⑤+⑤' のような右回りの転位ループは、このループの内部で局部的に塑性せん断ひずみが多いことを示しているが、このような構造は立方体状介在物の周りには形成されなかった。このような局所的な転位構造が形成される機構を検討する。本研究および前報⁹⁾で用いたモデルでは介在物と母相の弾性コンプライアンスが同一でかつ、弾性異方性が消失するようなモデルデータを用いた。したがって、試料に負荷が加わった際に生ずる応力場は弾性変形の範囲では均一な単軸応力場である。母相ですべり変形が生ずることにより応力分布の再配置が起こり、介在物の近傍に不均一な応力場が形成される。

Fig. 8 は球状、超だ円状($d \neq 7$)、および立方体状介在物のまわりに形成された応力場の σ_{yy} 成分の分布を示したものである。この分布は介在物図心を通り x - y 平面に平行な断面でのものを示している。立方体状介在物(Fig. 8(c))の場合、荷重軸に平行な異相界面の内側(介在物内部側)で強い応力の集中が生じ、同じ界面の外側(母相側)では逆に応力値が低下している。一方球状介在物の場合では、介在物内部での応力値には強い上昇や低下は観察されず、介在物の外部に応力値の集中と低下の個所が狭い範囲で形成されている。超だ円介在物ではこれらの中間的な結果であり、介在物内部と介在物上下での応力集中が観察される。3種類の介在物の上下位置に形成される応力値の高い領域に注目すると、介在物形状が異なっても応力値そのものに大きな違いは生じず、応力集中の生じている領域の広がり方に違いがあることが判る。すなわち、球状介在物ではごく狭い範囲に応力の集中が生じている一方、立方体状介在物の上下の異相界面には 170MPa 程度の応力がほぼ一様に生じている。 σ_{yy} 以外の応力成分についても類似の現象が観察された。すなわち立方体状介在物では荷重軸に垂直および平行な異相界面に沿ってほぼ一様な応力分布となるのに対し、介在物形状が球状の場合、すべり変形によって母相中に生ずる応力場には鋭いピークが形成されていた。球状介在物に生じたこのような応力の不均一性は介在物寸法よりも小

さいスケールでの局所的なすべり変形の発生や抑制をもたらす。いっぽう永山ら²⁾は母相よりも硬い球状介在物の近傍の剛塑性変形解析（ただし、結晶のすべり系の概念は導入されていない）を行ったが、この場合にも我々が右回りの転位ループを観測した個所と近い個所で相当塑性ひずみが局所的に上昇する現象を観察している。したがってこのような局所的なひずみピークの形成現象は結晶に特有のことではなく、塑性変形抵抗に不均一があることが主要な原因になっているものと考えられる。そうして結晶の塑性すべりの場合には、特にこのことが Fig.6, Fig.7 に観察されたような局所的な転位ループの形成につながっていると思われる。

6. 結 言

合金組織中に形成される球状介在物の近傍での塑性すべり変形を結晶塑性解析の手法を用いて解析し、塑性せん断ひずみの空間的な勾配に伴う「幾何学的に必要な転位」の立体構造について調べた。その結果以下のことが明らかになった。

(1) 球状介在物の近傍のすべり変形に伴って、介在物をループ状に囲む転位群の構造と、すべり面上下方向に伸びる転位壁構造が形成された。介在物を囲むループ状の転位構造は介在物によってすべり変形が抑制されることに伴って形成される Orowan ループに相当する構造であると考えられる。一方すべり面の上下方向に発達する転位壁は主として刃状転位の性質を持った転位線から形成されており、いわゆるキンク壁に類似するものであると考えられる。

(2) 球状介在物の近傍にはすべり変形の活動が局所的に進んだことを示す転位ループ構造も観察され

た。これらのループ構造は球状介在物の近傍のすべり変形によって形成される応力場の不均一性が原因になって形成されていると考えられる。

参考文献

- (1) たとえば Hirsch, P.B., in *Rate processes in plastic deformation of materials*, Li, J.C.M., and Mukherjee, A.K. eds., (1975), 1.
- (2) 永山, 阿部, 長岐, 機論, **55**-514, A(1986), 1365.
- (3) Ishikawa, N., Parks, D., Socrate, S., Kurihara, M., *ISIJ International*, **40**(2000), 1170.
- (4) McHugh, P.E., Asaro, R.J., Shih, C.F., in *Modeling the deformation of crystalline solids*, eds., Lowe, T.C., et. al, The Minerals, Metals & Materials Society, (1991), 369.
- (5) Ohashi, T., *J. Phys. IV France*, **9**(1999), Pr 9-279.
- (6) Ashby, M.F., *Phil. Mag.* **21**(1970), 399.
- (7) Fleck, N.A., Muller, G.M., Ashby, M.F., Hutchinson, J.W., *Acta metall. mater.*, **42**(1994), 475.
- (8) Ohashi, T., *Phil. Mag. Lett.*, **75**(1997), 51.
- (9) Hill, R., *J. Mech. Phys. Sol.*, **14**(1966), 95.
- (10) Ohashi, T., *Phil. Mag.*, **A70**(1994), 793.
- (11) Hirth, J.P. and Lothe, J., *Theory of dislocations*, second edition, John Wiley & Sons pub., (1982), 35.
- (12) Cottrell, A.H., *Dislocations and plastic flow in crystals*, Oxford univ. press., London, (1961), 166.
- (13) Humphreys, F.J., *Scripta mat.*, **43**(2000), 591.