

同軸線路による材料定数の測定法についての検討*

秋川 顕吾** 林 幸成**
平山 浩一** 林 義男**

(平成5年4月16日受理)

Measurement of Material Constant for a Sample Placed between Two Coaxial Lines

By Kengo AKIKAWA, Yukinari HAYASHI, Koichi HIRAYAMA,
and Yoshio HAYASHI

Abstract

A method of simultaneously measuring material constants (complex permittivity and permeability) of a sample was theoretically and experimentally investigated. In this method, a cylindrical cavity containing the sample is placed between two coaxial lines. First, the relation between the S parameters of the cavity and the material constants of the sample is deduced by using the Galerkin method. The Computed results of the S parameters for the given material constants are in good agreement with those of the mode-matching method. The gradient method is applied to the calculation of the material constants from the S-parameter measurement, and stable solutions are obtained. Finally, the experimental results of the S-parameter measurement are described.

1. ま え が き

電気材料の誘電率や透磁率を測定するための様々な方法が知られているが、その一例として同軸線路の間に試料を挿入し、Sパラメータを測定してその値から材料定数を決定する測定法^{(1),(2)}が提案されている。この測定法は、一定の位置にサンプルを置いて測定するので測定が比較的簡単で済み、損失分を含む誘電率及び透磁率の同時測定を広い周波数範囲に渡って行なうことができ、電磁界分布を完全に計算で求められるので測定値との精密な比較が可能である。

本論文はこの測定法について再検討したものであり、既知の材料定数からSパラメータを求める理論と、逆にSパラメータから未知の材料定数を求める理論の両方について取り扱っている。材料定数からSパラメータを求める理論では、M. A. Saed⁽²⁾によって提案されている方法に基づき、同軸線路と試料の境界面を電気壁に置き換え磁流分布関数を仮定し、等価原理を適用して磁界を解き境界面上でガレルキン法を使って求めている。この方法による計算結果は、2等分定理を適用して試料の中心面を電気壁及び磁気壁としたときの規格化入力アドミタンスをモードマッチング法で解き、Sパラメータを求める方法^{(1),(3),(4)}による計算結果と良く一致することを確認して

* 平成5年度電子情報通信学会春季大会にて発表 (1993. 3.名古屋)

** 北見工業大学電気電子工学科

いる。また、Sパラメータから材料定数を求めるいわゆる逆問題には、グラジエント法を適用している。この方法により、広い範囲の材料定数に対して、繰り返し計算によりすみやかに真値に収束することが示されている。最後にSパラメータの測定結果についても記述してある。

2. 散乱行列

図1に示すような、均質、等方性の試料を充填した円筒共振器を同軸線路に挿入した構造について検討する。試料の誘電率 ϵ 及び透磁率 μ は、一般に複素量である。以下、式の煩雑さを避けるために円筒共振器の内径 R は同軸線路の外導体の内径 a に等しいものとする。

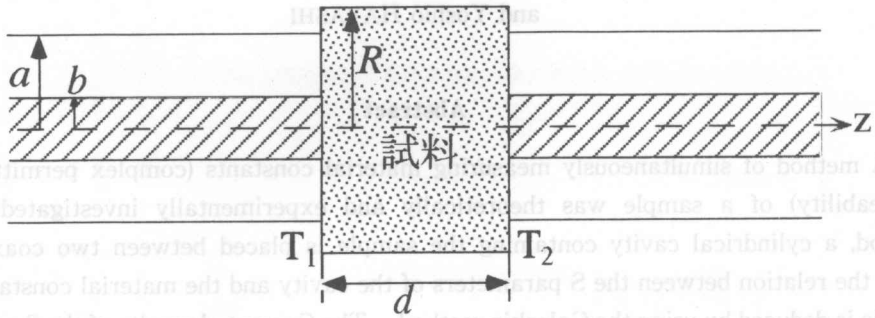


図1：同軸線路の間に挿入した円筒共振器

電磁界の等価定理⁽⁵⁾を適用して、図1を図2のように置き換える。図2において、境界面 T_1, T_2

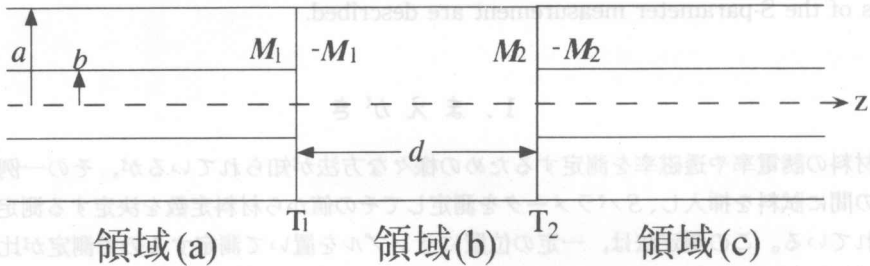


図2：境界面における磁流

は完全導体壁、 M_1, M_2 は導体壁上に仮定した磁流である。同軸線路の長さは、共振器の軸長 d に比べて十分長いものとする。左方から基本モード(TEMモード)が入射するものとし、入射磁界を次式のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi}^{(i)} &= \frac{1}{\eta_0} e_0(\rho) \exp(-\gamma_0 z) \\ e_0(\rho) &= \frac{1}{\rho \sqrt{2\pi \ln(a/b)}} \\ \eta_0 &= \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \\ \gamma_0 &= j\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 $e_0(\rho)$ は入射電界を表す。

入射 TEM モードによって励振される波は、円筒共振器の構造の対称性から TEM モードと $\partial/\partial\varphi=0$ となる TM モードである。領域 (a) ($z < 0$) に生ずる反射電磁界の横成分は次式で表される。

$$E_{\rho}^{(a)}(M_1) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i e_i(\rho) \exp(-\gamma_i z) \quad (2)$$

$$H_{\varphi}^{(a)}(M_1) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{\eta_i} e_i(\rho) \exp(-\gamma_i z) \quad (3)$$

ここに、 A_i は振幅係数を表す。 $i=0$ は TEM モードを表し、 $e_0(\rho)$ 、 γ_0 は式(1)で与えてある。 $i=1, 2, \dots$ は TM モードを表し、

$$\left. \begin{aligned} e_i(\rho) &= N_i [J_0(\kappa_i b) Y_1(\kappa_i \rho) - Y_0(\kappa_i b) J_1(\kappa_i \rho)] \\ \gamma_i &= \sqrt{\kappa_i^2 + \gamma_0^2} \\ \eta_i &= \gamma_i / j\omega\epsilon_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし、 $J_i(x)$ 、 $Y_i(x)$ はそれぞれ i 次の第 1 種及び第 2 種ベッセル関数である。また、 N_i は任意積分定数であり、固有値 κ_i は次式の i 番目の根である。

$$J_0(\kappa b) Y_0(\kappa a) - J_0(\kappa a) Y_0(\kappa b) = 0 \quad (5)$$

任意積分定数を便宜上、

$$\left. \begin{aligned} N_i &= \frac{1}{\sqrt{\pi(\alpha_i^2 - \beta_i^2)}} \\ \alpha_i &= a [J_0(\kappa_i b) Y_1(\kappa_i a) - Y_0(\kappa_i b) J_1(\kappa_i a)] \\ \beta_i &= b [J_0(\kappa_i b) Y_1(\kappa_i b) - Y_0(\kappa_i b) J_1(\kappa_i b)] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

と選ぶ。このとき、 $e_i(\rho)$ は次式に示すように断面上で規格直交性を満足する。

$$\int_0^{2\pi} \int_b^a e_i(\rho) e_j(\rho) \rho d\rho d\varphi = \delta_{ij} \quad (7)$$

境界面 T_1 において $M_1 = \hat{a}_z \times E^{(a)}|_{z=0}$ が成り立つので、式(2)より、

$$M_{1\varphi}(\rho) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i e_i(\rho) \quad (8)$$

式(7)を用いて A_i を求め、これを式(3)に代入すると、磁流 M_1 によって領域(a)における反射電磁界が次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} H_{\varphi}^{(a)}(M_1)|_{z=0} &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{\eta_i} e_i(\rho) \\ A_i &= \int_0^{2\pi} \int_b^a M_{1\varphi}(\rho') e_i(\rho') \rho' d\rho' d\varphi' \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

同様に、境界面 T_2 の磁流 $-M_2$ によって領域 (c) の $z=d$ 面に生じる透過磁界は次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} H_\varphi^{(c)}(-M_2)|_{z=d} &= -\sum_{i=0}^{\infty} \frac{D_i}{\eta_i} e_i(\rho) \\ D_i &= -\int_0^{2\pi} \int_b^a M_{2\varphi}(\rho') e_i(\rho') \rho' d\rho' d\varphi' \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

次に、領域 (b) の磁界を求める。領域 (b) の電界は磁流 $-M_1$ 及び M_2 によって生じる電界の和で表される。

$$E_\rho^{(b)} = E_{1\rho}^{(b)}(-M_1) + E_{2\rho}^{(b)}(M_2) \quad (11)$$

境界面 T_1, T_2 が完全導体壁であることから、磁流 $-M_1$ 及び M_2 によって生じる TM モードの電界は、次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} E_{1\rho}^{(b)}(-M_1) &= \sum_{i=1}^{\infty} B_i J_1(P_i \rho) \sin\{\zeta_i(z-d)\} \\ E_{2\rho}^{(b)}(M_2) &= \sum_{i=1}^{\infty} C_i J_1(P_i \rho) \sin(\zeta_i z) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ただし、

$$\zeta_i = \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu - P_i^2} \quad (13)$$

で、 P_i は次の超越方程式の i 番目の根である。

$$J_0(Pa) = 0 \quad (14)$$

境界面 T_1 において $-M_1 = -\hat{a}_z \times E^{(b)}|_{z=0}$ 、境界面 T_2 において $M_2 = -\hat{a}_z \times E^{(b)}|_{z=d}$ が成り立つので、式 (12) より次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} B_i &= \frac{-1}{\pi a^2 J_1^2(P_i a) \sin(\zeta_i d)} \int_0^{2\pi} \int_b^a M_{1\varphi}(\rho') J_1(P_i \rho') \rho' d\rho' d\varphi' \\ C_i &= \frac{1}{\pi a^2 J_1^2(P_i a) \sin(\zeta_i d)} \int_0^{2\pi} \int_b^a M_{2\varphi}(\rho') J_1(P_i \rho') \rho' d\rho' d\varphi' \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式 (15) を式 (12) に代入して、これらを加え合わせると、磁界の φ 成分は次式のように求まる。

$$\begin{aligned} H_\varphi^{(b)} &= j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_i}{\zeta_i} J_1(P_i \rho) \cos\{\zeta_i(z-d)\} \\ &\quad + j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{C_i}{\zeta_i} J_1(P_i \rho) \cos(\zeta_i z) \end{aligned} \quad (16)$$

境界面 T_1, T_2 における磁界の連続性はそれぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} 2H_\varphi^{(i)} + H_\varphi^{(a)}(M_1)|_{z=0} &= H_{1\varphi}^{(b)}(-M_1) + H_{2\varphi}^{(b)}(M_2)|_{z=0} \\ H_{1\varphi}^{(b)}(-M_1) + H_{2\varphi}^{(b)}(M_2)|_{z=d} &= H_\varphi^{(b)}(M_2)|_{z=d} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで、ガレルキン法を用いて散乱行列を決定するために、境界面 T_1, T_2 に仮定した未知の磁流を同軸線路のモード関数 $e_n(\rho)$ で展開する。

$$\left. \begin{aligned} M_{1\varphi}(\rho) &= \sum_{n=0}^{N-1} V_n e_n(\rho) \\ M_{2\varphi}(\rho) &= \sum_{n=0}^{N-1} U_n e_n(\rho) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに、 V_n, U_n は、未知の重み係数である。式(17)に式(1), (9), (10) 及び式(16)を代入して求まる2本の積分方程式に式(18)を代入し、さらに $e_m(\rho)$ ($m = 0, 1, \dots, N-1$) をかけて断面上で積分すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{\delta_{mn}}{\eta_n} - j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni}F_{mi}}{\zeta_i \tan(\zeta_i d)} \right] V_n + \sum_{n=0}^{N-1} \left[j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni}F_{mi}}{\zeta_i \sin(\zeta_i d)} \right] U_n &= \frac{2\delta_{m0}}{\eta_0} \\ \sum_{n=0}^{N-1} \left[j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni}F_{mi}}{\zeta_i \sin(\zeta_i d)} \right] V_n + \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{\delta_{mn}}{\eta_n} - j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni}F_{mi}}{\zeta_i \tan(\zeta_i d)} \right] U_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに、

$$F_{ni} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}J_0(P_i b)}{P_i a J_1(P_i a) \sqrt{\ln(a/b)}} & (n=0) \\ \frac{-2\sqrt{\pi} N_n P_i J_0(P_i b) \beta_n}{a J_1(P_i a) [\kappa_n^2 - P_i^2]} & (n \geq 1) \end{cases} \quad (20)$$

式(19)は、 $m = 0, 1, \dots, N-1$ について成り立つので、 $2N$ 元連立1次方程式である。式(19)を行列形式で書き表すと次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{Y}^{(a)} + \mathbf{Y}_1^{(b)}] \mathbf{V} + \mathbf{Y}_2^{(b)} \mathbf{U} &= \mathbf{I} \\ \mathbf{Y}_2^{(b)} \mathbf{V} + [\mathbf{Y}^{(a)} + \mathbf{Y}_1^{(b)}] \mathbf{U} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここに、 $\mathbf{Y}^{(a)}$, $\mathbf{Y}_1^{(b)}$ 及び $\mathbf{Y}_2^{(b)}$ は $[N \times N]$ 行列、 \mathbf{V} , \mathbf{U} 及び \mathbf{I} は N 元列ベクトルであり、それぞれの要素は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{Y}^a]_{mn} &= \frac{\delta_{mn}}{\eta_{n-1}}, \quad [\mathbf{Y}_1^b]_{mn} = -j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni}F_{mi}}{\zeta_i \tan(\zeta_i d)} \\ [\mathbf{Y}_2^b]_{mn} &= j\omega\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni}F_{mi}}{\zeta_i \sin(\zeta_i d)}, \quad [\mathbf{I}]_m = \frac{2\delta_{m1}}{\eta_0} \\ F_{ni} &= \begin{cases} \frac{\sqrt{2}J_0(P_i b)}{P_i a J_1(P_i a) \sqrt{\ln(a/b)}} & (n=1) \\ \frac{-2\sqrt{\pi} N_{n-1} P_i J_0(P_i b) \beta_{n-1}}{a J_1(P_i a) [\kappa_{n-1}^2 - P_i^2]} & (n > 1) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式(21)より \mathbf{V} 及び \mathbf{U} は計算機で容易に求めることができる。 \mathbf{V} 及び \mathbf{U} が求めれば TEM モードに対する散乱パラメータは次式により算出できる。

$$S_{11} = S_{22} = V_1 - 1, \quad S_{21} = S_{12} = U_1 \quad (23)$$

式(22)は試料を充填した円筒共振器の内径 R が同軸線路の外導体の内径 a に等しい場合についてである。 $R > a$ および $R < a$ の場合については付録に示してある。

3. 数値計算

最初に、式(18)に示した未知磁流分布関数の展開項数 N と、式(22)に含まれる i についての無限級数 and の打ち切り項数 I について検討する。図3は、 N 及び I の値による $|S_{11}|$ の解の変動を調べた結果の一例である。この例では、打ち切り項数 $I=30$ 、展開項数 $N=15$ で一定値に収束していることがわかる。図3は10GHzの場合であるが、他に、4, 7, 8, 15, 20GHzでも同様な結果を得た。また、これらの場合において $|S_{21}|$ も同様に一定値に収束していることを確認した。よって以下の計算では $I=30$ 、 $N=15$ とする。

図4～9は $a=R=3.5\text{mm}$ 、 $b=1.5\text{mm}$ 、 $d=1.56\text{mm}$ についての S_{11} と S_{21} の周波数特性を示している。理論計算に使用した試料の比誘電率は $\epsilon_r=2, 3, 6, 9$ 及び10としている。図4及び5はそれぞれ S_{11} の実部と虚部を示し、図6は $|S_{11}|$ を dB 表示したものである。また、図7及び8はそれぞれ S_{21} の実部と虚部を示し、図9は $|S_{21}|$ を dB 表示したものである。以上の結果はモードマッチング法で求めた結果⁽⁸⁾と良く一致していることを確認している。

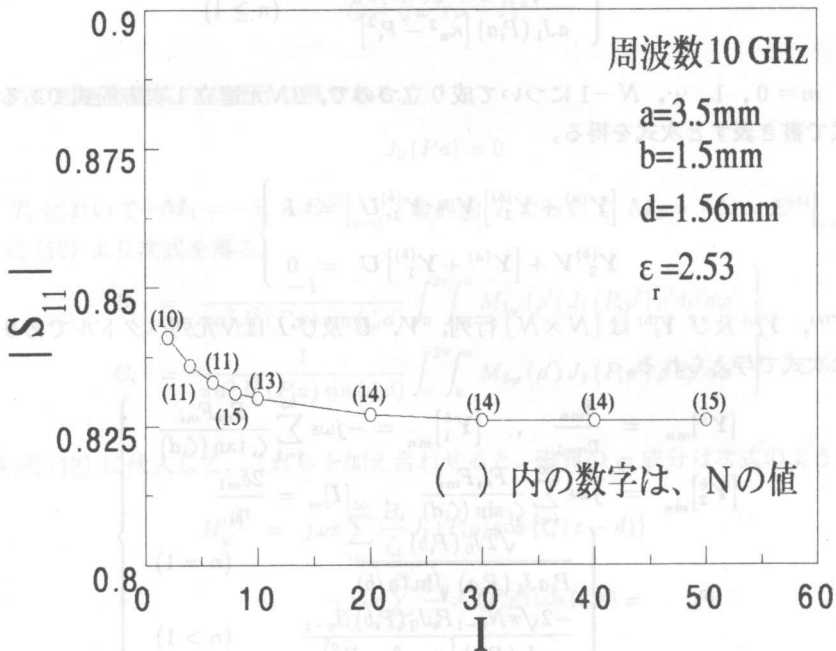


図3：展開項数による解の変動

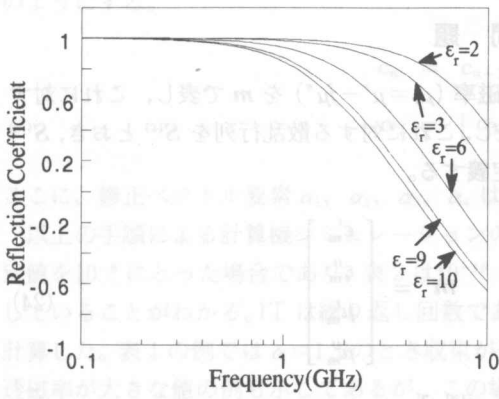


図4：反射係数 S_{11} の実部

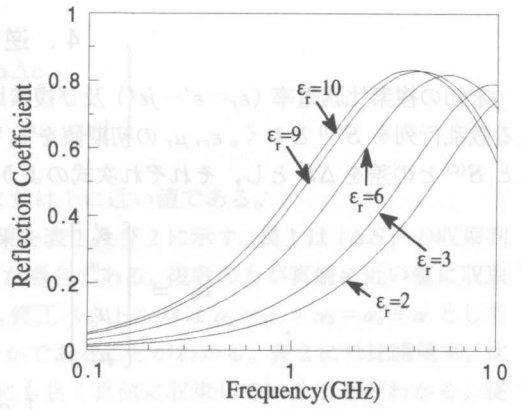


図5：反射係数 S_{11} の虚部

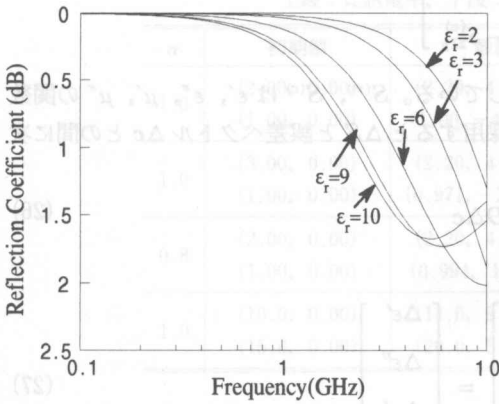


図6：反射係数 S_{11} の振幅特性

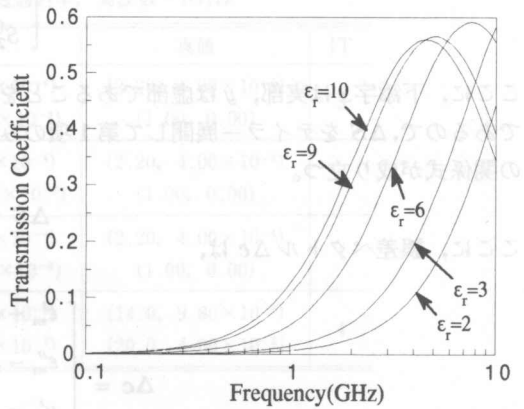


図7：透過係数 S_{21} の実部

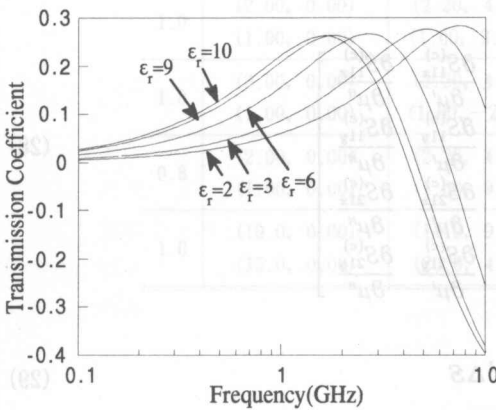


図8：透過係数 S_{21} の虚部

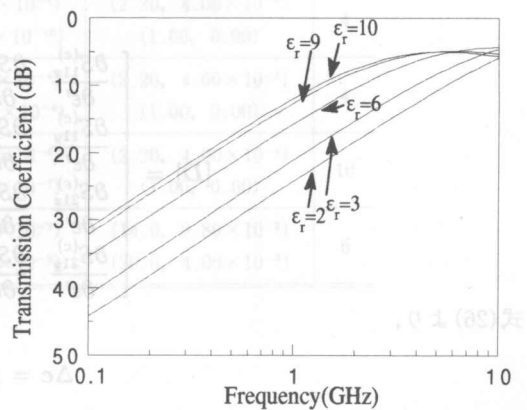


図9：透過係数 S_{21} の振幅特性

4. 逆問題

未知の複素比誘電率 ($\epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon''$) 及び複素比透磁率 ($\mu_r = \mu' - j\mu''$) を m で表し、これに対する散乱行列を $S^{(m)}$ とおく。 ϵ_r, μ_r の初期値を c_0 で表し、これに対する散乱行列を $S^{(c)}$ とおき、 $S^{(m)}$ と $S^{(c)}$ との差を ΔS とし、それぞれ次式のように定義する。

$$c_0 = \begin{bmatrix} \epsilon'_c \\ \epsilon''_c \\ \mu'_c \\ \mu''_c \end{bmatrix}, \quad m = \begin{bmatrix} \epsilon'_m \\ \epsilon''_m \\ \mu'_m \\ \mu''_m \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\Delta S = \begin{bmatrix} S_{11x}^{(m)} - S_{11x}^{(c)} \\ S_{11y}^{(m)} - S_{11y}^{(c)} \\ S_{21x}^{(m)} - S_{21x}^{(c)} \\ S_{21y}^{(m)} - S_{21y}^{(c)} \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここに、下添字 x は実部、 y は虚部であることを表している。 $S^{(m)}, S^{(c)}$ は $\epsilon', \epsilon'', \mu', \mu''$ の関数であるので、 ΔS をテイラー展開して第1項のみを採用すると ΔS と誤差ベクトル Δc との間に次の関係式が成り立つ。

$$\Delta S = D\Delta c \quad (26)$$

ここに、誤差ベクトル Δc は、

$$\Delta c = \begin{bmatrix} \epsilon'_m - \epsilon'_c \\ \epsilon''_m - \epsilon''_c \\ \mu'_m - \mu'_c \\ \mu''_m - \mu''_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\epsilon' \\ \Delta\epsilon'' \\ \Delta\mu' \\ \Delta\mu'' \end{bmatrix} \quad (27)$$

で与えられ、 D は次式で与えられる $[4 \times 4]$ 行列である。

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_{11x}^{(c)}}{\partial \epsilon'} & \frac{\partial S_{11x}^{(c)}}{\partial \epsilon''} & \frac{\partial S_{11x}^{(c)}}{\partial \mu'} & \frac{\partial S_{11x}^{(c)}}{\partial \mu''} \\ \frac{\partial S_{11y}^{(c)}}{\partial \epsilon'} & \frac{\partial S_{11y}^{(c)}}{\partial \epsilon''} & \frac{\partial S_{11y}^{(c)}}{\partial \mu'} & \frac{\partial S_{11y}^{(c)}}{\partial \mu''} \\ \frac{\partial S_{21x}^{(c)}}{\partial \epsilon'} & \frac{\partial S_{21x}^{(c)}}{\partial \epsilon''} & \frac{\partial S_{21x}^{(c)}}{\partial \mu'} & \frac{\partial S_{21x}^{(c)}}{\partial \mu''} \\ \frac{\partial S_{21y}^{(c)}}{\partial \epsilon'} & \frac{\partial S_{21y}^{(c)}}{\partial \epsilon''} & \frac{\partial S_{21y}^{(c)}}{\partial \mu'} & \frac{\partial S_{21y}^{(c)}}{\partial \mu''} \end{bmatrix} \quad (28)$$

式(26)より、

$$\Delta c = D^{-1}\Delta S \quad (29)$$

式(29)によって、 $\epsilon'_c, \epsilon''_c, \mu'_c, \mu''_c$ を修正し、式(26)から $|\Delta S|^2$ が収束判定値以下になるまで繰り返し計算する。ただし、収束が速やかになるように、 $n-1$ 回目で得られた c_{n-1} からの修正は次式

のようにする。

$$\left. \begin{aligned} c_n &= c_{n-1} + \alpha \Delta c \\ \alpha &= [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4] \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

ここに、修正ベクトル要素 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ は 1 または 1 に近い値である。

以上の手順による計算機シミュレーションの結果を表 1 及び 2 に示す。表 1 は $|\Delta S|^2$ の収束判定値を 10^{-8} にとった場合であり、表 2 は 10^{-16} とした場合である。後者の方が真値に近い値に収束していることがわかる。IT は繰り返し回数である。修正ベクトル α は $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 \equiv \alpha$ として計算した。表 1 の例では $\alpha = 1.0$ のとき収束が速やかであることがわかる。表 2 には比誘電率、比透磁率が大きな値の例も示してあるが、この場合にも良く真値に収束していることがわかる。従って本理論は幅広い材料の測定に対応できるものと結論づけられる。

表 1 計算機シミュレーション (収束判定値が 10^{-8} の場合)

上段：比誘電率，下段：比透過磁率，周波数=1GHz

α	初期値	最終値	真値	IT
1.0	(2.00, 0.00)	(2.20, 4.00×10^{-4})	(2.20, 4.00×10^{-4})	3
	(1.00, 0.00)	(1.00, -4.15×10^{-3})	(1.00, 0.00)	
1.0	(3.00, 0.00)	(2.20, 4.04×10^{-4})	(2.20, 4.00×10^{-4})	3
	(1.00, 0.00)	(0.971, -2.11×10^{-2})	(1.00, 0.00)	
0.8	(2.00, 0.00)	(2.20, 4.12×10^{-4})	(2.20, 4.00×10^{-4})	4
	(1.00, 0.00)	(0.994, 1.41×10^{-2})	(1.00, 0.00)	
1.0	(10.0, 0.00)	(14.0, 9.78×10^{-2})	(14.0, 9.80×10^{-2})	4
	(15.0, 0.00)	(20.0, 5.57×10^{-2})	(20.0, 4.00×10^{-2})	

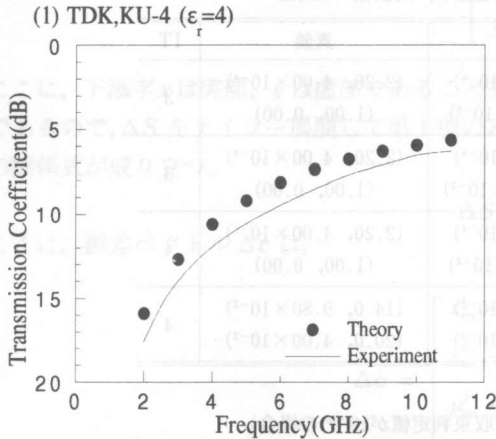
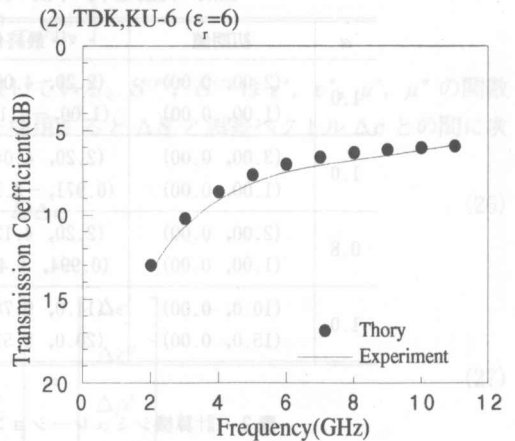
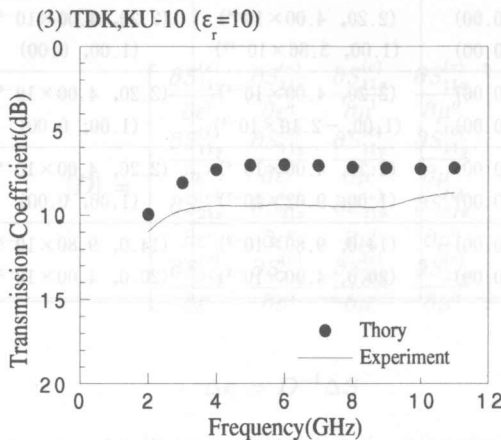
表 2 計算機シミュレーション (収束判定値が 10^{-16} の場合)

上段：比誘電率，下段：比透磁率，周波数=1GHz

α	初期値	最終値	真値	IT
1.0	(2.00, 0.00)	(2.20, 4.00×10^{-4})	(2.20, 4.00×10^{-4})	4
	(1.00, 0.00)	(1.00, 3.56×10^{-10})	(1.00, 0.00)	
1.0	(3.00, 0.00)	(2.20, 4.00×10^{-4})	(2.20, 4.00×10^{-4})	4
	(1.00, 0.00)	(1.00, -2.10×10^{-6})	(1.00, 0.00)	
0.8	(2.00, 0.00)	(2.20, 4.00×10^{-4})	(2.20, 4.00×10^{-4})	10
	(1.00, 0.00)	(1.00, 9.02×10^{-7})	(1.00, 0.00)	
1.0	(10.0, 0.00)	(14.0, 9.80×10^{-2})	(14.0, 9.80×10^{-2})	6
	(15.0, 0.00)	(20.0, 4.00×10^{-2})	(20.0, 4.00×10^{-2})	

5. 実験結果

材料定数の測定は図1に示す構造で、試料(7mm ϕ , 厚さ2mm)を真鍮のリングに挿入し、APC-7型コネクタで両方から機械的に圧着して同軸線路に接続する。測定はHP社のネットワークアナライザ HP-8720を使用し、試料としてTDK社の誘電体であるKU材を用いた。測定周波数は2~11(GHz)で透過係数(S_{21})を測定し、図10~12に理論値と実験値を示した。グラフから $\epsilon_r=4$ 及び $\epsilon_r=6$ の理論値と実験値の誤差は2dB程度であるが $\epsilon_r=10$ のときは大きな相違が見られた。これらの誤差はコネクタと試料の接続面に間隙があり、これが不連続を生じた要因である。反射特性の測定は試料での反射が大きく、従って誘電率の違いによる変化はほとんど測定できなかった。試料の不連続を少なくするため試料にコネクタの内部導体と接触する面にあらかじめ金属を蒸着した場合の誘電体の測定はすべての試料で理論値との誤差が1dB以内の非常に良い一致を見た。図9からもわかるように高い周波数での誘電率の測定は誘電率の違いによる透過係数の特性が一樣でないため誘電体定数の測定には1GHz以下の周波数が望ましいことがわかる。この測定方法は簡単であり誘電体定数の測定に十分適用できることがわかった。

図10：透過係数 S_{21} の周波数特性図11：透過係数 S_{21} の周波数特性図12：透過係数 S_{21} の周波数特性

6. む す び

同軸線路の間に試料を装荷し、 S パラメータを測定することによる材料定数の同時測定法について、理論的及び実験的に検討した。理論はガレルキン法で定式化⁽²⁾、若干の数値例を示した。本理論の結果はモードマッチング^{(1),(3),(4)}によるものと良く一致した。逆問題はグラジエント法を用い、計算機シミュレーションについて良好な結果を得た。試料として誘電体を用いて実験を行ない理論値と実験値は良い一致が得られた。この測定方法は簡便であり誘電体定数の測定に有効であることがわかった。なお、数値計算は北見工業大学情報処理センターの NEC 製大型電子計算機 ACOS-910を用いて行なった。

参 考 文 献

- (1) N.-E. Belhadj-Tahar, A. Fourrier-Lamer, and H. de Chanterac, "Broad-band simultaneous measurement of complex permittivity and permeability using a coaxial discontinuity", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, pp. 1-7, Jan. 1990.
- (2) M. A. Saed, "A method of moments solution of a cylindrical cavity placed between two coaxial transmission lines", *IEEE Trans. Microwave Theory Teach.*, vol. 39, pp. 1712-1717, Oct. 1991.
- (3) 見陣一郎, "同軸線路による材料定数の同時測定", 平成 3 年度北見工業大学卒業論文。
- (4) 山下 剛, 林 幸成, 平山浩一, 林 義男, "同軸線路による材料定数の測定", 平成 4 年度電気関係学会北海道支部連合大会, 156, Oct. 1992.
- (5) 秋川顕吾, 林 幸成, 平山浩一, 林 義男, "同軸線路に試料を装荷した材料定数の測定", 平成 5 年度電子情報通信学会春季大会, C-120, Mar. 1993.

付 録

図 1 において試料を充填した円筒共振器の半径 R が同軸線路の外導体の内径 a よりも大きい ($R > a$) 場合は、式(22)の F_{ni} だけを次のように書き換えればよい。

$$F_{ni} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}[J_0(P_i b) - J_0(P_i a)]}{P_i R J_1(P_i R) \sqrt{\ln(a/b)}} & (n = 1) \\ \frac{-2\sqrt{\pi} N_{n-1} P_i [J_0(P_i a) \alpha_{n-1} - J_0(P_i b) \beta_{n-1}]}{R J_1(P_i R) [\kappa_{n-1}^2 - P_i^2]} & (n > 1) \end{cases}$$

ただし、 P_i は、 $J_0(P_i R) = 0$ の解である。

次に、試料を充填した円筒共振器の半径 R が同軸線路の外導体の内径 a よりも小さい ($R < a$) 場合は、領域(b)の磁界について式(15)の a を R に書き換える。 P_i は、 $J_0(P_i R) = 0$ の解になる。これらを考慮すると式(22)は、次式のように変わる。

$$Y_{mn}^a = \begin{cases} \frac{1}{\eta_0} \frac{\ln(R/b)}{\ln(a/b)} & (n = m = 1) \\ \frac{\pi N_{n-1}^2 R^2}{\eta_{n-1}} \left\{ S_{n-1}^2 + T_{n-1}^2 - \frac{S_{n-1} T_{n-1}}{\kappa_{n-1} R} - \frac{\beta_{n-1}^2}{R^2} \right\} & (n = m, n > 1, m > 1) \\ -\frac{1}{\eta_0} \sqrt{\frac{2\pi}{\ln(a/b)}} \frac{N_{m-1} T_{m-1}}{\kappa_{m-1}} & (n = 1, m > 1) \\ -\frac{1}{\eta_{n-1}} \sqrt{\frac{2\pi}{\ln(a/b)}} \frac{N_{n-1} T_{n-1}}{\kappa_{n-1}} & (n > 1, m = 1) \\ \frac{2\pi N_{n-1} N_{m-1} R}{\eta_{n-1} (\kappa_{n-1}^2 - \kappa_{m-1}^2)} \{ \kappa_{m-1} S_{n-1} T_{m-1} - \kappa_{n-1} S_{m-1} T_{n-1} \} & (n \neq m, n > 1, m > 1) \end{cases}$$

$$Y_{1mn}^b = -j\omega\epsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni} F_{mi}}{\zeta_i \tan(\zeta_i d)}$$

$$Y_{2mn}^b = j\omega\epsilon \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{ni} F_{mi}}{\zeta_i \sin(\zeta_i d)}$$

$$I_m = \begin{cases} \frac{2}{\eta_0} \frac{\ln(R/b)}{\ln(a/b)} & (m = 1) \\ -\frac{2}{\eta_0} \sqrt{\frac{2\pi}{\ln(a/b)}} \frac{N_{m-1} T_{m-1}}{\kappa_{m-1}} & (m > 1) \end{cases}$$

$$F_{ni} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} J_0(P_i b)}{P_i R J_1(P_i R) \sqrt{\ln(a/b)}} & (n = 1) \\ \frac{2\sqrt{\pi} N_{n-1}}{R J_1(P_i R) (\kappa_{n-1}^2 - P_i^2)} \{ P_i J_0(P_i b) \beta_{n-1} - \kappa_{n-1} R J_1(P_i R) T_{n-1} \} & (n > 1) \end{cases}$$

$$S_n = a [J_0(\kappa_n b) Y_1(\kappa_n R) - Y_0(\kappa_n b) J_1(\kappa_n R)]$$

$$T_n = b [J_0(\kappa_n b) Y_0(\kappa_n R) - Y_0(\kappa_n b) J_0(\kappa_n R)]$$