

交流励磁型同期機の不平衡突発短絡 に関する解析 (第1報)*

—線間短絡故障—

田村 淳 二**
村田 年 昭**
武田 郁 夫**
長谷川 淳***
藤 原 一***

(昭和59年9月18日受理)

Analysis of the Unsymmetrical Sudden Short-Circuit of an AC Excited Synchronous Machine (Part 1)

—Line-to-Line Short-Circuit—

by Junji TAMURA, Toshiaki MURATA, Ikuo TAKEDA,
Jun HASEGAWA and Hajime FUJIWARA

The AC Excited Synchronous Machine (AESM) is a rotating machine which has a three-phase winding in the rotor as well as in the stator and does not have any damper windings. The stator and the rotor are excited by three-phase voltages, with a constant frequency and with a certain slip frequency respectively. AESM rotates synchronously at the rotating speed corresponding to this slip. Therefore, although AESM is equivalent to a Super-Synchronous-Sheribius system structurally, it is evidently different from that system in point of synchronous operation.

In this paper, the line-to-line sudden short-circuit of AESM is analyzed. First, the basic differential equations for the line-to-line sudden short-circuit of the secondary winding are derived and their approximate solutions are obtained. Next the solutions for the line-to-line sudden short-circuit of the primary winding are derived from the above solutions by transformation of circuit constants.

1. ま え が き

交流励磁型同期機 (AC Excited Synchronous Machine, 以下 AESM と略記する) とは、1次側固定子および2次側円筒型回転子の両方にそれぞれ対称三相巻線を有し、制動巻線のな

* 電気学会回転機研究会 (昭和58年9月) にて一部発表。

** 北見工業大学電気工学科

*** 北海道大学工学部電気工学科

い構造の回転機である。一般に、1次側には固定周波数の、2次側にはあるすべり周波数のそれぞれ対称三相電圧を加えて、これらの二つの周波数によって決まる回転数で同期運転する可変速度の同期機である。したがって、AESMは構造的には巻線型誘導機の二次励磁方式に酷似しているが、2次側励磁周波数を固定して同期機として運転する点が大きく異なっている。

筆者らはすでに、電力系統用フライホイール電力貯蔵装置の駆動用回転機への応用を目的として、AESMの定常運転特性¹⁾、過渡運転特性²⁾、V特性³⁾に関して発表している。AESMは可変速運転が可能なこと、1次側の有効、無効電力の制御が可能なこと、2次側に入る周波数変換器が他の回転機(直流機、同期機などがあるが、いずれも1次側に周波数変換器が入ることになる)を用いた場合に比べて小容量ですむこと(筆者らはすべりの変化幅として $0.2 > S > -0.2$ 程度を提案しているが²⁾、この場合には他の方式に比べ1/5の容量ですむことになる)などの利点を有しており、フライホイール駆動用としては非常に有効であると考えられる。本稿では上述の目的を考えた場合に解析が不可欠であると思われる課題の一つとして、AESMの不均衡突発短絡、特に線間短絡故障について検討する。

以下においてまず初めに、二軸理論を用いて2次側線間短絡時の基礎微分方程式を導出する。これは定係数三元連立一階常微分方程式となり解析的に解けるが、その過程および結果は非常に複雑である。そこで本稿では、適当な近似によりすべり $S < 0.5$ 程度の範囲内で十分成立する近似解をラプラス変換法を用いて導出する。これは前述したフライホイール駆動用AESMのすべりの変化幅内においては、十分有効なものである。次に、以上で得られた結果より、AESMの1次側線間短絡時の解も導出する。

2. 基礎理論^{1),2)}

本章では、以後の解析において必要となるAESMの基礎的な理論について述べる。一定すべり S (回転子角速度 ω_{mn})で同期運転しているAESMに巻線変換理論を適用し、等価二相巻線機(d, q 軸、ただし d 軸は2次側a相巻線軸に固定し、 q 軸はそれより相順方向に 90° 進んだ位置に固定する)に変換する。この際の d 軸(q 軸)等価回路は一般に図1となり、基礎微分方程式は次式となる。

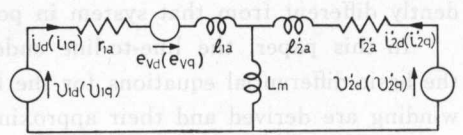


図1 d軸(q軸)等価回路
Fig. 1. d axis (q axis) equivalent circuit.

$$\left. \begin{aligned} v_{1d} &= (r_{1a} + pL_{1a}) i_{1d} + pL_m i_{2d} - e_{vd} \\ v_{1q} &= (r_{1a} + pL_{1a}) i_{1q} + pL_m i_{2q} - e_{vq} \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} v'_{2d} &= (r'_{2a} + pL_{2a}) i'_{2d} + pL_m i_{1d} \\ v'_{2q} &= (r'_{2a} + pL_{2a}) i'_{2q} + pL_m i_{1q} \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= l_{1a} + L_m \\ L_2 &= l'_{2a} + L_m \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 r_{1a} , r'_{2a} は1次側および2次側の一相あたりの巻線抵抗、 l_{1a} , l'_{2a} は同じくもれインダクタンス、 L_m は各相あたりの1次側巻線と2次側巻線の間の相互インダクタンスである。また、ダッシュは等価一次換算量を表わし、 $p(=d/dt)$ は微分演算子である。次に e_{vd} , e_{vq} は d 軸および q 軸の各速度起電力であり、

$$\left. \begin{aligned} e_{vd} &= \omega_{mn} \lambda_{1q} \\ e_{vq} &= -\omega_{mn} \lambda_{1d} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

と表わされる。ここで λ_{1d} , λ_{1q} は d , q 軸1次巻線の磁束鎖交数であり、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{1d} &= i_{1d} L_1 + i'_{2d} L_m \\ \lambda_{1q} &= i_{1q} L_1 + i'_{2q} L_m \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

また、零相分に関しては次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} v_{10} &= (r_{1a} + p l_{10}) i_{10} \\ v'_{20} &= (r'_{2a} + p l'_{20}) i'_{20} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで l_{10} , l'_{20} は1次側および2次側の各零相インダクタンスを表わす。

AESM の1次側および2次側の各印加電圧をそれぞれ v_{1a} , v'_{2a} 等とすると、 d , q 軸回路上の各電圧成分は次式で求められる。

$$\begin{bmatrix} \sqrt{3} v_{10} \\ v_{1d} \\ v_{1q} \end{bmatrix} = [C_\theta] \begin{bmatrix} v_{1a} \\ v_{1b} \\ v_{1c} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{3} v'_{20} \\ v'_{2d} \\ v'_{2q} \end{bmatrix} = [C_\theta(\theta = 0)] \begin{bmatrix} v'_{2a} \\ v'_{2b} \\ v'_{2c} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし、

$$[C_\theta] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\theta = \omega_{mn} t + \theta_0 \quad (10)$$

であり、 θ は1a相巻線軸と2a相巻線軸 (d 軸) 間の相差角である。

3. 2次側線間短絡に関する解析

3.1 基礎微分方程式の導出

一定角速度 ω_{mn} で回転し、1次側には三相对称電圧が印加され、2次側が開放している状

態で2次側 b, c 相が短絡した場合について解析する。条件は、

$$i'_{2a} = 0 \quad (11)$$

$$i'_{2b} = -i'_{2c} \quad (12)$$

$$v'_{2b} = v'_{2c} \quad (13)$$

である。d, q 軸回路における2次側磁束鎖交数を λ_{2d} , λ_{2q} とすると、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{2d} &= i'_{2d} L_2 + i_{1d} L_m \\ \lambda_{2q} &= i'_{2q} L_2 + i_{1q} L_m \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

であり、零相分を λ_{20} , 2次側各相の磁束鎖交数を λ_{2a} , λ_{2b} , λ_{2c} とすると、(8) 式の場合と同様に、

$$\begin{bmatrix} \lambda_{2a} \\ \lambda_{2b} \\ \lambda_{2c} \end{bmatrix} = [C_\theta(\theta = 0)]^{-1} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \lambda_{20} \\ \lambda_{2d} \\ \lambda_{2q} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} \lambda_{20} \\ \lambda_{2d} \\ \lambda_{2q} \end{bmatrix} \quad (15)$$

となる。一方、

$$\left. \begin{aligned} v'_{2b} &= r'_{2a} i'_{2b} + p \lambda_{2b} \\ v'_{2c} &= r'_{2a} i'_{2c} + p \lambda_{2c} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

であるので、(13) 式より

$$v'_{2b} - v'_{2c} = r'_{2a} (i'_{2b} - i'_{2c}) + p(\lambda_{2b} - \lambda_{2c}) = 0 \quad (17)$$

となり、(15) 式より

$$\lambda_{2b} - \lambda_{2c} = \sqrt{2} \lambda_{2q} \quad (18)$$

である。さらに(8), (11), (12) 式より、

$$\begin{bmatrix} \sqrt{3} i'_{20} \\ i'_{2d} \\ i'_{2q} \end{bmatrix} = [C_\theta(\theta = 0)] \begin{bmatrix} i'_{2a} \\ i'_{2b} \\ i'_{2c} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\sqrt{3}/2)(i'_{2b} - i'_{2c}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{2} i'_{2b} \end{bmatrix} \quad (19)$$

となるから、これを(14) 式に代入して、

$$\lambda_{2q} = \sqrt{2} i'_{2b} L_2 + i_{1q} L_m \quad (20)$$

が得られる。したがって、上式と(17), (18) 式より

$$\sqrt{2} i'_{2b} r'_{2a} + p(L_2 \sqrt{2} i'_{2b} + L_m i_{1q}) = 0 \quad (21)$$

が求まる。一方、(19) 式を(1) 式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} v_{1d} &= (r_{1a} + pL_1) i_{1d} - \omega_{mn} (L_1 i_{1q} + L_m \sqrt{2} i'_{2b}) \\ v_{1q} &= (r_{1a} + pL_1) i_{1q} + pL_m \sqrt{2} i'_{2b} + \omega_{mn} L_1 i_{1d} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

が得られる。以上により得られた(21), (22) 式が2次側線間短絡時の基礎微分方程式である。

3.2 初期条件等に関する検討

AESM の1次側印加電圧として、

$$v_{1a} = \sqrt{2} V_{1a} \cos(\omega_1 t + \rho_1) \quad (23)$$

のような三相对称電圧 (b, c 相は位相がそれぞれ $2\pi/3, 4\pi/3$ ずつ遅れているとする) を仮定すると、(7) 式より (22) 式における v_{1d}, v_{1q} として

$$\left. \begin{aligned} v_{1d} &= \sqrt{3} V_{1a} \cos\{(\omega_1 - \omega_{mn})t + \rho_1 - \theta_0\} \\ v_{1q} &= \sqrt{3} V_{1a} \sin\{(\omega_1 - \omega_{mn})t + \rho_1 - \theta_0\} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

が得られる。一方、電流の初期条件は文献(2)より、(23)式の電圧のもとでは次式となる。

$$\left. \begin{aligned} i'_{2b0} &= 0 \\ i_{1d0} &= \frac{\sqrt{3} V_{1a}}{\sqrt{r_{1a}^2 + (\omega_1 L_1)^2}} \cdot \cos(\rho_1 - \theta_0 - \alpha_1) \\ i_{1q0} &= \frac{\sqrt{3} V_{1a}}{\sqrt{r_{1a}^2 + (\omega_1 L_1)^2}} \cdot \sin(\rho_1 - \theta_0 - \alpha_1) \\ \alpha_1 &= \angle r_{1a} + j\omega_1 L_1 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

3.3 基礎微分方程式の解析

(21), (22) 式を状態微分方程式の形に変形すると次式となる。なお、変数には区別しやすいように添字 (LL2) を付した。

$$p\mathbf{X}_{LL2} = [A_{LL2}] \mathbf{X}_{LL2} + [B_{LL2}] \mathbf{U}_{LL2} \quad (26)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_{LL2}^T &= [i_{1d}^{LL2} \quad i_{1q}^{LL2} \quad \sqrt{2} i_{2b}^{LL2}] \\ \mathbf{U}_{LL2}^T &= [v_{1d} \quad v_{1q}] \\ [A_{LL2}] &= \begin{pmatrix} -\frac{r_{1a}}{L_1} & \omega_{mn} & \frac{\omega_{mn} L_m}{L_1} \\ -\frac{\omega_{mn} L_1 L_2}{L_0^2} & -\frac{r_{1a} L_2}{L_0^2} & -\frac{r'_{2a} L_m}{L_0^2} \\ -\frac{\omega_{mn} L_1 L_m}{L_0^2} & -\frac{r_{1a} L_m}{L_0^2} & -\frac{r'_{2a} L_1}{L_0^2} \end{pmatrix} \\ [B_{LL2}] &= \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{L_2}{L_0^2} \\ 0 & -\frac{L_m}{L_0^2} \end{pmatrix} \\ L_0^2 &= L_1 L_2 - L_m^2 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

である。上式にラプラス変換法を適用すると、その解は

$$\mathbf{X}_{LL2}(s) = [sI - A_{LL2}]^{-1} \mathbf{X}_{LL2}(t=0) + [sI - A_{LL2}]^{-1} [B_{LL2}] \mathbf{U}_{LL2}(s) \quad (28)$$

と表わされる。ただし $[I]$ は単位行列であり、 $\mathbf{X}_{LL2}(s)$ 、 $\mathbf{U}_{LL2}(s)$ は \mathbf{X}_{LL2} 、 \mathbf{U}_{LL2} のラプラス変関数である。さらに、(27) 式より上式の逆行列部分が結果的に次式となる。

$$[sI - A_{LL2}]^{-1} = \frac{1}{F_{LL2}(s)} \times \left[\begin{array}{cc} s^2 + s \frac{r_{1a} L_2 + r'_{2a} L_1}{L_0^2} + \frac{r_{1a} r'_{2a}}{L_0^2} & \omega_{mn} \left(s + \frac{r_{1a} L_m^2 + r'_{2a} L_1^2}{L_0^2 L_1} \right) \\ - \frac{\omega_{mn} L_1}{L_0^2} (s L_2 + r'_{2a}) & s^2 + s \frac{r_{1a} L_0^2 + r'_{2a} L_1^2}{L_0^2 L_1} + \frac{r_{1a} r'_{2a} - (\omega_{mn} L_m)^2}{L_0^2} \\ s \frac{\omega_{mn} L_1 L_m}{L_0^2} & \frac{L_m}{L_0^2} \left\{ s r_{1a} + \frac{r_{1a}^2 + (\omega_{mn} L_1)^2}{L_1} \right\} \\ \frac{\omega_{mn} L_m}{L_1} \left(s + \frac{r'_{2a} L_1 + r_{1a} L_2}{L_0^2} \right) & \\ \frac{L_m}{L_0^2 L_1} (s r'_{2a} L_1 + r_{1a} r'_{2a} - \omega_{mn}^2 L_1 L_2) & \\ s^2 + s r_{1a} \frac{L_1 L_2 + L_0^2}{L_0^2 L_1} + L_2 \frac{r_{1a}^2 + (\omega_{mn} L_1)^2}{L_0^2 L_1} & \end{array} \right] \quad (29)$$

$$F_{LL2}(s) = s^3 + s^2 \frac{r_{1a} (L_1 L_2 + L_0^2) + r'_{2a} L_1^2}{L_0^2 L_1} + s \frac{r_{1a}^2 L_2 + 2 r_{1a} r'_{2a} L_1 + \omega_{mn}^2 L_0^2 L_1}{L_0^2 L_1} + \frac{r'_{2a} \{r_{1a}^2 + (\omega_{mn} L_1)^2\}}{L_0^2 L_1} \quad (30)$$

3.4 特性方程式に関する検討

(30) 式の特性方程式を直接用いて (28) 式を計算するのは非常に複雑である。そこで、本稿では適当な近似を用いた近似解を得ることとする。まず (30) 式において、全抵抗を 0 とおいて減衰を無視した場合を考えると、

$$F_{LL2}(s) (r_{1a}, r'_{2a} \rightarrow 0) = s(s^2 + \omega_{mn}^2) \quad (31)$$

となり、したがって解には直流分と角速度 ω_{mn} で振動する成分があることが解る。よって、 $F_{LL2}(s)$ を近似的に定数 α_{LL2} 、 β_{LL2} を用いて次式とおく。

$$F_{LL2}(s) \doteq (s + \alpha_{LL2}) \{s + \beta_{LL2}\} + \omega_{mn}^2 \quad (32)$$

$1/\alpha_{LL2}$ は直流分の時定数であるが、通常の同期機の場合の線間短絡時の直流分の時定数の類推から、

$$\frac{1}{\alpha_{LL2}} = \frac{L_0^2}{r'_{2a} L_1} = \frac{L_2'}{r'_{2a}} = T_r \quad (33)$$

とおく。これは、同期機の線間短絡時の電機子時定数 $T_{a(t-1)}$ において⁴⁾、突極性および制動巻

線の影響を無視し、回転子側にやき直したものであり、回転子時定数と呼ぶこととする。また L'_2 は、2次側の過渡リアクタンスである。次に、上式の α_{LL2} を (32) 式に代入し、その s^2 の項の係数を (30) 式の s^2 の項に等しいとおいて β_{LL2} を求めると次式となる。

$$\frac{1}{\beta_{LL2}} = \frac{1}{r_{1a}} \cdot \frac{2L_1 L'_2}{L_2 + L'_2} = T'_{LL2} \tag{34}$$

これは2次側線間短絡時の短絡過渡時定数であり、通常の同期機の場合の同時定数 $T'_{d(l-l)^4}$ をやき直したものに完全に一致する。

以上の仮定の正当性を確認するために、実際に数値計算を行なってみる。数値計算モデルは表1に示した巻線型誘導電動機である。得られた結果を図2に示す。同図で、横軸は

表1 モデルの定格および回路定数

Table 1. Rated values and circuit constants of the model

定 格		回路定数 (Ω)	
出力	250 HP	r_{1a}	0.86
電機子電圧	$3000/\sqrt{3}$ V	r'_{2a}	1.09
電機子電流	49.2 A	ωl_{1a}	3.73
力 率	遅れ81 %	$\omega l'_{2a}$	3.61
効 率	90 %	ωL_m	95.1
す べ り	3.5 %		
極 数	12 極		
周波数	50 Hz		
GD ²	380kgm ²		

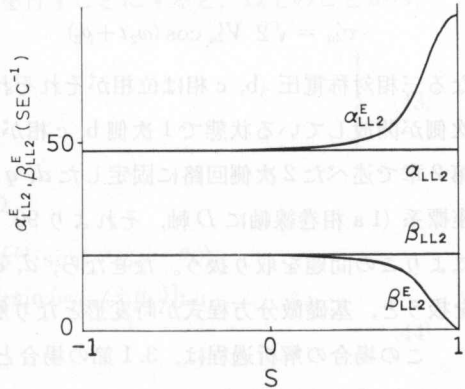


図2 特性根の計算

Fig. 2. Calculation of characteristic roots.

$$S = \frac{\omega_1 - \omega_{mn}}{\omega_1} \tag{35}$$

で表わされるすべりであり ($\omega_1 = 2\pi \times 50$ とした), $\alpha_{LL2}^E, \beta_{LL2}^E$ は (30) 式を直接数値的に解いて得られた各時定数の値, $\alpha_{LL2}, \beta_{LL2}$ は (33), (34) 式より得られた値を表わしている。この結果より $S < 0.5$ 程度の範囲内では (32)~(34) 式の仮定は十分妥当であることが解る。またこの範囲は、先にフライホイール駆動用として提案したすべりの変化幅を十分包含している。

3.5 短絡電流の近似式

前節までに得られた (24), (25), (27), (29), (32)~(34) 式より (28) 式の逆変換を行ない、各電流の近似解を計算すると、その最終的な結果が次のようになる。ただし、各係数等は付録に示してある。

$$\left. \begin{aligned} i_{1d}^{LL2} &= I_{1d1} \varepsilon^{-t/T_r} + I_{1d2} \varepsilon^{-t/T'_{LL2}} \cdot \cos(\omega_{mn} t + \xi_{1d1}) + I_{1d3} \cdot \cos\{(\omega_1 - \omega_{mn}) t + \xi_{1d2}\} \\ i_{1q}^{LL2} &= I_{1q1} \varepsilon^{-t/T_r} + I_{1q2} \varepsilon^{-t/T'_{LL2}} \cdot \sin(\omega_{mn} t + \xi_{1q1}) + I_{1q3} \cdot \sin\{(\omega_1 - \omega_{mn}) t + \xi_{1q2}\} \\ \sqrt{2} i_{2b}^{LL2} &= I_{2b1} \varepsilon^{-t/T_r} + I_{2b2} \varepsilon^{-t/T'_{LL2}} \cdot \cos(\omega_{mn} t + \xi_{2b1}) - I_{2b3} \cdot \cos\{(\omega_1 - \omega_{mn}) t + \xi_{2b2}\} \end{aligned} \right\} \tag{36}$$

これらの i_d^{L2} , i_q^{L2} より (7) 式の逆変換を行なうことにより 1 次側 a 相電流 i_a^{L2} を計算すると、その結果が次式となる (係数は付録参照)。

$$\begin{aligned} i_a^{L2} = & I_{1a1} \varepsilon^{-t/T_r} \cdot \cos(\omega_{mn} t + \theta_0 + \xi_{1a1}) \\ & + \varepsilon^{-t/T_r} L_{L2} \{ I_{1a21} \cdot \cos(2\omega_{mn} t + \theta_0 + \xi_{1a2}) + I_{1a22} \} \\ & + I_{1a3} \cdot \cos(\omega_1 t + \theta_0 + \xi_{1a3}) + I_{1a4} \cdot \cos\{(\omega_1 - 2\omega_{mn}) t - \theta_0 + \xi_{1a4}\} \end{aligned} \quad (37)$$

なお, i_b^{L2} , i_c^{L2} は上式においてそれぞれ ρ_1 を $\rho_1 - 2\pi/3$, $\rho_1 - 4\pi/3$ とおきかえることにより得られる。

4. 1 次側線間短絡に関する解析

一定角速度 ω_{mn} で回転し, 2 次側には

$$v'_{2a} = \sqrt{2} V'_{2a} \cos(\omega_2 t + \rho_2) \quad (38)$$

なる三相対称電圧 (b, c 相は位相がそれぞれ $2\pi/3$, $4\pi/3$ ずつ遅れているとする) が印加され, 1 次側が開放している状態で 1 次側 b, c 相が短絡した場合について解析する。ただし, ここでは第 2 章で述べた 2 次側回路に固定した d, q 軸座標系ではなく, 1 次側回路に固定した D, Q 軸座標系 (1 a 相巻線軸に D 軸, それより 90° 相順方向に進んだ位置に Q 軸をそれぞれ固定する) によりこの問題を取り扱う。なぜなら, d, q 軸座標系のままで 1 次側回路における不平衡故障を扱おうと, 基礎微分方程式が時変形となり解析的に解くことができなくなるからである。

この場合の解析過程は, 3.1 節の場合とまったく同様である。ただし, 変換行列 $[C_\theta]$ における回転角 θ は, (10) 式のかわりに,

$$\theta = -\omega_{mn} t - \theta_0 \quad (39)$$

としなければならない。これは, D 軸 (1 a 相軸) より計った回転角は $-\theta$ となるからである。以上のもとに, 1 次側線間短絡時の基礎微分方程式を導出すると, 最終的な結果が次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2} i_{1b} r_{1a} + p(\sqrt{2} i_{1b} L_1 + i'_{2Q} L_m) &= 0 \\ v'_{2D} &= (r'_{2a} + pL_2) i'_{2D} + \omega_{mn} (L_2 i'_{2Q} + L_m \sqrt{2} i_{1b}) \\ v'_{2Q} &= (r'_{2a} + pL_2) i'_{2Q} + pL_m \sqrt{2} i_{1b} - \omega_{mn} L_2 i'_{2D} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} v'_{2D} &= \sqrt{3} V'_{2a} \cos\{(\omega_2 + \omega_{mn}) t + \rho_2 + \theta_0\} \\ v'_{2Q} &= \sqrt{3} V'_{2a} \sin\{(\omega_2 + \omega_{mn}) t + \rho_2 + \theta_0\} \\ i_{1b0} &= 0 \\ i'_{2D0} &= \frac{\sqrt{3} V'_{2a}}{\sqrt{r_{2a}^2 + (\omega_2 L_2)^2}} \cdot \cos(\rho_2 + \theta_0 - \alpha_2) \\ i'_{2Q0} &= \frac{\sqrt{3} V'_{2a}}{\sqrt{r_{2a}^2 + (\omega_2 L_2)^2}} \cdot \sin(\rho_2 + \theta_0 - \alpha_2) \\ \alpha_2 &= \angle r'_{2a} + j\omega_2 L_2 \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

である。次に、次式のような変換を考える。

$$\left. \begin{aligned}
 \omega_{mn} &\longrightarrow -\omega_{mn}, & \omega_1 &\longrightarrow \omega_2 & (= \omega_1 - \omega_{mn}) \\
 \theta_0 &\longrightarrow -\theta_0, & V_{1a} &\longrightarrow V'_{2a} \\
 r_{1a} &\longleftrightarrow r'_{2a}, & L_1 &\longleftrightarrow L_2, & l_{10} \longleftrightarrow l'_{20} \\
 \alpha_1 &\longrightarrow \alpha_2, & \rho_1 &\longrightarrow \rho_2 \\
 (L_0^2, L_m \text{ はそのまま})
 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

上式の変換を (21), (22), (24), (25) 式に行なうと、 i_{1b} と i'_{2b} , i'_{2D} と i_{1a} , i'_{2Q} と i_{1q} の対応のもとで (40), (41) 式とまったく同形となる。したがって、(40) 式の解は 2 次側線間短絡時の解に上式の変換を行なうことにより得られることとなる。そこで、(42) 式の変換を $[]_{2 \rightarrow 1}$ と表わすこととし、(40) 式の各変数に 1 次側線間短絡の添字 (LL1) を付すことにすると、以上のことから、

$$\left. \begin{aligned}
 i_{1b}^{LL1} &= [i'_{2b}{}^{LL2}]_{2 \rightarrow 1} \\
 i'_{2D}{}^{LL1} &= [i_{1d}^{LL2}]_{2 \rightarrow 1} \\
 i'_{2Q}{}^{LL1} &= [i_{1q}^{LL2}]_{2 \rightarrow 1}
 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

となる。さらに 2 次側 a 相電流 $i'_{2a}{}^{LL1}$ は、(39) 式より

$$\begin{aligned}
 i'_{2a}{}^{LL1} &= \sqrt{2/3} \cdot \{i'_{2D}{}^{LL1} \cdot \cos(-\omega_{mn}t - \theta_0) - i'_{2Q}{}^{LL1} \cdot \sin(-\omega_{mn}t - \theta_0)\} \\
 &= [\sqrt{2/3} \cdot \{i_{1d}^{LL2} \cdot \cos(\omega_{mn}t + \theta_0) - i_{1q}^{LL2} \cdot \sin(\omega_{mn}t + \theta_0)\}]_{2 \rightarrow 1} \\
 &= [i_{1a}^{LL2}]_{2 \rightarrow 1}
 \end{aligned} \quad (44)$$

として求められる。

以上のように、1 次側線間短絡時の解はすべて 2 次側線間短絡時の解に (42) 式なる変換を行なうことにより得られることとなる。

5. あとがき

本稿では、AESM の無負荷不平衡突発短絡のうち、線間短絡故障に関して解析した。まず初めに、二軸理論により 2 次側線間短絡時の基礎微分方程式を導出した。これは定係数の三元連立微分方程式であるので解析的に解くことが可能であるが、その過程は非常に複雑である。そこで本稿では、二つの時定数を通常の同期機からの類推により仮定し、これをもとに短絡電流の近似解を導出した。なおこの仮定は、特性方程式の数値解析によりすべり $S < 0.5$ 程度の範囲内において、十分妥当であることが確認された。したがって、得られた電流解もこのすべりの範囲内において、十分有効であるものと考えられる。次に、1 次側線間短絡故障に関して解析を行ない、この解が 2 次側線間短絡時の解よりまったく簡単な回路定数の変換を行なうことにより直接導出できることを示した。

以上により、AESM の線間短絡時における基礎的理論が明確となった。なお、得られた電流解は近似解といえども非常に複雑な式であり、今後の課題としてより使いやすい形に整理す

る必要があると考えられる。最後に、本研究に対して御協力戴いた北海道大学大学院修士課程在學生、鷺田 栄君に感謝申し上げます。

文 献

- 1) 田村ほか：電気学会論文誌，Vol. 103-B，No. 2，p. 93 (1983).
- 2) 田村ほか：電気学会論文誌，Vol. 104-B，No. 1，p. 17 (1984).
- 3) 田村ほか：電気学会論文誌，Vol. 104-B，No. 3，p. 181 (1984).
- 4) 猪狩武尚：“電気機械理論” p. 224 (1977)，コロナ社.

付 録． 2次側線間短絡電流の計算

すべりの範囲として $S < 0.5$ ($\omega_{mn} > 0.5\omega_1$) 程度を解析の対象としているので、(29) 式の要素において以下の近似が十分成立する。

$$\left. \begin{aligned} [sI - A_{LL2}]^{-1}_{(2,2)} &\doteq \frac{1}{F_{LL2}(s)} \left(s^2 + s \frac{r_{1a} L_0^2 + r'_{2a} L_1^2}{L_0^2 L_1} - \frac{\omega_{mn}^2 L_m^2}{L_0^2} \right) \\ [sI - A_{LL2}]^{-1}_{(2,3)} &\doteq \frac{1}{F_{LL2}(s)} \left\{ \frac{L_m}{L_0^2 L_1} (sr'_{2a} L_1 - \omega_{mn}^2 L_1 L_2) \right\} \\ [sI - A_{LL2}]^{-1}_{(3,2)} &\doteq \frac{1}{F_{LL2}(s)} \left\{ \frac{L_m}{L_0^2} (sr_{1a} + \omega_{mn}^2 L_1) \right\} \\ [sI - A_{LL2}]^{-1}_{(3,3)} &\doteq \frac{1}{F_{LL2}(s)} \left(s^2 + sr_{1a} \frac{L_1 L_2 + L_0^2}{L_0^2 L_1} + \frac{\omega_{mn}^2 L_1 L_2}{L_0^2} \right) \end{aligned} \right\} \text{(付. 1)}$$

上式で、右下の添字は(行, 列)の要素を表わしている。次に、(28) 式の逆変換を行なう際には(32) 式の $F_{LL2}(s)$ を部分分数展開して計算することになるが、この時の途中計算においても上式の場合と同様にして以下の近似が十分成立すると考えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{F_{LL2}(s)} \right\} &\doteq \frac{1}{\omega_{mn}^2} \left(\varepsilon^{-\alpha_{LL2} t} - \varepsilon^{-\beta_{LL2} t} \cdot \cos \omega_{mn} t \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_{LL2} - \beta_{LL2}}{\omega_{mn}} \cdot \varepsilon^{-\beta_{LL2} t} \cdot \sin \omega_{mn} t \right) \\ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{F_{LL2}(s)} \right\} &\doteq - \frac{\alpha_{LL2}}{\omega_{mn}^2} (\varepsilon^{-\alpha_{LL2} t} - \varepsilon^{-\beta_{LL2} t} \cdot \cos \omega_{mn} t) \\ &\quad + \frac{1}{\omega_{mn}} \cdot \varepsilon^{-\beta_{LL2} t} \cdot \sin \omega_{mn} t \\ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s^2}{F_{LL2}(s)} \right\} &\doteq \varepsilon^{-\beta_{LL2} t} \cdot \cos \omega_{mn} t + \frac{\alpha_{LL2} + \beta_{LL2}}{\omega_{mn}} \cdot \varepsilon^{-\beta_{LL2} t} \cdot \sin \omega_{mn} t \end{aligned} \right\} \text{(付. 2)}$$

以上の近似のもとに(28) 式を逆変換して得られた(36), (37) 式の各係数を以下に列記する。

$$\left. \begin{aligned} I_{1d1} &= J_{d1} - I_{1d43} \cdot \cos \theta_{1d1} \\ I_{1d2} \varepsilon^{j\hat{\varepsilon}_{1d1}} &= I_{1d21} - jI_{1d22} \\ I_{1d3} \varepsilon^{j\hat{\varepsilon}_{1d2}} &= I_{1d31} + jI_{1d32} \\ I_{1d21} &= J_{d2} - I_{1d41} \cdot \cos \theta_{1d2} - I_{1d42} \cdot \cos \theta_{1d3} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1d22} &= J_{d3} + I_{1d41} \cdot \sin \theta_{1d2} - I_{1d42} \cdot \sin \theta_{1d3} \\
 I_{1d31} &= -I_{1d43} \cdot \cos \theta_{1d1} + I_{1d41} \cdot \cos \theta_{1d2} + I_{1d42} \cdot \cos \theta_{1d3} \\
 I_{1d32} &= -I_{1d43} \cdot \sin \theta_{1d1} + I_{1d41} \cdot \sin \theta_{1d2} + I_{1d42} \cdot \sin \theta_{1d3} \\
 I_{1d41} &= \sqrt{3} V_{1a} \sqrt{J_{d5}^2 + J_{d6}^2} / (2L_1 \sqrt{\beta_{LL2}^2 + (\omega_1 - 2\omega_{mn})^2}) \\
 I_{1d42} &= \sqrt{3} V_{1a} \sqrt{J_{d6}^2 + 4} / (2\omega_1 L_1) \\
 I_{1d43} &= \sqrt{3} V_{1a} J_{d4} / (L_1 \sqrt{\alpha_{LL2}^2 + (\omega_1 - \omega_{mn})^2}) \\
 \theta_{1d1} &= \rho_1 - \theta_0 - \theta_{11} \\
 \theta_{1d2} &= \rho_1 - \theta_0 - \theta_{12} - / J_{d5} + jJ_{d6} \\
 \theta_{1d3} &= \rho_1 - \theta_0 - \pi/2 + / 2 + jJ_{d6} \\
 \theta_{11} &= / \alpha_{LL2} + j(\omega_1 - \omega_{mn}) \\
 \theta_{12} &= / \beta_{LL2} + j(\omega_1 - 2\omega_{mn}) \\
 J_{d1} &= -J_{d4} i_{1d0} + (r_{1a} L_m^2 / \omega_{mn} L_0^2 L_1) i_{1q0} \\
 J_{d2} &= i_{1d0} - (r_{1a} L_m^2 / \omega_{mn} L_0^2 L_1) i_{1q0} \\
 J_{d3} &= J_{d6} i_{1d0} + i_{1q0} \\
 J_{d4} &= r'_{2a} (r_{1a} L_m^2 + r'_{2a} L_1^2) / (\omega_{mn}^2 L_0^4) \\
 J_{d5} &= r_{1a} r'_{2a} (3L_1 L_2 - L_0^2) / (2\omega_{mn}^2 L_0^4) \\
 J_{d6} &= \{r_{1a} (3L_1 L_2 + L_0^2) + 4r'_{2a} L_1^2\} / (2\omega_{mn} L_0^3 L_1)
 \end{aligned}
 \tag{付. 3}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1q1} &= J_{q1} + I_{1q34} \cdot \sin \theta_{1q1} \\
 I_{1q2} \varepsilon^{j\varepsilon_{1q1}} &= I_{1q21} + jI_{1q22} \\
 I_{1q3} \varepsilon^{j\varepsilon_{1q2}} &= I_{1q31} + jI_{1q32} \\
 I_{1q21} &= J_{q2} - I_{1q41} \cdot \cos \theta_{1q2} + I_{1q42} \cdot \cos \theta_{1q3} \\
 I_{1q22} &= J_{q3} + I_{1q41} \cdot \sin \theta_{1q2} + I_{1q42} \cdot \sin \theta_{1q3} \\
 I_{1q31} &= -I_{1q43} \cdot \cos \theta_{1q1} + I_{1q41} \cdot \cos \theta_{1q2} + I_{1q42} \cdot \cos \theta_{1q3} \\
 I_{1q32} &= -I_{1q43} \cdot \sin \theta_{1q1} - I_{1q41} \cdot \sin \theta_{1q2} + I_{1q42} \cdot \sin \theta_{1q3} \\
 I_{1q41} &= \sqrt{3} V_{1a} L_2 / (L_0^2 \sqrt{\beta_{LL2}^2 + (\omega_1 - 2\omega_{mn})^2}) \\
 I_{1q42} &= \sqrt{3} V_{1a} J_{q5} / (2\omega_1 L_1) \\
 I_{1q43} &= \sqrt{3} V_{1a} J_{q4} / (L_1 \sqrt{\alpha_{LL2}^2 + (\omega_1 - \omega_{mn})^2}) \\
 \theta_{1q1} &= \rho_1 - \theta_0 - \theta_{11} - / J_{q3} + jJ_{q2} \\
 \theta_{1q2} &= \rho_1 - \theta_0 - \theta_{12} \\
 \theta_{1q3} &= \rho_1 - \theta_0 \\
 J_{q1} &= J_{q4} i_{1d0} - (L_m^2 / L_0^2) i_{1q0} \\
 J_{q2} &= -J_{q4} i_{1d0} + (L_1 L_2 / L_0^2) i_{1q0} \\
 J_{q3} &= -(L_1 L_2 / L_0^3) i_{1d0} + J_{q6} i_{1q0}
 \end{aligned}
 \tag{付. 4}$$

$$\begin{aligned}
 J_{q4} &= r'_{2a} L_1 L_m^2 / (\omega_{mn} L_0^4) \\
 J_{q5} &= \{r_{1a} L_2 (L_1 L_2 + 3L_0^2) + 4r'_{2a} L_1^2 L_2\} / (2\omega_{mn} L_0^4) \\
 J_{q6} &= \{r_{1a} (4L_0^4 - L_1 L_2 L_m^2) + 2r'_{2a} L_1^2 (2L_0^2 + L_m^2)\} / (2\omega_{mn} L_0^4 L_1) \\
 I_{2b1} &= J_{b1} + I_{2b43} \cdot \cos \theta_{2b1} \\
 I_{2b2} \varepsilon^{j\xi_{2b1}} &= I_{2b21} - jI_{2b22} \\
 I_{2b3} \varepsilon^{j\xi_{2b2}} &= I_{2b31} - jI_{2b32} \\
 I_{2b21} &= -J_{b1} - I_{2b41} \cdot \cos \theta_{2b2} + I_{2b42} \cdot \cos \theta_{2b3} \\
 I_{2b22} &= J_{b2} + I_{2b41} \cdot \sin \theta_{2b2} + I_{2b42} \cdot \sin \theta_{2b3} \\
 I_{2b31} &= I_{2b43} \cdot \cos \theta_{2b1} - I_{2b41} \cdot \cos \theta_{2b2} + I_{2b42} \cdot \cos \theta_{2b3} \\
 I_{2b32} &= I_{2b43} \cdot \sin \theta_{2b1} - I_{2b41} \cdot \sin \theta_{2b2} + I_{2b42} \cdot \sin \theta_{2b3} \\
 I_{2b41} &= \sqrt{3} V_{1b} J_{b4} / (2L_1 \sqrt{\beta_{LL2}^2 + (\omega_1 - 2\omega_{mn})^2}) \\
 I_{2b42} &= \sqrt{3} V_{1a} \sqrt{J_{b5}^2 + (2L_1 L_m / L_0^2)^2} / (2\omega_1 L_1) \\
 I_{2b43} &= \sqrt{3} V_{1a} J_{b3} / (L_1 \sqrt{\alpha_{LL2}^2 + (\omega_1 - \omega_{mn})^2}) \\
 \theta_{2b1} &= \rho_1 - \theta_0 - \theta_{11} \\
 \theta_{2b2} &= \rho_1 - \theta_0 - \theta_{12} + \pi/2 \\
 \theta_{2b3} &= \rho_1 - \theta_0 - \pi/2 - / J_{b5} + j(2L_1 L_m / L_0^2) \\
 J_{b1} &= -J_{b3} i_{1d0} + (L_1 L_m L_0^2) i_{1q0} \\
 J_{b2} &= (L_1 L_m / L_0^2) i_{1d0} + J_{b6} i_{1q0} \\
 J_{b3} &= r'_{2a} L_1^2 L_m / (\omega_{mn} L_0^4) \\
 J_{b4} &= \{r_{1a} (L_1 L_2 + 3L_0^2) L_m + 4r'_{2a} L_1^2 L_m\} / (2\omega_{mn} L_0^4) \\
 J_{b5} &= \{r_{1a} (L_1 L_2 + 3L_0^2) L_m\} / (2\omega_{mn} L_0^4) \\
 J_{b6} &= \{(2r'_{2a} L_1^2 - r_{1a} L_m^2) L_m\} / (2\omega_{mn} L_0^4)
 \end{aligned}
 \tag{付. 5}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1a1} \varepsilon^{j\xi_{1a1}} &= \sqrt{2/3} (I_{1d1} + jI_{1q1}) \\
 I_{1a21} \varepsilon^{j\xi_{1a2}} &= \sqrt{1/6} (I_{1a211} - jI_{1a212}) \\
 I_{1a22} &= \sqrt{1/6} \{I_{1d2} \cos (\xi_{1d1} - \theta_0) - I_{1q2} \cos (\xi_{1q1} - \theta_0)\} \\
 I_{1a3} \varepsilon^{j\xi_{1a3}} &= \sqrt{1/6} (I_{1a31} + jI_{1a32}) \\
 I_{1a4} \varepsilon^{j\xi_{1a4}} &= \sqrt{1/6} (I_{1a41} + jI_{1a42}) \\
 I_{1a211} &= I_{1d2} \cos \xi_{1d1} + I_{1q2} \cos \xi_{1q1} \\
 I_{1a212} &= -I_{1d2} \sin \xi_{1d1} - I_{1q2} \sin \xi_{1q1} \\
 I_{1a31} &= I_{1d3} \cos \xi_{1d2} + I_{1q3} \cos \xi_{1q2} \\
 I_{1a32} &= I_{1d3} \sin \xi_{1d2} + I_{1q3} \sin \xi_{1q2} \\
 I_{1a41} &= I_{1d3} \cos \xi_{1d2} - I_{1q3} \cos \xi_{1q2} \\
 I_{1a42} &= I_{1d3} \sin \xi_{1d2} - I_{1q3} \sin \xi_{1q2}
 \end{aligned}
 \tag{付. 6}$$