

走行荷重による単純トラス橋の動的応答 と低周波空気振動発振評価*

大 島 俊 之**
三 上 修 一**
能 町 純 雄***
森 弘**

(昭和56年9月30日受理)

Dynamic Response of a Simple Truss Bridge Subjected to a Travelling Load and Evaluation of the Generating Infrasound Pressure Level

by Toshiyuki OSHIMA, Shuichi MIKAMI, Sumio NOMACHI
and Hiroshi MORI

Infrasound noise generated from super highway bridges caused by the speedy passage of heavy vehicles, has risen to be a new traffic problem.

In this paper the authors attempt to evaluate the sound Pressure Level of the truss bridge vehicle system. The dynamic response of a bridge subjected to a travelling load, is handled by means of the Finite Strip Method, and the S. P. L of the bridge is formulated from a particle velocity equation.

Numerical results showing the dynamic response in deflection, velocity, and radiating sound level of a bridge subjected to a moving point load are shown in the tables and figures.

1. ま え が き

近年、高速道路等の高架橋梁周辺において、低周波空気振動（以下空気振動という）が発生し、それが周辺住民の生活に影響を与え、一種の環境問題となっている例がいくつか報告されている^{1),2),3)}。

この高架橋梁より発生する空気振動現象は、多くの音響関係研究者や土木技術者の現場計測^{4)~13)}により、関連する要因等について研究されている。

橋梁の空気振動発振伝播の問題は、走行荷重による橋梁の動的応答にともなう橋体振動が

* 土木学会年次学術講演会にて講演 (1980 9月, 札幌)

** 北見工業大学開発工学科

*** 北海道大学工学部土木工学科

生ずる音響エネルギーの評価の問題、空気振動そのものが周辺の家屋に与える影響、人間の心理的影響、医学的影響の問題、また放射された空気振動が、気象、地形等の影響のもとに減衰、屈折、反射する伝播問題など、きわめて多岐に渡るが、本論文においては、音響エネルギーの評価問題について、走行荷重による上路単純トラス橋の場合をとりあげる。

橋梁の動的応答については、Timoshenko¹⁴⁾、Inglis¹⁵⁾ など非常に古くから今日まで莫大な量の研究が行なわれており¹⁶⁾、また音圧の理論的研究として橋梁を薄い平板とみなし、音響湧点の理論を用いて発生伝播を解析した今市¹⁷⁾の研究などがある¹⁸⁾。

本論文では床版を帯板要素法によってモデル化し、トラス構造については、上下横構、対傾構を考慮した差分方程式で表わした。

トラスのモデルは格間長を無限小にしたときに得られる微分方程式が、トラスの斜材を換算板厚を用いて等価薄肉弾性ばりに置換した小松^{19),20)}の微分方程式と同形になることを、鉛直曲げ振動とねじり振動の場合について示すことができた。(付録 A 参照)

床版上を等速走行する単一集中荷重による動的応答は、Modal Analysis を用いて求め、橋体表面の振動速度が空気振動の粒子速度に等しいとして、橋梁表面の法線方向に放射される音響エネルギーを評価、解析した。

数値計算では音響パワーレベルの周波数に対応するスペクトル図を求めるとともに、断面内でのパワー分布などについても検討した。

2. 基礎式の誘導と動的応答解析

(1) 床版、床組のモデル化

床版と縦桁、横桁からなる床組のモデル化には一般に直交異方性版、あるいは版格子構造などが用いられるが、本論文においては簡単のため、等方性版として帯板要素法 (Finite Strip Method) を用いた。

またこれらの関係式は中村²¹⁾が誘導した式と同等で、図2の要素に対して、次のように与

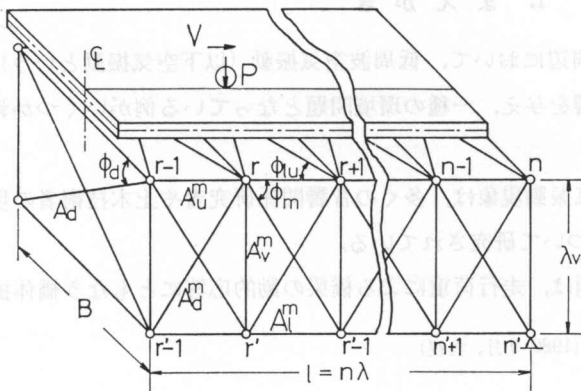


図1 単純トラス橋

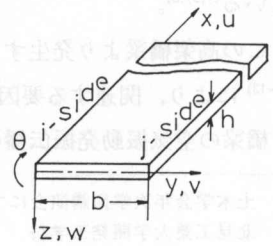


図2 帯板要素

えられる。

$$G_s h V_p^2 [\mathbf{K}^s] \{\mathbf{u}^s\} + \rho_s h [\mathbf{M}^s] \{\ddot{\mathbf{u}}^s\} = \{\mathbf{F}^s\} \quad (1)$$

ただし、添字 s は strip の意味をあらわし、 \cdot は時間に関する微分を意味する。

$$\{\mathbf{u}^s\}^T = \{u_i, v_i, w_i, \theta_i, u_j, v_j, w_j, \theta_j\}$$

$$\{\mathbf{F}^s\}^T = \{T_i, S_i, R_i, M_i, T_j, S_j, R_j, M_j\}$$

また、 $[\mathbf{K}^s]$ 、 $[\mathbf{M}^s]$ はそれぞれ対称な剛性、質量マトリックスであり、次の要素以外はすべて零である。

$$k_{11}^s = -\frac{b}{3} D_x^2 + \frac{1}{b V_p^2}, \quad k_{12}^s = -\frac{-1+3\nu}{4} D_x, \quad k_{15}^s = -\frac{b}{6} D_x^2 - \frac{1}{b V_p^2}, \quad k_{16}^s = -\frac{1+\nu}{4} D_x,$$

$$k_{22}^s = -\frac{1-\nu}{6} D_x^2 b + \frac{1}{b}, \quad k_{25}^s = -k_{16}^s, \quad k_{26}^s = -\frac{1-\nu}{12} D_x^2 b - \frac{1}{b},$$

$$k_{33}^s = r_p^2 \left\{ \frac{13}{35} D_x^4 b - \frac{12}{5b} D_x^2 + \frac{12}{b^3} \right\}, \quad k_{34}^s = r_p^2 \left\{ \frac{11b^2}{210} D_x^4 - \left(\nu + \frac{1}{5} \right) D_x^2 + \frac{6}{b^2} \right\},$$

$$k_{37}^s = r_p^2 \left\{ \frac{9}{70} D_x^4 b + \frac{12}{5b} D_x^2 - \frac{12}{b^3} \right\}, \quad k_{38}^s = r_p^2 \left\{ -\frac{13b^2}{420} D_x^4 - \frac{1}{5} D_x^2 + \frac{6}{b^2} \right\},$$

$$k_{44}^s = r_p^2 \left\{ \frac{b^3}{105} D_x^4 + \frac{4b}{15} D_x^2 + \frac{4}{b} \right\}, \quad k_{47}^s = -k_{38}^s, \quad k_{48}^s = r_p^2 \left\{ -\frac{b^3}{140} D_x^4 + \frac{b}{15} D_x^2 + \frac{2}{b} \right\},$$

$$k_{55}^s = k_{11}^s, \quad k_{56}^s = -k_{16}^s, \quad k_{66}^s = k_{22}^s, \quad k_{77}^s = k_{33}^s, \quad k_{78}^s = -k_{34}^s, \quad k_{88}^s = k_{44}^s,$$

$$V_p^2 = 2/(1-\nu_s), \quad r_p^2 = h^2/12, \quad m_{11}^s = b/3, \quad m_{15}^s = b/6, \quad m_{22}^s = m_{11}^s,$$

$$m_{26}^s = m_{15}^s, \quad D_x = d/dx, \quad m_{47}^s = -m_{38}^s, \quad m_{48}^s = -b^3/140, \quad m_{33}^s = 13b/35,$$

$$m_{34}^s = \frac{11}{210} b^2, \quad m_{37}^s = \frac{9}{70} b, \quad m_{38}^s = -\frac{13}{420} b^2, \quad m_{44}^s = \frac{b^3}{105}, \quad m_{55}^s = m_{11}^s,$$

$$m_{66}^s = m_{11}^s, \quad m_{77}^s = m_{33}^s, \quad m_{78}^s = -m_{34}^s, \quad m_{88}^s = m_{44}^s.$$

ν_s, ρ_s, h, G_s はそれぞれ、床版のポアソン比、密度、厚さ、せん断弾性係数をあらわす。

また発振音圧の評価の際に用いる床版表面の法線方向粒子速度の要素内分布 \dot{w}_e は次のような三次放物線と与える。

$$\dot{w}_e = [Y_p] \{\dot{w}_{ij}\} \quad (2)$$

ただし、 $[Y_p] = [1 - 3\eta^2 + 2\eta^3, \quad \eta - 2\eta^2 + \eta^3, \quad 3\eta^2 - 2\eta^3, \quad \eta^3 - \eta^2]$,

$$\{\dot{w}_{ij}\}^T = \{\dot{w}_i, \dot{\theta}_i, \dot{w}_j, \dot{\theta}_j\}, \quad \eta = y/b.$$

(2) トラス構造のモデル化

主構、上下横構、対傾構からなるトラス構造の骨組形式は、それぞれいろいろな組合せが考えられるが、本論文では計算のしやすさのため、全骨組をクロスダイアゴナル形式のトラスと仮定し、また格点ごとに同じ形式の対傾構があるものとする。

図1のような一軸対称断面構造に対して、 r 点、 r' 点での水平長軸、短軸方向および鉛直の三方向について、動的つりあい式を求め、対称性を考慮して整理すると、次のような連立差分方程式が得られる。

$$[\mathbf{K}^t] \{\mathbf{u}^t\} + [\mathbf{M}^t] \{\ddot{\mathbf{u}}^t\} = \{\mathbf{F}^t\} \quad (3)$$

ただし、添字 t は truss の意味をあらわし、

$$\{\mathbf{u}^t\}^T = \{u_r, v_r, w_r, u'_r, v'_r, w'_r\},$$

$$\{\mathbf{F}^t\}^T = \{T_r^t, S_r^t, R_r^t, 0, 0, 0\},$$

また $[\mathbf{K}^t]$ は剛性マトリックスであり、その内容は、次式となる。

$$\begin{aligned} k_{11}^t &= -K_m^m \Delta_r^2 + 2K_d^m \alpha_m^2 + 2K_l^{lu} \alpha_{lu}^2 - K_d^{lu} \alpha_{lu}^2 a (\Delta_r^2 + 2), & k_{12}^t &= K_d^{lu} \alpha_{lu} \beta_{lu} a \Delta_r, \\ k_{13}^t &= k_{24}^t = k_{46}^t = k_{15}^t = 0, & k_{14}^t &= -K_d^m \alpha_m^2 (\Delta_r^2 + 2), & k_{16}^t &= -K_d^m \alpha_m \beta_m \Delta_r, \\ k_{22}^t &= K_v^{lv} (1+a) + K_d^d \alpha_d^2 + K_l^{lu} + \beta_{lu}^2 \{2 + (\Delta_r^2 + 2)a\}, & k_{23}^t &= K_d^d \alpha_d \beta_d, \\ k_{25}^t &= K_d^d \alpha_d^2 a, & k_{26}^t &= -K_d^d \alpha_d \beta_d a, & k_{33}^t &= K_v^m + K_d^d \beta_d^2 + 2K_d^m \beta_m^2, \\ k_{34}^t &= -K_d^m \alpha_m \beta_m \Delta_r, & k_{35}^t &= K_d^d \alpha_d \beta_d a, & k_{36}^t &= -K_v^m - K_d^d \beta_d^2 a - K_d^m \beta_m^2 (\Delta_r^2 + 2), \\ k_{45}^t &= K_l^{ll} \alpha_{ll} \beta_{ll} a \Delta_r, & k_{44}^t &= -K_l^m \Delta_r^2 + 2K_l^{ll} \alpha_{ll}^2 - 2K_d^m \alpha_m^2 + K_l^{ll} \alpha_{ll}^2 (\Delta_r^2 + 2), \\ k_{56}^t &= -K_d^d \alpha_d \beta_d, & k_{55}^t &= K_l^{ll} \beta_{ll}^2 \{2 + (\Delta_r^2 + 2)a\} + K_d^d \alpha_d^2 + K_v^{lv} (1+a), \\ k_{66}^t &= K_v^m + K_d^d \beta_d^2 - 2K_d^m \beta_m^2. \end{aligned}$$

また K の上つき添字および α, β の下つき添字 m, lu, ll, d はそれぞれ主構, 上下横構, 対傾構に関するものであることを示し, K の下つき添字 u, d, v, l はそれぞれ上弦材, 斜材, 垂直材, 下弦材に関するものであることを示す。また K, α, β は対応する部材断面積 A と部材長 λ および角度 ϕ を次式に代入して得られる。

$$K = EA/\lambda, \quad \alpha = \cos \phi, \quad \beta = \sin \phi \quad (4)$$

$$\Delta_r f_r = f_{r+1} - f_{r-1}, \quad \Delta_r^2 f_r = f_{r+1} - 2f_r + f_{r-1}$$

$$a = \begin{cases} 1 \cdots \cdots \text{鉛直曲げ振動の場合} \\ -1 \cdots \cdots \text{ねじり振動の場合} \end{cases}$$

また次の要素を除いて $[\mathbf{K}^t]$ は対角要素に対して対称である。

$$k_{21}^t = -k_{12}^t, \quad k_{31}^t = -k_{13}^t, \quad k_{52}^t = -k_{25}^t$$

$[\mathbf{M}^t]$ は質量に関する対角マトリックスであり、節点に結合されているトラス部材を、橋軸方向には Lamped mass, 横断面内には Consistent mass として分布している質量とみなす方法に従って求める。

以下、本論文ではトラスの鉛直曲げ振動についてのみ考える。

(3) 境界条件

境界条件には支点での橋軸方向と横断面方向の支持条件, および床版とトラスの結合状態の条件とがある。

橋軸方向には単純支持を仮定し、支点位置には面内変形に対して剛で、面外変形に対して抵抗のない端対傾構があるものとする。

また、床版とトラスの結合は、橋軸方向に等間隔に離散した格点ごとにつりあいをとる。

床版の面内橋軸方向剛性とトラスとの相互作用は考慮に入れる場合と入れない場合の二つの場合が考えられる。

a) 相互作用を考慮する場合

トラス上弦材格点での部材力が，床版中央面の離散化した断面力とつりあうものとして，

$$\bar{T}_{0,1}^s(r) = T_{0,0}^t(r), \quad \bar{R}_{0,1}^s(r) = R_{0,0}^t(r), \quad \bar{M}_{0,1}^s(r) = 0 \quad (5)$$

また床版の分割節線 j にそって中央面では，次式下となる。

$$\bar{T}_{j,j-1}^s(r) + \bar{T}_{j,j+1}^s(r) = 0, \quad \bar{R}_{j,j-1}^s(r) + \bar{R}_{j,j+1}^s(r) = 0, \quad \bar{M}_{j,j-1}^s(r) + \bar{M}_{j,j+1}^s(r) = 0 \quad (6)$$

($j=1, 2, \dots, L-1$)，ただし L は帯板要素数である。

またトラス下弦材格点では，次式となる。

$$T_{0',0}^t(r') = 0, \quad R_{0',0}^t(r') = 0 \quad (7)$$

ただし，記号の上のバーは格点前後の区間 ϵ での積分の意味をあらわし，右下の第1添字は断面力の作用位置，第2添字はその断面力が隣接する節点の位置をあらわすことにより，どちら側の力であるかを示している。

b) 相互作用を考慮しない場合

この場合には，床版の面内変形はないものとして，式(5)の第1式を次のように書き換えることにより得られる。

$$T_{0,0}^t(r) = 0 \quad (8)$$

式(5)，(6)，(7)および(8)は床版については微分，トラスについては差分式であらされた条件式であり，それぞれ有限フーリエ変換および有限フーリエ定積分変換して解を求めることができる²²⁾。床版に関する有限フーリエ逆変換の項数をトラスの格間数に等しくなるようにとるものとすれば，全構造系について統一的に Field Solution²³⁾ として解を求めることができ，その際の解の精度は節点における力のつりあいの満足度によって判定することとする。

以上より，図1の構造に対するフーリエ変換後の基礎式は次のように書ける。

$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} + [\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{u}}\} = \{\mathbf{P}\} \quad (9)$$

ただし， $[\mathbf{K}]$ ， $[\mathbf{M}]$ は全構造系の対称な剛性および質量マトリックスをあらわし， $\{\mathbf{u}\}$ と $\{\mathbf{P}\}$ は変位および荷重の像関数ベクトルである。

(4) 動的応答解析

応答計算は単一集中荷重が等速度で進行する場合を仮定し，基礎式(9)を固有振動の部分と強制振動の部分に分けて解析し，初期条件を用いて未知定数を決定し，動的応答値を求める。

まず固有振動については式(9)で $\{\mathbf{P}\} = 0$ とし，

$$\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{u}\}_g \sin \mu_m c_e t \quad (10)$$

とおく。ただし c_e は固有位相速度, μ_m は波数をあらわすパラメータとする。したがって

$$([\mathbf{K}] - \mu_m^2 c_e^2 [\mathbf{M}]) \{\mathbf{u}\} = 0 \quad (11)$$

となる。また,

$$\det([\mathbf{K}] - \mu_m^2 c_e^2 [\mathbf{M}]) = 0 \quad (12)$$

から, 自由度の数と同数の固有値とそれに対応する固有モードが求まる。固有モードからなるマトリックスを $[\mathbf{N}]$, 未知関数ベクトルを Ψ とおくと, 固有振動の変位ベクトルは,

$$\{\mathbf{u}\}_g = [\mathbf{N}] \{\Psi \cdot \sin \mu_m c_e t\} \quad (13)$$

次に強制振動に関する解析として, まず荷重に対する仮定として, 荷重速度を V とすると,

$$P = P_s^* \sin \mu_m V t \quad (14)$$

強制振動の変位ベクトルを同一位相として,

$$\{\mathbf{u}\}_{s1} = \{\mathbf{u}^*\}_{s1} \sin \mu_m V t \quad (15)$$

とおき, 式(14)とともに式(9)に代入して整理すると, 次のような関係式が得られる。

$$\{\mathbf{u}^*\}_{s1} = ([\mathbf{K}] - \mu_m^2 V^2 [\mathbf{M}])^{-1} \{P\} \quad (16)$$

ただし, 固有位相速度と荷重速度が等しくなる場合は, 変位ベクトルを

$$\{\mathbf{u}^*\}_{s2} = \{\mathbf{u}^*\}_{s2t} \cos \mu_m V t \quad (17)$$

と仮定し, 上記と同様の計算をすることができる。

完全解は式(13)と(16)を重ね合せて,

$$\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{N}] \{\Psi \sin \mu_m c_e t\} + \{\mathbf{u}^*\}_{s1} \sin \mu_m V t \quad (18)$$

次に初期条件として, $t=0$ のとき

$$\{\mathbf{u}\} = 0, \quad \{\dot{\mathbf{u}}\} = 0 \quad (19)$$

として, この条件式を式(18)に適用して未知関数 Ψ を求め整理すると次式となる。

$$\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{u}^*\}_{s1} \sin \mu_m V t - V [\mathbf{N}] \left[\begin{array}{c} \sin \mu_m c_e t \\ c_e \end{array} \right] [\mathbf{N}]^{-1} \{\mathbf{u}^*\}_{s1} \quad (20)$$

ただし, 式中の $\left[\begin{array}{c} \sin \mu_m c_e t \\ c_e \end{array} \right]$ は対角マトリックスを意味するものとする。

最後に橋軸方向にフーリエ逆変換して, 真の変位の応答値が求められる。

3. 低周波空気振動発振音圧の評価式

床版の壁面に垂直方向の粒子速度を $\dot{w}(t)$ とし, 次のように仮定する。ただし通過時間は $T=l/V$ とする。

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq t \leq T \\ t > T \end{array} \right\} \begin{array}{l} \dot{w}(t) \text{ が存在する} \\ \dot{w}(t) \text{ が存在しない} \end{array} \quad (21)$$

$\dot{w}(t)$ のフーリエ変換と逆変換は i^* を虚数単位として、

$$\left. \begin{aligned} \dot{W}(i^* \omega_k) &= \frac{1}{T} \int_0^T \dot{w}(t) e^{-i^* \omega_k t} dt, \quad (k = -\infty \sim \infty) \\ \dot{w}(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{W}(\omega_k) e^{i^* \omega_k t}, \quad \omega_k = \frac{2\pi k}{T} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

として示され、 $\dot{w}(t)$ のパワースペクトル密度関数 $S_X(\omega_k)$ は次のようになる。

$$S_X(\omega_k) = \frac{2}{T} \left| \dot{W}(i^* \omega_k) \right|^2 \quad (23)$$

また上式は

$$S_X(\omega_k) = \frac{2}{T} \left(R_e[\dot{W}(i^* \omega_k)]^2 + I_m[\dot{W}(i^* \omega_k)]^2 \right) \quad (24)$$

となる。

ただし

$$R_e[\dot{W}(i^* \omega_k)] = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{w}(t) \cos \omega_k t dt \quad (25)$$

$$I_m[\dot{W}(i^* \omega_k)] = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{w}(t) \sin \omega_k t dt \quad (26)$$

とおきかえることができる。

式(20)について付録Bに示した記号を用いて、上式の計算をすれば、

$$T \cdot R_e[\{\dot{U}\}] = \mu_m V \{ \{ \mathbf{u}^* \}_{s1} A_{C,v} - [N] \left[\begin{array}{c} \diagdown \\ A_{C,Ce} \end{array} \right] [N]^{-1} \{ \mathbf{u}^* \}_{s1} \} \quad (27)$$

$$T \cdot I_m[\{\dot{U}\}] = \mu_m V \{ \{ \mathbf{u}^* \}_{s1} A_{s,v} - [N] \left[\begin{array}{c} \diagdown \\ A_{s,Ce} \end{array} \right] [N]^{-1} \{ \mathbf{u}^* \}_{s1} \} \quad (28)$$

となる。また1枚の帯板要素については、式(25)、(26)に式(2)を代入することにより、そのパワースペクトル密度関数が求められる。

また、 $S_X(\omega_k)$ を床版全体の平均パワースペクトル、あるいは要素の平均パワースペクトルで表示するためには

$$S_X^*(\omega_k) = \frac{2}{T} \int_0^b \int_0^l (R_e[\dot{W}_e(i^* \omega_k)]^2 + I_m[\dot{W}_e(i^* \omega_k)]^2) dx dy \quad (29)$$

を、三角関数の直交性を利用して簡単化し、

$$S_X^*(\omega_k) = \frac{2}{T} \frac{2}{l} \int_0^b \left[\sum_m ([Y_p] R_e[\{\dot{W}_{ij}\}])^2 + \sum_m ([Y_p] I_m[\{\dot{W}_{ij}\}])^2 \right] dy \quad (30)$$

さらに、 y 軸方向に積分すると、たとえば式(29)の第1項は、

$$\begin{aligned} R_e[S_X^*(\omega_k)] &= \frac{13}{35} b \sum_m \left(R_e[\tau w_i]^2 + R_e[\tau w_j]^2 \right) + \frac{b^3}{105} \sum_m \left(R_e[\theta_i]^2 + R_e[\theta_j]^2 \right) \\ &+ \frac{11}{105} b^2 \sum_m \left(R_e[\tau w_i] R_e[\theta_i] - R_e[\tau w_j] R_e[\theta_j] \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{13}{210} b^2 \sum_m \left(R_e[\theta_i] R_e[\omega_j] - R_e[\omega_i] R_e[\theta_j] \right) \\
 & + \frac{9}{35} b \sum_m R_e[\omega_i] R_e[\omega_j] - \frac{b^3}{70} \sum_m R_e[\theta_i] R_e[\theta_j] \quad (31)
 \end{aligned}$$

となり、第2項についても同様に求めることができる。

$$\tilde{S}_X(\omega_k) = \frac{4}{T^2 l} \left(R_e \left[S_X^*(\omega_k) \right] + I_m \left[S_X^*(\omega_k) \right] \right) \quad (32)$$

帯板要素 j^* の平均パワースペクトル密度は

$$\bar{S}_X^e(\omega_k)_{j^*} = \frac{1}{A_{j^*}^e} \tilde{S}_X(\omega_k) \quad (33)$$

ここで $A_{j^*}^e$ は ij 要素の表面積である。

また、床版全体の平均パワースペクトル密度 $\bar{S}_X(\omega)$ は帯板要素数を L とすると

$$\bar{S}_X(\omega_k) = \frac{1}{L} \sum_{j^*}^L \bar{S}_X^e(\omega_k)_{j^*} \quad (34)$$

として求められる。したがって ij 要素、あるいは床版全体から放射される平均の音響パワーはそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
 I_{j^*} &= \rho_a c_a T \bar{S}_X^e(\omega_k)_{j^*} \\
 I &= \rho_a c_a T \bar{S}_X(\omega_k)
 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

ただし、 ρ_a 、 c_a はそれぞれ空気密度、音速で、1 気圧 20°C のとき、 $\rho_a = 1.205 \text{ kg/m}^3$ 、 $c_a = 343.7 \text{ m/s}$ である。

これより音響パワーレベル IL は

$$IL(\text{dB}) = 10 \log_{10} I/I_0 \quad (36)$$

として求められる。ただし $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ である。

4. 数値計算による検討

数値計算においては、荷重が幅員中央に載荷するものとし、偏心載荷によるねじり振動の影響は無視した。また床版とトラスとの橋軸方向の相互作用は考慮に入れるが、考慮しない場合との比較も行なっている。

計算には図3のような二つのタイプのモデルを用いたが、構造は床版とそれを支える主構トラスからなり、床版は張出しがある場合(以下 π トラスという)とない場合(門型トラスという)の二種類を考え、床版厚はそれぞれ 20 cm と 30 cm の二つの場合を考える。主構間隔は 8 m とし、これを 8 等分割し、張出部は 2 m とし、2 等

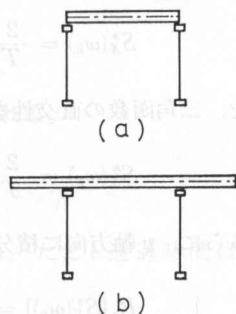


図3 (a) 門型トラス、
(b) π トラス

分割して帯板要素とする。また橋軸方向格間数 $n=16$ とする。床版に関する弾性定数と密度は

$$E_s = 3 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 (29.4 \text{ GPa}), \quad \nu_s = 0.18, \quad G_s = E_s/2 (1 + \nu_s), \\ \rho_s = 0.2551 \text{ t} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4 (2.5 \text{ t/m}^3).$$

また主構トラスの場合、 $A_l^m = 1.8 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 、 π トラスの場合は床版厚 $h = 30 \text{ cm}$ のとき $A_l^m = 1.66 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 、 $h = 20 \text{ cm}$ のとき $A_l^m = 1.7 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ として、支間中央に集中荷重が作用した場合の門型トラスと π トラスの静的たわみの最大値 $w_{st, \max}$ がほぼ等しくなるように決定した。(表1参照)

表1 固有振動数，最小位相速度の比較

h (cm)		門 型 ト ラ ス		π ト ラ ス	
		20	30	20	30
f_m (Hz)	1 次	2.43	2.25	2.22	1.97
	2 次	7.62	11.81	5.02	7.48
$c_{e, l}$ (m/sec)	1 次	389	360	356	315
$c_{e, \min}$	m/sec	156	228	169	247
	(km/hr)	(562)	(821)	(608)	(889)
$w_{st, \max}$ (cm)		0.1255	0.5755	0.1162	0.5475

その他のトラスに関する諸元も実際に近いものとして次のようにした。

$$\lambda = 5 \text{ m}, \quad \lambda_d = 13 \text{ m}, \quad \lambda_v = 12 \text{ m}, \quad E_t = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 (205.8 \text{ GPa}), \\ \rho_t = 0.80102 \text{ t} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4 (7.85 \text{ t/m}^3).$$

幅員中央を走行する集中荷重の強度 P は 20 t (196 kN) とする。数値計算の結果、格点での力のつりあいは $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 程度の精度で満足されていることがわかった。

また、それぞれの構造形式の場合について固有位相速度分散曲線を求め、等価換算した Timoshenko ばり理論による結果と比較したところ、波数の少ない範囲でほぼ両者は一致する。

表1には一次と二次の固有振動数 f_1, f_2 、およびその時の一次の固有位相速度 $c_{e, 1}$ と最小固有位相速度 $c_{e, \min}$ を示している。

一般の荷重速度は subcritical speed の状態にあるので、動的応答計算では橋軸方向、横断面方向それぞれにおいて1次の曲げ波動モードが卓越する結果となっている。

以下本章では次の記号を用いて説明する。

$$V_1 = 100 \text{ km/h}, \quad V_2 = 200 \text{ km/h}, \quad h_2 = 20 \text{ cm}, \quad h_3 = 30 \text{ cm}.$$

(1) 計算による音圧の比較

表2には門型トラスの場合の本理論値 (Case 1) と主構トラスを文献¹⁹⁾にしたがって薄肉弾性ばりに置換した場合 (Case 2) および本理論で床版とトラスの橋軸方向の相互作用を考慮

表2 構造モデルの比較

	$ u_{\frac{l}{2}} _{\max}$ (cm)	$ w_{\frac{l}{2}} _{\max}$ (cm)	$ \dot{w}_{\frac{l}{2}} _{\max}$ (cm/sec)
Case 1	1.5322×10^{-3}	1.3209	6.0043
Case 2	1.6798×10^{-3}	1.3322	6.5558
Case 3	7.6244×10^{-3}	1.4244	4.6064

しない場合 (Case 3) の結果を、支間中央位置での動的橋軸方向水平変位 $|u_{\frac{l}{2}}|$ 、鉛直たわみ $|w_{\frac{l}{2}}|$ および鉛直方向振動速度 $|\dot{w}_{\frac{l}{2}}|$ の振幅の最大値についてそれぞれ比較している。

このとき $V=100 \text{ km/h}$, $h=20 \text{ cm}$ である。

これによれば、Case 3 の場合に $|u_{\frac{l}{2}}|$ が他に比較して大きくなっているのに対して、 $|\dot{w}_{\frac{l}{2}}|$ はやや小さくなっている。

表3はこれら3つのCaseの音圧レベルの結果を周波数に対して比較したものであるが、3つの場合とも、低周波数の領域では著しい差はみられない。

表3 音圧レベルの比較

f_m (Hz)	IL (dB)		
	Case 1	Case 2	Case 3
1.2	104	104	104
1.5	103	103	103
2.0	101	101	103
2.7	95	100	95
3.6	88	90	89
4.8	92	100	88
6.4	95	101	94
8.5	89	91	88
11.3	87	87	87
15.1	75	82	79
20.0	69	70	69
26.7	65	67	65
35.5	62	65	63
47.2	68	62	69
62.8	57	59	57
83.6	54	57	55
111.2	52	54	53
147.9	49	52	50
196.8	47	49	47
261.8	45	47	45

(2) 動的応答結果

図4, 5, 6, 7には2章および3章において求めた走行荷重による動的応答結果をそれぞれたわみ, 振動速度, 加速度, 音圧について示している。

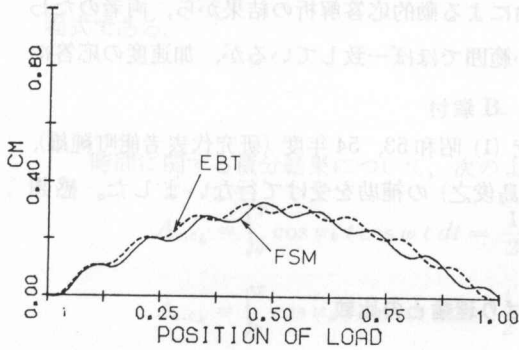


図4 たわみ 応答

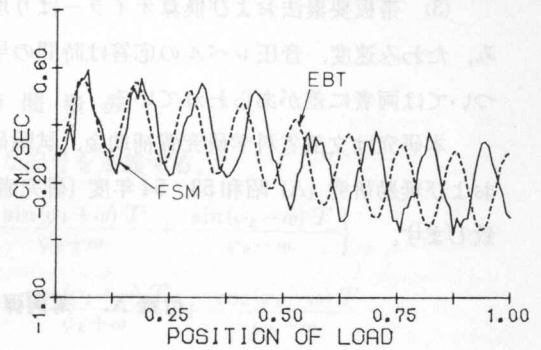


図5 振動速度 応答

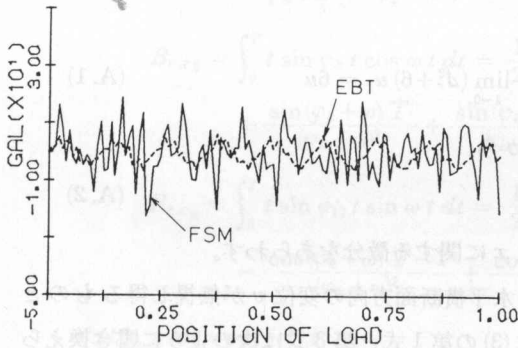


図6 振動加速度 応答

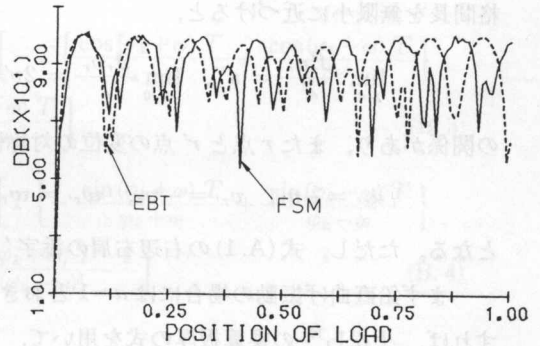


図7 音圧の 応答

これらの結果は走行速度 $V=80$ km/h, 床版厚 20 cm のトラスに対する支間中央上弦材位置の結果である。横軸は荷重の位置を意味する時間の無次元量であらわされている。

また図中 FSM, EBT と記したのはそれぞれ, 帯板要素法, 初等はり理論の意味で, EBTの結果は全床版・トラス構造を等価な換算断面二次モーメントと質量を有するオイラーばりに置換して求めた動的応答結果である。

これらによると全体として, 時間が初期に近い範囲で FSM と EBT の値はほぼ一致しているように思われる。しかし加速度波形は横断面方向の曲げ波動の影響が FSM の結果に対して大きいため, 両者にちがいがあらわれている。

5. 結 語

単純トラス橋の単一走行荷重による低周波空気振動発振評価を, 床版には帯板要素法を, トラス構造には和分変換法を用いて行ない, 数値計算により, その発振性状について検討した。

(1) 走行速度は subcritical speed の状態にあり、橋軸方向、横断面方向それぞれ1次の曲げ波動モードが卓越しているので、粒子速度パワーは低周波帯に極大が存在する。

(2) 床版とトラスの相互作用の効果は音圧レベルの結果には顕著な影響を与えない。

(3) 帯板要素法および換算オイラーはり理論による動的応答解析の結果から、両者のたわみ、たわみ速度、音圧レベルの応答は時間の早い範囲ではほぼ一致しているが、加速度の応答については両者に差があらわれている。

本研究は文部省科学研究費補助金、試験研究 (1) 昭和53, 54年度 (研究代表者能町純雄), および奨励研究 (A) 昭和53, 54年度 (研究者大島俊之) の補助を受けて行ないました。感謝致します。

付録 A. 薄肉弾性はり理論との比較

式(3)において、図1のトラス構造が二軸対称断面の場合を考える。式(3)全体を λ で割り、格間長を無限小に近づけると、

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{J_r^2 u_r}{\lambda^2} = u'', \quad \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{J_r v_r}{\lambda} = 2v', \quad \lim_{\lambda \rightarrow 0} (J_r^2 + 6) u_r = 6u \quad (\text{A.1})$$

の関係があり、また r 点と r' 点の変位の対称性から、

$$u_{r'} = -u_r, \quad v_{r'} = -v_r, \quad w_{r'} = w_r \quad (\text{A.2})$$

となる。ただし、式(A.1)の右辺右肩の添字'は x に関する微分をあらわす。

まず鉛直曲げ振動の場合には $a=1$ とおき、水平横断面方向の変位 v が無視し得るものとすれば、小松ら¹⁹⁾の換算板厚の式を用いて、式(3)の第1式と第3式は次のように書き換えられる。

$$-EA_u u''' + 2 \frac{G}{\lambda_v} t_m u' - G t_m w'' = -m_{11} \ddot{u} \quad (\text{A.3})$$

$$G t_m u' - \frac{G \lambda_v}{2} \frac{t_m}{\lambda^2} w = -m_{33} \ddot{w} \quad (\text{A.4})$$

ただし、 t_m は主構の斜材の換算板厚を示す。したがって、式(A.3)と(A.4)から u を消去すれば、文献²⁰⁾の式(13)と同型の微分方程式が得られる。

次にねじり振動については、 $a=-1$ とおき、同様の関係を用いると、式(3)の第1, 第2, 第3式から

$$-EA_u u'' + 2G \left(\frac{t_{lu}}{B} + \frac{t_m}{\lambda_v} \right) u - G t_{lu} v' - G t_m w' = -m_{11}^* \ddot{u} \quad (\text{A.5})$$

$$G t_{lu} u' + \frac{\gamma}{4\lambda_v^2} v - \frac{G t_{lu} B}{2} v'' + \frac{\gamma}{4B\lambda_v} w = -m_{22}^* \ddot{v} \quad (\text{A.6})$$

$$G t_m u' + \frac{\gamma}{4B\lambda_v} v + \frac{\gamma}{4B} w - \frac{G t_m \lambda_v}{2} w'' = -m_{33}^* \ddot{w} \quad (\text{A.7})$$

となる。ただし、 $\gamma = \frac{8EA_d \alpha_d^2 \lambda_v^2}{\lambda B}$ 、 m_1^* 、 m_{23}^* 、 m_{33}^* はねじり振動に対する質量をあらわす。また t_{uu} は上横構材の換算板厚である。

これらの式は二軸対称箱型断面ばりのねじり振動に関する、文献²⁰⁾の式(15)と同型の方程式である。

付録 B. 時間積分

時間に関する積分結果について、次のような記号を定義する。

$$A_{c,c_k} = \int_0^T \cos \varphi_k t \cos \omega t dt = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin(\varphi_k + \omega) T}{\varphi_k + \omega} + \frac{\sin(\varphi_k - \omega) T}{\varphi_k - \omega} \right\} \quad (B. 1)$$

$$A_{s,c_k} = \int_0^T \cos \varphi_k t \sin \omega t dt = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\cos(\varphi_k + \omega) T}{\varphi_k + \omega} + \frac{\cos(\varphi_k - \omega) T}{\varphi_k - \omega} + \frac{1}{\varphi_k + \omega} - \frac{1}{\varphi_k - \omega} \right\} \quad (B. 2)$$

$$B_{c,c_k} = \int_0^T t \sin \varphi_k t \cos \omega t dt = \frac{1}{2} \left[-T \left\{ \frac{\cos(\varphi_k + \omega) T}{\varphi_k + \omega} + \frac{\cos(\varphi_k - \omega) T}{\varphi_k - \omega} \right\} + \frac{\sin(\varphi_k + \omega) T}{(\varphi_k + \omega)^2} + \frac{\sin(\varphi_k - \omega) T}{(\varphi_k - \omega)^2} \right] \quad (B. 3)$$

$$B_{s,c_k} = \int_0^T t \sin \varphi_k t \sin \omega t dt = \frac{1}{2} \left[T \left\{ -\frac{\sin(\varphi_k + \omega) T}{\varphi_k + \omega} + \frac{\sin(\varphi_k - \omega) T}{\varphi_k - \omega} \right\} - \frac{\cos(\varphi_k + \omega) T - 1}{(\varphi_k + \omega)^2} + \frac{\cos(\varphi_k - \omega) T - 1}{(\varphi_k - \omega)^2} \right] \quad (B. 4)$$

ただし、 $\varphi_k = \mu_m c_k$ である。

また、上の結果は $\varphi_k \neq \omega$ に対しての結果であり、 $\varphi_k = \omega$ の場合に対しても、同様な結果が得られる。

参考文献

- 1) Nishiwaki, Mori: Infrasound Generated by Oscillatory Motion of a Bridge in a Freeway in Japan, Internoise 76, Washington DC, 1976.
- 2) 時田保夫: 低周波音公害問題をめぐって. 日本音響学会誌, 35 卷, 7 号, 1979.
- 3) 足立義雄: 低周波空気振動の知見. 土木技術資料, 22-1, 1980.
- 4) 西脇, 森: 中央高速道路葛野川橋の超低周波騒音現象. 日本音響学会講演論文集, 1976.
- 5) 西脇, 森, 藤尾: 高速道路(香芝地区)での低周波騒音とその対策のモデルテスト. 日本騒音制御工学会技術発表会講演論文集, 1979.
- 6) 中川, 金田: 高速道路高架橋より発生する低周波空気振動について—低周波空気振動と路面振動—. 日本音響学会講演論文集, 1979.
- 7) 小坂, 中沢, 山田: 高速道路下の超低周波音発生メカニズムについての研究. 日本音響学会講演論文集, 1977.
- 8) 田矢, 清水, 時田: 道路橋より発生する低周波音, 走行車輛の固有振動との関係について. 日本音響学会講演論文集, 1977.
- 9) 加来, 山下, 山本: 高架構造道路直下の低周波音性状. 日本音響学会講演論文集, 1977.

- 10) 小見, 金沢, 加来, 吉村, 山下: 道路橋周辺地形と低周波音一縮尺模型実験技法の開発一. 日本音響学会講演論文集, 1977.
- 11) 小坂, 山田, 古谷, 柳沢: 高速道路下の超低周波音発生メカニズムについての研究 (第3報). 日本音響学会講演論文集, 1977.
- 12) 清水, 田矢, 中村: 道路橋より発生する低周波音一建屋振動との関係について. 日本音響学会講演論文集, 1977.
- 13) 小川, 小野: 橋梁振動に伴う低周波空気振動に関する試験研究. 日本道路公団試験所報告, その1, 1975, その2, 1977.
- 14) Timoshenko, S.: *Vibration of Bridges*, Transactions of American Society of Mechanical Engineers, Vol. 53, 1928.
- 15) Inglis, C. E.: *Mathematical Treatise on Vibration of Railway Bridge*, Cambridge University Press, London, England, 1932.
- 16) 妹沢克惟: 振動学. 岩波書店, 複刻版, 1971.
- 17) 今市, 辻本, 高島, 北川: 道路橋の振動に伴う音響放射の理論解析. 日本機械学会関西支部第240回講演会講演論文集, 1979.
- 18) 鳥野, 園田, 高西: 橋梁から発生する低周波空気振動音圧レベルの理論的推定. 土木学会第35回年次学術講演会概要集, 第I部, 1980.
- 19) 小松, 西村: 薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析. 土木学会論文報告集, 第238号, 1975.
- 20) 小松, 西村: 平行弦トラス橋の立体振動特性について. 土木学会論文報告集, 第297号, 1980.
- 21) 中村: 断面変形を考慮した薄肉はりの振動解析. 土木学会論文報告集, 第223号, 1974.
- 22) Nomachi, Matsuoka: *Applications of Finite Fourier Integration Transform for Structural Mechanics*, Proc. of the 20th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1970.
- 23) 大島, 能町: 折板構造解析による閉リップ鋼床板の弾性挙動の研究. 土木学会論文報告集, 第278号, 1978.
- 24) 能町, 角田, 岸: 走行荷重による箱桁の低周波発振評価の一試案. 環境情報科学, 6-4, 1977.
- 25) 大島, 能町, 角田: 縦桁とトラスにより補剛された床版の走行荷重によるパワースペクトルについて. 土木学会第34回年次学術講演会概要集, 第I部, 1979.
- 26) 能町, 大島, 岸: 走行荷重による箱桁のパワースペクトルについて. 土木学会北海道支部論文報告集, 第36号, 1979.
- 27) 大島, 能町, 角田: 橋梁の走行荷重による低周波空気振動発振評価の一手法. 第13回日本道路会議一般論文集, 1979.