

揚水式発電所を含む電力系統の

最適運用計画 (第2報)*

——送電損失を考慮する場合——

中村陽一**

山城迪**

(昭和56年9月28日受理)

Optimum Operation Scheduling of Electric Power System Including the Pumping-up Power Stations (Part 2)

—the Case of Transmission Loss Involving—

by Yoichi NAKAMURA and Susumu YAMASHIRO

In the previous paper, we reported the optimum operation scheduling method for the pumping-up power stations disregarding of transmission loss. In this paper, we report the optimum operation scheduling method in case of transmission loss involving. When transmission loss is ignored, we can determine that the priority of the pumping-up power stations is equal to the total efficiency order. However, when transmission loss is involved, we must determine the optimum operation taking into account the incremental transmission loss. To be easy for calculation, we make some assumptions in this paper. With these assumptions and incremental transmission loss, we calculate the incremental fuel cost of electric power system in totality. And we report the optimum operation scheduling method using this total incremental fuel cost. Applying our method to the model system, we can certify that the priority of the pumping-up power stations is not always equal to the total efficiency order and the pumping-up power station near the heavy load is more economical than the far one in general.

1. まえがき

前報¹⁾では送電損失を無視して揚水式発電所の最適運用を求めた。本論では送電損失を考慮した場合の揚水式発電所の最適運用法について検討する。送電損失を考慮した場合、各火力発電所、各揚水式発電所間で負荷配分するとき増分損失に注意して負荷配分しなければならないことは勿論であるが、揚水式発電所の並列順位も単純に総合効率だけで決定することはでき

* 電気四学会北海道支部連合大会で発表予定 (1981-10)

** 北見工業大学電気工学科

なくなる。本論では計算を簡単にするためにいくつかの仮定を導入するが、これらの仮定と増分損失を用いて各揚水式発電所を運転したときの燃料費の増加量を算定し、その効果を調べる。また、揚水式発電所の運転に対する火力並列発電機群の最適化も重要な問題であるが、この並列発電機群の最適化についても検討する。最後に、モデル系統による試算結果から本手法の有効性について検討する。

2. 目的関数

L 台の揚水式発電所と M 台の火力発電所からなる系統を考える。 l 号揚水式発電所の出力を g_l とし、 $g_l > 0$ は発電機運転、 $g_l < 0$ は揚水運転を示すものとする。 m 号火力発電所の出力を g_m とし、送電損失を PL とする。計算を簡単にするために次のことを仮定する。

〔仮定1〕 揚水式発電所では平均電力以下の負荷時において発電機運転を行わず、平均電力以上の負荷時において揚水運転を行わない。

〔仮定2〕 揚水式発電所の出力を微少量変化させても増分損失 ($\partial PL/\partial g_l$, $\partial PL/\partial g_m$) はあまり変化しない。

〔仮定3〕 運転すべき揚水式発電所とその時期を決定するときには火力発電所の出力上下限制約を無視できる。

〔仮定4〕 揚水式発電所の出力変化に対する火力発電所の総燃料費（各火力発電所の燃料費の総和）は火力並列発電機群が変化しない限りコンベックスに変化する。

〔仮定5〕 火力発電所にはあらかじめ適當な並列優先順位が与えられている。

考察期間をいくつかの時間帯に分割し、〔仮定1〕より系統負荷が平均電力以下の時間帯と平均電力以上の時間帯にグループ分けする。そして、そのグループごとに時間帯に番号を与える、 i , j で表わし、第 i 時間帯、第 j 時間帯における系統負荷を S_i , S_j とする。 m 号火力発電所の燃料費を f_m とし、(1)式で与えられるものとする。

$$f_m = \begin{cases} a_m + b_m \cdot g_m + c_m \cdot g_m^2 & (g_m \leq g_m \leq \bar{g}_m) \\ fS_m & (g_m = 0) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 a_m , b_m , c_m は発電機定数であり、 g_m , \bar{g}_m は出力上下限制約、 fS_m は起動費²⁾である。ラグランジュの未定乗数を λ とし、(2)式の目的関数を考える。

$$\phi = \begin{cases} \sum_m f_m + \lambda \cdot (S_i + PL - \sum_l g_l - \sum_m g_m) & (g_m \leq g_m \leq \bar{g}_m) \\ \sum_m f_m + \lambda \cdot (S_j + PL - \sum_l g_l - \sum_m g_m) & (g_m = 0) \end{cases} \quad (2)$$

(2)式を最小にするとき、 S_i , S_j に対する最適負荷配分が得られる。

3. 火力並列発電機群が一定のときの揚水式発電所の最適運用決定法

(2)式を最小化するとき(3)式より(4)式となる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial g_m} = \frac{df_m}{dg_m} + \lambda \cdot \left(\frac{\partial PL}{\partial g_m} - 1 \right) = 0 \quad (3)$$

$$g_m = \frac{\lambda}{2 \cdot c_m} \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_m} \right) - \frac{b_m}{2 \cdot c_m} \quad (4)$$

l 号揚水式発電所が微少電力 ΔG を用いて第 i 時間帯で揚水運転を行うとき、 m 号火力発電所の出力増加量を Δg_m 、 λ の増加量を $\Delta \lambda$ 、送電損失の増加量を ΔPL とすると〔仮定2〕と(4)式より(5)式と(6)式が得られる。

$$\Delta g_m = \frac{\Delta \lambda}{2 \cdot c_m} \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_m} \right) \quad (5)$$

$$\sum_m \Delta g_m = \Delta G + \Delta PL = \Delta G \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_i} \right) \quad \left(\because \begin{array}{l} \text{揚水運転によりノード電} \\ \text{力は } \Delta G \text{ だけ減少する。} \end{array} \right) \quad (6)$$

(5)式と(6)式から $\Delta \lambda$ を消去すると(7)式となる。

$$\Delta g_m = \frac{\Delta G \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_i} \right) \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_m} \right)}{c_m \cdot \sum_m \frac{1 - \frac{\partial PL}{\partial g_m}}{c_m}} = D_l \cdot d_m \quad (7)$$

ここで D_l 、 d_m は(8)、(9)式で示される値である。

$$D_l = \frac{\Delta G \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_i} \right)}{\sum_m d_m} \quad (8)$$

$$d_m = \frac{1 - \frac{\partial PL}{\partial g_m}}{c_m} \quad (9)$$

従って m 号火力発電所の燃料費増加量 Δf_m は(1)式より(10)式となる。

$$\Delta f_m = \Delta g_m \cdot (b_m + 2 \cdot c_m \cdot g_m) + c_m \cdot \Delta g_m^2 \quad (10)$$

結局、 l 号揚水式発電所が第 i 時間帯で ΔG の電力により揚水運転を行ったときの総燃料費の増加量 $\Delta F(l, i)$ は(11)式となる。

$$\Delta F(l, i) = \sum_m \Delta f_m = D_l \cdot \sum_m (b_m + 2 \cdot c_m \cdot g_m) \cdot d_m + D_l^2 \cdot \sum_m c_m \cdot d_m^2 \quad (11)$$

このとき揚水した水量により、第 j 時間帯で発電機運転を行うことを次に考える。 l 号揚水式発電所の総合効率を η_l とすると、第 i 時間帯で ΔG で揚水した水量を用いて、一定出力で第 j 時間帯で発電機運転するときの出力は $\eta_l \cdot \Delta G$ となることより(12)式が得られる。

$$\sum_m -\Delta g_m = \eta_l \cdot \Delta G - \Delta PL = \eta_l \cdot \Delta G \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_i} \right) \quad (12)$$

(5)式と(12)式から $\Delta \lambda$ を消去すると m 号火力発電所の出力増加量は(13)式となる。

$$\Delta g_m = \frac{-\eta_l \cdot \Delta G \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_l}\right) \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_m}\right)}{c_m \cdot \sum_m \frac{1 - \frac{\partial PL}{\partial g_m}}{c_m}} = D'_l \cdot d_m \quad (13)$$

ここで D'_l は (14) 式より得られる値である。

$$D'_l = \frac{-\eta_l \cdot \Delta G \cdot \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial g_l}\right)}{\sum_m d_m} \quad (14)$$

従って、 l 号揚水式発電所が第 j 時間帯で $\eta_l \cdot \Delta G$ の出力で発電機運転を行ったときの総燃料費の増加量 $\Delta F(l, j)$ は (15) 式となる。

$$\Delta F(l, j) = D'_l \cdot \sum_m (b_m + 2 \cdot c_m \cdot g_m) \cdot d_m + D'^2_l \cdot \sum_m c_m \cdot d_m^2 \quad (15)$$

なお、ここで (2) 式の最小値で (3), (4) 式が成り立つのは (16) 式の範囲であるが、〔仮定 3〕より (11), (15) 式は出力上下制限約にこだわらず適用するものとする。

$$g_m < g_m < \bar{g}_m \quad (16)$$

以上のことから、 ΔG の電力で揚水運転するときの最適運用は $\Delta F(l, i) + \Delta F(l, j)$ の最小化により得られる。このとき得られる揚水式発電所の運用すべき時間帯 i, j において潮流計算、負荷配分を再び行い、新たな $\partial PL/\partial g_l$, $\partial PL/\partial g_m$, g_m を求める。〔仮定 4〕よりこの計算をくり返すことにより揚水式発電所の最適運用が得られる。

4. 増分損失の計算法

本論における潮流計算はその簡便さ、高速性に特にすぐれていることから直流法^{(3),(4)}を用いることとする。系統が N ノードで構成されているとき、ノード n とノード k 間の有効電力 P_{nk} は直流法では (17) 式で与えられる。

$$P_{nk} = \frac{\delta_n - \delta_k}{x_{nk}} \quad (17)$$

ここで、 δ_n , δ_k はノード n , ノード k の電圧位相角であり x_{nk} はノード n , k 間のリアクタンスである。(17) 式を系統全体についてベクトル表示すると (18) 式となる。

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}_N \boldsymbol{\delta} \quad (18)$$

ここで、 \mathbf{P} , $\boldsymbol{\delta}$ は N 次の列ベクトルであり、 \mathbf{P} の要素 P_n はノード n のノード電力である。 \mathbf{B}_N は $(N \times N)$ のマトリックスでその要素は $b_{nk} = -1/x_{nk}$, $b_{nn} = \sum_k 1/x_{nk}$ である。ところで (18) 式は $\boldsymbol{\delta}$ を未知数とする n 元の連立方程式であるが一般に冗長な方程式となる。これは (17) 式より線路潮流が電圧位相差だけで決定され、個々の δ_n の大きさには直接影響されないことが明らかであり、結局 (18) 式は不定の解を持つことになる。そこで本論ではノード 1 を基

準ノードに選び常に $\delta_1 = 0$ として計算する。 \mathbf{B}_N を各要素で表わすと (19) 式となる。

$$\mathbf{B}_N = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \cdots & b_{NN} \end{bmatrix} \quad (19)$$

(20) 式に示すように、 \mathbf{B}_N の部分行列で \mathbf{B}_N の 1 行目と 1 列目を除いたものを \mathbf{B}_{N-1} とする。

$$\mathbf{B}_{N-1} = \begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2N} \\ b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N2} & b_{N3} & \cdots & b_{NN} \end{bmatrix} \quad (20)$$

\mathbf{B}_{N-1} の逆行列を \mathbf{B}_{N-1}^{-1} とし、(21) 式に示すように \mathbf{B}_{N-1}^{-1} を部分行列とし 1 行目と 1 列目の要素がすべて 0 の行列を $\mathbf{B}_{N'}^{-1}$ とする。

$$\mathbf{B}_{N'}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & \boxed{\mathbf{B}_{N-1}^{-1}} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots \end{bmatrix} \quad (21)$$

この $\mathbf{B}_{N'}^{-1}$ を (18) 式の両辺に掛けると (22) 式となる。なお \mathbf{U} は単位行列を示す。

$$\mathbf{B}_{N'}^{-1} \mathbf{P} = \mathbf{B}_{N'}^{-1} \mathbf{B}_N \delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \cdots 0 \\ -1 & & \\ -1 & & \\ \vdots & & \\ -1 & & \mathbf{U} \end{bmatrix} \delta = \delta \quad (22)$$

$$\therefore \mathbf{B}_{N-1}^{-1} = \begin{bmatrix} b_{22}^{-1} & b_{23}^{-1} & \cdots & b_{2N}^{-1} \\ b_{32}^{-1} & b_{33}^{-1} & \cdots & b_{3N}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N2}^{-1} & b_{N3}^{-1} & \cdots & b_{NN}^{-1} \end{bmatrix}$$

とすると

$$\begin{aligned} [\mathbf{B}_{N'}^{-1}] [\mathbf{B}_N] \text{ の第 } n \text{ 行 } 1 \text{ 列目の要素} &= \sum_{k=2}^N b_{nk}^{-1} \cdot b_{k1} = \sum_{k=2}^N b_{nk}^{-1} \cdot \left(-\sum_{p=2}^N b_{kp} \right) \\ &= -\sum_{k=2}^N \sum_{p=2}^N b_{nk}^{-1} \cdot b_{kp} = -\sum_{k=2}^N b_{nk}^{-1} \cdot b_{kn} - \sum_{k=2}^N \sum_{p \neq n} b_{nk}^{-1} \cdot b_{kp} = -1 - 0 = -1 \end{aligned}$$

(22) 式の両辺を δ_n で微分すると (23) 式となる。

$$\mathbf{B}_{N'}^{-1} \cdot \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right] = \mathbf{U} \quad (23)$$

これは $[\partial P / \partial \delta]^{-1} = \mathbf{B}_{N'}^{-1}$ を意味する。増分損失は (24) 式より得られる³⁾ので、右辺の $[\partial P / \partial \delta]^{-1}$ に (21) 式の $\mathbf{B}_{N'}^{-1}$ を用いることとする。

$$\left[\frac{\partial PL}{\partial P} \right] = \left[\frac{\partial PL}{\partial \delta} \right] \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} \quad (24)$$

ここで右辺 $[\partial PL / \partial \delta]$ は(25)式より得られる値である³⁾。

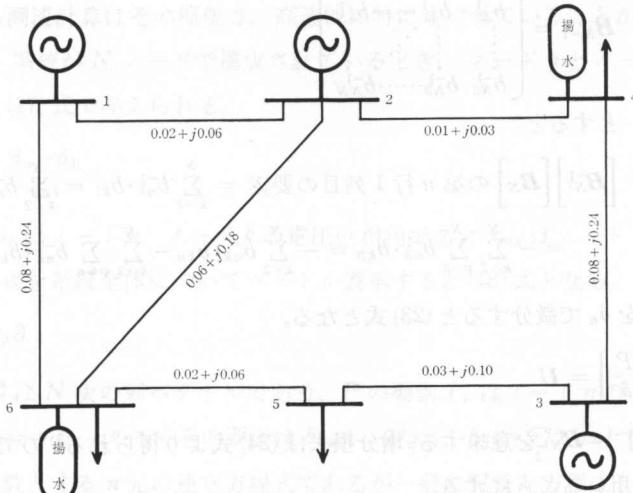
$$\frac{\partial PL}{\partial \delta_n} = 2 \cdot \sum_{k=1}^N G_{kn} \cdot \sin(\delta_k - \delta_n) \quad (25)$$

ここで G_{kn} はノード k, n 間のコンダクタンスである。

5. 火力並列発電機群の変化を考慮した揚水式発電所の最適運用決定法

揚水式発電所の運転に対する火力並列発電機群の最適化を含む最適運用決定手順を次に述べる。最初に揚水式発電所をまったく運用しない場合の経済運用を等増分燃料費則により求め。このときの火力発電機起動停止パターンに第3章で述べた計算手法を適用し、揚水式発電所の最適運用を求めその累積運転費を FT_0 とする。次にこの火力発電機起動停止パターンの変更を考える。〔仮定5〕より、第 i 時間帯で1台並列した起動停止パターン、第 j 時間帯で1台解列した起動停止パターンをそれぞれ時間帯の数だけ考える。そしてこれらの起動停止パターンに第3章で述べた計算手法を適用し、揚水式発電所の最適運用を求めその累積運転費を FT_i, FT_j とする。 FT_0, FT_i, FT_j の中から最小値を求めこれを \underline{FT} とする。ここでは並列発電機群の変化を1台1回だけ考えているので、ある余裕 $\varepsilon (\geq 0)$ を設け \underline{FT} から ε の範囲で最適運用を求ることにする。すなわち(26)式に示す不等式を考え、この不等式を満足する起動停止パターンにくり返し並列発電機群の変更を加え、最適起動停止パターンによる最適運用を求ることにする。

$$\underline{FT} + \varepsilon \leq \begin{cases} FT_i \\ FT_j \end{cases} \quad (26)$$



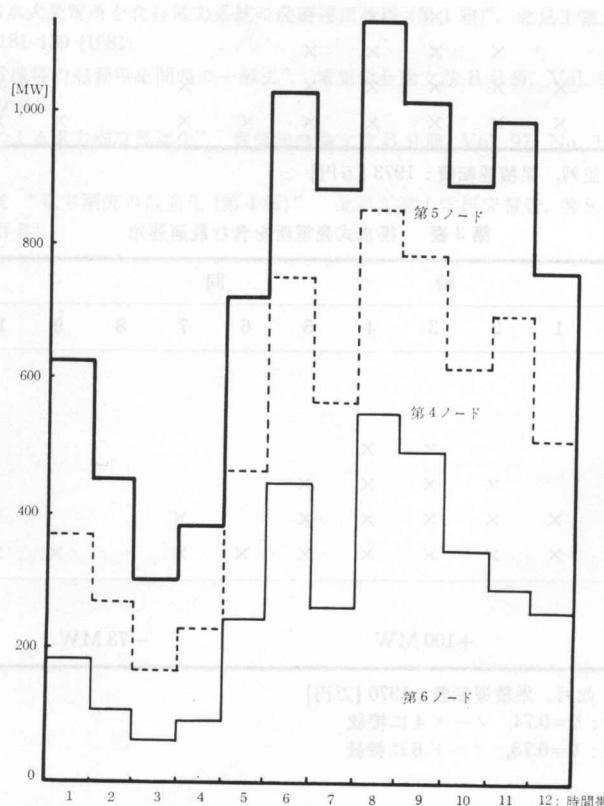
第1図 モデル系統（インピーダンス図）

6. モデル系統による試算例

第1図に示す系統へ第1表に示す6台の火力発電機と第2図に示す負荷曲線を与えて試算した。最初に揚水式発電所をまったく運転せず、火力発電機だけによる経済運用を求めた。その結果は第2表であり、累積運転費は1973[万円]であった。次に $\Delta G=20$ [MW]として揚水式発電所も含んで最適運用を求めたところ、結果は第3表となった。このとき累積運転費は

第1表 火力発電機特性

並列優先順位	接続ノード番号	$f=a+b\cdot g+c\cdot g^2$ [千円/時]			\bar{g}	\bar{g}	起動費 fS
		a	b	$c \times 1000$			
1	1	24.104	0.6800	0.318	144	344	6.0
2	1	18.656	0.7177	0.504	37	236	5.2
3	3	28.058	0.7915	0.372	144	344	6.0
4	3	8.019	0.8201	1.880	27	99	4.6
5	2	25.718	0.7922	0.732	37	232	3.9
6	2	15.652	0.7971	3.150	27	101	2.0



第2図 負荷曲線

1970 [万円] であり、揚水式発電所の経済的運転効果が得られた。しかし第3表に示すように、このとき運転した揚水式発電所は総合効率の劣る方の2号機であった。例えば第8時間帯において1号揚水式発電所を運転した場合、 $\eta_1 \cdot \Delta G = 14.8$ [MW] の発電機運転で送電損失は203 [MW] であった。一方、2号揚水式発電所を運転した場合は $\eta_2 \cdot \Delta G = 14.6$ [MW] で送電損失は196 [MW] であり、1号揚水式発電所に比較して出力が小さいにもかかわらず、より送電損失を軽減できていることがわかる。このことから「揚水式発電所は大電力消費地点の近くで運転した方が有利である」ことが確認できた(1号揚水式発電所が接続されているノード4の負荷は305 [MW]、2号揚水式発電所の接続されているノード6の負荷は550 [MW]、さらに281 [MW] のノード5が隣接している)。以上の結果から揚水式発電所は単純に総合効率の順に並列しても真の最適運用は得られないことが確認でき、本手法の有効性が得られた。

第2表 揚水式発電所を含まない経済運用

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2				×								
3			×	×								
4		×	×	×	×	×						×
5	×	×	×	×	×			×		×	×	
6	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

×：解列、空欄：並列、累積運転費：1973 [万円]

第3表 揚水式発電所を含む最適運用

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
火 力	1											
	2											
	3			×	×							
	4		×	×	×	×						×
	5	×	×	×	×	×		×		×	×	
	6	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
揚 水	1											
2				+100 MW				-73 MW				

×：解列、空欄：並列、累積運転費：1970 [万円]

1号揚水式発電所： $\eta=0.74$ 、ノード4に接続

2号揚水式発電所： $\eta=0.73$ 、ノード6に接続

7. むすび

揚水式発電所の最適運用法について送電損失を考慮する場合へ拡張し、その計算手法について述べた。計算を簡単にするためにいくつかの仮定を導入し、これらの仮定と増分損失を用いて揚水式発電所を運転したときの経済的運転効果の算出法を示した。そして、この経済的運転効果を利用して揚水式発電所の最適運用を決定できることも示した。またモデル系統へ本手法を適用した試算結果から、揚水式発電所の並列順位は単純に総合効率だけでは決定できないこと、大電力消費地点の近くの揚水式発電所が一般に有利であることを示した。なお、本研究は昭和56年度文部省科学研究費補助金（エネルギー特別研究(2)）の交付を受けて行ったものである。また、モデル系統の試算には本学電気工学科データー処理室の HITAC 10 II を利用した。

終りに、終始貴重な御指導を下さった北見工業大学学長小池東一郎博士に深く感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 中村, 山城 “揚水式発電所を含む電力系統の最適運用計画（第1報）”. 北見工業大学研究報告, 第12巻, 第2号, p. 181-189 (1981).
- 2) 山城 “火力発電機群の起動停止問題の一解法”. 電気学会論文誌B分冊, Vol. 93, No. 9, p. 391-398 (昭和48年9月).
- 3) 山城 “直流法による電力潮流最適化”. 電気学会論文誌B分冊, Vol. 97, No. 11, p. 679-684 (昭和52年11月).
- 4) 中村, 奈良, 山城 “電力潮流の最適化（第4報）”. 北見工業大学研究報告, 第9巻, 第2号, p. 151-160 (昭和53年3月).