

一次エネルギーの供給制約及び環境規制を 考慮した電力系統の最適運用計画 (第3報)*

— 多地域制約の場合 —

中 村 陽 一**

山 城 迪**

(昭和56年9月28日受理)

Optimum Operation Scheduling under Constrained Supply of a Primal Energy and Constrained Environmental Pollution (Part 3)

— in Case of Many Constraints —

by Yoichi NAKAMURA and Susumu YAMASHIRO

In the previous papers, we reported the optimum operation scheduling method which would satisfy the constraints both of supply of a primal energy and the environmental pollution. And some kinds of primal energy and some areas pollution were lumped respectively.

In this paper, the pollutions are constrained at every area, and supplies of the energy are constrained at every kind of fuel. And we report the optimum operation scheduling method in case of this many constraints. In this paper, fundamentally, we take the Lagrange's method of multiplier. And we use two assumptions by the reason that start-up and shut-down pattern of generator is discrete quantity. The first assumption is that we can ignore the change of Lagrange's multipliers for supply or pollution constraints when one generator is started or stopped in one time interval. And the second assumption is that we can ignore the upper and lower limits of unit power only when we calculate the effect of the start or stop of generator. And then we report optimum pattern reserching method which reserches in ϵ range from approximate solution. We explain that computing time and memory domain determine this ϵ . Applying our method to the model system, we report the appropriateness of our method.

1. ま え が き

火力発電所への一次エネルギー(燃料)供給量と二酸化窒素(NO_2)累積排出量が電力系統全体で一括して規制された場合について、最適運用決定法を導きその有効性を第1報¹⁾、第2報²⁾

* 電気四学会北海道支部連合大会で発表予定 (昭和56年10月)

** 北見工業大学電気工学科

で示した。本論では、火力発電所の立地点ごとに NO₂ 累積排出量が規制され、また使用燃料の種類ごとに供給量が規制された場合の最適運用決定法を示す。

本手法においても基本的にはラグランジュ乗数法を用いるが、離散的な値となる火力発電機起動停止パターンを決定するために、適当な仮定を設け計算の簡単化をはかる。仮定としては①燃料消費量、NO₂排出量に関するラグランジュ乗数が発電機1台1回程度の起動停止変更ではほとんど変化しない。②一部の計算で発電機の出力上下限制約を無視し、出力一増分燃料費特性が完全に線形になる(従来、この特性は出力上下限点で折れ曲る折れ線で扱われた)の2つを考える。最後にモデル系統に対し本手法を適用し、その有効性について検討する。

2. 目的関数

考察期間を N 時間帯に分割し、系統は M 台の火力発電機で構成されているものとする。I 種類の発電機グループを考え、それぞれの発電機グループは燃料供給量または累積 NO₂ 排出量のいずれかの制約を受けているものとする。従って供給量と排出量の両方の制約を受ける発電機は2種類の発電機グループに属するものとする。

送電損失を無視し、(1) 式の目的関数を考える。

$$\phi = MFN + (P - MG)\lambda + \mu(Y - DFN) \quad (1)$$

ここで、

M : M 次の行ベクトル。その要素はすべて1である。

F : $(M \times N)$ のマトリックス。その要素 f_{mn} は(2)式より得られる第 n 時間帯における m 号機の運転費である。

$$f_{mn} = \begin{cases} a_m + b_m \cdot g_{mn} + c_m \cdot g_{mn}^2 & (\underline{g}_m \leq g_{mn} \leq \overline{g}_m) \\ fS_m & (g_{mn} = 0) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 a_m , b_m , c_m は発電機定数、 g_{mn} は出力、 \underline{g}_m , \overline{g}_m は出力上下限制約、 fS_m は起動費³⁾である。

N : N 次の列ベクトル。その要素はすべて1である。

P : N 次の行ベクトル。その要素 P_n は第 n 時間帯における系統負荷である。

G : $(M \times N)$ のマトリックス。その要素 g_{mn} は第 n 時間帯における m 号機の出力である。

λ : N 次の列ベクトル。その要素 λ_n は第 n 時間帯の需給バランスに関するラグランジュ乗数である。

μ : I 次の行ベクトル。その要素 μ_i は i 種類目の制約(すなわち、 i 番目の発電機グループが受ける供給量または排出量制約)に関するラグランジュ乗数である。

Y : I 次の列ベクトル。その要素 y_i は i 種類目の制約に関する制約値である。

D : $(I \times M)$ のマトリックス。その要素 d_{im} は、 i 種類目に制約される量(すなわち消費量または排出量)を r_{mn} とすると(3)式で表わすことができる発電機定数⁴⁾である。

$$d_{im} = \begin{cases} r_{mn}/f_{mn} & (m \text{ 号機が } i \text{ 番目の発電機グループに属するとき}) \\ 0 & (m \text{ 号機が } i \text{ 番目の発電機グループに属さないとき}) \end{cases} \quad (3)$$

3. 最適運用の決定

(1) 式を最小化することにより最適運用が得られる。しかし、発電機の起動停止パターンは離散値となるために以下に述べる手法を用いて最適な起動停止パターンを求めることにする。計算の簡単化のため次のことを仮定する。

〔仮定 1〕 ある起動停止パターンに制約 \mathbf{Y} を満足する運用を与える μ と、第 n 時間帯の m 号機をそのパターンから解列または並列し、かつ \mathbf{Y} を満足する運用を与える μ はほぼ等しい。

〔仮定 2〕 ある起動停止パターンから、ある時間帯においてある発電機を解列または並列したときの累積運転費の減少量を考え、その減少量を最大にするような発電機の解列とその時間帯は各発電機の出力上下制限制約を無視して求めることができる。

3.1 ある起動停止パターンから第 n 時間帯の m 号機を解列したときの効果 (累積運転費の減少量) の計算法

ある起動停止パターンにおいて、制約 \mathbf{Y} を満足し、かつ (1) 式を最小にする運用が得られたとき、第 n 時間帯の m 号機が (4) 式を満足しているならば (5) 式より (6) 式が得られる。

$$\underline{g}_m < g_{mn} < \overline{g}_m \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial g_{mn}} = \left(1 - \sum_i \mu_i \cdot d_{im}\right) \cdot \frac{df_{mn}}{dg_{mn}} - \lambda_n = 0 \quad (5)$$

$$g_{mn} = \frac{1}{2 \cdot c_m} \cdot \left(\frac{\lambda_n}{1 - \sum_i \mu_i \cdot d_{im}} - b_m\right) \quad (6)$$

第 n 時間帯における並列発電機群を u_n とし、 u_n から m 号機 ($\in u_n$) を除いた発電機群を S_n とする。 m 号機を解列すると需給バランスをとるために他の発電機は出力を増加しなければならず、このときの l 号機 ($\in S_n$) の出力増加量を Δg_{ln} とし、 λ_n の増加量を $\Delta \lambda_n$ とすると (7) 式に示す範囲においては〔仮定 1〕と (6) 式から (8) 式が得られる。

$$\underline{g}_l < g_{ln} + \Delta g_{ln} < \overline{g}_l \quad (7)$$

$$\Delta g_{ln} = \frac{1}{2 \cdot c_l} \cdot \frac{\Delta \lambda_n}{1 - \sum_i \mu_i \cdot d_{il}} \quad (8)$$

需給バランスの面から (9) 式が得られ、(8) 式と (9) 式から $\Delta \lambda_n$ を消去すると (10) 式となる。

$$g_{mn} = \sum_{k \in S_n} \Delta g_{kn} \quad (9)$$

$$\Delta g_{ln} = \frac{g_{mn}}{c_l \cdot \left(1 - \sum_i \mu_i \cdot d_{il}\right) \cdot \sum_{k \in S_n} \frac{1}{c_k \cdot \left(1 - \sum_i \mu_i \cdot d_{ik}\right)}} \quad (10)$$

このとき、 l 号機の運転費の増加量 Δf_{ln} は(2)式より(11)式となる。

$$\Delta f_{ln} = \Delta g_{ln} \cdot b_l + \Delta g_{ln} \cdot c_l \cdot (2 \cdot g_{ln} + \Delta g_{ln}) \quad l \in S_n \quad (11)$$

また、停止する m 号機の運転費の増加量 Δf_{mn} 、始めから停止している j 号機 ($\in u_n$) の運転費の増加量 Δf_{jn} は(12)、(13)式となる。

$$\Delta f_{mn} = fS_m - f_{mn} \quad m \in u_n, m \in S_n \quad (12)$$

$$\Delta f_{jn} = 0 \quad j \in u_n \quad (13)$$

また、このとき(3)式より i 種類目に制約を受けた量がそれぞれ $d_{il} \cdot \Delta f_{ln}$ 、 $d_{im} \cdot \Delta f_{mn}$ 増加しており、これらの増加量を全時間帯で吸収(減少)したときの累積運転費の増加量 ΔF_Y は〔仮定1〕より(14)式となる。

$$\Delta F_Y = -\mu \Delta \mathbf{F} \quad (\because \partial \mathbf{MFN} / \partial y_i = \mu_i)^5 \quad (14)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{F}$ は(11)~(13)式の Δf_{ln} 、 Δf_{mn} 、 Δf_{jn} を要素とする M 次の列ベクトルである。結局、第 n 時間帯で m 号機を解列したときの効果、すなわち需給バランスを満足し、かつ制約 \mathbf{Y} を満足したときの累積運転費の減少量 ΔH_{mn} は(15)式となる。

$$\Delta H_{mn} = -\mathbf{M} \Delta \mathbf{F} - \Delta F_Y = (\mu \mathbf{D} - \mathbf{M}) \Delta \mathbf{F} \quad (15)$$

すなわち、解列する発電機の解列前の出力 g_{mn} を用いて(10)~(13)式及び(15)式により解列の効果を計算できることがわかる。ところで、この ΔH_{mn} が(10)~(15)式から求まるのは(4)、(7)式の範囲であるが、ここでは解列の効果を正確に求めることよりも、解列すべき発電機とその時間帯を決定することを主な目的として考え〔仮定2〕より(15)式は(4)、(7)式の範囲にかかわらずすべての発電機について適用するものとする。

3.2 制約 \mathbf{Y} を満足する可能解の決定法

すべての発電機が常に並列する初期起動停止パターンにおいて制約 \mathbf{Y} が満足できるとき、第3章1節の計算手法により解列すべき発電機とその時間帯を求め、新たな起動停止パターンを得、くり返し第3章1節の計算手法を適用することができる。しかし、厳しい制約 \mathbf{Y} が与えられ初期起動停止パターンでは制約 \mathbf{Y} を満足できないとき、次の(16)式による停止の効果 ΔH_{mn} をもとに可能解(制約 \mathbf{Y} を満足できる起動停止パターン)を求めることにする。

$$\Delta H_{mn} = (\text{削減必要割合}) \times (\text{解列による減少量}) = -\mathbf{E} \mathbf{Z} \Delta \mathbf{F} \quad (16)$$

ここで、

E: I 次の行ベクトル。削減必要量を表わし、 $\mathbf{DFN} - \mathbf{Y}$ で得られる列ベクトルの負の要素を0で置きかえ、かつ転置したベクトルである。

Z: $(I \times I)$ の対角行列。その要素 Z_{ii} の逆数は(17)式により得られる列ベクトルの要素である。

$$[1/Z_{ii}] = \mathbf{DFN} \quad (17)$$

従って(16)式第1項は次のようになる。

$$(\text{削減必要割合}) = \frac{(\text{削減必要量})}{(\text{燃料消費量または排出量})} = EZ$$

3.3 ある起動停止パターンへ第 n 時間帯の m 号機を並列したときの効果の計算法

第3章2節の計算手法により得られた可能解へ、第3章1節の計算手法を適用して発電機の解列をくり返しても、最適起動停止パターンが得られるという保証はない。そこで、解列している発電機を新たに並列した場合の効果を考える。

第 n 時間帯における並列発電機群 u_n に m 号機 ($\in u_n$) を加えた集合を v_n とする。 u_n で負荷を分担したときの λ_n の値に対する m 号機の出力、すなわち m 号機が並列しても λ_n の値が変わらないと考えたときの m 号機の出力は(6)式から得られ、いまこれを g'_{mn} とする。 g'_{mn} が m 号機の出力上下限制約を満足している保証がないために、この λ_n の値に対する m 号機の出力を上下限制約の範囲で求めるならば、その結果を g''_{mn} とし(18)式から得られる。

$$g''_{mn} = \min \left\{ \overline{g}_m, \max \{ \underline{g}_m, g'_{mn} \} \right\} \quad (18)$$

ここで、 $\min \{ \}$, $\max \{ \}$ はそれぞれ最小値, 最大値をとる操作を意味する。すなわち、 m 号機が並列しても λ_n が変化しないならば g'_{mn} だけ v_n で出力超過となる。そこで、需給バランスをとるために l 号機 ($\in v_n$) が Δg_{ln} だけ出力を増加したとすると(19)式となる。

$$g''_{mn} = \sum_{l \in v_n} -\Delta g_{ln} \quad (19)$$

ここで、需給バランスがとれたときの m 号機の出力を g'''_{mn} とすると Δg_{mn} は(20)式から得られる値とする。

$$\Delta g_{mn} = g'''_{mn} - g'_{mn} \quad m \in u_n, m \in v_n \quad (20)$$

その他の Δg_{ln} ($\in u_n$) は第3章1節と同様、 m 号機が並列する前の出力から見た増加量である。(8)式と(19)式から(21)式が得られる。

$$\Delta g_{ln} = \frac{-g'_{mn}}{c_l \cdot (1 - \sum_i \mu_i \cdot d_{il}) \cdot \sum_{k \in v_n} \frac{1}{c_k \cdot (1 - \sum_j \mu_j \cdot d_{jk})}} \quad (21)$$

このとき、各発電機の運転費の増加分は(22)~(24)式となる。

$$\Delta f_{ln} = \Delta g_{ln} \cdot b_{ln} + \Delta g_{ln} \cdot c_l \cdot (2 \cdot g_{ln} + \Delta g_{ln}) \quad l \in u_n \quad (22)$$

$$\Delta f_{mn} = a_m + b_m \cdot (g'_{mn} + \Delta g_{mn}) + c_m \cdot (g'_{mn} + \Delta g_{mn})^2 - fS_m \quad m \in v_n, m \in u_n \quad (23)$$

$$\Delta f_{jn} = 0 \quad j \in v_n \quad (24)$$

また、制約を受けた各量の m 号機の並列に伴う増加量を、全時間帯で吸収したときの累積運転費の増加量は、 ΔF の要素を(21)~(24)式より求めて(14)式より得られる。従って、この(21)~(24)式による ΔF を用いることにより並列の効果 ΔH_{mn} は(15)式より得ることができる。

ここで、〔仮定2〕より(21)~(24)式による ΔF を出力上下限制約((4),(7)式)にこだわらず適用することは第3章1節と同様である。

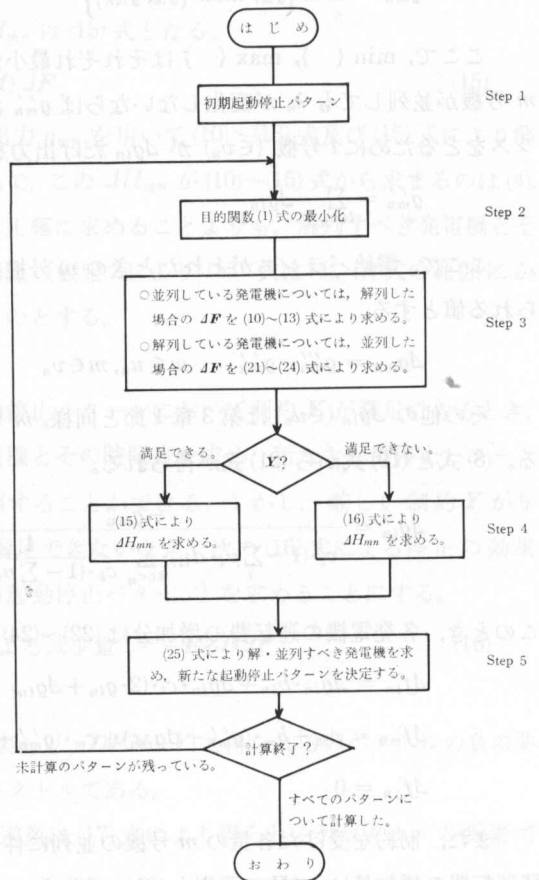
3.4 最適起動停止パターンの決定

第3章1節~3節の計算式を用いた最適起動停止パターンによる最適運用の決定手順を第1図に示す。図中、Step 5における新たな起動停止パターンの決定方法について次に述べる。(15)式または(16)式による $M \times N$ 個の ΔH_{mn} の中から最大値を求め、これを $\overline{\Delta H}$ とする。〔仮定1〕,〔仮定2〕により ΔH_{mn} が近似的に求めた効果であることを考慮し、この近似値が含む誤差に対しある余裕 ε (≥ 0)を設け(25)式に示す不等式を考える。

$$\Delta H_{mn} \geq \begin{cases} \overline{\Delta H} - \varepsilon & (\overline{\Delta H} \geq 0) \\ -\varepsilon & (\overline{\Delta H} < 0) \end{cases} \quad (25)$$

ΔH_{mn} が(25)式を満足するとき、第 n 時間帯で m 号機を解列または並列し新たな起動停止パターンを得る。すなわち、(25)式を満足する ΔH_{mn} が P 個あるときは、それぞれの発電機を解並列した P 種類の起動停止パターンを得ることになる。従って(25)式は近似解 $\overline{\Delta H}$ から ε の範囲で最適解を求めることを意味する。明らかに、 $\varepsilon=0$ では常に $\overline{\Delta H}$ を与える発電機を解並列し、目的関数最小化のつど新たに得られる起動停止パターンは常に1種類となる。また、このとき計算終了までに得られる合計の起動停止パターン数(計算くり返し回数)は最大 $(M-1) \times N$ 種類となる。次に $\varepsilon = \infty$ の場合は発電機の解並列についてすべての組み合わせを求めることになり、合計の起動停止パターン数は最大 $(2^M - 1)^N$ 種類となる。従って、 ε の値は利用する計算機の処理速度、記憶容量等を考慮し決定すべき値となる。また、Step 5で新たな起動停止パターンが得られない場合として次の3種類が考えられる。

- i) (25)式を満足する発電機を解並列し得られる起動停止パターンがすでに計算済みの場合。



第1図 最適起動停止パターンによる最適運用の決定手順

- ii) (25)式を満足する発電機を解列すると需給バランスがとれず、運転不可能となる場合。
- iii) $\Delta H < -\epsilon$ で (25)式を満足する ΔH_{mn} が存在しない場合。

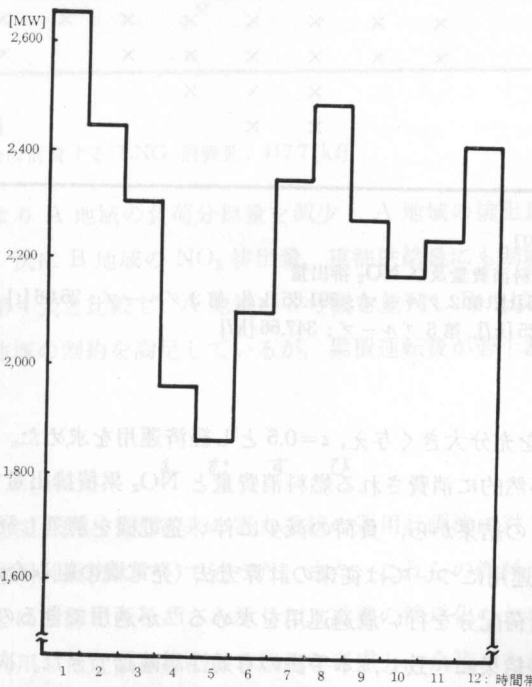
4. モデルシステムによる試算例

第1表に特性を示す12台の発電機からなる系統へ第2図に示す負荷曲線を与えた場合について試算した。燃料消費量, NO₂ 排出量特性を示す **D** マトリックスと制約の種類を第2表

第1表 発電機特性定数

発電機 No.	$f = a + bg + cg^2$ [千円/時]			g	\bar{g}	起 動 費 [千円/時]
	a	b	$c \times 1000$	[MW]	[MW]	
1	15.652	0.7971	3.153	27	101	2.0
2	9.334	0.9546	2.190	27	101	2.2
3	25.718	0.7922	0.732	37	232	3.9
4	21.715	0.8355	0.588	37	220	3.9
5	8.019	0.8201	1.881	27	99	4.6
6	13.446	0.6848	2.709	27	99	4.6
7	22.094	0.6806	0.630	37	222	5.2
8	18.656	0.7177	0.504	37	236	5.2
9	34.302	0.7513	0.438	144	344	—
10	28.058	0.7915	0.372	144	344	—
11	29.469	0.6455	0.375	144	344	—
12	24.104	0.6800	0.318	144	344	—

注) 9~12号機はベース火力として常に系統へ並列する。



第2図 負 荷 曲 線

第2表 Dマトリックス

立地点 発電機 グループ	A 地域		B 地域		
	1	2	3	4	5
発電機	NO ₂ 排出量	重油 消費量	NO ₂ 排出量	重油 消費量	LNG 消費量
1	0	0	2.5460	0	0.0625
2	0	0	2.5520	0	0.0615
3	0.6830	0.0382	0	0	0
4	0.6690	0.0391	0	0	0
5	0	0	0.7740	0	0.0842
6	0	0	0.7720	0	0.0863
7	0	0	0.7080	0.0398	0
8	0	0	0.7500	0.0379	0
9	0.8290	0.0367	0	0	0
10	0.8300	0.0371	0	0	0
11	0	0	0.9360	0.0313	0
12	0	0	0.9370	0.0326	0

第3表 経済運用

発電機	時 間 帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2		×	×	×	×	×	×		×	×	×	×
3				×	×	×				×		
4				×	×							
5~12												

×：解列，空欄：並列
累積運転費：5233 [万円]

必然的に消費される燃料消費量及び NO₂ 排出量

第1グループ：18.56 [t]，第2グループ：891.65 [kJ]，第3グループ：25.06 [t]

第4グループ：845.25 [kJ]，第5グループ：347.66 [kJ]

に示す。

最初に Y の要素を充分大きく与え， $\epsilon=0.5$ とし経済運用を求めた。その起動停止パターンと，経済運用に伴い必然的に消費される燃料消費量と NO₂ 累積排出量を第3表に示す。表中，×印は解列を示す。この結果から，負荷の減少に伴い発電機を解列し経済運用を得ていることがわかる。なお，経済運用については従来の計算方法（発電機の組み合わせすべてについて，等増分燃料費則により負荷配分を行い最適運用を求め³⁾が適用できるので本モデル系統へ適用したところ，第3表の結果に一致し，本手法の有効性が確認できた。次に，A 地域にのみ制約を与え，最適運用を求めた。その結果を第4表に示す。経済運用の結果と比較し，B 地域の2

第4表 $Y_1=18.2$ [t], $Y_2=875$ [kJ] に対する最適運用

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2												
3				×	×	×				×		
4				×	×							
5~12												

×: 解列, 空欄: 並列

累積運転費: 5245 [万円]

B 地域で必然的に消費される燃料消費量及び NO₂ 排出量

第3グループ: 26.78 [t], 第4グループ: 845.25 [kJ], 第5グループ: 381.05 [kJ]

第5表 $Y_1=18.2$ [t], $Y_2=875$ [kJ], $Y_3=26.6$ [t], $Y_4=830$ [kJ] に対する最適運用

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2				×								
3					×							
4					×					×	×	
5												
6												
7				×								
8~12												

×: 解列, 空欄: 並列

累積運転費: 5255 [万円]

第5グループで必然的に消費する LNG 消費量: 417.7 [kJ]

号機を並列することにより A 地域の負荷分担量を減少し A 地域の排出量, 供給量制約を満足していることがわかる。次に B 地域の NO₂ 排出量, 重油供給量にも制約を与えた場合の最適運用を第5表に示す。第4表と比較し, A 地域の3号機を並列し B 地域の7号機を解列することにより A, B 両地域の制約を満足しているが, 累積運転費が若干割高になっていることがわかる。

4. む す び

経済性の追求などを主目的とした従来の電力系統の運用計画法に対し, 燃料消費量, 大気汚染などを制御できる運用計画法について述べた。また, これらの燃料消費量, 大気汚染等が燃料の種類, 立地点ごとに制御できることも示した。計算の簡単化のため2つの仮定を導入したが, これらの仮定を利用した近似計算による誤差を考慮し, 余裕 ε を設け, 近似解から ε の範囲で最適運用を求める計算手法を示した。また, この ε は計算に利用する計算機システムの

能力を考慮して決定すべき値であることも示した。最後にモデル系統に対し本手法を適用し、その有効性を示した。なお、本研究は昭和56年度文部省科学研究費補助金(一般研究C)の交付を受けて行ったものである。またモデル系統の試算には本学電気工学科データ処理室のHITAC 10 IIを利用した。

終りに終始貴重な御指導を下された北見工業大学学長小池一郎博士に深く感謝申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 中村, 山城 “一次エネルギーの供給制約及び環境規制を考慮した電力系統の最適運用計画(第1報)”, 北見工業大学研究報告. 第12巻, 第2号, p. 191-197 (昭和56年).
- 2) 中村, 山城 “一次エネルギーの供給制約及び環境規制を考慮した電力系統の最適運用計画(第2報)”, 北見工業大学研究報告. 投稿中.
- 3) 山城 “火力発電機群の起動停止問題の一解法”, 電気学会論文誌B分冊. Vol. 93, No. 9, p. 391-398 (昭和48年9月).
- 4) J. B. Cadogan and L. Eisenberg “Environmental Control of Electric Power System”. ISA, Transaction 14 (1975).
- 5) D. A. Wismer and R. Chattergy “Introduction to Nonlinear Optimization”. Elsevier North-Holland, Inc., (1978).
- 6) 中村, 山城, 小池 “一次エネルギーの供給制約及び環境規制を考慮した電力系統の最適運用法” 電気学会電力技術研究会. PE-81-22, p. 41-50 (昭和56年7月).