

コプレーナ線路の数値解析*

石 井 仁**

北 沢 敏 秀***

林 義 男***

(昭和56年4月30日受理)

Numerical Analysis of a Coplanar Waveguide

by Hitoshi ISHII, Toshihide KITAZAWA
and Yoshio HAYASHI

An analytical method is presented for a coplanar waveguide (CPW). The dispersion characteristics as well as the effect of the metal coating thickness are evaluated with very short CP-times. Numerical results are compared with other available data.

1. ま え が き

マイクロ波回路の小形，軽量化にともないマイクロストリップ，スロット線路，コプレーナ線路 (CPW) などが実用に供されている。特に，スロット線路や CPW などの共平面線路は半導体素子や集中定数回路素子などが簡単に接続でき，非可逆素子への応用が可能であるなどの利点を有し，最近注目されている。

共平面線路については，最初，準静近似¹⁾あるいは TE 波近似^{2,3)}に基づく解析が行なわれてきたが近年 hybrid モード (混成波) に基づく厳密な解析法が報告され，基本モードのみならず，高次モードの伝搬特性についても明らかになった^{4,5)}。しかし，hybrid モードに基づく数値解析は，大型計算機を用いても計算時間がかかり，特に CPW は非常に長い CPU 時間を必要とする。

本稿では Cohn²⁾ がスロット線路の解析に用いた理論を拡張した CPW の解析法を報告する。この解析法は TE 波近似に基づくものであるが，基本モードの分散特性および特性インピーダンスについて，高精度の解を短時間で求めることを可能にするのみならず，導体被覆の厚みの影響も容易に考慮できる。

* 昭和55年度電気四学会北海道支部連合大会にて一部発表

** 北見工業大学電子工学科，現在北海道大学工学部電子工学科

*** 北見工業大学電子工学科

2. 解析 法

図1に本稿で解析する CPW の構造および座標軸を示す。CPW の線路波長を λ' とすると x 方向に $\lambda'/2$ だけ離れた横平面 (y - z 平面) においては電磁界の横成分が零となる。したがってそのような面群の2つ ($x=0$ および $x=\lambda'/2=l$) に電気壁を導入しても電磁界は乱されない。また、奇モードの場合は z - x 平面に磁気壁、偶モードの場合は電気壁を置いても電磁界は乱されない。さらに $y=s$ 面に磁気壁または電気壁を導入する。以上のことより CPW の問題は図2に示すような誘電体を装荷したアイリスを含む導波管の問題と考えることができる。

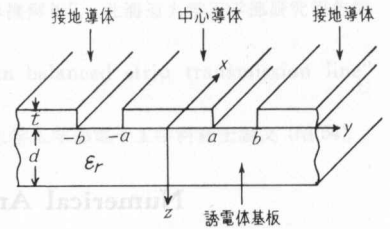


図1 コプレーナ線路 (CPW)

以下の解析は奇モードで $y=s$ 面に磁気壁を置いた場合について行なうが、奇モードで $y=s$ 面に電気壁を置いた場合および偶モードの場合の取り扱いも同様である。

基準面を $z=0$ に取りここにおける総サセプタンス B_t を求める。まず基準面より右側 (z の正方向) をみたサセプタンス B_d を求める。 $z<0$ の領域を高さ W の導波管で近似する (図3)。図3の $z>0$ の領域における境界条件は

$$x = 0, \quad l \text{ で } E_y = 0, \quad E_z = 0$$

$$y = 0, \quad s \text{ で } E_y = 0$$

したがって E_y, H_x は次のように表わすことができる。

$$\begin{Bmatrix} E_y \\ H_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(z) \\ g(z) \end{Bmatrix} \sin \frac{\pi}{l} x \cos \frac{n\pi}{s} y \quad (1)$$

$z=0, x=l/2$ における E_y, H_x をフーリエ展開すると、

$$E_y = \sum_{n>0} R_n \sin \frac{n\pi}{s} y \quad (2)$$

$$H_x = - \sum_{n>0} y_{in} R_n \sin \frac{n\pi}{s} y \quad (3)$$

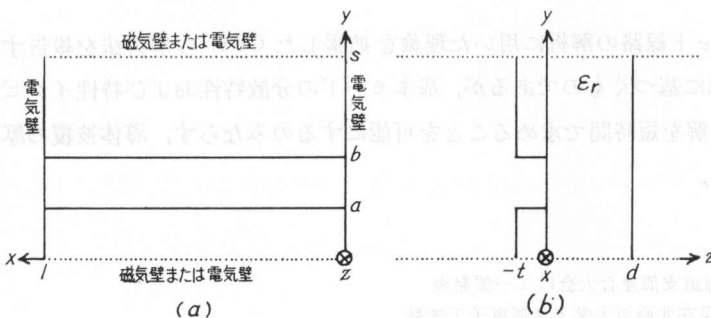


図2 電気壁、磁気壁の導入

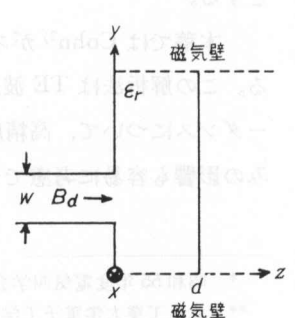


図3 導波管モデル

$$y_{in} = -\left\{ \frac{(H_x)_{TE1,n} + (H_x)_{TM1,n}}{(E_y)_{TE1,n} + (E_y)_{TM1,n}} \right\} \quad (4)$$

ここで, $n=1, 2, \dots$, R_n は定数, y_{in} は入射波動アドミタンスである。 $z < 0$ における高さ W の導波管に TE_{10} モードだけが存在すると仮定すると E_y および H_x は定数となる。

$$\begin{cases} E_y = \begin{cases} C_0 & (a \leq y \leq b) \\ 0 & (\text{elsewhere}) \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

$$H_x = -C_0 y'_i \quad (6)$$

ただし y'_i は $z < 0$ の高さ W の導波管の入射波動アドミタンスである。係数 R_n は式 (2), (5) より

$$R_n = \frac{2C_0}{n\pi} \left\{ \cos \frac{n\pi a}{s} - \cos \frac{n\pi b}{s} \right\} \quad (7)$$

また式 (3), (6) より

$$C_0 y'_i = 2 \sum_{n>0} y_{in} \left\{ \frac{\cos \frac{n\pi b}{s} - \cos \frac{n\pi a}{s}}{n\pi\delta} \right\}^2 \quad (8)$$

ただし $W=b-a$, $\delta=W/s$ である。波動アドミタンス y'_i , y_{in} を導波管のアドミタンス Y_i , Y_{in} でおきかえる。

$$Y_i = jB_d = 2 \sum_n Y_{in} \left\{ \frac{\cos \frac{n\pi b}{s} - \cos \frac{n\pi a}{s}}{n\pi\delta} \right\}^2 \quad (9)$$

ただし

$$Y_{in} = \frac{l}{2W} y_{in}, \quad Y_i = \frac{l}{2s} y'_i$$

式 (4) より

$$Y_{in} = \frac{Y_{iTEn} D_n + Y_{iTMn}}{1 + D_n} \quad (10)$$

ただし

$$Y_{iTEn} = \frac{l}{2s} \frac{(H_x)_{TE1,n}}{(E_y)_{TE1,n}}, \quad Y_{iTMn} = \frac{l}{2s} \frac{(H_x)_{TM1,n}}{(E_y)_{TM1,n}} \quad (11)$$

$$D_n = \frac{(E_y)_{TE1,n}}{(E_y)_{TM1,n}}, \quad (E_x)_{TE1,n} + (E_x)_{TM1,n} = 0 \quad (12)$$

したがって

$$D_n = \left(\frac{s}{ln} \right)^2 \quad (13)$$

$$Y_{iTMn} = Y_{0iTMn} \tanh \left(\gamma_{n1} d + \tanh^{-1} \frac{Y_{0iTMn}}{Y_{0iTMn}} \right) \quad (14)$$

$$Y_{iTE_n} = Y_{0iTE_n} \coth \left(\gamma_{n1} d + \coth^{-1} \left(\frac{Y_{0TE_n}}{Y_{0iTE_n}} \right) \right) \quad (15)$$

ただし添字 01 は誘電体, 0 は空気領域を示す。

ここで特性アドミタンスと伝搬定数は次のように与えられる

$$Y_{0iTM_n} = \frac{jlk_1}{2s\gamma_{n1}\gamma_{n1}}, \quad Y_{0TM_n} = \frac{jlk}{2s\gamma_n\gamma_n} \quad (16)$$

$$Y_{0iTE_n} = \frac{l\gamma_{n1}}{j2s\gamma_{n1}k_1}, \quad Y_{0TE_n} = \frac{l\gamma_n}{j2s\gamma_n k} \quad (17)$$

$$\gamma_{n1} = \frac{n\pi}{s} \sqrt{1 - \left(\frac{2s}{n\lambda_g} \right)^2}, \quad \gamma_n = \frac{n\pi}{s} \sqrt{1 + \left(\frac{s\gamma}{n\pi} \right)^2} \quad (18)$$

式 (10), (13)~(18) より

$$\eta Y_{in} = j \frac{lk}{2s\gamma_{n1}} \frac{\varepsilon_r \tanh r_n - \left(\frac{s\gamma_{n1}}{lnk} \right)^2 \coth q_n}{1 + \left(\frac{s}{ln} \right)^2} \quad (19)$$

$$r_n = \gamma_{n1} d + \tanh^{-1} \left(\frac{\gamma_{n1}}{\varepsilon_r \gamma_n} \right) \quad (20)$$

$$q_n = \gamma_{n1} d + \coth^{-1} \left(\frac{\gamma_n}{\gamma_{n1}} \right) \quad (21)$$

したがって, サセプタンス B_d は式 (9) より次のように与えられる。

$$\eta B_d = \frac{1}{p} \sum_{n=1,2,\dots} \left[\frac{\varepsilon_r \tanh r_n - p^2 F_{n1}^2 \coth q_n}{\left\{ 1 + \left(\frac{s}{ln} \right)^2 \right\} F_{n1}} \right] \frac{\left\{ \cos \frac{n\pi}{s} b - \cos \frac{n\pi}{s} a \right\}^2}{n(n\pi\delta)^2} \quad (22)$$

ただし

$$p = \frac{\lambda}{2l}, \quad F_{n1} = \frac{s\gamma_{n1}}{n\pi}, \quad F_n = \frac{s\gamma_n}{n\pi}, \quad u = \frac{\lambda}{\lambda_g}, \quad v = \frac{\lambda}{k}$$

式 (22) は収束が遅いので次のように収束性を改善する。

$$\begin{aligned} \eta B_d = & \frac{u^2}{2p} \left[2 \left(\frac{a}{W} \right)^2 \ln \left(\pi \frac{2b}{s} \right) + 2 \left(\frac{b}{W} \right)^2 \ln \left(\pi \frac{2a}{s} \right) - \left(\frac{\xi}{s} \right)^2 \ln \left(\pi \frac{\xi}{s} \right) - \ln \left(\pi \frac{W}{s} \right) \right] \\ & + \frac{1}{p} \sum_{n=1,2,\dots} \left[\frac{\varepsilon_r \tanh r_n - p^2 F_{n1}^2 \coth q_n}{\left\{ 1 + \left(\frac{s}{ln} \right)^2 \right\} F_{n1}} - u^2 \right] \frac{\left\{ \cos \frac{n\pi}{s} b - \cos \frac{n\pi}{s} a \right\}^2}{n(n\pi\delta)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

$$r_n = \frac{n\pi}{s} F_{n1} d + \tanh^{-1} \left(\frac{F_{n1}}{\varepsilon_r F_n} \right), \quad \xi = b + a \quad (24)$$

$$q_n = \frac{n\pi}{s} F_{n1} d + \coth^{-1} \left(\frac{F_n}{F_{n1}} \right) \quad (25)$$

また $z = -t$ から左側 (z の負方向) をみたサセプタンス B_a は式 (25) で $\epsilon_r \rightarrow 1$ または $d \rightarrow 0$ とすることにより次のように与えられる。

$$\eta B_a = -\frac{v^2}{2p} \left[2 \left(\frac{b}{W} \right)^2 \ln \left(\pi \frac{2b}{s} \right) + 2 \left(\frac{a}{W} \right)^2 \ln \left(\pi \frac{2a}{s} \right) - \left(\frac{\xi}{W} \right)^2 \ln \left(\pi \frac{\xi}{s} \right) - \ln \left(\pi \frac{W}{s} \right) \right] + \frac{1}{p} \sum_{n=1,2,\dots} v^2 \left(1 - \frac{1}{F_n} \right) \frac{\left\{ \cos \frac{n\pi}{s} b - \cos \frac{n\pi}{s} a \right\}^2}{n(n\pi\delta)^2} \quad (26)$$

$-t < x < 0$ のアイリスでは TE_{10} モードだけが存在する。したがってここにおけるサセプタンス B_a と伝搬定数 γ_w は

$$\gamma_w = \frac{\pi v}{lp}, \quad \eta B_w = -\frac{l}{2W} v \quad (27)$$

したがって $z=0$ より左をみたサセプタンス B_c は

$$\eta B_c = \eta B_w \frac{\eta B_a + \eta B_w \tanh \gamma_w t}{\eta B_w + \eta B_a \tanh \gamma_w t} \quad (28)$$

したがって $z=0$ における総サセプタンス B_t は次式により与えられる。

$$\eta B_t = \eta B_a + \eta B_c \quad (29)$$

3. 数 値 計 算

本理論では総サセプタンス B_t が無限級数和で与えられているため打ち切り項についての検討が必要である。また仮想的な電気壁，磁気壁を置いているのでこの影響も考慮しなければならない。級数は3乗の逆数で収束しており，計算機の使用により精度良く求めることができる。また，仮想壁の影響もこれをある程度離せばその影響は無視することができる。図4(a), (b)より奇モード，偶モードとも側壁を $\lambda/3$ ほど離すことによりこの影響は無視することができる。以下の計算は側壁を $\lambda/2$ 離して行なう。図5に文献4)および6)と本理論による数値計算結果

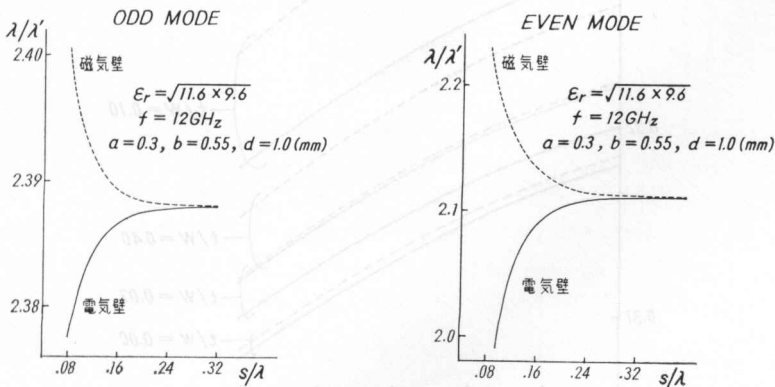


図4 電気壁，磁気壁の影響

a) 奇モード b) 偶モード

を示す。本理論は文献 6) と同様 TE 波近似に基づいて解析を行なっているが, hybrid モードに基づいて解析した文献 4) と非常に良く一致している。図 6 に CPW の導体被覆の厚みを考慮した場合の分散特性について計算を行ない文献 3) の結果と比較して示す。厚みが増すにつれ誤差が大きくなるがこれは本理論においてはスロットに TE₁₀ モードだけが存在すると仮定

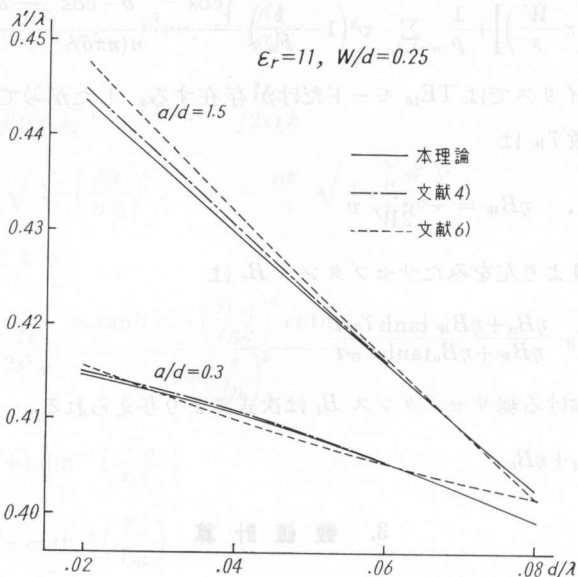


図 5 導体被覆の厚みを零とした場合の CPW の分散特性 (奇モード)

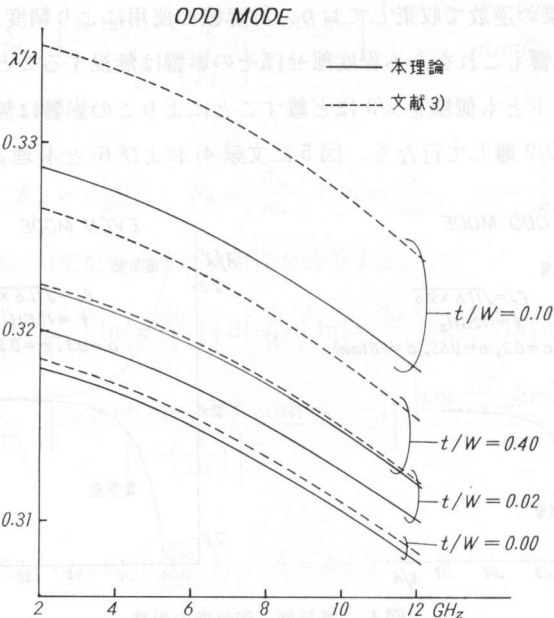


図 6 導体被覆の厚みの影響

して解析を行なったためであると思われる。

4. む す び

本稿では Cohn の理論を拡張してコプレーナ線路 (CPW) の数値解析を行なった。この理論の特徴は CPW に磁気壁を導入して導波管の不連続問題として取り扱うところにあり、アイリス面における横共振条件により分散特性、特性インピーダンスなどを求めることができる。本理論による分散特性の数値計算は非常に短時間で済み、導体被覆の厚みを零とした場合には十分な精度の解が得られた。

文 献

- 1) C. P. Wen: IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-17, p. 1987 (1969).
- 2) S. B. Cohn: IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-17, p. 768 (1969).
- 3) T. Kitazawa et al.: IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-24, p. 604 (1976).
- 4) 木目沢: 北見工業大学卒業論文 (1981).
- 5) T. Kitazawa et al.: IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-28, p. 387 (1980).
- 6) J. B. Knorr et al.: IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-23, p. 541 (1975).

* Presented at a meeting in Sapporo on January 17, 1982 before the Japan Electron Device Society.

** Department of Liberal Arts, Kanazawa Institute of Technology.