

マイクロ波平面回路の研究

— 90° コーナーの伝送特性の改善* —

安住 和彦**

松西 年春**

(昭和56年4月28日受理)

Study of Microwave Planar Circuits

— Improvement of transmission characteristics
at right angle corners —

by Kazuhiko AZUMI and Toshiharu MATSUNISHI

The characteristics of a strip line as a microwave transmission line have been studied by solving integral equations and by analysis using the normal mode method. In this paper, using the latter method, the right angle corner of the strip line is further analysed after the outer right angle corner has been modified by cutting off a triangular part. Next the analysis is carried out when the inner right angle corner has been modified by adding a triangular part.

The results obtained show that the transmission characteristics versus frequency are appreciably improved as was predicted.

Finally maximally flat conditions are derived for each of the modified configurations.

1. ま え が き

マイクロ波帯で用いられるストリップ線路の90°コーナーの一部に適当なカットを入れたり、三角形要素をつけ加えることにより、その周波数特性を改善できることは実験的にも確かめられている¹⁾。その特性を求めるためには、積分方程式や固有モード法による解析が用いられているが、ここでは形状が簡単な場合に有利な固有モード法を用いて、90°コーナーの三角形要素をどの位カットすると特性が改善されるかを調べた。更に90°コーナーがせなかあわせに接続したものと考えられるT分岐では三角形要素をカットすることができないので、90°コーナーに三角形要素をつけ加えた場合にどの程度特性が改善されるかを調べた。

最後に90°コーナーに三角形要素をカットした場合およびつけ加えた場合に、VSWRの周波数特性が最大平坦になる時のパラメータの値を計算した。

* 昭和53年度電気四学会北海道支部連合大会で一部発表

** 北見工業大学電子工学科

2. 基本方程式

図1に示す平面回路はトリプレート構造をしており、外周は端子の部分を除き開放境界とする。図に示す座標系において、平面回路の厚さ d は波長 λ にくらべて十分小さいものとし、誘電体損失は零、端子部分では TEM モードだけが伝搬し他の高次モードは、すみやかに減衰するものと仮定する。以上の仮定によりマクスウェルの方程式は電界 E_z 、磁界 \mathbf{H} について

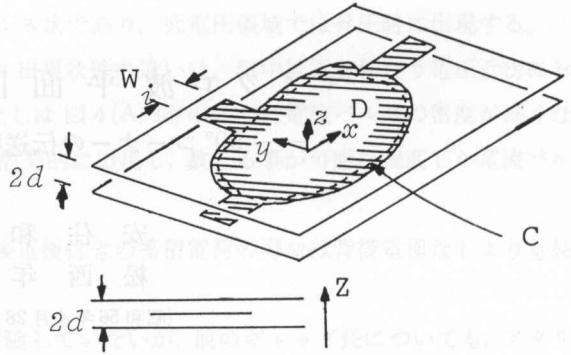


図1 トリプレート形平面回路

$$(\nabla_T^2 + k^2) E_z = 0 \tag{1}$$

$$(\nabla_T^2 + k^2) \mathbf{H} = \mathbf{0} \tag{2}$$

ただし $\nabla_T^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $\mathbf{H} = (H_x, H_y, 0)$

となる。式(1)は誘電体中の電界 E_z に対する2次元の波動方程式(ヘルムホルツ方程式)とよばれている²⁾。

したがって中心導体の基板に対する RF 電圧 V は

$$(\nabla_T^2 + k^2) V = 0 \tag{3}$$

を解くことにより得られる。式(3)は2次元の固有値問題であり、 k^2 は固有値とよばれる。固有関数を φ_n とすれば

$$(\nabla_T^2 + k_n^2) \varphi_n = 0 \tag{4}$$

となる。したがって問題は境界条件

$$\mathbf{n} \cdot \nabla_T E_z = \begin{cases} j\omega\mu J^{(i)}(s)^{(i)} & \text{on } C_1 \\ 0 & \text{on } C_2 \end{cases} \tag{5}$$

ただし C_1 : 端子部分の境界

C_2 : 端子部分以外の境界

$J^{(i)}$: i 番目の伝送線路から流入する電流密度

のもとに式(3)を解くことになる。式(1)をみたすグリーン関数 $G(x, y|x_0, y_0)$ は

$$G(x, y|x_0, y_0) = \sum_n \frac{\varphi_n(x_0, y_0)}{k_n^2 - k^2} \varphi_n(x, y) \tag{6}$$

とあらわされ、固有関数 $\varphi_n(x, y)$ 、固有値 k^2 が求められればそれにより電界 E_z が i 番目の端子から流入する電流 $I^{(i)}$ により

$$E_z(x, y) = \sum_n \left\{ \frac{j\omega\mu}{k_n^2 - k^2} \sum_i \int_{C_1^{(i)}} I^{(i)}(x_0, y_0) \varphi_n(x_0, y_0) dl_0 \right\} \cdot \varphi_n(x, y) \tag{7}$$

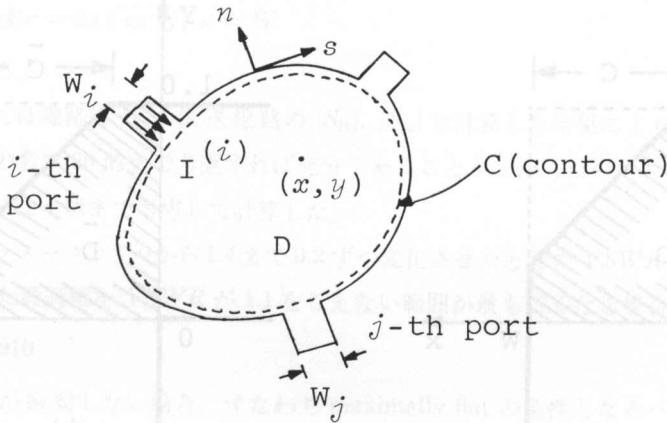


図2 グリーン関数表現の使用

のように求められる。

各伝送線路より平面回路に TEM モードが入射すると、平面回路の不連続部より TEM モードの反射波以外に高次モードが励振されるのでこれを考慮しなければならない。以上のことを考慮して入射波に対する反射波が計算できる。

伝送線路上では TEM モードのみが伝搬し、他の高次モードは伝搬しないとして、各伝送線路より平面回路を見たときの TEM モードに対するインピーダンス行列を求めることができる。実際の計算においては TEM モード近似で計算したインピーダンス $j\mathbf{X}_0^{\text{TEM}}$ に q 次までの非伝搬モードによる補正項 $j\mathbf{A}\mathbf{X}_0^q$ を加えることにより求める³⁾。

散乱行列 \mathbf{S} は正規化されたインピーダンス行列 \mathbf{Z}_0 より

$$\mathbf{S} = (\mathbf{Z}_0 - \mathbf{I}_n)(\mathbf{Z}_0 + \mathbf{I}_n)^{-1} \tag{8}$$

と求められる。また電圧定在波比 V_{SWR} は

$$V_{\text{SWR}} = (1 + |S_{ii}|)/(1 - |S_{ii}|) \tag{9}$$

から求められる。

3. 数値解析

ここでは平面回路の領域全体で固有関数を近似する試験関数を導入し、有限個のパラメータによって近似解を仮定し、この近似解を評価する汎関数が停留値をとるように各パラメータを決定してやり、これにより固有関数さらには固有値を求めるレーリー・リッツの方法を用いて解析を行う。

実際の数値解析においては正規化座標系を用い、インピーダンス行列、固有関数を正規化し固有値問題を正規化して考える。

3.1 90° コーナーにカットを行った場合

図3に示す座標系をとり、 $x=0, y=0$ で伝送線路が接続されているものとする。正規化定

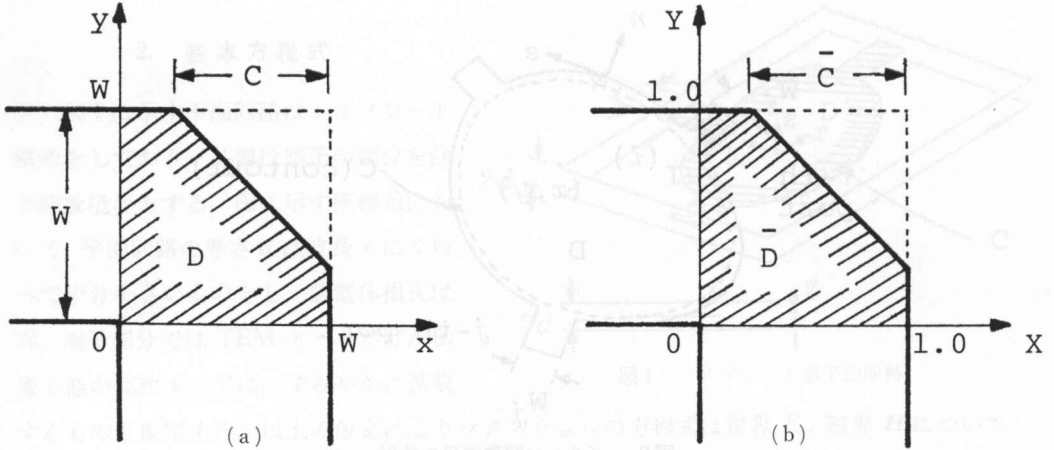


図3 90°コーナーにカットを行った場合 ($c < W$)

a) 実際の回路 b) 正規化した回路

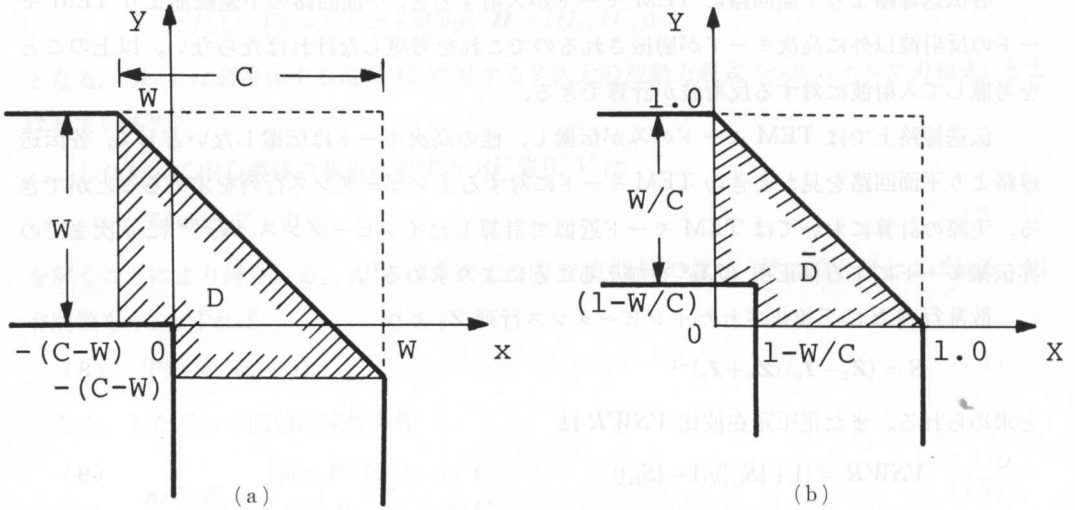


図4 90°コーナーにカットを行った場合 ($c > W$)

a) 実際の回路 b) 正規化した回路

数を W に選びカットのパラメータを

$$\bar{c} = c/W \tag{10}$$

とする。

$c < W$ の場合の回路と、その正規化した回路を図3(a)および(b)に示す。しかしカットが大きくなり $c > W$ となったときには、図4(a)の斜線の部分を平面回路とし、これに $x = -(c - W)$, $y = -(c - W)$ で伝送線路が接続されていると考える。新しい正規化定数を c に設定し、図4(b)のように正規化を行う。このとき正規化周波数 F' は

$$F' = ck/\pi = c/W \cdot kW/\pi = \bar{c} \cdot F$$

$$F = ak/\pi = 2a\sqrt{\epsilon\mu} \cdot f, a = W \tag{12}$$

により与えられる。

計算に際しては線路幅 W の伝送線路の $|S_{11}|, |S_{12}|$ を計算した結果により平面回路の分割数を 10, 固有値の数を 20 個まで考慮すれば充分であることがわかったのでここでも同様に行い, 非伝搬モードは 4 個まで考慮して計算した。

カットのパラメータ \bar{c} を 0 から 1.4 まで 0.2 ずつ変化させたときの $VSWR$ の周波数特性を図 5 に示す。また最適値を $VSWR$ が 1.1 をこえない範囲が最も広くなる場合であるとすると

$$\bar{c} = 0.910 \tag{13}$$

が得られ, 特性が振動しない場合, すなわち maximally flat の条件となるパラメータを求めると

$$\bar{c} = 0.825$$

となる。式 (13) および式 (14) で示されるパラメータ値をとる場合の周波数特性を図 6 に示す。

3.2 90° コーナーにつけたしを行った場合 (14)

3.1 節からわかるように, 90° コーナーにカットを入れることによりその周波数特性を改善できることがわかった。マイクロ波帯のハイブリッド回路などにおいては 2 区間縦続接続回路

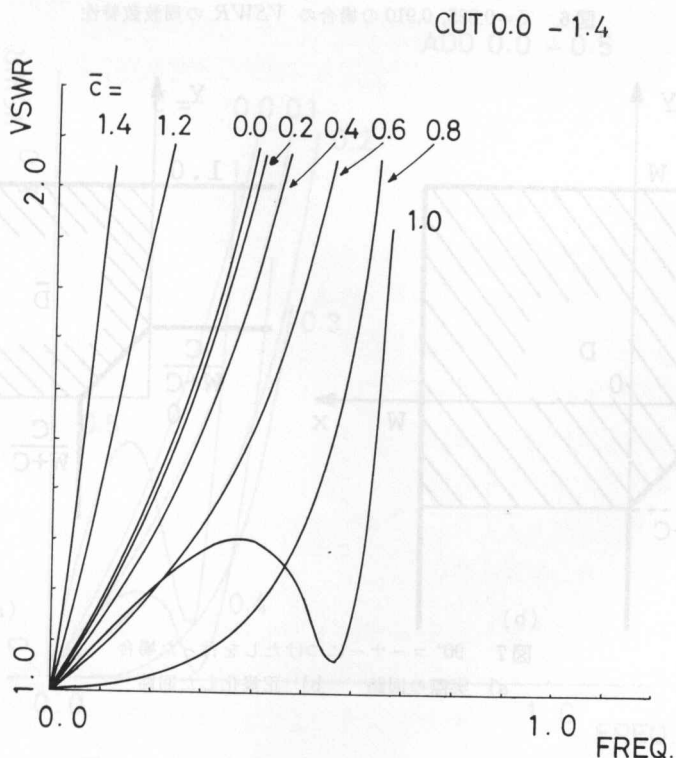


図 5 カットを行った場合の $VSWR$ の周波数特性

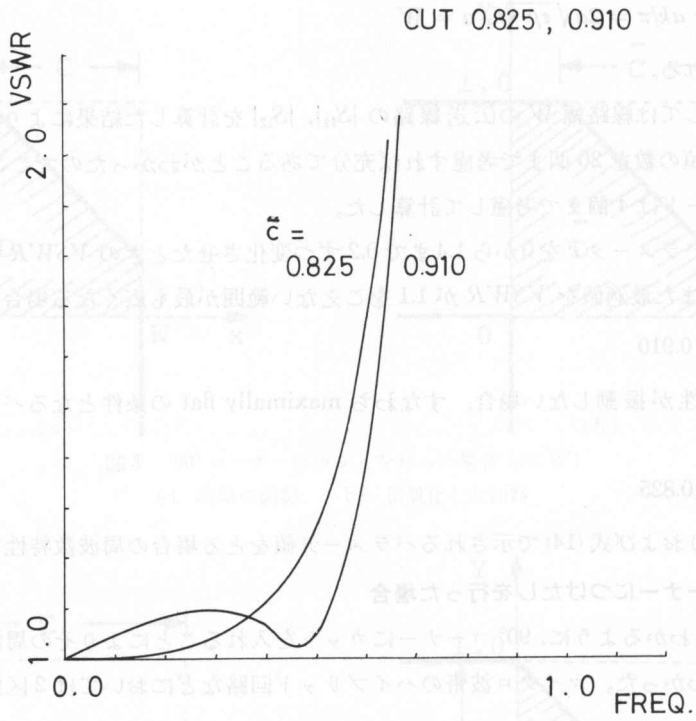


図6 $\bar{c}=0.825, 0.910$ の場合の VSWR の周波数特性

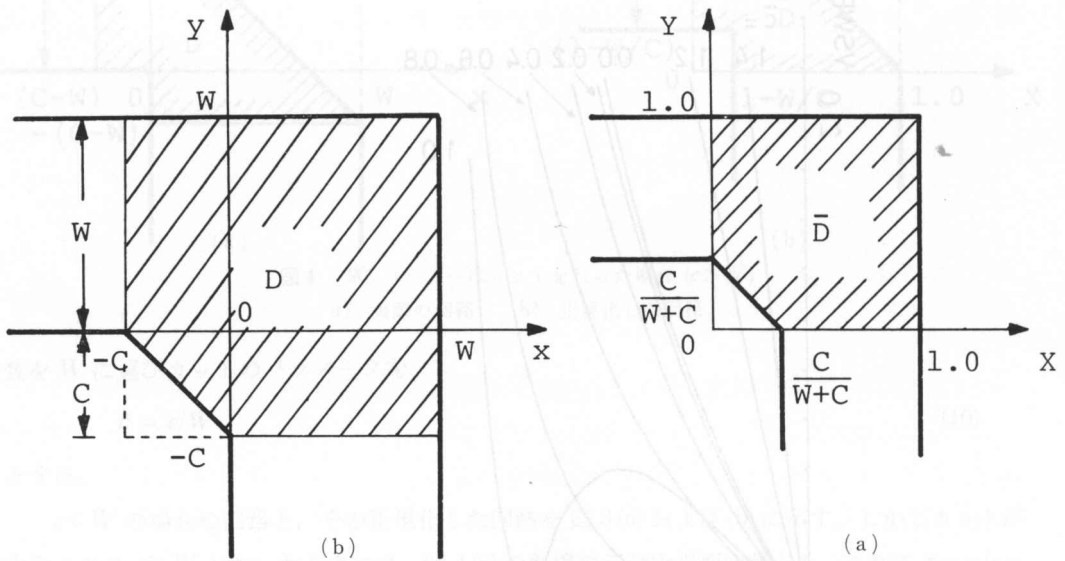


図7 90°コーナーにつけたしを行った場合
 a) 実際の回路 b) 正規化した回路

がよく使われているが、その接続点では T 分岐になっており、カットを入れることは物理的に不可能である。そこでカットを入れるかわりに三角形要素をつけたして特性の改善がはかれるかどうかを調べてみる。

図 7 に示すように座標系をえらび、正規化定数 $(W+c)$ を用いて正規化を行う。つけたしのパラメータを

$$\bar{c} = c/(W+c) \tag{15}$$

とする。ここで正規化周波数 F'' は

$$F'' = \frac{(c+W)k}{\pi} = \frac{1}{\bar{c}} \frac{\bar{c}}{1-\bar{c}} \frac{kW}{\pi} = \frac{1}{1-\bar{c}} F \tag{16}$$

と定義される。

パラメータ \bar{c} を 0.0 から 0.5 まで 0.1 ずつ変化させたときの V_{SWR} の周波数特性を図 8 に示す。

次にカットの場合と同様に V_{SWR} が 1.1 を越えない範囲が最も広くなるような場合のパラメータの値を求めると

$$\bar{c} = 0.365 \tag{17}$$

となる。また maximally flat の条件は

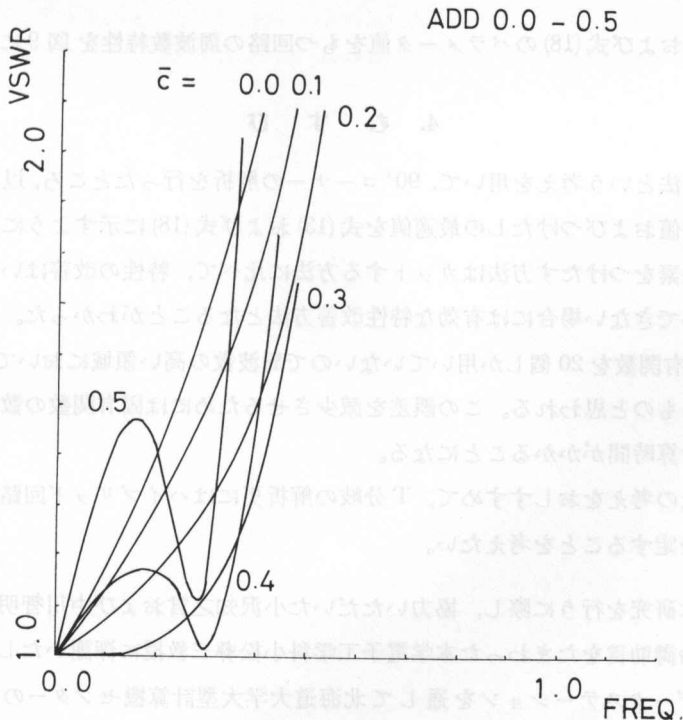


図 8 つけたしを行った場合の V_{SWR} の周波数特性

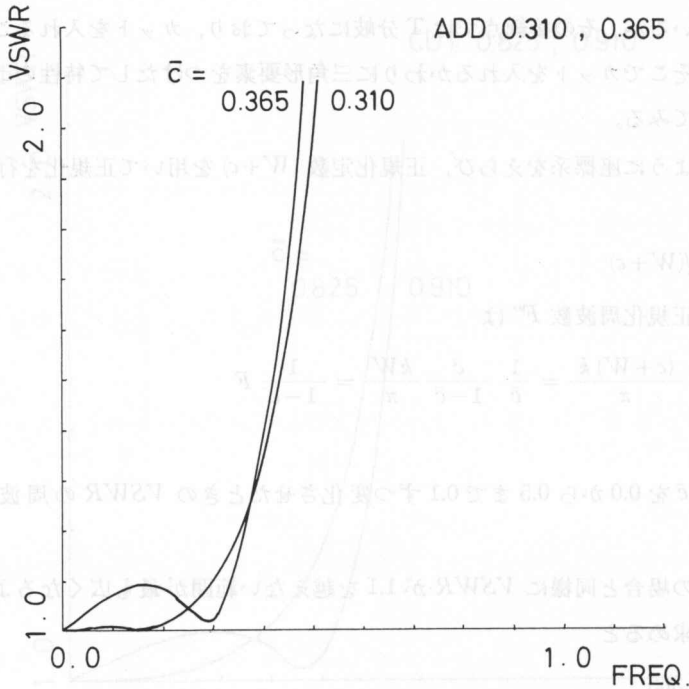


図9 $\bar{c}=0.310, 0.365$ の場合の VSWR の周波数特性

$$\bar{c} = 0.310$$

(18)

となる。式(17)および式(18)のパラメータ値をもつ回路の周波数特性を図9に示す。

4. む す び

固有モード法という考えを用いて、 90° コーナーの解析を行ったところ、以上に示したようにカットの最適値およびつけたしの最適値を式(13)および式(18)に示すように求めることができた。三角形要素をつけたす方法はカットする方法に比べて、特性の改善はいちじるしくはないが、カットができない場合には有効な特性改善方法となることがわかった。

しかし、固有関数を20個しか用いていないので周波数の高い領域においては、かなりの誤差を含んでいるものと思われる。この誤差を減少させるためには固有関数の数をもっと多くとればよいが、計算時間がかかることになる。

今後は以上の考えをおすすめて、T分岐の解析更にはハイブリッド回路の平面回路的に最適な形状を決定することを考えたい。

おわりに本研究を行うに際し、協力いただいた小沢知之君および中川智明君に感謝いたします。また終始御助言をたまわった本学電子工学科小松彝三教授に深謝いたします。なお数値計算には本学データステーションを通して北海道大学大型計算機センターの HITAC M-180 を利用した。

文 献

- 1) 松西・安住・品田： 単純ループ・ハイブリッドリングの設計及び試作，北見工大研報，6-2, p. 89 (1975-03).
- 2) 大越・三好： 平面回路，オーム社，1975.
- 3) 許・穴田・近藤： マイクロ波平面回路の固有モードによる解析，信学論，58-B, p. 6, 71 (1975-12).

Finite Element Analysis of Microstrip
Line Discontinuity

by YOUNG-KI HAN, MITSUO NISHIDA, TRACHANDA KRUPANU
and YOSHIO HAYASHI

The scattering coefficient and the S-matrix of microstrip line discontinuity is calculated using the finite element method. The model is a parallel plate model of the waveguide. The rectangular waveguide is divided into rectangular elements. The wave number is calculated using the finite element method. The approach can be readily extended to other types of discontinuities.

要 旨

本論文は、大型計算機が使用される数値解析法である有限要素法を用いて、マイクロ波平面回路の固有モードによる解析を行う方法を示す。この方法は、矩形の波導を矩形要素に分割し、各要素の固有モードを求め、これらを用いて全体の固有モードを求めることができる。この方法は、他の種類の不連続性にも適用することができる。

YOUNG-KI HAN, MITSUO NISHIDA, TRACHANDA KRUPANU and YOSHIO HAYASHI are with the Department of Applied Electronics, Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai, Japan.

Received October 10, 1976. This paper is based on the work supported by the Grant-in-Aid for Scientific Research, Ministry of Education, Science and Culture, Japan.

Copyright © 1977 by Maruzen Company, Ltd. Printed in Japan.

ISSN 0013-788X

Volume 18, No. 1, 1977