

一次エネルギーの供給制約及び環境規制を 考慮した電力系統の最適運用計画 (第2報)*

— ダイナミック・プログラミング法との比較 —

中 村 陽 一**

山 城 迪**

(昭和56年4月28日受理)

Optimum Operation Scheduling under Constrained Supply of a Primal Energy and Constrained Environmental Pollution (Part 2)

— Comparison to a Dynamic Programming Method —

by Yoichi NAKAMURA and Susumu YAMASHIRO

We reported the optimum operation scheduling method under constrained supply of a primal energy (fuel) and constrained environmental pollution (total NO_2). We explain the decisive method of the start up and shut down pattern which the total fuel consumption is less than the fuel supply and the total NO_2 emission is less than the constrained emission. To schedule the optimum operation, we derive the appropriate unit to start up or shut down from this pattern. When we decide this unit to start up or shut down, we ignore the upper and lower limits of unit power, and the changes in Lagrange's multipliers. And we derive another solution using the dynamic programming method without our approximations. Applying these methods to the model system, our method is enough to decide the optimum operation with respect to calculation error, required memory domain and computing time.

1. ま え が き

火力発電所の一次エネルギー (燃料) の供給量と、二酸化窒素 (NO_2) 累積排出量が制約された場合の最適運用決定法について前報¹⁾で述べた。本論では、前報で提案した解列すべき発電機とその時期の決定法に加えて、並列すべき発電機とその時期の決定法を導く。次に、燃料供給量、累積排出量が厳しい値に制約された場合も本手法が適用できるように、それらの制約を満足する可能解の決定法について検討し、この可能解から適当な時期に適当な発電機の解・

* 昭和56年電気学会全国大会で発表 (1981-3)

** 北見工業大学電気工学科

並列をくり返すことにより最適運用が得られることを述べる。また、本手法で近似計算をするために導入した〔仮定〕に対し、これらの仮定を用いないダイナミック・プログラミング (D・P) 法による計算法を導く。最後に、本論で導いた近似計算法と D・P 法をモデル系統に対し適用し、それらの試算結果から本手法の有効性について検討する。

2. 目的関数

考察期間を N 時間帯に分割し、 M 台の火力発電機により構成される系統を考える。第 n 時間帯の第 m 号機の出力を g_m^n とし運転費を $f_m(g_m^n)$ とすると、(1) 式で表わすことができる。

$$f_m(g_m^n) = \begin{cases} a_m + b_m \cdot g_m^n + c_m \cdot (g_m^n)^2 & g_m \leq g_m^n \leq \bar{g}_m \\ fS_m & g_m^n = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 a_m , b_m , c_m は発電機定数であり、 fS_m は起動費²⁾である。また、 g_m , \bar{g}_m は第 m 号機の出力上・下限制約を示す。このときの NO_2 排出量、燃料消費量を y_m^n , r_m^n とすると (2), (3) 式で表わすことができる。

$$y_m^n = \alpha_m \cdot f_m(g_m^n) \quad (2)$$

$$r_m^n = \beta_m \cdot f_m(g_m^n) \quad (3)$$

ここで、 α_m , β_m は発電機定数である。 NO_2 累積排出量制約を Y 、燃料供給量制約を R とし、第 n 時間帯の系統負荷を P^n とし、送電損失を無視するとき (4) 式の目的関数が得られる。

$$\phi = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M f_m(g_m^n) + \sum_{n=1}^N \lambda^n \cdot \left(P^n - \sum_{m=1}^M g_m^n \right) + \mu_Y \cdot \left(Y - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n \right) + \mu_R \cdot \left(R - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M r_m^n \right) \quad (4)$$

ここで、 λ^n , μ_Y , μ_R はラグランジュの未定乗数である。従って、起動停止パターンが与えられるならば $Y \geq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n$, $R \geq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M r_m^n$ のもとの (4) 式を最小化し、その起動停止パターンにおける最適運用を得ることができる。

3. 最適起動停止パターンによる最適運用の決定

計算の簡単化のため、次のことを仮定する。

〔仮定 1〕 第 n 時間帯である発電機を解・並列したときの総運転費の変化量において、その変化量を最大 (または最小) にするような発電機は、各発電機の出力上・下限制約を無視して求めることができる。

〔仮定 2〕 ある火力発電機起動停止パターンに Y , R の制約を満足する運用を与える μ_Y , μ_R と、そのパターンから第 n 時間帯の第 m 号機を解・並列し、かつ Y , R の制約を満足する運用を与える μ_Y , μ_R は、ほぼ等しい。

3.1 解列すべき発電機とその時期の決定¹⁾

ある起動停止パターンにおいて Y , R 制約を満足し、しかも (4) 式を最小にするような運用が得られたとき、第 n 時間帯で第 m 号機が並列しているならば $\partial\phi/\partial g_m^n = 0$ より (5) 式が得られる。

$$g_m^n = \frac{\lambda^n}{2 \cdot c_m \cdot (1 - \mu_Y \cdot \alpha_m - \mu_R \cdot \beta_m)} - \frac{b_m}{2 \cdot c_m} \quad (5)$$

第 n 時間帯における並列発電機群を u^n とし、 u^n から第 m 号機を除いた集合を S^n とし、この第 m 号機を解列したときの第 l 号機 ($\in S^n$) の出力増加分を Δg_l^n とすると、(5) 式と (6) 式から (7) 式となる。

$$g_m^n = \sum_{l \in S^n} \Delta g_l^n \quad (6)$$

$$\Delta g_l^n = \frac{g_m^n}{c_l \cdot (1 - \mu_Y \cdot \alpha_l - \mu_R \cdot \beta_l) \cdot \sum_{k \in S^n} \frac{1}{c_k \cdot (1 - \mu_Y \cdot \alpha_k - \mu_R \cdot \beta_k)}} \quad (7)$$

出力が Δg_l^n 増加したときの燃料費の増加分 Δf_l^n は (1) 式より (8) 式となる。

$$\Delta f_l^n = \Delta g_l^n \cdot b_l + c_l \cdot \left\{ 2 \cdot \Delta g_l^n \cdot g_l^n + (\Delta g_l^n)^2 \right\} \quad (8)$$

また、第 m 号機の燃料費増加分 Δf_m^n は (9) 式となる。

$$\Delta f_m^n = f S_m - f_m(g_m^n) \quad (9)$$

このとき、排出量、燃料消費量はそれぞれ $\alpha_l \cdot \Delta f_l^n$ 、 $\beta_l \cdot \Delta f_l^n$ 増加するので系統全体の排出量、燃料消費量の増加分は $\sum_{l \in u^n} \alpha_l \cdot \Delta f_l^n$ 、 $\sum_{l \in u^n} \beta_l \cdot \Delta f_l^n$ となる。これらの増加分を考察期間内で吸収(減少)したときの燃料費増加分は、それぞれ $-\mu_Y$ 倍、 $-\mu_R$ 倍 $\left(\cdot \partial \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M f_m(g_m^n) / \partial Y = \mu_Y \right)^3$ であることより、結局第 n 時間帯で第 m 号機を解列し、かつ Y 、 R の制約を満足するときの総燃料費増加分 ΔF_m^n は (10) 式となる。

$$\begin{aligned} \Delta F_m^n &= \sum_{l \in u^n} \Delta f_l^n - \mu_Y \cdot \sum_{l \in u^n} \alpha_l \cdot \Delta f_l^n - \mu_R \cdot \sum_{l \in u^n} \beta_l \cdot \Delta f_l^n \\ &= \sum_{l \in u^n} (1 - \mu_Y \cdot \alpha_l - \mu_R \cdot \beta_l) \cdot \Delta f_l^n \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、火力発電機の出力上・下限制約を考慮したとき常に $\partial \phi / \partial g_m^n = 0$ とは限らないが、〔仮定1〕、〔仮定2〕より (10) 式はすべての発電機について適用するものとする。

3.2 並列すべき発電機とその時期の決定

Y 、 R 制約を満足し (4) 式を最小にするような運用が与えられたとき、第 n 時間帯で解列している第 m 号機を新たに並列した場合の燃料費の増加分を考える。第 n 時間帯で第 m 号機を並列する前の λ^n の値 ((4) 式を最小にしたときの λ^n の値) に対する、第 m 号機の出力は (5) 式で与えられる。このとき、出力上・下限制約を考慮した出力を $(g_m^n)'$ とするならば (11) 式となる。

$$(g_m^n)' = \min \left\{ \bar{g}_m, \max \{ \underline{g}_m, g_m^n \} \right\} \quad (11)$$

ここで、 $\min \{ \}$ 、 $\max \{ \}$ はそれぞれ最小値、最大値を採る操作を意味する。次に、この λ^n の値のまま第 m 号機を並列したのでは系統全体で $(g_m^n)'$ だけ出力超過になることより、系統全体で $(g_m^n)'$ だけ出力を減少することを第3章第1節で述べた計算手法をもとに考える。第 n

時間帯の並列発電機群 u^n に第 m 号機を加えた集合を v^n とするならば、第 m 号機を並列し、かつ需給バランスを考慮したときの第 l 号機の出力増加分を Δg_l^n とすると (12) 式となる。

$$-(g_m^n)' = \sum_{l \in v^n} \Delta g_l^n \quad (12)$$

ここで、需給バランスを考慮したときの第 m 号機の出力を $(g_m^n)''$ とするならば、 Δg_m^n は (13) 式で与えられるものとする。

$$\Delta g_m^n = (g_m^n)'' - (g_m^n)' \quad (13)$$

従って、(5) 式と (12) 式から (14) 式が得られる。

$$\Delta g_l^n = \frac{-(g_m^n)'}{c_l \cdot (1 - \mu_Y \cdot \alpha_l - \mu_R \cdot \beta_l) \cdot \sum_{k \in v^n} \frac{1}{c_k \cdot (1 - \mu_Y \cdot \alpha_k - \mu_R \cdot \beta_k)}} \quad (14)$$

このとき、燃料費の増加量 Δf_l^n ($l \neq m$) は (8) 式となり、第 m 号機の燃料費増加量 Δf_m^n は (15) 式となる。

$$\Delta f_m^n = a_m + b_m \cdot \left\{ (g_m^n)' + \Delta g_m^n \right\} + c_m \cdot \left\{ (g_m^n)' + \Delta g_m^n \right\}^2 - fS_m \quad (15)$$

系統全体の排出量、燃料消費量の増加分 $\sum_{l \in v^n} \alpha_l \cdot \Delta f_l^n$ 、 $\sum_{l \in v^n} \beta_l \cdot \Delta f_l^n$ を考慮すると、第 n 時間帯で第 m 号機を並列したときの総燃料費増加分 ΔF_m^n は (16) 式となる。

$$\begin{aligned} \Delta F_m^n &= \sum_{l \in v^n} \Delta f_l^n - \mu_Y \cdot \sum_{l \in v^n} \alpha_l \cdot \Delta f_l^n - \mu_R \cdot \sum_{l \in v^n} \beta_l \cdot \Delta f_l^n \\ &= \sum_{l \in v^n} (1 - \mu_Y \cdot \alpha_l - \mu_R \cdot \beta_l) \cdot \Delta f_l^n \end{aligned} \quad (16)$$

結局、第 3 章第 1 節、第 2 節の議論より Y 、 R の制約を満足するある起動停止パターンから、(10)、(16) 式の ΔF_m^n を最小にする発電機の解・並列をくり返すことによって最適運用が得られることになる。

4. Y 、 R の制約を満足する可能解の決定

すべての発電機が常に並列する起動停止パターンで Y 、 R の制約が満足できるとき、第 3 章で述べた計算手法で最適運用を求めることができる。しかし、 Y 、 R の制約が厳しいとき、すべての発電機が常に並列するパターンではそれらの制約を満足できない場合もある。そのような場合は、以下に述べる方法で Y 、 R の制約を満足するある起動停止パターン (可能解) を求め、その可能解に対し第 3 章で述べた計算手法を適用し最適運用を求めことにする。なお、ここでは発電機の解列のみをくり返し可能解を求めものとし、発電機の並列は考えないことにする。

まず、(8)、(9) 式の Δf_l^n 、 Δf_m^n から第 n 時間帯で第 m 号機を解列したときの系統全体の排出量、燃料消費量の増加分 $\sum_{l \in u^n} \alpha_l \cdot \Delta f_l^n$ 、 $\sum_{l \in u^n} \beta_l \cdot \Delta f_l^n$ を求める。次に、(17) 式に示すようにこれらの増加分に負の重み係数 (削減必要割合) を掛けて解列の効果 H_m^n を求める。

$$H_m^n = \begin{cases} \frac{Y - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n}{Y} \cdot \sum_{i \in u^n} \alpha_i \cdot \Delta f_i^n + \frac{R - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M r_m^n}{R} \cdot \sum_{i \in u^n} \beta_i \cdot \Delta f_i^n & \left(Y < \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n, R < \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M r_m^n \right) \\ \frac{Y - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n}{Y} \cdot \sum_{i \in u^n} \alpha_i \cdot \Delta f_i^n & \left(Y < \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n, R \geq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M r_m^n \right) \\ \frac{R - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M r_m^n}{R} \cdot \sum_{i \in u^n} \beta_i \cdot \Delta f_i^n & \left(Y \geq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n, R < \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M r_m^n \right) \end{cases} \quad (17)$$

この解列の効果 H_m^n を最大にする発電機の解列を, Y, R の制約を満足する起動停止パターンが得られるまでくり返すことにする。

5. D・P 法による解法

本論で導いた計算手法が〔仮定1〕,〔仮定2〕のもとで導かれた近似計算手法であるのに対し,次にこれらの仮定を用いない, D・P 法による計算法を導く。系統負荷, 排出量, 燃料消費量を離散値化し, それぞれ i, j, k 番目の値を ${}_iP, {}_jY, {}_kR$ とする。第1号機から第 m 号機までの発電機で最適並列発電機群を構成し, ${}_iP, {}_jY, {}_kR$ を満足する最適運用を $\omega_m({}_iP, {}_jY, {}_kR)$ とすると, (18)~(20) 式の漸化式を解いて求めることができる。

$$\omega_0(0, 0, 0) = 0 \quad (18)$$

$$\omega_0({}_iP, {}_jY, {}_kR) = \infty \quad {}_iP, {}_jY, {}_kR \neq 0 \quad (19)$$

$$\omega_m({}_iP, {}_jY, {}_kR) = \min_{lP} \left\{ f_m(lP) + \omega_{m-1} \left({}_iP - lP, {}_jY - \alpha_m \cdot f_m(lP), {}_kR - \beta_m \cdot f_m(lP) \right) \right\} \quad (20)$$

次に, 第1時間帯から第 n 時間帯までの累積運用で, 累積排出量 ${}_iY$, 累積燃料消費量 ${}_jR$ を満足する最適運用を $\Omega^n({}_iY, {}_jR)$ とすると, (21)~(23) 式の漸化式を解いて求めることができる。

$$\Omega^0(0, 0) = 0 \quad (21)$$

$$\Omega^0({}_iY, {}_jR) = \infty \quad {}_iY, {}_jR \neq 0 \quad (22)$$

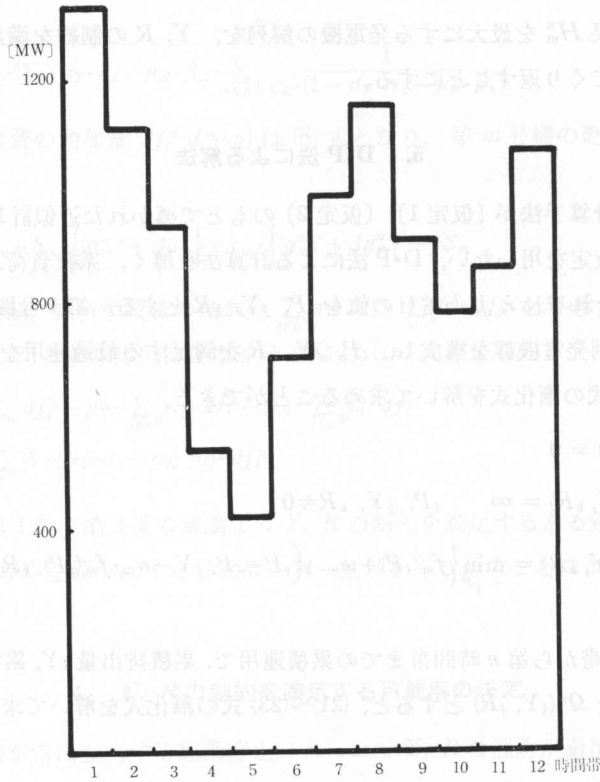
$$\Omega^n({}_iY, {}_jR) = \min_{kY, lR} \left\{ \omega_M(P^n, kY, lR) + \Omega^{n-1}({}_iY - kY, {}_jR - lR) \right\} \quad (23)$$

6. モデル系統への適用

第1表に特性を示す6台の発電機からなる系統と, 第1図に示す負荷曲線について検討した。最初に D・P 法を用いて格子点間隔 (${}_{i+1}P - {}_iP, {}_{j+1}Y - {}_jY, {}_{k+1}R - {}_kR$) をそれぞれ 10 [MW], 0.5 [t], 1.20 [kJ] として試算した。このとき得られた経済運用は第2表のとうりである。次に, 本論で述べた近似計算法に Y, R の制約を充分大きく与えて経済運用を求めた。その結果の起

第1表 発電機特性

| 発電機 | a | b | $c[\times 10^{-3}]$ | g | \bar{g} | α | β | fS |
|-----|--------|--------|---------------------|-----|-----------|----------|---------|------|
| 1 | 15.652 | 0.7971 | 3.153 | 27 | 101 | 2.546 | 0.0357 | 2.0 |
| 2 | 25.718 | 0.7922 | 0.732 | 37 | 232 | 0.683 | 0.0294 | 3.9 |
| 3 | 8.019 | 0.8201 | 1.881 | 27 | 99 | 0.774 | 0.0417 | 4.6 |
| 4 | 28.058 | 0.7915 | 0.372 | 144 | 344 | 0.830 | 0.0500 | 6.0 |
| 5 | 18.656 | 0.7177 | 0.504 | 37 | 236 | 0.750 | 0.0278 | 5.2 |
| 6 | 24.104 | 0.6800 | 0.318 | 144 | 344 | 0.937 | 0.0313 | 6.0 |



第1図 負荷曲線

第2表 D・P法による経済運用

| 発電機 | 時 間 帯 | | | | | | | | | | | |
|-----|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | | × | × | × | × | × | × | × | × | × | × | × |
| 2 | | | × | × | × | × | × | | × | × | × | |
| 3 | | | | × | × | × | | | | × | | |
| 4 | | | | × | × | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | |

累積運転費：2042 [万円]，累積排出量：18.2 [t]，累積燃料消費量：760.8 [kJ]

第3表 $Y=17.7$ [t], $R=720$ [kJ] に対する D・P 法による結果

| 発電機 | 時 間 帯 | | | | | | | | | | | |
|-----|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | | × | × | × | × | × | × | × | × | × | × | × |
| 2 | | | | × | × | | | | | | | × |
| 3 | | | × | × | × | × | × | | | × | | |
| 4 | | | | × | × | × | | | | | × | × |
| 5 | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | |

累積運転費：2055 [万円]

第4表 $Y=17.7$ [t], $R=720$ [kJ] に対する本手法による結果

| 発電機 | 時 間 帯 | | | | | | | | | | | |
|-----|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | | × | × | × | × | × | × | × | × | × | × | × |
| 2 | | | × | × | × | | | | × | × | × | |
| 3 | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | × | × | × | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | |

累積運転費：2043 [万円]

動停止パターンは第2表の D・P 法の結果に一致したが、累積運転費は 2039 [万円] であり第2表の D・P 法と比較し若干小さく得られた。この累積運転費の違いは発電機出力の離散値化 (10 [MW] の格子点間隔) によるものであり、経済運用に対する本手法の有効性が確認できた。

次に、累積排出量制約、燃料供給量制約をそれぞれ 17.7 [t], 720 [kJ] とした場合の結果を第3表に示す。また、排出量、燃料消費量に関する格子点間隔を 0.3 [t], 1.14 [kJ] と小さくし第3表と同じ制約を与えた場合の結果を求めたところ、起動停止パターンは第3表と同じであったが、累積運転費は 2054 [万円] となった。同様な制約に対し、本手法を適用した場合の結果は第4表のとうりである。これらの結果から、D・P 法では諸量 (出力、排出量及び燃料消費量) の離散値化により起動停止パターン、累積運転費に誤差を含むことが確認できた (一般に、D・P 法による誤差として格子点間隔の半分が各段で見込まれる)。また、北海道大学大型計算機センターの M200H を利用した場合の所要記憶容量と計算時間を比較すると、第3表の粗い格子点による D・P 法で 3273 kbyte, 12 分、細かい格子点による D・P 法で 5186 kbyte, 26 分、一方本手法では 64 kbyte, 0.8 秒であった。以上の結果から計算誤差、所要記憶容量、計算時間のいずれの面でも本手法が充分有効であることが確認できた。

7. む す び

火力発電所へ供給される一次エネルギーの規制値と、環境規制 (NO₂ 累積排出量制約) 値が

与えられた場合の最適運用計画法について述べた。ある起動停止パターンから解・並列すべき発電機を決定するとき、出力上・下限制約とラグランジュ乗数の変化を無視して決定し、最適運用が得られることを示した。また、厳しい制約値が与えられた場合、それらの制約を満足する可能解の決定法について述べた。本論で導いた近似計算に対し、これらの近似計算を含まないD・P法による解法も示した。モデル系統を用いた試算結果から、D・P法では離散値化による誤差を含むことを示した。また、本手法はこの誤差の面からも、さらに所要記憶容量、計算時間の面からも充分有効であることを示した。なお、これらの計算は本学電気工学科 HITAC 10II カードリーダーシステム及び北海道大学大型計算機センターの M200H を用いて行った。また、本研究は昭和55年度文部省科学研究費補助金(一般研究C)の交付を受けて行ったものである。

終りに、終始貴重な御指導を下された北見工業大学学長小池東一郎博士に深く感謝申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 中村・山城：一次エネルギーの供給制約及び環境規則を考慮した電力系統の最適運用計画(第1報)，(北見工大研報投稿中)。
- 2) 山城：火力発電機群の起動停止問題の一解法(電気学会論文誌；Vol. 93-B, No. 9, 昭和48年9月)。
- 3) D. A. Wismer, R. Chattergy: INTRODUCTION TO NONLINER OPTIMIZATION (Elsevier North-Holland, Inc., 1978)。