

モデルの多項関数応答に追従する 離散値形線形制御系の構成*

菊 田 章**
神 谷 祐 二**

(昭和56年4月27日受理)

A Discrete Linear Control System Configuration Following the Polynomial Response of the Model

by Akira KIKUTA and Yuji KAMIYA

In a feedback control system design, it is desired that not only input-output transmission properties but also a parameter sensitivity should be able to be assigned arbitrarily. Based on these requirements, this paper proposes a new single input-output discrete control system configuration. Adopting a digital controller, this system, which is called a model-following system, is simple and flexible. It is confirmed by hybrid computer simulations that the proposed system is effective as a practical discrete control system design technique.

1. ま え が き

デジタル方式の制御システムは、アナログ方式の制御システムに較べて種々の面で拡張性を有しているが、性能、信頼性、価格等の面で実用性に乏しかった。しかし、近年マイコン(マイクロコンピュータ)の性能の向上、信頼性の向上、価格低減等により、デジタルの拡張性を生かして各分野でマイコンが積極的に利用されている。このような現状で、操作機にマイコンを用いたデジタル方式の制御系を構成しようとする場合、離散時間形制御系の設計法が必要となることは言うまでもない。ところで、制御系の設計法においては、入出力特性を任意に設定できること、及び制御対象のパラメータ変動を考慮すると、パラメータ感度を任意に設定できることが望ましい。文献 [1] は、このような観点からモデル追従系と名付けられた連続時間形のシステム構成を示している。本論文は、文献 [1] を離散値化したものであるが、モデル追従系の導出過程で新たな工夫がなされており、多入力多出力の制御対象に対しても容易に拡張できる。

* 計測自動制御学会北海道支部学術講演会で一部発表 (昭和56年1月)

** 北見工業大学電気工学科

2. 系の記述

パラメータが公称値で表わされる単一入出力の制御対象を(1)式で表わす。

$$\begin{aligned} X(\overline{k+1}T) &= A_0 X(kT) + b_0 r(kT) \\ y(kT) &= c_0 X(kT) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 X は n 次元状態ベクトル、 r はスカラー入力、 y はスカラー出力、 A_0 , b_0 , c_0 はそれぞれ適当な次元の実係数マトリクス、 T はサンプリング時間

制御対象は以下の条件を満足するものとする。

(a) 対 $[A_0, b_0]$ は可制御である。

(b) 対 $[A_0, c_0]$ は可観測である。

$$(c) \text{rank} \begin{bmatrix} A_0 & b_0 \\ c_0 & 0 \end{bmatrix} = n+1 \quad (2)$$

(d) 特性多項式は(3)式で表わされる。

$$|\lambda I - A_0| = \lambda^n + a_n^0 \lambda^{n-1} + a_{n-1}^0 \lambda^{n-2} + \dots + a_2^0 \lambda + a_1^0 \quad (3)$$

(e) 入出力パルス伝達関数は z 平面の(1, 0)に零点を有しない。

(f) 出力 y のみを直接観測できる。

制御対象にパラメータ変動分が存在する場合には、 \hat{A}_0 , \hat{b}_0 , \hat{c}_0 で表わされることとし、これらの \hat{A}_0 , \hat{b}_0 , \hat{c}_0 に対しても上記の(a)~(f)の条件は満たされるものとする。次に、望ましい多項関数応答を示す単一入出力のモデルを(4)式で式える。

$$\begin{aligned} z(\overline{k+1}T) &= A_m z(kT) + b_m v(kT) \\ w(kT) &= c_m z(kT) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 z は m 次元状態ベクトル、 v はスカラー入力で $(p-1)$ 次の多項関数で与えられるものとする。 w はスカラー出力、 A_m , b_m , c_m はそれぞれ適当な次元の実係数マトリクス、 T はサンプル時間

モデルは以下の条件を満足するものとする。

(a) 特性多項式は(5)式で表わされる。

$$|\lambda I - A_m| = \lambda^m + a_m^m \lambda^{m-1} + a_{m-1}^m \lambda^{m-2} + \dots + a_2^m \lambda + a_1^m \quad (5)$$

(b) 極には制御対象の零点と同一のものが存在しない。

(c) 状態 z 及び出力 w は直接観測できる。

3. エラーシステム

(1)式の制御対象の出力 y から

$$y(kT) = y_1(kT), \quad y_1(\overline{k+1}T) = y_2(kT), \quad y_2(\overline{k+1}T) = y_3(kT), \dots, \\ y_{n-1}(\overline{k+1}T) = y_n(kT)$$

として n 次元ベクトル $Y(kT) = [y_1(kT) \ y_2(kT) \ \dots \ y_n(kT)]'$ (添字'は転置を意味する) を定義すると、 Y 及び y は(6)式を満足する。

$$Y(\overline{k+1}T) = AY(kT) + bb_r R(kT) \\ y(kT) = cY(kT) \tag{6}$$

ここで、

$$R(kT) = \begin{bmatrix} r(kT) \\ r(\overline{k+1}T) \\ \vdots \\ r(\overline{k+n-1}T) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_1^0 & -a_2^0 & \dots & -a_n^0 & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \ 0 \ \dots \ 0], \\ b_r = [b_{r1} b_{r2} \ \dots \ b_{rn}],$$

$$b_{ri} = [a_{i+1}^0 a_{i+2}^0 \ \dots \ a_n^0 \ 1] \begin{bmatrix} c_0 \\ c_0 A_0 \\ \vdots \\ c_0 A_0^{n-i} \end{bmatrix} b_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

同様に、モデルの出力 w から

$$w(kT) = w_1(kT), \quad w_1(\overline{k+1}T) = w_2(kT), \quad w_2(\overline{k+1}T) = w_3(kT), \dots, \\ w_{n-1}(\overline{k+1}T) = w_n(kT)$$

として n 次元ベクトル $W(kT) = [w_1(kT) \ w_2(kT) \ \dots \ w_n(kT)]'$ を定義すると、 W 及び w は(7)式を満足する。

$$W(\overline{k+1}T) = AW(kT) + b(c_v z(kT) + b_v V(kT)) \\ w(kT) = cW(kT) \tag{7}$$

ここで、

$$V(kT) = \begin{bmatrix} v(kT) \\ v(\overline{k+1}T) \\ \vdots \\ v(\overline{k+n-1}T) \end{bmatrix}, \quad b_v = [b_{v1} b_{v2} \ \dots \ b_{vn}], \quad b_{vi} = [a_{i+1}^0 a_{i+2}^0 \ \dots \ a_n^0 \ 1],$$

$$\begin{bmatrix} c_m \\ c_m A_m \\ \vdots \\ c_m A_m^{n-i} \end{bmatrix} b_m \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$c_v = [a_1^0 a_2^0 \cdots a_n^0 1] \begin{bmatrix} c_m \\ c_m A_m \\ \vdots \\ c_m A_m^n \end{bmatrix}$$

次に, F , f をそれぞれ (8) 式で定義するとき

$$\begin{aligned} F(kT) &= W(kT) - Y(kT) \\ f(kT) &= \tau\omega(kT) - y(kT) \end{aligned} \quad (8)$$

F , f に関して (6), (7) 式から

$$\begin{aligned} F(\overline{k+1}T) &= AF(kT) + b(c_v z(kT) + b_v V(kT) - b_r R(kT)) \\ f(kT) &= cF(kT) \end{aligned} \quad (9)$$

の関係を得る。ここで, 制御対象の入力 r をモデルの状態 z , 入力 v , 及び新たなスカラー外部入力 J を用いて (10) 式で与えるものとする。

$$r(kT) = K_m z(kT) + K_v v(kT) + J(kT) \quad (10)$$

ここで, K_m は適当な次元の実係数マトリクス, K_v はスカラー実係数

このとき, (9) 式の $R(kT)$ は (4) 式を考慮して

$$R(kT) = L_k z(kT) + L_m V(kT) + \bar{J}(kT) \quad (11)$$

ここで,

$$L_k = \begin{bmatrix} K_m \\ K_m A_m \\ \vdots \\ K_m A_m^{n-1} \end{bmatrix}, \quad L_m = \begin{bmatrix} K_v & 0 & \cdots & 0 \\ K_m b_m & K_v & & \\ K_m A_m b_m & K_m b_m & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_m A_m^{n-2} b_m & \cdots & K_m b_m & K_v \end{bmatrix},$$

$$\bar{J}(kT) = \begin{bmatrix} J(kT) \\ J(\overline{k+1}T) \\ \vdots \\ J(\overline{k+n-1}T) \end{bmatrix}$$

と表わすことができるので, (9) 式は (12) 式のように書ける。

$$\begin{aligned} F(\overline{k+1}T) &= AF(kT) + b \left\{ (c_v - b_r L_k) z(kT) + (b_v - b_r L_m) V(kT) - b_r \bar{J}(kT) \right\} \\ f(kT) &= cF(kT) \end{aligned} \quad (12)$$

(12) 式において, K_m を

$$K_m = c_v \left[\sum_{i=1}^n b_{ri} A_m^{i-1} \right]^{-1} \quad (13)$$

とすれば, z の係数を零とすることができる。いま, $\bar{J}(kT) = 0$ として, ステップ状入力 v に対して f の定常誤差を零とする為に K_v を (14) 式で与える。

$$K_v = \sum_{i=1}^n \left(b_{ri} - b_r \begin{bmatrix} 0 \\ K_m b_m \\ K_m A_m b_m \\ \vdots \\ K_m A_m^{n-1} b_m \end{bmatrix} \right) / \sum_{i=1}^n b_{ri} \quad (14)$$

ところで、(6)式は(1)式に常に変換できる。同様の変換を(13)、(14)式で得られた K_m 、 K_v を代入した(12)式に適用して(15)式を得る。(付録)

$$\begin{aligned} E(\overline{k+1} T) &= A_0 E(kT) - b_0 J(kT) + \Delta_v v(kT) \\ f(kT) &= c_0 E(kT) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、

$$\Delta_v = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_0 A_0 \\ \vdots \\ c_0 A_0^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_m \\ c_m A_m \\ \vdots \\ c_m A_m^{n-1} \end{bmatrix} b_m - \begin{bmatrix} c_0 b_0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_0 A_0 b_0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ c_0 A_0^{n-1} b_0 & \cdots & c_0 b_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_v \\ K_m b_m \\ K_m A_m b_m \\ \vdots \\ K_m A_m^{n-2} b_m \end{bmatrix}$$

しかし、一般に制御対象にはパラメータ変動分が存在しており、公称値で求めた K_m 、 K_v を用いた場合(15)式は成立しない。この場合、(15)式に相当する式は

$$\begin{aligned} E(\overline{k+1} T) &= \hat{A}_0 E(kT) - \hat{b}_0 J(kT) + \hat{\Delta} \\ f(kT) &= \hat{c}_0 E(kT) \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、

$$\hat{\Delta} = \hat{\Delta}_z z(kT) + \hat{\Delta}_v v(kT), \quad \hat{\Delta}_z = \begin{bmatrix} \hat{c}_0 \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0 \\ \vdots \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} b(\hat{c}_v - \hat{b}_r L_k)$$

となる。一般に、(16)式を離散値形モデル追従系におけるエラーシステムと称する。

4. 制御系の構成

(16)式のエラーシステムにおいて、 v 、 z の項は E 、 f に関して独立変数として扱うことができ、これらはエラーシステムに対する外乱項と見なすことができる。(17)式で示される合成系は

$$\left. \begin{aligned} E(\overline{k+1} T) &= \hat{A}_0 E(kT) - \hat{b}_0 J(kT) + \hat{\Delta} \\ f(kT) &= \hat{c}_0 E(kT) \\ J(kT) &= J_1(kT), \quad J_1(\overline{k+1} T) = J_2(kT), \quad J_2(\overline{k+1} T) = J_3(kT), \dots, \\ &J_{n-1}(\overline{k+1} T) = J_n(kT) \\ \tilde{H}(\overline{k+1} T) &= \tilde{A}_n \tilde{H}(kT) + \tilde{b}_n f(kT) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで、

$$\tilde{A}_h = \begin{pmatrix} 1. & 1.0 & \dots & \dots & 0 \\ 0. & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -a_1^m & -a_2^m & \dots & -a_m^m \end{pmatrix}, \quad \tilde{b}_h = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

p

制御対象に対する条件 (a), (b), (c), (e) 及びモデルに対する条件 (b) から可制御である。したがって、合成系の入力 J_n に全状態フィードバック

$$J_n(kT) = K_E E(kT) + K_J [J_1(kT) J_2(kT) \dots J_{n-1}(kT)] + K_{\tilde{H}} \tilde{H}(kT) \tag{18}$$

を行なうと $K_E, K_J, K_{\tilde{H}}$ によって (17) 式の極は任意に設定することができる。次に、(19) 式で表わされる P 形補償器と (16) 式のエラーシステムによって閉ループ系を構成する。このとき、補償器係数 α_i, β_j は (18) 式のフィードバック係数と (20), (21) 式の関係が成立し、

$$J(z)/f(z) = \frac{\sum_{j=1}^{n+m+p} \beta_j z^{j-1} / (z-1)^p |z\mathbf{I} - A_m|}{\left(z^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i z^{i-1} \right)} \tag{19}$$

ここで、 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, n-1), \beta_j (j=1, 2, \dots, n+m+p)$ は次式を満たす実係数

$$[\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{n-1}] = -K_E \begin{pmatrix} \hat{c}_0 \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0 \\ \vdots \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0^{n-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \hat{c}_0 \hat{b}_0 & \dots & \vdots \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0 \hat{b}_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0^{n-2} \hat{b}_0 & \dots & \hat{c}_0 \hat{b}_0 \end{pmatrix} - K_J \tag{20}$$

$$\sum_{j=1}^{n+m+p} \beta_j z^{j-1} = K_E \begin{pmatrix} \hat{c}_0 \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0 \\ \vdots \\ \hat{c}_0 \hat{A}_0^{n-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ z \\ \vdots \\ z^{n-1} \end{pmatrix} (z-1)^p |z\mathbf{I} - A_m| + K_{\tilde{H}} A_d_j (z\mathbf{I} - \tilde{A}_h) \tilde{b}_h \tag{21}$$

α_i, β_j は $K_E, K_J, K_{\tilde{H}}$ から一意に定めることができる。すなわち、この事実は P 形補償器とエラーシステムとで構成される閉ループ系の極配置が α_i, β_j によって任意に設定されることを意味している。(19) 式の P 形補償器と (16) 式のエラーシステムとから f に関して

$$f(z) = \frac{(z-1)^p \left(z^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i z^{i-1} \right) \hat{c}_0 A_d_j (z\mathbf{I} - \hat{A}_0) (\hat{\Delta}_v |z\mathbf{I} - A_m| + \hat{\Delta}_z A_d_j (z\mathbf{I} - A_m) b_m) v(z)}{(z-1)^p |z\mathbf{I} - A_m| \left(z^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i z^{i-1} \right) |z\mathbf{I} - \hat{A}_0| + \hat{c}_0 A_d_j (z\mathbf{I} - \hat{A}_0) \hat{b}_0 \sum_{j=1}^{n+m+p} \beta_j z^{j-1}} \tag{22}$$

の関係が得られる。入力 v が $(p-1)$ 次の多項関数で与えられること、及び (22) 式の分子に $(z-1)^p$ の項が遊離していることから

$$\lim_{z \rightarrow 1} (z-1) f(z) = 0 \tag{23}$$

が成立し、出力定常追従誤差は零となる。更に、(22)式の特性方程式が零の $(2n+m+p-1)$ 重根を持つように α_i, β_j を設定できたとすれば、 f はたかだか $k=2n+m+p-1$ において有限時間で零となることを意味する。したがって、(22)式の極配置によって

$$I = \sum_{h=2n+m+p-1}^{\infty} f^2(kT) \leq \delta \quad (\delta; \text{任意の正の実数}) \quad (24)$$

で表わされる出力追従精度を満足させることができることは明らかである。故に、Fig. 1 の系を構成すると制御対象の出力 y はモデルの出力 w に追従し、その出力追従精度は補償器と制御対象とで構成される閉ループ系の極配置によって任意に設定することができる。Fig. 1 の系を離散値形モデル追従系と称する。

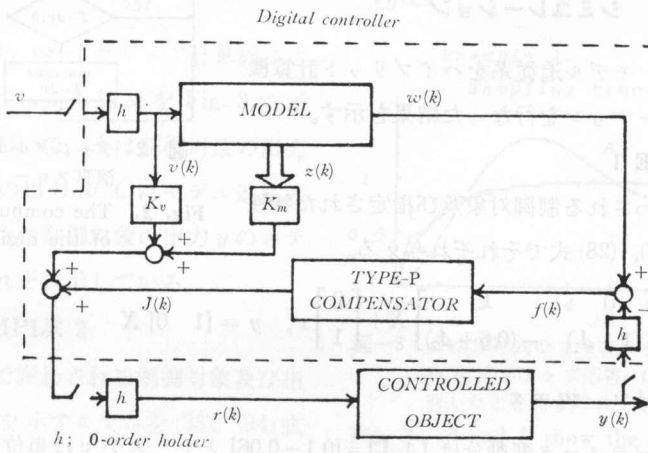


図-1 離散値形モデル追従系

Fig. 1. The discrete model-following system.

4. デジタルコントローラ

(19) 式のパルス伝達関数で表わされた補償器をシステム方程式で表わすと (25) 式となる。

$$\begin{aligned} H(k+1T) &= A_h H(kT) + b_h f(kT) \\ J(kT) &= c_h H(kT) + d_h f(kT) \end{aligned} \quad (25)$$

したがって、Fig. 1 に示されるデジタルコントローラのシステム方程式は

$$\begin{bmatrix} z(k+1T) \\ H(k+1T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & 0 \\ b_h c_m & A_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(kT) \\ H(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_m & 0 \\ 0 & -b_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(kT) \\ y(kT) \end{bmatrix} \quad (26-1)$$

$$r(kT) = [K_m + d_h c_m \quad c_h] \begin{bmatrix} z(kT) \\ H(kT) \end{bmatrix} + [K_v \quad -d_h] \begin{bmatrix} v(kT) \\ y(kT) \end{bmatrix} \quad (26-2)$$

と表わすことができる。デジタル計算機で(26)式の演算を行なうとき、その演算時間は一定ではない。Fig. 2 は、デジタルコントローラで行なう演算フローを示している。Fig. 2 にお

いて、A/D 又は D/A 間の動作時間はサンプル時間 T としなければならないので、変動する演算時間 ΔT を逐次測定し、wait-timer の設定を調節しながら常にサンプル時間 T を保つようになっている。また、A/D~D/A 間に一部演算が入る為に、D/A の動作は A/D の動作より常に ΔT_1 時間遅れて動作するが、この ΔT_1 は非常に小さく、これによる影響はほとんどないものと見なして ΔT_1 は無視している。

5. シミュレーション

以下において、モデル追従系をハイブリッド計算機を用いてシミュレーションを行なった結果を示す。

5.1 EXAMPLE 1

連続値系で表わされる制御対象及び指定された特性を示すモデルを (27), (28) 式でそれぞれ与える。

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(1+J_1) & -(0.6+J_2) \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r, \quad y = [1 \ 0] X \tag{27}$$

$$\dot{z} = -z + v, \quad w = z \tag{28}$$

制御対象におけるパラメータ変動分は $[J_1 J_2] = [0.1 - 0.06]$ とし、入力 v は単位ステップ関数、サンプル時間 T は 50 (msec) とする。まず、(27), (28) 式の系をパラメータ変動分を無視して離散値化すると

$$X(\overline{k+1}T) = \begin{bmatrix} 9.98763 \times 10^{-1} & 4.9237 \times 10^{-2} \\ -4.9237 \times 10^{-2} & 9.69221 \times 10^{-1} \end{bmatrix} X(kT) + \begin{bmatrix} 1.237 \times 10^{-3} \\ 4.9237 \times 10^{-2} \end{bmatrix} r(kT),$$

$$y(kT) = [1 \ 0] X(kT) \tag{29}$$

$$z(\overline{k+1}T) = 9.51229 \times 10^{-1} z(kT) + 4.8771 \times 10^{-2} v(kT), \quad w(kT) = z(kT) \tag{30}$$

となり、(13), (14) 式から $K_m = 1.365$, $K_v = -3.653 \times 10^{-1}$ を得る。次に、閉ループ系の極を [0.3 0.4 0.8 0.8 0.9] に設定し補償器を設計すると

$$H(\overline{k+1}T) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 9.51229 \times 10^{-1} & 1 \\ 0 & 0 & -2.68907 \times 10^{-1} \end{bmatrix} H(kT) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(kT)$$

$$J(kT) = [6.97998 \times 10^{-1} \ 1.03162 \times 10 \ -3.60029 \times 10^2] H(kT) + 3.63609 \times 10^2 f(kT) \tag{31}$$

となる。したがって、(26) 式は

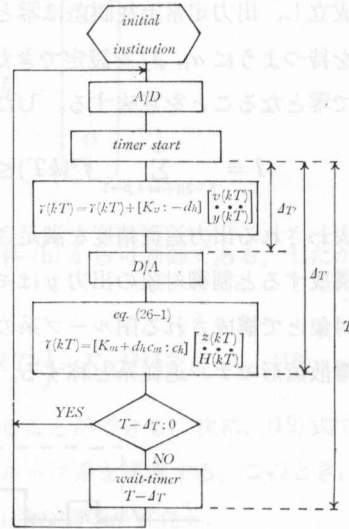


図-2 デジタルコントローラの演算フロー

Fig. 2. The computing flow chart of the digital controller.

$$\begin{bmatrix} z(k+1T) \\ \dots \\ H(k+1T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.51229 \times 10^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9.51229 \times 10^{-1} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2.68907 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(kT) \\ \dots \\ H(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4.8771 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(kT) \\ \dots \\ y(kT) \end{bmatrix} \quad (32-1)$$

$$J(kT) = [3.64974 \times 10^2 \quad 6.97998 \times 10^{-1} \quad 1.03162 \times 10 \quad -3.60029 \times 10^2] \begin{bmatrix} z(kT) \\ \dots \\ H(kT) \end{bmatrix} + [-3.653 \times 10 \quad -3.63609 \times 10^2] \begin{bmatrix} v(kT) \\ \dots \\ y(kT) \end{bmatrix} \quad (32-2)$$

として得られる。ハイブリッド計算機によるシミュレーションの結果を Fig. 3 に示す。Fig. 3 において、A は制御対象の出力 y 、B はモデルの出力 w 、C はモデル追従系を構成した場合の制御対象の出力 y のステップ応答をそれぞれ示している。

5.2 EXAMPLE 2

連続値系で表わされる制御対象及び指定された特性を示すモデルを (33)、(34) 式でそれぞれ与える。

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.7 & -(2.7 + A_1) \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r, \quad y = [1.7 + A_2 \quad 0] X \quad (33)$$

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -24 & -10 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v, \quad w = [24 \quad 0] z \quad (34)$$

制御対象のパラメータ変動分を $A_1 = -0.27$ 、 $A_2 = -0.17$ とし、入力 v は単位ステップ関数、サンプル時間 T は 50 (msec) とする。(33)、(34) 式をパラメータ変動分を無視して離散値化すると

$$X(k+1T) = \begin{bmatrix} 9.97968 \times 10^{-1} & 4.67388 \times 10^{-2} \\ -7.94559 \times 10^{-2} & 8.71774 \times 10^{-1} \end{bmatrix} X(kT) + \begin{bmatrix} 1.19518 \times 10^{-3} \\ 4.67388 \times 10^{-2} \end{bmatrix} r(kT), \quad y(kT) = [1.7 \quad 0] X(kT) \quad (35)$$

$$z(k+1T) = \begin{bmatrix} 9.74555 \times 10^{-1} & 3.89564 \times 10^{-2} \\ -9.34951 \times 10^{-1} & 5.84995 \times 10^{-1} \end{bmatrix} z(kT) + \begin{bmatrix} 1.06018 \times 10^{-3} \\ 3.89563 \times 10^{-2} \end{bmatrix} v(kT), \quad w(kT) = [24 \quad 0] z(kT) \quad (36)$$

となり、 $K_m = [-2.56565 \times 10^2 - 8.6141 \times 10]$ 、 $K_v = 1.16904 \times 10$ を得る。閉ループ系の極を

Example 1.

Sampling time; 50 (msec)

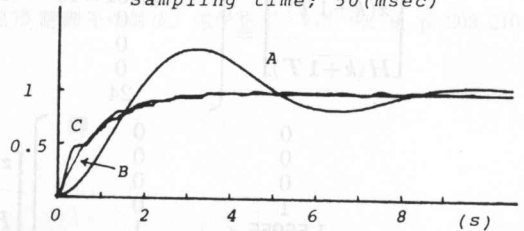


図-3 A は (27) 式の y のステップ応答、B は (30) 式の w のステップ応答、C はモデル追従系を構成したときの y のステップ応答

Fig. 3. A and B show the step responses of y in eq. (27) and w in eq. (30), respectively. C shows the step response of y in the model-following system.

[0.4 0.5 0.55 0.6 0.7 0.8]に指定し補償器を設計すると

$$H(k+1T) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -6.06532 \times 10^{-1} & 1.55955 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -3.17725 \times 10^{-1} \end{bmatrix}$$

$$H(kT) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(kT) \tag{37}$$

$$J(kT) = [1.47011 \quad -1.0252 \times 10 \quad 2.11245 \times 10 \quad -2.43019 \times 10^2] H(kT) + 2.77538 \times 10^2 f(kT)$$

となるので、(26)式は

$$\begin{bmatrix} z(k+1T) \\ \dots \\ H(k+1T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.74555 \times 10^{-1} & 3.89564 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ -9.34951 \times 10^{-1} & 5.84995 \times 10^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6.06532 \times 10^{-1} \\ 24 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1.55955 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3.17725 \times 10^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(kT) \\ \dots \\ H(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.06018 \times 10^{-3} & 0 \\ 3.89563 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(kT) \\ \dots \\ y(kT) \end{bmatrix} \tag{38-1}$$

$$J(kT) = [6.40434 \times 10^3 - 8.61408 \times 10 \quad 1.47011 \quad -1.0252 \times 10 \quad 2.11245 \times 10 - 2.43019 \times 10^2] \begin{bmatrix} z(kT) \\ \dots \\ H(kT) \end{bmatrix} + [1.16904 \times 10 - 2.77538 \times 10^2] \begin{bmatrix} v(kT) \\ \dots \\ y(kT) \end{bmatrix} \tag{38-2}$$

として得られる。ハイブリッド計算機によるシミュレーションの結果を Fig. 4 に示す。Fig. 4 において、A は制御対象の出力 y 、B はモデルの出力 w 、C はモデル追従系を構成した場合の制御対象の出力 y のステップ応答をそれぞれ示している。

6. 結 言

単一入出力離散時間系において、制御対象の出力を多項関数入力に対して望ましい応答を示すモデルの出力に追従させる制

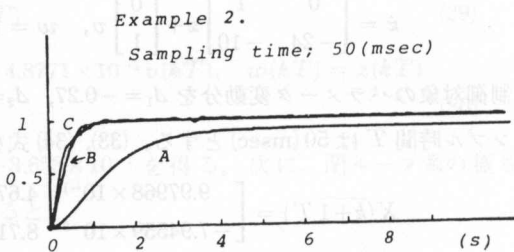


図-4 A は (33) 式の y のステップ応答、B は (36) 式の w のステップ応答、C はモデル追従系を構成したときの y のステップ応答
 Fig. 4. A and B show the step responses of y in eq. (33) and w in eq. (36), respectively. C shows the step response of y in the model-following system.

御系の構成を示した。シミュレーションにおいて、例-1の場合は制御対象の出力が振動する例を、例-2の場合はモデルの出力が速やかに定常状態に落ち着く例を取り扱ったがいずれの場合もかなり良く追従しているものと思われる。これまでに提案された連続時間形モデル追従系¹⁾を直接離散値形化すると補償器の次数は $(n+p-1)$ 次となる。このとき、(22)式に相当する v から f を見たパルス伝達関数において、 $(2n+p-1)$ 個の任意に指定可能な極の他にモデルの極が付加され追従精度を劣下させていた。これに対し本論文においては、補償器の次数を従来のものより m 次高くすることによって出力追従精度を向上させている。提案された系を構成するとき、制御対象に $(p-1)$ 次の多項関数で表わされる外乱が加わっても、補償器の構造から定常特性及び出力追従精度は保たれることを付記しておく。

参 考 文 献

- 1) 神谷祐二；モデルの多項関数応答に追従する線形制御系の構成，電学誌 C, Vol. 96, 9, p. 203-210 (1976).

付 録

(12)式に K_m, K_v を代入した(A-1)式

$$\begin{aligned} F(\overline{k+1}T) &= AF(kT) + b \left\{ (b_v - b_r L_m) V(kT) - b_r \bar{J}(kT) \right\} \\ f(kT) &= cF(kT) \end{aligned} \tag{A-1}$$

に対して(A-2)式の変換を行なうと、(A-1)式は(A-3)式

$$F(kT) = L_1 E(kT) - L_2 \bar{J}(kT) + (L_3 - L_2 L_m) V(kT) \tag{A-2}$$

ここで、

$$L_1 = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_0 A_0 \\ \vdots \\ c_0 A_0^{n-1} \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ c_0 b_0 & & \vdots \\ c_0 A_0 b_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_0 A_0^{n-2} b_0 & \cdots & c_0 b_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad L_3 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ c_m b_m & & \vdots \\ c_m A_m b_m & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_m A_m^{n-2} b_m & \cdots & c_m b_m & 0 \end{bmatrix},$$

L_m ; (11)式参照

$$\begin{aligned} E(\overline{k+1}T) &= L_1^{-1} A L_1 E(kT) + L_1^{-1} \left(L_2 \bar{J}(\overline{k+1}T) - A L_2 \bar{J}(kT) - b b_r \bar{J}(kT) \right) \\ &\quad + L_1^{-1} \left(-L_3 V(\overline{k+1}T) + A L_3 V(kT) + b b_v V(kT) \right) \\ &\quad + L_1^{-1} \left(L_2 L_m V(\overline{k+1}T) - A L_2 L_m V(kT) - b b_r L_m V(kT) \right) \end{aligned} \tag{A-3-1}$$

$$f(kT) = c \left\{ L_1 E(kT) - L_2 \bar{J}(kT) + (L_3 - L_2 L_m) V(kT) \right\} \tag{A-3-2}$$

となる。(A-3-1)式においてCayley-Hamiltonの定理より

$$AL_1 = \begin{bmatrix} & & c_0 \\ & c_0 A_0 & \\ & c_0 A_0^2 & \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_1^0 c_0 - a_2^0 c_0 A_0 - \cdots - a_n^0 c_0 A_0^{n-1} & & c_0 A_0^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 A_0 \\ c_0 A_0^2 \\ \vdots \\ c_0 A_0^n \end{bmatrix} = L_1 A_0 \quad (\text{A-4})$$

となり, よって

$$L_1^{-1} A L_1 = A_0 \quad (\text{A-5})$$

を得る. 更に, (A-6) 式~(A-8) 式

$$\begin{aligned} L_1^{-1} \left(L_2 \bar{J}(\overline{k+1}T) - AL_2 \bar{J}(kT) - bb_r \bar{J}(kT) \right) &= L_1^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & c_0 b_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & c_0 A_0 b_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & c_0 A_0^{n-2} b_0 & \cdots & c_0 b_0 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad - \left. \begin{bmatrix} c_0 b_0 & & & 0 & \cdots & 0 \\ c_0 A_0 b_0 & & & \vdots & & \\ \vdots & & & \vdots & & \\ c_0 A_0^{n-2} b_0 & \cdots & c_0 b_0 & & & \\ \hline -b_r + [c_0 A_0^{n-1} b_0 \quad c_0 A_0^{n-2} b_0 \cdots c_0 b_0] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ \hline b_r \end{bmatrix} \right\} \bar{J}(kT) \\ &= L_1^{-1} \begin{bmatrix} -c_0 b_0 & \vdots & 0 \\ -c_0 A_0 b_0 & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \\ -c_0 A_0^{n-1} b_0 & \vdots & \end{bmatrix} \bar{J}(kT) = L_1^{-1} \begin{bmatrix} -L_1 b_0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \bar{J}(kT) = -b_0 J(kT) \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

$$\begin{aligned} L_1^{-1} \left(-L_3 V(\overline{k+1}T) + AL_3 V(kT) + bb_v V(kT) \right) &= L_1^{-1} \left\{ - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & c_m b_m & \ddots & \vdots \\ \vdots & c_m A_m b_m & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & c_m A_m^{n-2} b_m & \cdots & c_m b_m \end{bmatrix} \right. \\ &\quad + \left. \begin{bmatrix} c_m b_m & & & 0 & \cdots & 0 \\ c_m A_m b_m & & & \vdots & & \\ \vdots & & & \vdots & & \\ c_m A_m^{n-2} b_m & \cdots & c_m b_m & & & \\ \hline -b_v + [c_m A_m^{n-1} b_m \quad c_m A_m^{n-2} b_m \cdots c_m b_m] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ \hline b_v \end{bmatrix} \right\} V(kT) \\ &= L_1^{-1} \begin{bmatrix} c_m b_m & \vdots & 0 \\ c_m A_m b_m & \vdots & \\ \vdots & \vdots & \\ c_m A_m^{n-1} b_m & \vdots & \end{bmatrix} V(kT) = L_1^{-1} \begin{bmatrix} c_m \\ c_m A_m \\ \vdots \\ c_m A_m^{n-1} \end{bmatrix} b_m v(kT) \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

$$\begin{aligned} L_1^{-1} \left(L_2 L_m V(\overline{k+1}T) - AL_2 L_m V(kT) - bb_r L_m V(kT) \right) &= L_1^{-1} \left\{ \right. \\ &\quad \times \begin{bmatrix} 0 & & & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & & \\ \vdots & c_0 b_0 K_v & & \vdots & & \\ \vdots & c_0 A_0 b_0 K_v + c_0 b_0 K^m b_n & & \vdots & & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \\ 0 & c_0 A_0^{n-2} b_0 K_v + \sum_{i=0}^{n-3-i} c_0 A_0^{n-3-i} b_0 K^i A_m^i b_m \cdots c_0 b_0 K_v & & \vdots & & \\ \vdots & & & \vdots & & \\ 0 & & & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\begin{array}{cccc} c_0 b_0 K_v & 0 & \dots & 0 \\ c_0 A_0 b_0 K_v + c_0 b_0 K_m b_m & & & \\ \vdots & & & \\ c_0 A_0^{n-2} b_0 K_v + \sum_{i=0}^{n-3} c_0 A_0^{n-3-i} b_0 K_m A_m^i b_m & \dots & \dots & c_0 b_0 K_v \\ \hline -b_r L_m + \left[c_0 A_0^{n-1} b_0 K_v + \sum_{i=0}^{n-2} c_0 A_0^{n-1-i} b_0 K_m A_m^i b_m \dots c_0 b_0 K_v \right] & & & \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 0 \dots 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \dots 0 \\ b_r L_m \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} c_0 b_0 K_v \\ c_0 A_0 b_0 K_v + c_0 b_0 K_m b_m \\ \vdots \\ c_0 A_0^{n-2} b_0 K_v + \sum_{i=0}^{n-3} c_0 A_0^{n-3-i} b_0 K_m A_m^i b_m \dots c_0 b_0 K_v \\ \hline -b_r L_m + \left[c_0 A_0^{n-1} b_0 K_v + \sum_{i=0}^{n-2} c_0 A_0^{n-1-i} b_0 K_m A_m^i b_m \dots c_0 b_0 K_v \right] \end{array}} \right\} V(kT) \\
 & = L_1^{-1} \left[\begin{array}{ccc} -c_0 b_0 K_v & & \\ -(c_0 A_0 b_0 K_v + c_0 b_0 K_m b_m) & & \\ \vdots & & \\ -\left(c_0 A_0^{n-1} b_0 K_v + \sum_{i=0}^{n-2} c_0 A_0^{n-2-i} b_0 K_m A_m^i b_m \right) & & 0 \end{array} \right] V(kT) \\
 & = -L_1^{-1} \left[\begin{array}{cccc} c_0 b_0 & 0 & \dots & 0 \\ c_0 A_0 b_0 & & & \\ \vdots & & & \\ c_0 A_0^{n-1} b_0 & \dots & \dots & c_0 b_0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} K_v \\ K_m b_m \\ K_m A_m b_m \\ \vdots \\ K_m A_m^{n-2} b_m \end{array} \right] v(kT) \tag{A-8}
 \end{aligned}$$

の関係が成立し、(A-3-2)式において、 $cL_1=c_0$ 、 $cL_2=0$ 、 $c(L_3-L_2L_m)=0$ を考慮すると(A-3)式から(15)式を得ることができる。

参考文献

In this paper, the authors propose a method for determining the load restoration scheduling that account the cost of interrupting electrical service under conditions in which a reclosing circuit breaker may cause a load exceeds the time required for the protective electrical power to protect the demand. To find the sub-optimal solution to this problem, it is formulated as a problem 0-1 programming, and is solved by the branch-and-bound algorithm procedure.

An example demonstrates that the proposed method is effective for reducing the cost of interrupting electrical service using the sub-optimal solution. The proposed method is lower than that with the traditional solution which can be written.

It seems to be impossible to apply the proposed method to real large power systems on a real-time on-line computer, because the solution by this method takes long enough time, unless a more effective bounding algorithm can be developed. Nevertheless, it is effective to apply the proposed method to the determination of the load restoration schedule for some hypothetical faults in power systems through a mini-computer.

おわりに

以上の研究は、以下(抄録)に述べた第一報(1)と第二報(2)の発展として、電力系統の故障発生時に発生する負荷の復旧スケジュールを決定する問題に適用したものである。電力系統の故障発生時に発生する負荷の復旧スケジュールを決定する問題に適用したものである。

1) 電力系統の故障発生時に発生する負荷の復旧スケジュールを決定する問題に適用したものである。
2) 電力系統の故障発生時に発生する負荷の復旧スケジュールを決定する問題に適用したものである。