

平面壁上に存在する直立円柱の空気力学的特性*

— 抗力係数と乱流境界層特性量との関係 —

谷口清一**

坂本弘志***

(昭和55年3月8日受理)

Aerodynamic Characteristics of Circular Cylinders Vertically Mounted on a Plane Wall

— Relation between the drag coefficient and the
characteristics of turbulent boundary layers —

by Seiichi TANIGUCHI and Hiroshi SAKAMOTO

An experimental investigation is carried out on the flow around a circular cylinder vertically mounted on a smooth plane wall along which a turbulent boundary layer is fully developed. The pressure drag of the cylinder is correlated with the height h , the diameter d of the cylinder and the characteristics of the boundary layer. The pressure drag coefficient C_D is found to be expressed in the form $C_D = a \cdot (h/\delta)^b$, where δ is the thickness of the boundary layer and the values of a and b depend on h/δ . For $h/\delta \leq 1.1$, a and b are linear functions of d/δ only while they are constant in the range $h/\delta \geq 1.1$.

1. 緒 論

既報¹⁾において、直径と同一の高さを有する円柱が平面壁上に直立して存在する場合について、実験を行い円柱に作用する抗力、モーメントなどの諸量が、乱流境界層内の平均動圧の一次関数形で表示し得ることを明らかにした。しかし、地表面に建てられる構造物および流体を取り扱う諸装置内にみられる突起物は種々の形状を有しており、当然形状の差異はこれらの物体に作用する流体力およびその周辺の流れの差異を惹起する^{2)~5)}。各種冷却塔や、石油備蓄に供されるオープン・トップタンクなどは薄いシェルより構成され、また資源の節約・省力化などによって軽量化された構造物が建設されるようになってきた。しかし、これらの構造物は強度上剛性が低く、設計・施工に際しては強風による振動、倒壊を未然に防ぐための耐風性能の評価^{6),7)}が必要となる。

* 日本機械学会第57期全国大会講演会(昭54-10)にて発表

** 応用機械工学科

*** 機械工学科

本研究は、これらの三次元的形状を有する物体の、最も基本的なものと考えられる直立円柱をとりあげ、直立円柱に作用する流体力を実験的に求めたものである。直立円柱の高さ・直径および乱流境界層の特性量をそれぞれ変化させて、円柱表面上の時間平均的圧力を測定し、これにもとづいて算定される流体力と乱流境界層との関係を、既報¹⁾で取り上げることでできなかった範囲に亘って総合的に明らかにしてある。

2. おもな記号

a, b : べき関数の係数および指数	\bar{q} : 平均動圧 $= \int_0^1 \left(\frac{u}{U_0} \right)^2 d \left(\frac{y}{h} \right)$
c_p : 圧力係数 $= (p - p_0) / \left(\frac{1}{2} \rho U_0^2 \right)$	u : 境界層内の平均流速
c_{pf} : $\theta = 0^\circ$ における圧力係数	u_τ : 摩擦速度 $= \sqrt{\tau_0 / \rho}$
c_{pb} : 背圧係数	U_0 : 主流速度
C_{pD} : $\int_0^1 (c_{pf} - c_{pb}) d(y/h)$	x, y, z : 直交座標
C_D : 抗力係数 $= D / \left(\frac{1}{2} \rho U_0^2 h d \right)$	R_θ : 境界層レイノルズ数 $= U_0 \theta / \nu$
d : 円柱の直径	δ : 境界層厚さ ($u/U_0 = 0.99$)
D : 抗力	δ^* : 排除厚さ $= \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_0} \right) dy$
h : 円柱の高さ	θ : 運動量厚さ $= \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U_0} \right) \frac{u}{U_0} dy$,
H : 形状係数 $= \delta^* / \theta$	円柱の円周角
p : 円柱表面上の圧力	τ_0 : 壁面のせん断応力
p_0 : 主流の静圧	ν : 流体の動粘性係数
q : 無次元動圧 $= (u/U_0)^2$	ρ : 流体の密度

3. 実験装置および方法

供試風洞は既報¹⁾に示したものと同一なので省略する。圧力測定用の円柱は黄銅製であり、図1に示す状態で風洞試験部入口から2,355 mmの下流に設置した。円柱表面には複数個の圧力孔(直径0.4~0.5 mm)が円柱の高さ方向に沿って設けられている。各圧力孔はあらかじめ油粘土によって密閉され、気密試験を経てから1個ずつ開孔して円柱表面上の圧力を測定するようにしてある。実験は、円柱直径 d を7.5, 10, 12.5, 15, 20, 25, 30および36 mmの8通り、円柱高さ h と直径の比 h/d を0.75, 1.0, 1.25, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0および5.0の9通りに変化させて行った。また、円周方向の圧力分布測定のための試験円柱の回転は、図1に示す。ピニオン・ギアを介して行い、円柱の高さは円柱支持装置に付属する上下方向の移動装置で設定するようにしてある。なお、座標の定義を図2に示す。

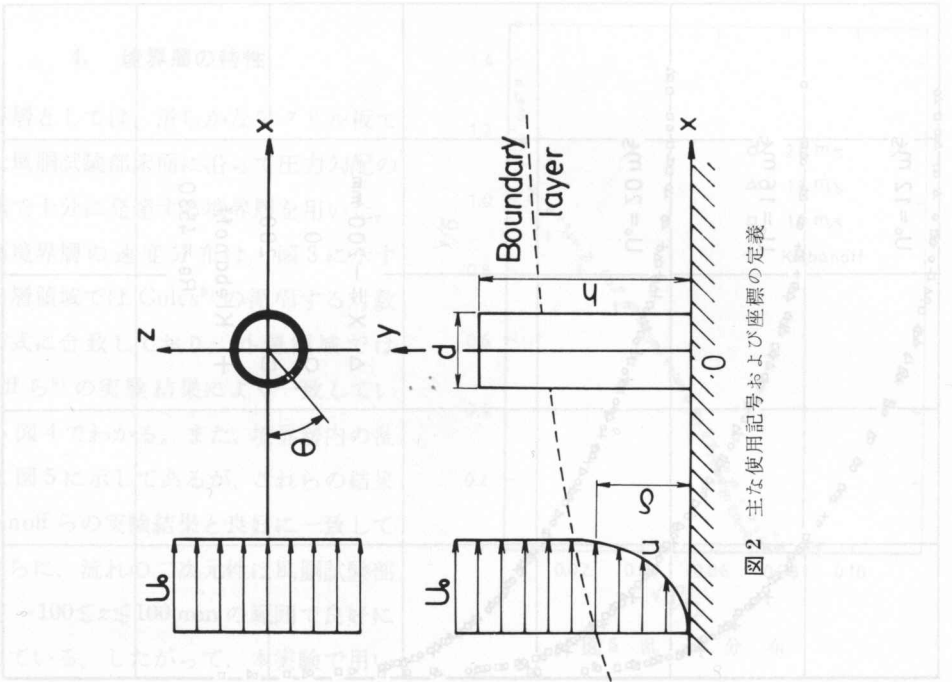


図2 主な使用記号および座標の定義

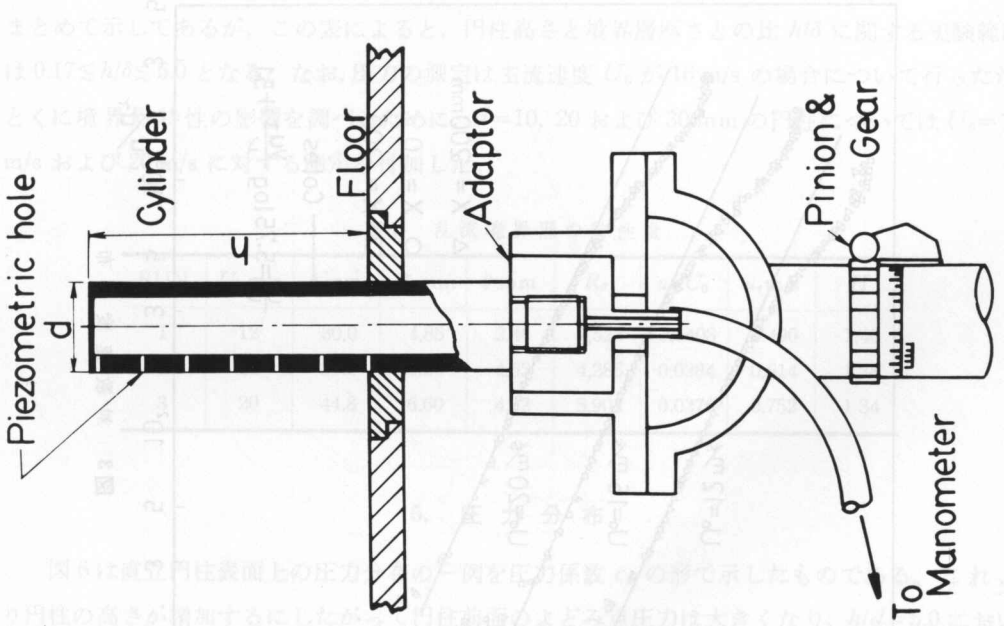


図1 直立円柱の設置状態

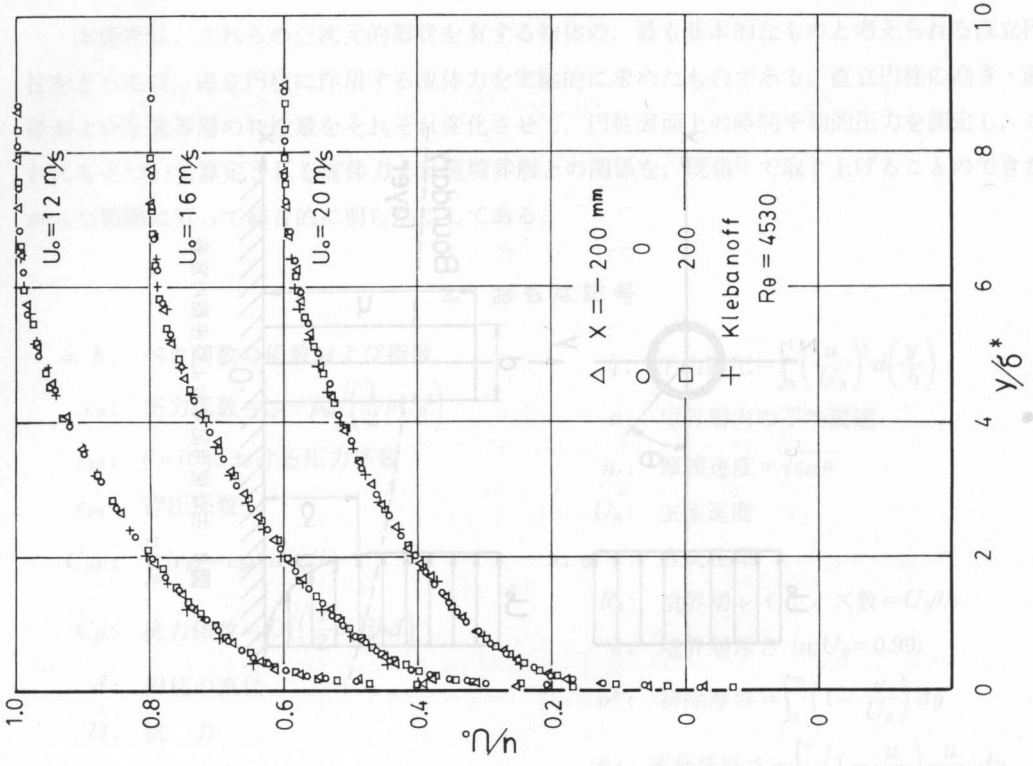


图4 速度分布

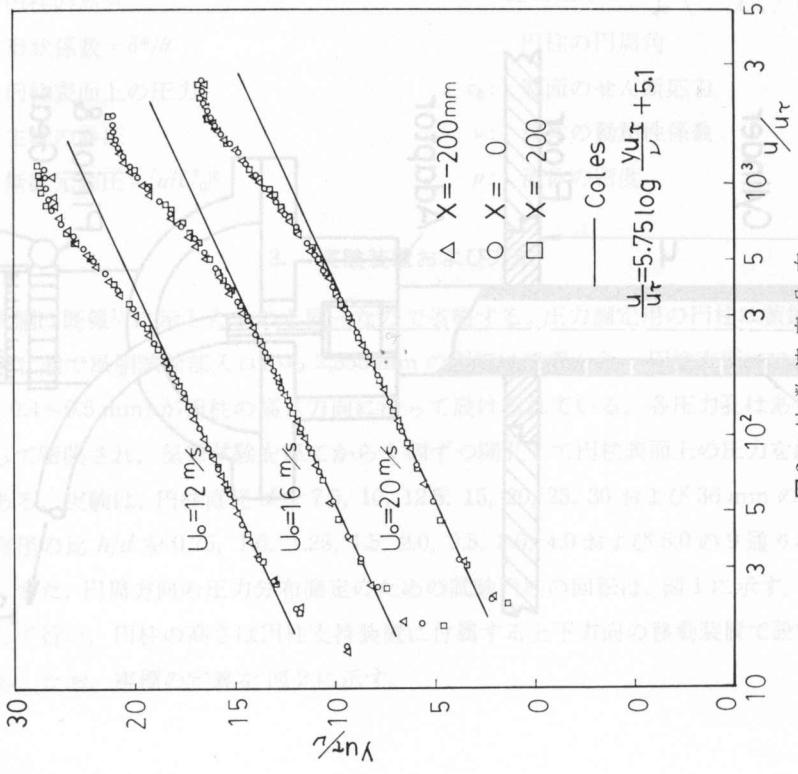


图3 对数速度分布

4. 境界層の特性

境界層としては、滑らかなアクリル板で構成した風洞試験部床面に沿って圧力勾配のない状態で十分に発達する境界層を用いた。この床面境界層の速度分布は、図3に示すように内層領域では Coles⁸⁾ の提唱する対数速度分布式に合致しており、外層領域では Klebanoff ら⁹⁾ の実験結果によく一致していることが図4でわかる。また、境界層内の乱れ分布は図5に示してあるが、これらの結果も Klebanoff らの実験結果と良好に一致している。さらに、流れの二次元性は風洞試験部中心線上 $-100 \leq z \leq 100$ mm の範囲で良好に実現されている。したがって、本実験で用いた乱流境界層は、滑らかな平板に沿って圧力勾配のない状態で、十分発達した乱流境界層と同一の特性を有するものと判定される。円柱設置予定位置における乱流境界層の特性量を表1にまとめて示してあるが、この表によると、円柱高さ δ と境界層厚さとの比 h/δ に関する実験範囲は $0.17 \leq h/\delta \leq 5.0$ となる。なお、圧力の測定は主流速度 U_0 が 16 m/s の場合について行ったが、とくに境界層特性の影響を調べるために、 $d=10, 20$ および 30 mm の円柱については $U_0=12$ m/s および 20 m/s に対する測定を付加した。

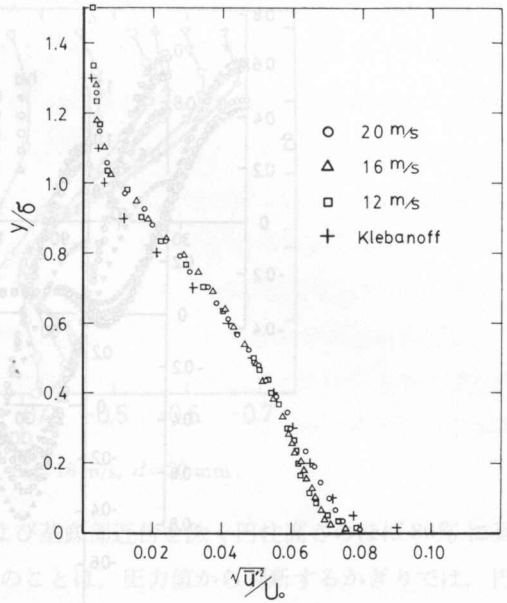


図5 乱れ分布

た乱流境界層は、滑らかな平板に沿って圧力勾配のない状態で、十分発達した乱流境界層と同一の特性を有するものと判定される。円柱設置予定位置における乱流境界層の特性量を表1にまとめて示してあるが、この表によると、円柱高さ δ と境界層厚さとの比 h/δ に関する実験範囲は $0.17 \leq h/\delta \leq 5.0$ となる。なお、圧力の測定は主流速度 U_0 が 16 m/s の場合について行ったが、とくに境界層特性の影響を調べるために、 $d=10, 20$ および 30 mm の円柱については $U_0=12$ m/s および 20 m/s に対する測定を付加した。

表1 乱流境界層の特性量

RUN	U_0 m/s	δ mm	δ^* mm	θ mm	R_θ	u_τ/U_0	u_τ m/s	H
1	12	30.0	4.85	3.46	2,523	0.0408	0.490	1.40
2	16	39.0	6.26	4.53	4,286	0.0384	0.614	1.38
3	20	44.8	6.60	4.92	5,904	0.0376	0.752	1.34

5. 圧力分布

図6は直立円柱表面上の圧力分布の一例を圧力係数 c_p の形で示したものである。これより円柱の高さが増加するにしたがって円柱前面のよどみ点圧力は大きくなり、 $h/d=5.0$ においては主流動圧 $\frac{1}{2} \rho U_0^2$ にはほぼ一致する y/h の範囲が存在することがわかる。また、 h/d の増加とともにサクションピークおよび背圧はともに低下する傾向がある。図7は、円柱前面のよどみ点圧力 c_{pf} と近寄り流れの局所的な動圧 q とを比較して示したものである。図から明らかなよ

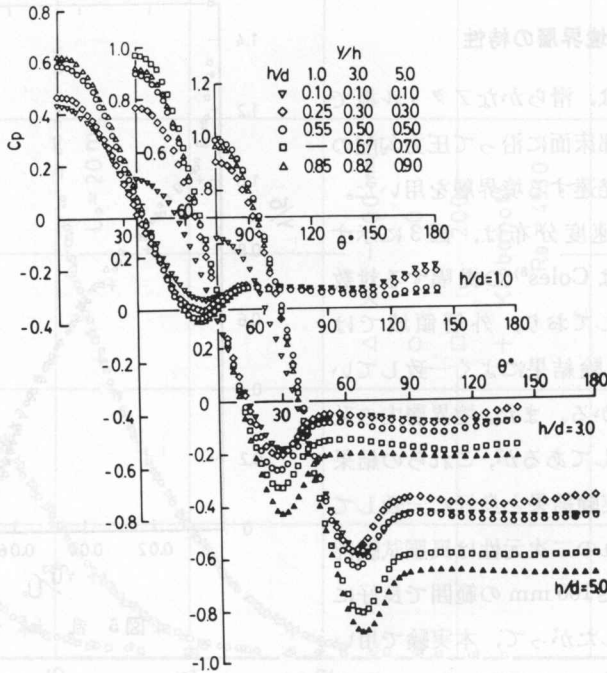


図6 直立円柱表面の圧力分布, $U_0=16$ m/s, $d=20$ mm

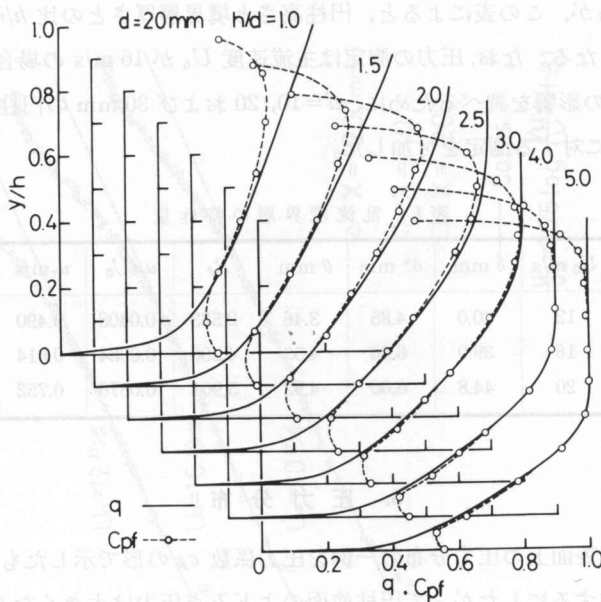


図7 c_{pf} と q との対応, $U_0=16$ m/s, $d=20$ mm

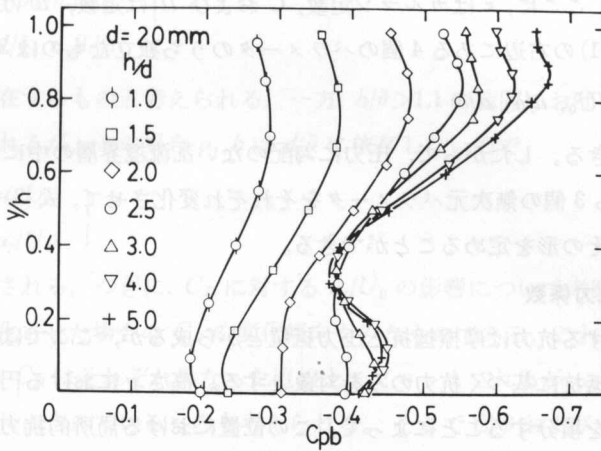


図8 背圧 c_{pb} の変化, $U_0=16 \text{ m/s}$, $d=20 \text{ mm}$

りに $h/d=4$ および 5 の場合、円柱頂部近傍および基部近傍を除く円柱高さのほぼ 80% に亘って c_{pf} は q に一致することが認められる。このことは、圧力値から判断するかぎりでは、円柱への近寄り流れが平面壁とほぼ平行であることを示すものである。つぎに、図8は円柱の背圧 c_{pb} を円柱の高さに関して示したものである。背圧 c_{pb} は円柱高さの増加とともに順次低下するが、特に $h/d \geq 3.0$ の範囲において、円柱高さの下半分では h/d の変化に対する c_{pb} の変化は小さく、 $y/h=0.35$ 付近に最大値を有する。

6. 直立円柱に作用する抗力

6.1 抗力に関与する流れの諸因子

乱流境界層の中に存在する直立円柱の抗力を規定する流れの諸因子について考察してみよう。滑らかな平面壁に沿って発達する乱流境界層の特性は、主流速度 U_0 、摩擦速度 u_τ 、境界層厚さ δ および流体の動粘性係数 ν の4個のパラメータによって規定され、これらのパラメータから作られる無次元量は u_τ/U_0 、 $\delta u_\tau/\nu$ の二つとなる。一方、直立円柱の幾何学的形状を規定するパラメータは円柱直径 d および高さ h である。したがって、境界層の中におかれた直立円柱の幾何学的形状は、 h/δ および d/δ の二つの無次元量によって指定される。以上の議論から圧力勾配のない十分に発達した乱流境界層の中にある直立円柱の抗力係数 C_D に対して

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 h d} = f\left(\frac{U_0}{u_\tau}, \frac{\delta u_\tau}{\nu}, \frac{h}{\delta}, \frac{d}{\delta}\right) \quad (1)$$

によって表される関数式が存在するものと考えられる。さらに、本実験で採用した乱流境界層に関しては Coles⁸⁾ の提唱する

$$\frac{U_0}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\delta u_\tau}{\nu} + C + \frac{\Pi}{\kappa} \omega(1) \quad (2)$$

なる関係が存在する。ここに、 κ はカルマン定数、 C および H は定数、 w は後流関数である。この式を用いると式(1)の右辺にある4個のパラメータのうち独立なものは3個となり、 C_D は

$$C_D = f(u_\tau/U_0, h/\delta, d/\delta) \quad (3)$$

として表すことができる。したがって、圧力に勾配のない乱流境界層の中におかれた直立円柱の抗力係数は、これら3個の無次元パラメータをそれぞれ変化させて、式(3)の関数関係を明らかにすれば具体的にその形を定めることができる。

6.2 直立円柱の抗力係数

直立円柱に作用する抗力は摩擦抵抗と圧力抵抗とから成るが、ここでは摩擦抵抗に基づく成分を無視し、圧力抵抗に基づく抗力のみを対象とする。高さ y における円柱の任意断面上で測定された圧力分布を積分することによって、この位置における局所的抗力係数

$$C_{Dy} = \int_0^\pi \frac{p-p_0}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} \cos\theta \, d\theta = \int_0^\pi c_p \cos\theta \, d\theta \quad (4)$$

が求められるから、この C_{Dy} を円柱の高さ方向に再び積分することにより、直立円柱全体としての抗力係数 C_D は

$$C_D = \int_0^1 C_{Dy} \, d(y/h) \quad (5)$$

となる。図9は、上記の式(4)および(5)に基づいて得られた抗力係数 C_D を h/δ について示したものである。図から明らかなことは、 $h/\delta \approx 1.1$ に C_D の分岐点が存在し、 C_D の h/δ に関する変化の状態が二つの領域に大別されることである。まず、 $h/\delta \leq 1.1$ の範囲における C_D は、 u_τ/U_0 が一定であるから、 d をパラメータとして両対数グラフ上で直線群にプロットされ

$$C_D = a(h/\delta)^b \quad (6)$$

によって表されるべき関数となる。また、式(6)の係数 a 、指数 b については式(3)より

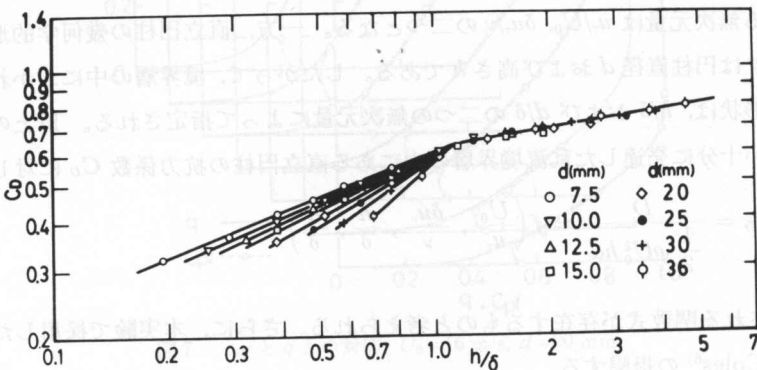


図9 C_D と h/δ との関係, $U_0=16$ m/s

$$\left. \begin{aligned} a &= f_1(d/\delta, u_\tau/U_0) \\ b &= f_2(d/\delta, u_\tau/U_0) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

なる関数関係が存在するものと考えられる。一方、 $h/\delta > 1.1$ の範囲における C_D は式(6)と同様な関係式で表示されるが、この場合 a, b は d/δ に依存しないので

$$\left. \begin{aligned} a &= g_1(u_\tau/U_0) \\ b &= g_2(u_\tau/U_0) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となることが推定される。つぎに、 C_D に対する u_τ/U_0 の影響について考察してみる。図11は境界層の特性を変化させた場合の C_D の変化傾向をみたものである。これによると、ほぼ $h/\delta \leq 1.1$ の範囲における C_D はそれぞれ異なった直線上にプロットされるが、この差異は u_τ/U_0 および d/δ の影響を同時に含んでいるものと考えられる。そこで図9および図10に基づいて式(7)および式(8)の具体的な関数形を求めてみることにする。その結果が図11に示されているが、 a, b とともに u_τ/U_0 に対する依存性は小さく、少くとも $0.2 \leq d/\delta \leq 0.8$ の範囲では d/δ のみの関数として表示され

$$\left. \begin{aligned} a &= -0.036(d/\delta) + 0.607 \\ b &= 0.559(d/\delta) + 0.254 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる。一方、 $h/\delta \geq 1.1$ における C_D と h/δ との関係を u_τ/U_0 をパラメータとして示したものが図12である。明らかに C_D は u_τ/U_0 に無関係となり、 a, b は

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.617 \\ b &= 0.157 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

なる定数として与えることができる。

本実験で取り扱っているような三次元物体に作用する抗力を実験的に定めるためには、多

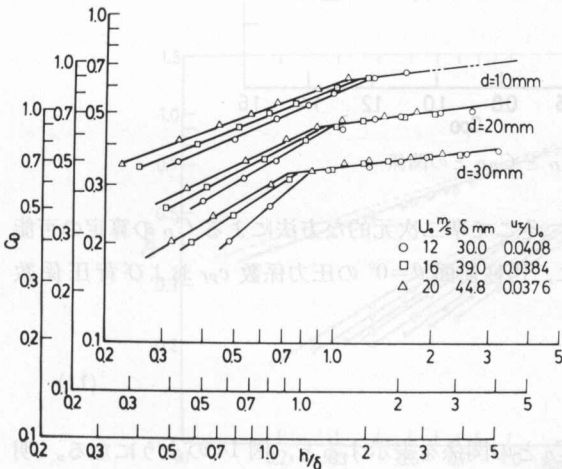


図10 C_D に対する境界層特性量の影響

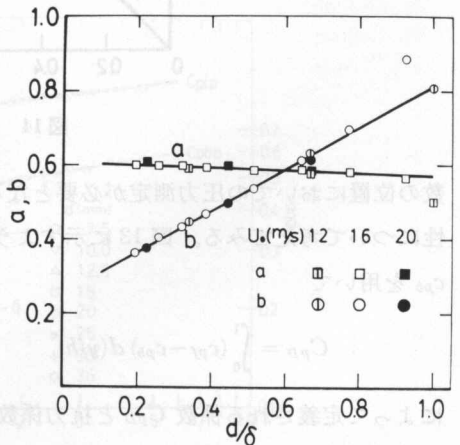


図11 係数 a , 指数 b と d/δ との関係

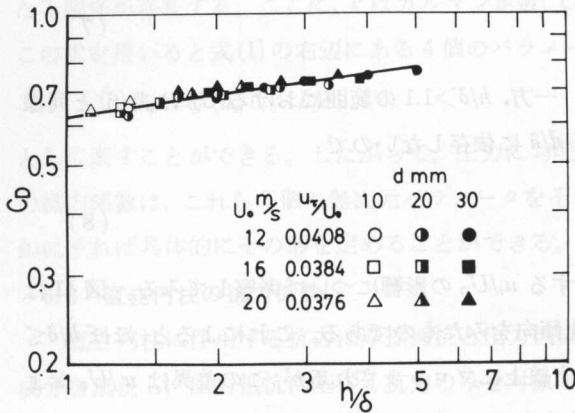


図12 $h/d > 1.1$ における C_D 値の

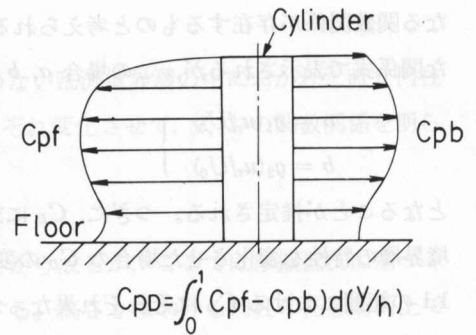


図13 C_{pD} の説明図

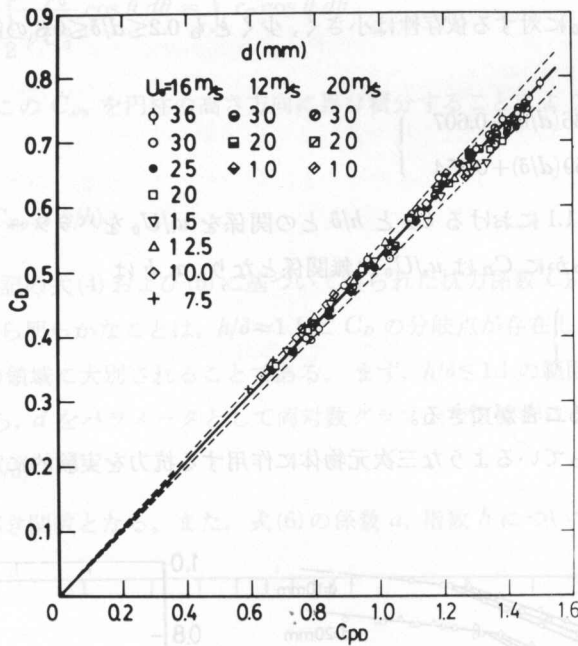


図14 C_D と C_{pD} との関係

数の位置においての圧力測定が必要となる。そこで準二次元的な方法による C_D の算定の可能性について考えてみる。図13に示すように、円柱前面 $\theta=0^\circ$ の圧力係数 c_{pf} および背圧係数 c_{pb} を用いて

$$C_{pD} = \int_0^1 (c_{pf} - c_{pb}) d(y/h) \tag{11}$$

によって定義される係数 C_{pD} と抗力係数 C_D との関係を表示すると、図14のようになる。明らかに C_D と C_{pD} との間には比較的良好な直線関係が存在し、図中破線で示される $\pm 3\%$ の許

容誤差を見込むものとするれば

$$C_D = 0.55 C_{pD} \tag{12}$$

なる関係式が得られる。したがって、式(12)を用いることによって、円柱前面 $\theta=0^\circ$ の圧力および背圧のみから C_D が算定されることになる。

つぎに、 C_{pD} と境界層特性との関係を考察してみる。図15は C_{pD} と h/δ との関係を示したものであるが、明らかに図9に示した抗力係数 C_D の場合とほぼ同様な変化が認められる。また C_{pD} は

$$C_{pD} = C_{pfD} - C_{pbD}$$

と表すこともできる。ここに C_{pfD} は c_{pf} による寄与分、 C_{pbD} は c_{pb} による寄与分である。 C_{pfD} および C_{pbD} を h/δ の関数として表示したのが図16である。 C_{pfD} は h/δ のみの関数であり、一方 C_{pbD} は $h/\delta \leq 1.6$ の範囲で d/δ をパラメータとする h/δ の関数であることが明らかである。すなわち、 d/δ の影響は背圧に顕著に表れるのに対して、円柱前面の圧力は、ほぼ近寄り流れの動圧に支配されるものと考えられる。

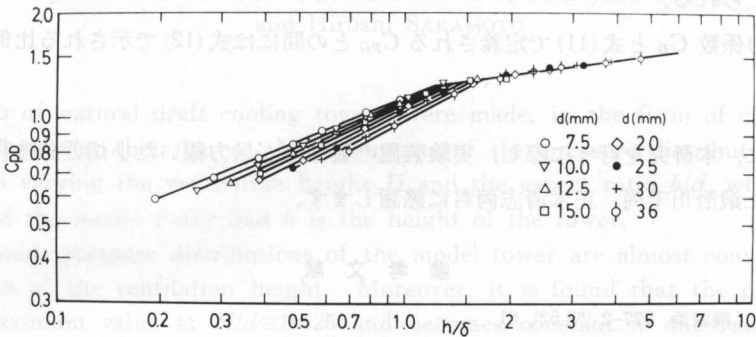


図15 C_{pD} と h/δ との関係, $U_0=16\text{ m/s}$

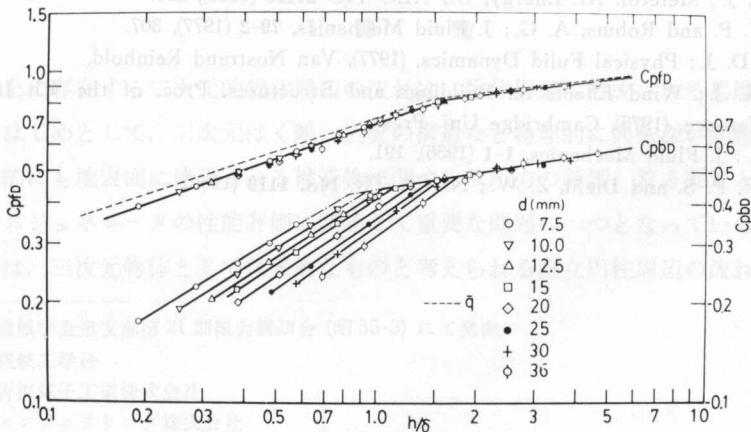


図16 C_{pfD} , C_{pbD} と h/δ との関係, $U_0=16\text{ m/s}$

7. 結 論

本論文では、乱流境界層の中に直立して存在する有限高さの円柱に関し、直径、高さおよび乱流境界層の特性をそれぞれ変化させて、当該円柱に作用する流体力を実験的に求めた結果つぎのような結論が得られた。

(1) 抗力係数 C_D と h/δ との間には

$$C_D = a(h/\delta)^b$$

の形のべき関数関係が存在する。係数 a および指数 b は d/δ が少なくとも $0.2 \leq d/\delta \leq 0.8$ の範囲において

$$\left. \begin{aligned} a &= -0.036(d/\delta) + 0.607 \\ b &= 0.559(d/\delta) + 0.254 \end{aligned} \right\} (h/\delta \leq 1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.617 \\ b &= 0.157 \end{aligned} \right\} (h/\delta \geq 1.1)$$

によって与えられる。

(2) 抗力係数 C_D と式(11)で定義される C_{pd} との間には式(12)で示される比例関係が存在する。

おわりに、本研究を行うに際し、実験装置の製作にご尽力戴いた小畑芳弘技官、実験に協力いただいた鍛冶川千尚、正木清志両君に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 谷口 2 他；機講論，777-2 (昭 52)，81.
- 2) 岡本，八木田；機論，38-313 (昭 47)，2259.
- 3) 岡本他 2 名；機論，42-359 (昭 51)，2100.
- 4) Halitsky, J.; Meterol. At. Energy, US AEC TID-24190 (1968), 221.
- 5) Castro, I. P. and Robins, A. G.; J. Fluid Mechanics, 79-2 (1977), 307.
- 6) Tritton, D. J.; Physical Fluid Dynamics, (1977), Van Nostrand Reinhold.
- 7) Eaton, K. J.; Wind Effects on Buildings and Structures, Proc. of the 4th International Conference, (1975), Cambridge Uni. Press.
- 8) Coles, D.; J. Fluid Mechanics, 1-1 (1956), 191.
- 9) Klebanoff, P. S. and Diehl, Z. W.; NACA TR. No. 1110 (1952).