

## 粘弾性表層と弾性層よりなる二層板構造の 粘弾性クリープ解析\*

三 上 修 一\*\*  
大 島 俊 之\*\*  
能 町 純 雄\*\*\*

(昭和54年4月28日受理)

### Viscoelastic Creep Analysis of the Layered Plate with an Viscoelastic Surface Layer and a Elastic Bottom Layer

by Shuichi MIKAMI, Toshiyuki OHSIMA  
and Sumio NOMACHI

Experimental and theoretical studies of the layered plate of an upper viscoelastic and a lower elastic layer subjected to partially distributed uniform load are dealt with in this paper.

Creep phenomena of the displacement and strain of layered plate under static constant load are obtained by the experimental model test.

Differential and difference equations of this three dimensional layered plate problem are solved by means of finite Fourier, finite Fourier integration and Laplace transforms.

#### 1. ま え が き

本研究は鋼床版デッキプレートと舗装との合成体としての変形挙動を調べるための準備としての鋼板とアスファルト舗装の合成体としての変形挙動がどのようになるかを理論的研究と実験的研究の両面から検討した。現在この現象を充分把握するまでに至っていないが、得られた結果について報告する。

この種の構造を理論的に取扱うには、アスファルト舗装材料の変形係数のとり方(例えば、緩和弾性率など)、鋼板とアスファルト層との結合状態(例えば境界条件のとり方など)など、不明な点が多く存在する。

本研究では、アスファルト合材のコア採取による一軸圧縮クリープ試験を室温10°Cと20°Cの場合について行ない、定荷重下における緩和弾性率を求めた。

\* 第27回応用力学連合講演会にて講演(1977. 11. 東京)

\*\* 北見工業大学 開発工学科

\*\*\* 北海道大学工学部 土木工学科

またこの弾性率をアスファルト層に適用して、二層板構造のクリープ解析を行なった。

実験では最初に鋼板のみの場合について、薄板理論の結果と一致することを確かめたのち、アスファルトを施工し実験した。

この種の輪荷重直下の応力分布、変形などについてのこれまでの研究としては、園田、堀川ら<sup>19)</sup>がコンクリート床版とアスファルト舗装とを二層弾性板として三次元弾性論による研究があるが、アスファルト舗装を粘弾性体として解析した例はない。

## 2. 準備公式

### 1) 応力歪構成式の Laplace 変換と逆変換

Laplace 変換とその逆変換を次のように表わすことにする。

$$\left. \begin{aligned} L_s [f(t)] &= \int_0^t f(t) e^{-st} dt \\ f(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} L_s [f(t)] e^{st} ds \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

以降 Laplace 変換を記号 “ $f_s^*(t)$ ” を用いて表わすことにする。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(t) &= 3 \int_0^t K(t-\tau) \frac{d\varepsilon_{rr}(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &= 3 \int_0^t (K_0 + \sum_{\alpha} K_{\alpha} e^{-(t-\tau)/T_{K\alpha}}) \frac{d\varepsilon_{rr}}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij}(t) &= 2 \int_0^t G(t-\tau) \frac{d\varepsilon'_{ij}(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &= 2 \int_0^t (G_0 + \sum_{\alpha} G_{\alpha} e^{-(t-\tau)/T_{G\alpha}}) \frac{d\varepsilon'_{ij}}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

故に上式は Faltung 定理より

$$\sigma_{rr}^*(s) = 3sK^*(s) \varepsilon_{rr}^*(s) = 3 \left( K_0 + \sum_{\alpha} \frac{sK_{\alpha}}{s+1/T_{K\alpha}} \right) \varepsilon_{rr}^*(s) \quad (4)$$

$$\sigma'_{ij}{}^*(s) = 2sG^*(s) \varepsilon'_{ij}{}^*(s) = 2 \left( G_0 + \sum_{\alpha} \frac{sG_{\alpha}}{s+1/T_{G\alpha}} \right) \varepsilon'_{ij}{}^*(s) \quad (5)$$

のように表示される。ここで  $K(t)$ ,  $G(t)$  は緩和弾性率のそれぞれ体積歪成分、偏差歪成分、 $i, j$  は座標  $x, y, z$  に対応する指標 1, 2, 3 をとるものとする。

また、これらの変換された応力と歪の関係を通常に表示になおしてまとめると次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^* \\ \sigma_y^* \\ \sigma_z^* \\ \tau_{yz}^* \\ \tau_{zx}^* \\ \tau_{xy}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K^* + \frac{4}{3} G^* & K^* - \frac{2}{3} G^* & K^* - \frac{2}{3} G^* & 0 & 0 & 0 \\ & K^* + \frac{4}{3} G^* & K^* - \frac{2}{3} G^* & 0 & 0 & 0 \\ & & K^* + \frac{4}{3} G^* & 0 & 0 & 0 \\ & & & G^* & 0 & 0 \\ & & & & G^* & 0 \\ & & & & & G^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^* \\ \varepsilon_y^* \\ \varepsilon_z^* \\ \gamma_{yz}^* \\ \gamma_{zx}^* \\ \gamma_{xy}^* \end{pmatrix} \quad (6)$$

SYM.

## 2) プリズム要素式

応力のつりあい式、および歪と変位の関係式は一般の三次元弾性論と同じ式<sup>15)</sup>を用いて表示し、代入するとともに、図-1のようなプリズム要素について考える。プリズム内の各変位をプリズムの節点間で直線変化すると仮定した式で表現し、Galerkin法により積分して、粘弾性プリズム要素に関する次のような式を得る。

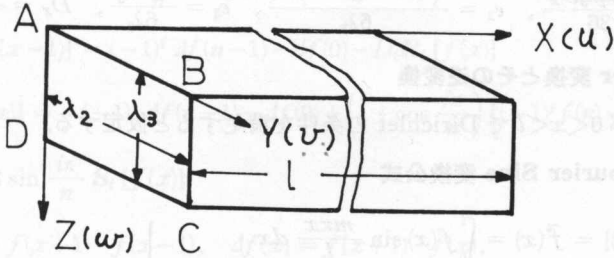


図-1 プリズム要素

Fig. 1. A prism element.

$$\begin{pmatrix} \bar{T}_A^* \\ \bar{T}_B^* \\ \bar{T}_C^* \\ \bar{T}_D^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4c_1 - 2c_2 - c_3 & 2c_1 + 2c_2 - c_3 & c_1 + c_2 + c_3 & 2c_1 - c_2 - 2c_3 \\ 2c_1 - 2c_2 - c_3 & 4c_1 - 2c_2 - 2c_3 & 2c_1 - c_2 + 2c_3 & c_1 + c_2 + c_3 \\ c_1 + c_2 + c_3 & 2c_1 - c_2 + 2c_3 & 4c_1 - 2c_2 - 2c_3 & 2c_1 + 2c_2 + c_3 \\ 2c_1 - c_2 + 2c_3 & c_1 + c_2 + c_3 & 2c_1 + 2c_2 - c_3 & 4c_1 - 2c_2 - 2c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_A^* \\ \dot{u}_B^* \\ \dot{u}_C^* \\ \dot{u}_D^* \end{pmatrix} \\ + \frac{\lambda_3}{12} \begin{pmatrix} -2c_5 & 2c_4 & c_4 & -c_5 \\ -2c_4 & 2c_5 & c_5 & -c_4 \\ -c_4 & c_5 & 2c_5 & -2c_4 \\ -c_5 & c_4 & 2c_4 & -2c_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_A^* \\ v_B^* \\ v_C^* \\ v_D^* \end{pmatrix} + \frac{\lambda_2}{12} \begin{pmatrix} -2c_5 & -c_5 & c_4 & 2c_4 \\ -c_5 & -2c_5 & 2c_4 & c_4 \\ -c_4 & -2c_4 & 2c_5 & c_5 \\ -2c_4 & -c_4 & c_5 & 2c_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_A^* \\ w_B^* \\ w_C^* \\ w_D^* \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} Y_A^* \\ Y_B^* \\ Y_C^* \\ Y_D^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4d_1 + 2d_2 - 2d_3 & 2d_1 + 2d_2 - d_3 & d_1 + d_2 + d_3 & 2d_1 - d_2 + 2d_3 \\ 2d_1 + 2d_2 - d_3 & 4d_1 - 2d_2 - 2d_3 & 2d_1 - d_2 + 2d_3 & d_1 + d_2 + d_3 \\ d_1 + d_2 + d_3 & 2d_1 - d_2 + 2d_3 & 4d_1 - 2d_2 - 2d_3 & 2d_1 + d_2 + d_3 \\ 2d_1 - d_2 + 2d_3 & d_1 + d_2 + d_3 & 2d_1 + 2d_2 - d_3 & 4d_1 - 2d_2 - 2d_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_A^* \\ v_B^* \\ v_C^* \\ v_D^* \end{pmatrix} \\ + \frac{\lambda_3}{12} \begin{pmatrix} -2c_4 & 2c_3 & c_4 & c_5 \\ 2c_5 & -2c_5 & -c_5 & -c_4 \\ -c_4 & -c_5 & -2c_5 & -2c_4 \\ c_5 & c_4 & 2c_4 & 2c_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_A^* \\ \dot{u}_B^* \\ \dot{u}_C^* \\ \dot{u}_D^* \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -c_4 & -c_5 & c_4 & c_5 \\ c_5 & c_4 & -c_5 & -c_4 \\ c_4 & c_5 & -c_4 & -c_5 \\ -c_5 & -c_4 & c_5 & c_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_A^* \\ w_B^* \\ w_C^* \\ w_D^* \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} Z_A^* \\ Z_B^* \\ Z_C^* \\ Z_D^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4e_1 + 2e_2 - 2e_3 & 2e_1 + 2e_2 - e_3 & e_1 + e_2 + e_3 & 2e_1 - e_2 + 2e_3 \\ 2e_1 + 2e_2 - e_3 & 4e_1 - 2e_2 - 2e_3 & 2e_1 - e_2 + 2e_3 & e_1 + e_2 + e_3 \\ e_1 + e_2 + e_3 & 2e_1 - e_2 + 2e_2 & 4e_1 - 2e_2 - 2e_3 & 2e_1 + e_2 + e_3 \\ 2e_1 - e_2 + 2e_3 & e_1 + e_2 + e_3 & 2e_1 + 2e_2 - e_3 & 4e_1 - 2e_2 - 2e_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_A^* \\ v_B^* \\ v_C^* \\ v_D^* \end{pmatrix} \\ + \frac{\lambda_2}{12} \begin{pmatrix} -2c_4 & 2c_4 & c_4 & c_5 \\ 2c_5 & -2c_5 & -2c_5 & -2c_4 \\ -c_4 & -c_5 & -2c_5 & -2c_4 \\ c_5 & c_4 & 2c_4 & 2c_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_A^* \\ \dot{u}_B^* \\ \dot{u}_C^* \\ \dot{u}_D^* \end{pmatrix} + \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -c_4 & -c_5 & c_4 & c_5 \\ c_5 & c_4 & -c_5 & -c_4 \\ c_4 & c_5 & -c_4 & -c_5 \\ -c_5 & -c_4 & c_5 & c_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_A^* \\ w_B^* \\ w_C^* \\ w_D^* \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\text{ただし, } c_1 = \frac{\left(K^* + \frac{4}{3}G^*\right)\lambda_2\lambda_3}{36}, \quad c_2 = \frac{G^*\lambda_3}{6\lambda_2 D_x^2}, \quad c_3 = \frac{G^*\lambda_2}{6\lambda_3 D_x^2}, \quad c_4 = K^* + \frac{1}{3}G^*,$$

$$c_5 = K^* - \frac{5}{3}G^*, \quad d_1 = \frac{G^*\lambda_2\lambda_3 D_x^2}{36}, \quad d_2 = \frac{\left(K^* + \frac{4}{3}G^*\right)\lambda_3}{6\lambda_2}, \quad d_3 = \frac{G^*\lambda_2}{6\lambda_3},$$

$$e_1 = \frac{G^*\lambda_2\lambda_3 D_x^2}{36}, \quad e_2 = \frac{\left(K^* + \frac{4}{3}G^*\right)\lambda_2}{6\lambda_3}, \quad e_3 = \frac{G^*\lambda_3}{6\lambda_2}, \quad D_x = \frac{d}{dx}, \quad \dot{f} = \frac{df}{dx}$$

### 3) 有限 Fourier 変換とその逆変換

関数  $f(x)$  が  $0 < x < l$  で Dirichlet の条件を満足すると仮定する。

#### i) 有限 Fourier Sine 変換公式

$$\left. \begin{aligned} S_m[f(x)] &= \tilde{f}(x) = \int_0^l f(x) \sin \frac{m\pi x}{l} dx \\ f(x) &= \frac{2}{l} \sum_{m=0}^{\infty} S_m[f(x)] \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (0 < x < l) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\int_0^l f''(x) \sin \frac{m\pi x}{l} dx = -\left(\frac{m\pi}{l}\right) \left\{ f(l)(-1)^m - f(0) \right\} - \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 \tilde{f}(x) \quad (11)$$

$$\int_0^l f'(x) \sin \frac{m\pi x}{l} dx = -\left(\frac{m\pi}{l}\right) \tilde{f}(x) \quad (12)$$

#### ii) 有限 Fourier Cosine 変換公式

$$\left. \begin{aligned} C_m[f(x)] &= \tilde{f}(x) = \int_0^l f(x) \cos \frac{m\pi x}{l} dx \\ f(x) &= \frac{1}{l} \int_0^l f(x) dx + \frac{2}{l} \sum_{m=0}^{\infty} C_m[f(x)] \cos \frac{m\pi x}{l} \quad (0 < x < l) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\int_0^l f''(x) \cos \frac{m\pi x}{l} dx = f'(l)(-1)^m - f'(0) - \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2 \tilde{f}(x) \quad (14)$$

$$\int_0^l f'(x) \cos \frac{m\pi x}{l} dx = f(l)(-1)^m - f(0) + \left(\frac{m\pi}{l}\right) \tilde{f}(x) \quad (15)$$

ただし,  $f' = \frac{df}{dx}$ ,  $m = 1, 2, \dots$

### 4) 有限 Fourier 定積分変換とその逆変換

$$\left. \begin{aligned} S_i[f(x)] &= \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \sin \frac{i\pi}{n} x \\ C_i[f(x)] &= \sum_{x=1}^{n-1} f(x) \cos \frac{i\pi}{n} x \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} S_i[f(x)] \sin \frac{i\pi}{n} x \\ f(x) &= \frac{2}{n} \sum_{i=0}^n R_i[f(x)] \cos \frac{i\pi}{n} x \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ただし,  $R_i[f(x)] = C_i[f(x)] + \frac{1}{2}(-1)^i f(n) + \frac{1}{2}f(0)$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ ,  $x = 0, 1, \dots, n$

特殊な有限 Fourier 定和分変換公式は,

$$S_i[\Delta^2 f(x-1)] = -\sin \frac{i\pi}{n} \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} - D_i S_i[f(x)] \tag{18}$$

$$S_i[\Delta f(x)] = -2 \sin \frac{i\pi}{n} R_i[f(x)] \tag{19}$$

$$C_i[\Delta^2 f(x-1)] = (-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) - D_i R_i[f(x)] \tag{20}$$

$$C_i[\Delta f(x)] = -(-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) + \left( 1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \left\{ (-1)^i f(n) - f(0) \right\} + 2 \sin \frac{i\pi}{n} S_i[f(x)] \tag{21}$$

ただし,  $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x-1)$ ,  $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$ ,

$$\Delta^2 f(x-1) = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1), \quad D_i = 2 \left( 1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right).$$

### 3. 理論解析

#### 1) 基本つりあい式

図-2 のような一般の座標について,  $\Sigma T_{yz} = 0$ ,  $\Sigma Y_{yz} = 0$ ,  $\Sigma Z_{yz} = 0$  の三方向の稜線のつりあいをとれば次式のようなになる。この場合, 物体力, 慣性力は無視する。

$$[L]\{u^*\}^T = \{0\} \tag{22}$$

ただし,  $\{u^*\} = \{u_{yz}^*, v_{yz}^*, w_{yz}^*\}$ ,  $[L]$  は  $3 \times 3$  元の対称マトリックスでその内容は次のようである。

$$L_{11} = c_1 D_x^2 (\Delta_y^2 + 6) (\Delta_z^2 + 6) + c_2 D_x^2 \Delta_y^2 (\Delta_z^2 + 6) + c_3 D_x^2 \Delta_z^2 (\Delta_y^2 + 6),$$

$$L_{12} = c_4 \lambda_3 D_x \Delta_y (\Delta_z^2 + 6) / 12,$$

$$L_{13} = c_4 \lambda_2 D_x \Delta_z (\Delta_y^2 + 6) / 12,$$

$$L_{22} = d_1 (\Delta_y^2 + 6) (\Delta_z^2 + 6) + d_2 \Delta_y^2 (\Delta_z^2 + 6) + d_3 \Delta_z^2 (\Delta_y^2 + 6),$$

$$L_{23} = c_4 \Delta_y \Delta_z / 4,$$

$$L_{33} = e_1 (\Delta_y^2 + 6) (\Delta_z^2 + 6) + e_2 \Delta_y^2 (\Delta_z^2 + 6) + e_3 \Delta_z^2 (\Delta_y^2 + 6).$$

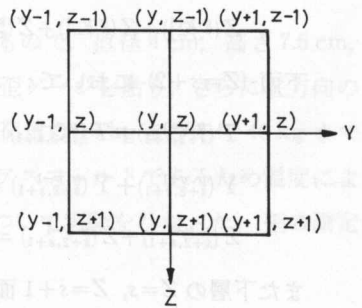


図-2 一般座標

Fig. 2. Global coordinate.

#### 2) 境界条件式

境界条件として, 図-3 のような 2 層板構造を考えると境界条件式として, 次式が得られる。表面 ( $Z=0$ ) において:

$$T(y, y_0^{+1}) + T(y, y_0^{-1}) = 0 \tag{23}$$

$$Y(y, y_0^{+1}) + Y(y, y_0^{-1}) = 0 \tag{24}$$

$$Z(y, y_0^{+1}) + Z(y, y_0^{-1}) = q(y) \tag{25}$$

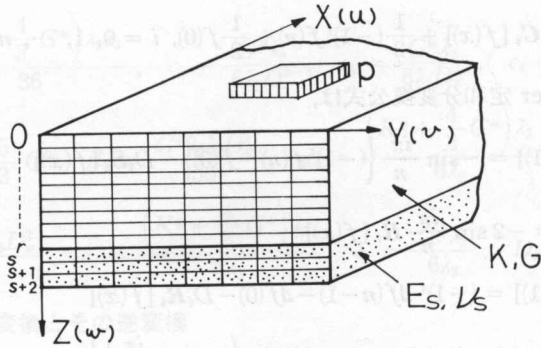


図-3 積層平板構造

Fig. 3. Layered plate structure.

境界面 ( $Z=r$ ) において:

$$T_{(r,y+1)} + T_{(r,y-1)} + T_{(r,s)} + T_{(r,s)} = 0 \tag{26}$$

$$Y_{(r,y+1)} + Y_{(r,y-1)} + Y_{(r,s)} + Y_{(r,s)} = 0 \tag{27}$$

$$Z_{(r,y+1)} + Z_{(r,y-1)} + Z_{(r,s)} + Z_{(r,s)} = 0 \tag{28}$$

下面 ( $Z=s+2$ ) において:

$$T_{(s+2,s+1)} + T_{(s+2,s+1)} = 0 \tag{29}$$

$$Y_{(s+2,s+1)} + Y_{(s+2,s+1)} = 0 \tag{30}$$

$$Z_{(s+2,s+1)} + Z_{(s+2,s+1)} = 0 \tag{31}$$

また下層の  $Z=s$ ,  $Z=s+1$  面については(22)式の緩和弾性率, 要素の厚さを下層の値に置き換えることによって得られる。また分割幅はすべて等間隔とする。

### 3) 解法

以上の式によって表現された(22)~(31)式について空間座標の  $x$  軸方向には有限 Fourier 変換,  $y$  および  $z$  軸方向には有限 Fourier 定和分変換, およびその逆変換を用いて解析する<sup>16),17)</sup>と次のように表わされる。

$$\mathbf{u}_s^*(t) = \mathbf{L}_s [\mathbf{u}(t)] = [\mathbf{K}_s^*(t)]^{-1} \mathbf{P}_s^* \tag{32}$$

時間軸については解関数を

$$f(t) = A + \sum_{i=1}^N C_i e^{-t/D_i} \tag{33}$$

の形に予想し,  $D_i$  を仮定して, (33) 式を Laplace 変換すると次の式となる<sup>8)</sup>。

$$f_s^*(t) = \mathbf{L}_s [f(t)] = \frac{A}{s} + \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{s+1/D_i} \tag{34}$$

この式の未定係数  $A, C_i (i=1, \dots, N)$  の個数  $(N+1)$  に相当する数だけの選点したパラメータ  $s$  について, (34) 式と(32)式の等式をつくり, これを連立に解いて, 解関数の未知数を決定する。

4. 実験的研究および理論計算

結果との比較

1) 一軸圧縮試験の概要

一軸圧縮試験は、突固めによる供試体とボーリングコアによる供試体の2種類の供試体について試験を行なった。前者は、舗装施工時に突固めによって作成した直径約10 cm、高さ7.5 cm、単位体積重量1.25 g/cm<sup>3</sup>の円筒形の供試体で、図-4のように歪ゲージを貼り、縦歪と横歪を測定し、さらにダイヤルゲージによっても変位を測定した。また荷重は70 kg きざみで280 kg まで短時間で加えて、一定荷重を60 分間保った後除荷した。後者は、転圧したアス

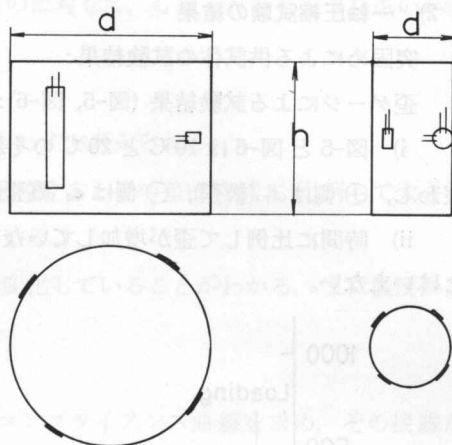


図-4 アスファルト供試体歪ゲージ貼付位置

Fig. 4. Strain gage position on the asphalt test piece.

ファルト層からボーリングコアを取り、端面整形を行なったもので、直径4 cm、高さ7.5 cm、単位体積重量2.23 g/cm<sup>3</sup>の円筒形の供試体で、図-4のように歪ゲージを貼り、さらに縦方向の変形をダイヤルゲージによっても測定することにした。また荷重は10 kg きざみで40 kg まで一定に載荷を続け、破壊するまでの測定を行った。供試体がアスファルトであるため温度による違いを知るため、室温(20°C)と外気温(10°C)の2種類について実験を行なった。歪の測定は後になるほど測定間隔を長くするようにした。

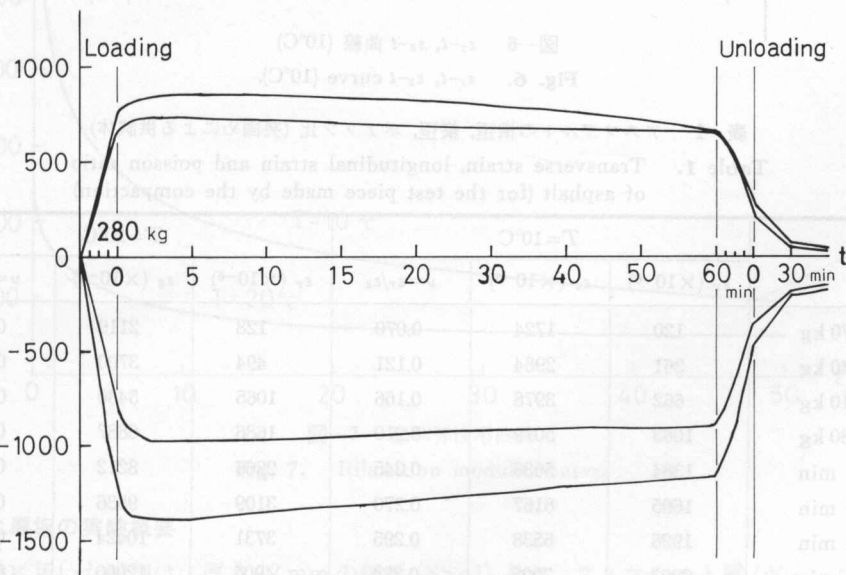


図-5  $\epsilon_r-t, \epsilon_z-t$  曲線 (20°C)

Fig. 5.  $\epsilon_r-t, \epsilon_z-t$  curve (20°C).



2) 一軸圧縮試験の結果

突固めによる供試体の試験結果:

歪ゲージによる試験結果 (図-5, 図-6):

i) 図-5と図-6は10°Cと20°Cのそれぞれの場合の一軸圧縮試験によるクリープ曲線を表わし, ⊕側は $\epsilon_r$ (横歪), ⊖側は $\epsilon_z$ (縦歪)を表わす。

ii) 時間に比例して歪が増加していないので, アスファルトのクリープ特性を表わす曲線とはいえない。

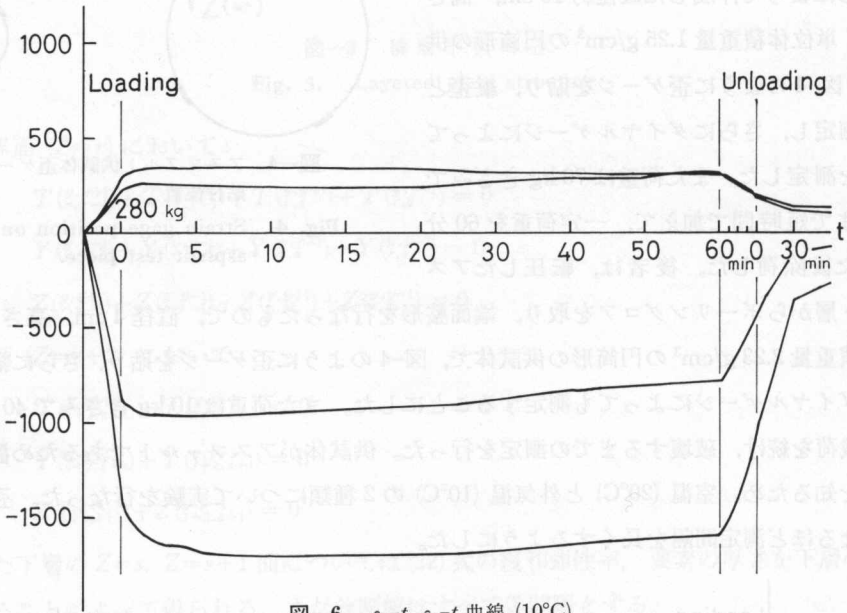


図-6  $\epsilon_r-t, \epsilon_z-t$  曲線 (10°C)  
 Fig. 6.  $\epsilon_r-t, \epsilon_z-t$  curve (10°C).

表-1 アスファルトの横歪, 縦歪, ポアソン比 (突固めによる供試体)

Table 1. Transverse strain, longitudinal strain and poisson ratio of asphalt (for the test piece made by the compaction)

	T=10°C			T=20°C		
	$\epsilon_r (\times 10^{-6})$	$\epsilon_z (\times 10^{-6})$	$\nu = \epsilon_r / \epsilon_z$	$\epsilon_r (\times 10^{-6})$	$\epsilon_z (\times 10^{-6})$	$\nu = \epsilon_r / \epsilon_z$
70 kg	120	1724	0.070	128	2119	0.060
140 kg	361	2984	0.121	494	3700	0.133
210 kg	662	3978	0.166	1065	5430	0.196
280 kg	1083	5079	0.210	1686	6887	0.245
1 min	1384	5636	0.245	2266	8212	0.276
3 min	1665	6167	0.270	3109	9536	0.326
5 min	1926	6538	0.295	3731	10424	0.358
10 min	2297	7095	0.324	4906	12000	0.409
15 min	2578	7427	0.347	5920	13219	0.448



iii)  $\epsilon_r(20^\circ\text{C})$  が  $\epsilon_r(10^\circ\text{C})$  の約2倍になっているのに対して、 $\epsilon_z$  はそれほど大きな違いが表われていない。

ダイヤルゲージによる測定結果(表-1):

i)  $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_z$ ともアスファルトのクリープ特性を表わすと考えられる。

ii)  $T=20^\circ\text{C}$  と  $T=10^\circ\text{C}$  の同一時間の歪を比較するとその差は時間に比例して大きくなっている。(15分後で、 $\epsilon_r$ ,  $\epsilon_z$ とも約2倍になっている。)

iii) ポアソン比は、 $\nu=0.06\sim 0.448$  まで大きく変化していることがわかる、また温度が高いほうが変化が速いことがわかる。

ボーリング・コアによる供試体の試験結果:

ボーリング・コアのクリープ試験からクリープコンプライアンス曲線を求め、その接線から緩和弾性率を求めると、図-7のような結果となる。この結果は、ダイヤルゲージによる縦方向の歪測定から得られたもので、歪ゲージによる歪の測定からは前例と同じく必要な値は得られなかった。この図にも温度による性質の違いが顕著に表われている。

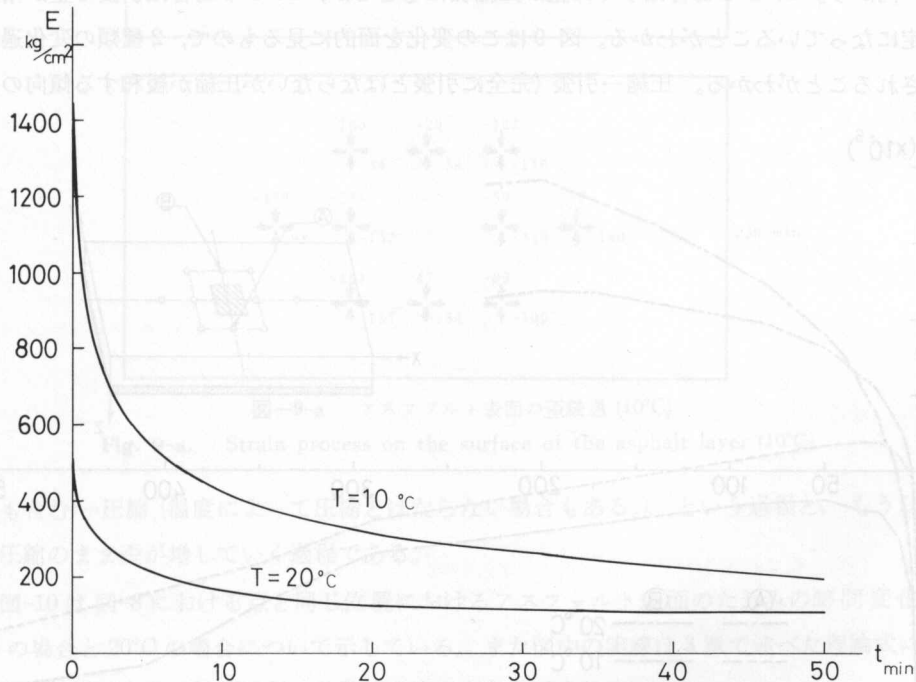


図-7 緩和弾性率曲線

Fig. 7. Relaxation modulus curve.

### 3) 二層板の実験概要

実験に用いた模型は、厚さ 12 mm の鋼板 (SS 41) 上に、アスファルト層 (ギャップアスコン) を厚さ 80 mm (表層 30 mm, 基層 50 mm) に転圧したもので、板の寸法は 92 mm (厚さ) ×

600 mm ( $y$  方向)  $\times$  1600 mm ( $x$  方向) とし、板の周囲から 50 mm 内側を山形鋼を組んでサポートし、周辺単純支持条件になるべく近くなるようにした。また荷重は板中央部に 150 mm  $\times$  150 mm の部分分布荷重とし、200 kg きざみで 600 kg まで 3 段階で荷重を短時間に加え、その後は荷重を一定に保った。今回の実験では、温度が高い場合と、低い場合の比較を 20°C と 10°C の室温を代表させて行なうこととして、2 種類の実験を行なった。

測定は、アスファルト表面 (測定点数 10 点)、境界面 (17 点)、鋼板下面 (11 点) のそれぞれで歪ゲージを用いて、 $x$  方向、 $y$  方向の歪を測定した。また厚さ方向にも歪を比較できるようにゲージは貼ってある。さらに表面 (14 点) と下面 (3 点) にダイヤルゲージを取り付けて、撓みを測定した。

#### 4) 二層板の実験結果および理論計算結果との比較

実験は 10°C の場合約 700 分、20°C の場合約 230 分測定を続けた。これは歪の変化量が一定となるまでの時間である。

図-8 より歪は荷重を加えると荷重周辺で圧縮の歪を生じ、一定の荷重に保つと歪は引張の方向へ向かう。10°C の場合はすぐに歪が圧縮側にもどるが、20°C の場合は引張の歪が増加して一定になっていることがわかる。図-9 はこの変化を面的に見るもので、2 種類の変化過程に大別されることがわかる。圧縮  $\rightarrow$  引張 (完全に引張とはならないが圧縮が緩和する傾向のある

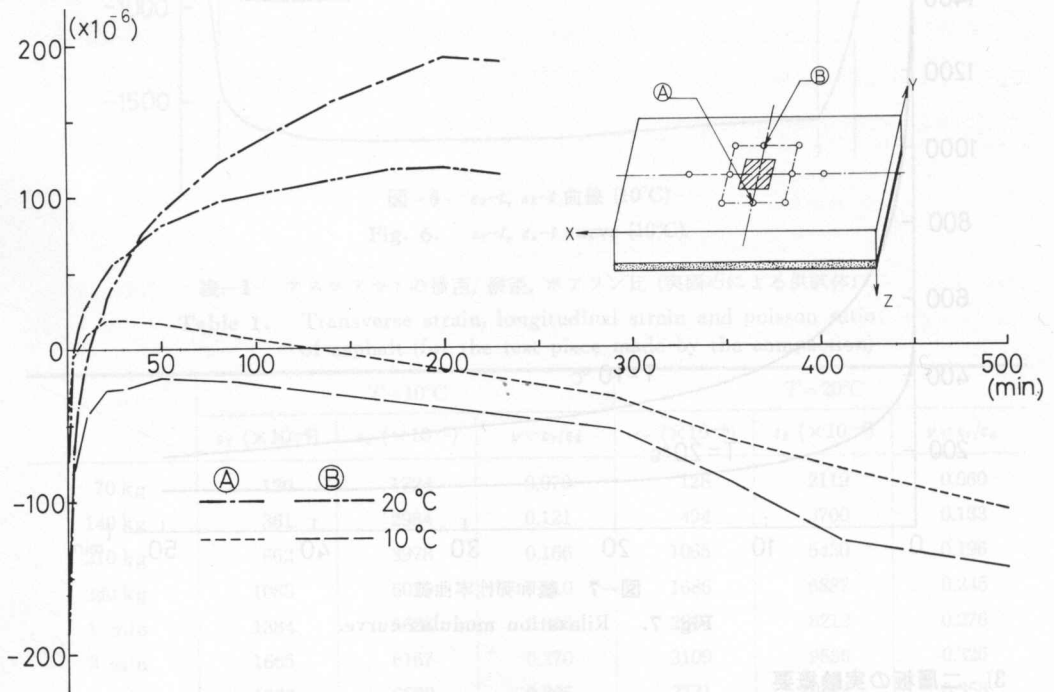


図-8 (A, B) におけるアスファルト表面の  $y$  方向歪

Fig. 8. Strain on the asphalt surface in the  $y$  direction for the case (A) and (B).

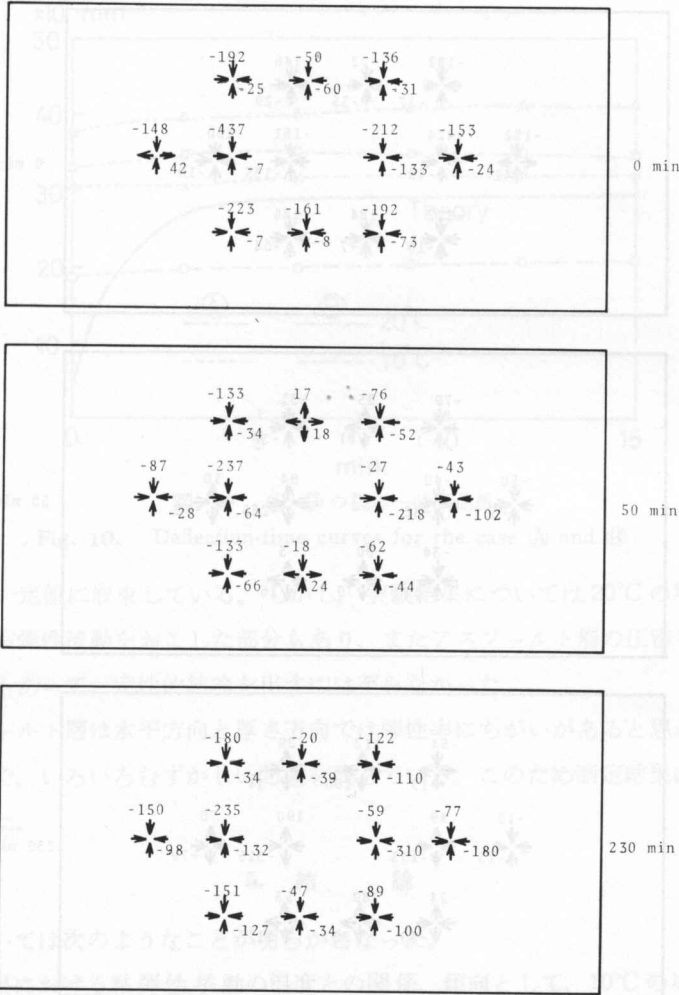


図-9-a アスファルト表面の歪経過 (10°C)

Fig. 9-a. Strain process on the surface of the asphalt layer (10°C).

場合も含む)→圧縮 (温度によって圧縮とはならない場合もある。), という過程と, もうひとつは, 圧縮のまま歪が増していく過程である。

図-10は図-8における点と同じ位置におけるアスファルト表面のたわみの時間変化で, 10°Cの場合と20°Cの場合について示している。また図中の実線は3章で述べた理論式による数値計算結果であり, 計算に用いた数値は次のとおりである。

$\lambda_2=6.25$  cm,  $\lambda_3=1.0$  cm,  $l=150$  cm,  $\lambda_s=0.4$  cm, 荷重幅  $A=15 \times 15$  cm<sup>2</sup>, 荷重  $qA=600$  kg, 分割:  $y$  方向8分割,  $z$  方向アスファルト舗装8 cm厚8分割, 鋼板1.2 cm厚3分割。

$$E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad G_s = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad \nu_s = 0.3.$$

アスファルト層の緩和弾性率: (時間単位: min.)

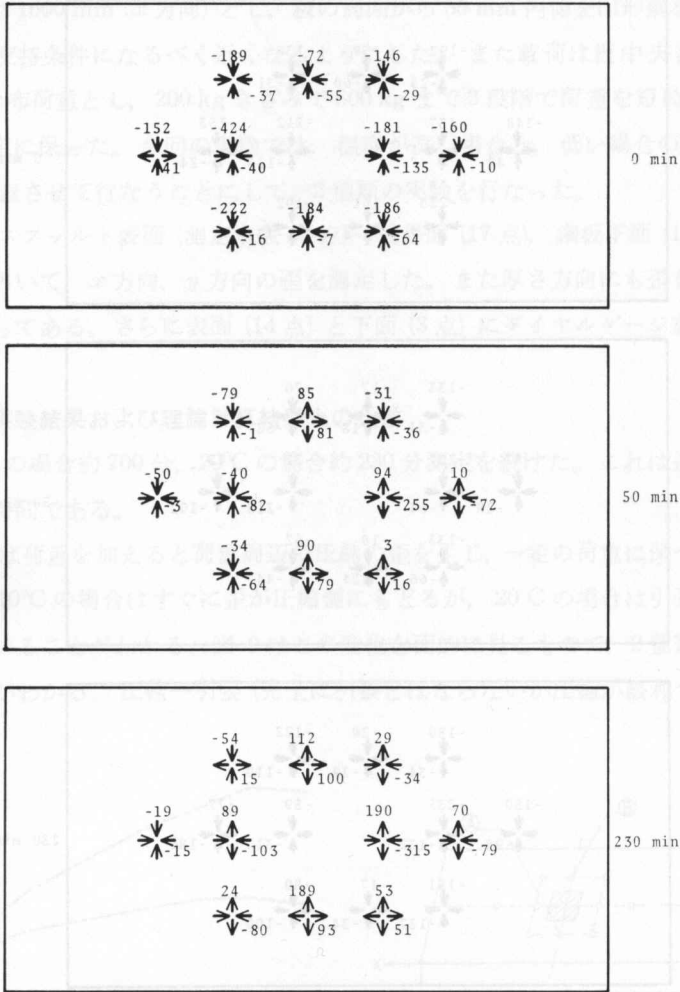


図-9-b アスファルト表面の歪経過 (20°C)

Fig. 9-b. Strain process on the surface of the asphalt layer (20°C).

$$K(t) = 66.67 + 525 e^{-t/2.117} \quad (\text{kg/cm}^2)$$

$$G(t) = 14.29 + 112.5 e^{-t/2.117} \quad (\text{kg/cm}^2)$$

計算に用いた  $D_i$  の値は  $T_k = 2.117$  として

$$\left( \frac{D_i}{T_k} \right)_{i=1.10} = 9.0 \sim 9.9$$

の 10 個,  $s$  の値は次の 10 個について計算した。

$$s = (0.002, 0.006, 0.02, 0.04, 0.06, 0.1, 0.2, 0.4, 1.0, 3.0)$$

図-10 からは時間が速い部分で理論計算と実験結果の傾向および、数値にかなり違いがみられ、理論計算結果がまだ充分現象を表わしていない。また時間がたつにつれて両者はほぼ同

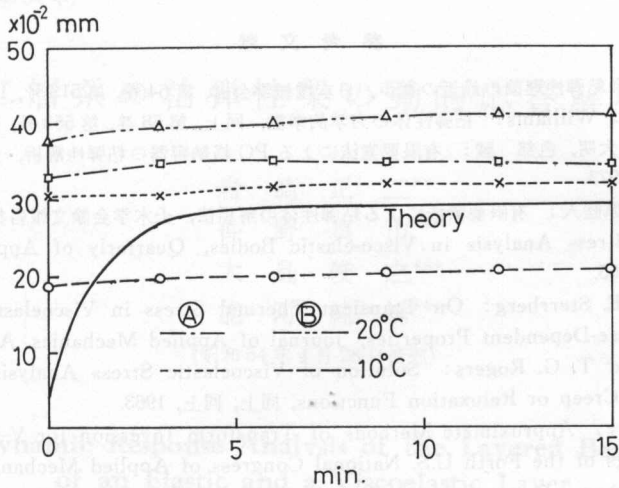


図-10 ①, ②の撓み-時間曲線

Fig. 10. Deflection-time curves for the case ① and ②.

様の傾向となり一定値に収束している。しかし、実験結果については20°Cの場合、荷重周辺でもり上がり、粘弾性流動をおこした部分もあり、またアスファルト層の圧密等による塑性変形が生じた部分もあって、定性的結論を出すには至らなかった。

またアスファルト層は水平方向と厚さ方向では弾性率にちがいがあるとわれ、理論的研究との比較の上で、いろいろむずかしい問題を残している。このため測定結果にもかなりのばらつきがみられた。

## 5. 結 論

本研究においては次のようなことが明らかとなった。

1) 実験結果における粘弾性挙動の温度との関係、傾向として、10°Cの場合はアスファルト層も鋼板と一体となって弾性挙動を示すのに対して、20°Cの場合は、粘弾性流動がはげしく、荷重周辺の舗装表面の歪は引張となり、もり上がってくる。

2) 10°Cの場合は、除荷後、すぐ変形はもとにもどるが、20°Cの場合は1時間以上、歪は残留し、アスファルト内部の構造の変化が生ずるとされる。

3) 理論計算結果と実験結果との比較を、アスファルト表面のたわみについて行なった結果、時間が小さい領域で両者の傾向にかなりの違いがみられ、理論は実験の現象を充分に表わしていないため、応力歪構成式および、緩和弾性率の仮定を改良する必要がある。

本研究を行なうにあたり、北見工業大学卒業生の柏葉哲男氏、林護氏の援助を受けましたので感謝します。また本研究は本学特定研究(寒地構造物に関する工学的研究、代表林正道)経費の補助を受けて行なったことを付記する。

本論文における数値計算は北大大型計算機センターのFACOM 230-75を用いて行なった。

## 参 考 文 献

- 1) 牟岐鹿桜：線形粘弾性理論の最近の進歩，日本機械学会誌，第64巻，第513号，1961.
- 2) 国尾 武，M. L. Williams：粘弾性体の力学的挙動，同上，第68巻，第552号，1965.
- 3) 赤木知之，大野大明，色部 誠：有限要素法によるPC格納容器の粘弾性解析，土木学会論文報告集，第214号，1973.
- 4) 堀井健一郎，川原睦人：有限要素法による粘弾性体の解析法，土木学会論文報告集，第179号，1970.
- 5) E. H. Lee：Stress Analysis in Visco-elastic Bodies, Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 13, 1955.
- 6) R. Muki and E. Sternberg：On Transient Thermal Stress in Viscoelastic Materials with Temperature-Dependent Properties, Journal of Applied Mechanics, ASME, 1961.
- 7) E. H. Lee and T. G. Rogers：Solution of Viscoelastic Stress Analysis Problems Using Measured Creep or Relaxation Functions, 同上，同上，1963.
- 8) R. A. Schapery：Approximate Methods of Transform Inversion for V-E Stress Analysis, Proceedings of the Forth U.S. National Congress of Applied Mechaniss, 1961.
- 9) T. L. Cost：Approximate Laplace Transform Inversions in Viscoelastic Stress Analysis, AIAA, Journal, Vol. 2, No. 12, 1964.
- 10) 田中豊喜：有限要素法による線形粘弾性体の応力解析，日本鋼構造協会第3回大会研究集会，マトリックス構造解析講演会論文集，1969.
- 11) 山田嘉昭：マトリックス法材料力学，塑性，粘弾性，日本鋼構造協会編，培風館.
- 12) W. フリュージェ：粘弾性学，固体の力学シリーズ，培風館，1973.
- 13) Y. V. K. Sadasiva Rao and B. C. Nacra：Vibrations of Unsymmetrical Sandwich Beams and Plates with Viscoelastic Cores, Journal of Sound and Vibration, 1974, 34. 3.
- 14) A. Papoulis：A New Method of Inversion of the Laplace Transform, Quarterly of Applied Mathematics, 14, 1957.
- 15) Timoshenko, Goodier：Theory of Elasticity, McGraw-Hill, 1970.
- 16) 能町純雄，大島俊之：弾性層と粘弾性層よりなる2層板構造の有限プリズム法による粘弾性解析，第27回応用力学連合講演会講演論文抄録集，1977.
- 17) 大島俊之，能町純雄：舗装を考慮した鋼板の有限プリズム法による三次元粘弾性解析，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集，1977，I部.
- 18) S. P. Timoshenko and S. W. Krieger：Theory of Pletes and Shells, 1959.
- 19) 園田恵一郎，堀川都志雄：道路橋床版の輪荷重直下の応力の算定について，土木学会論文報告集，第273号，1978. 5.
- 20) 色部 誠，赤木知之：Maxwell 材料における粘弾性定数の一決定法，土木学会論文報告集，第213号，1973. 5.