

球対平板ギャップにおける N_2 過渡放電の 電算機シミュレーション*

吉田 公 策**

田 頭 博 昭***

(昭和54年4月28日受理)

Computer Simulation of a Transient Discharge in Nitrogen between Sphere and Plane Electrodes

by Kousaku YOSHIDA and Hiroaki TAGASHIRA

A computer simulation of a nitrogen discharge in the sphere to plane gaps is performed to study the influences of a polarity of applied voltage and a nonuniformity of electric field on the discharge development. The numerical method which is quantitative and available to the simulation of a discharge between parallel plates is extended and applied to the discharge between the sphere and plane electrodes in the present paper.

The streak diagrams of the light output obtained by the simulation in the case of negative polarity show that, when the field is weakly nonuniformed, a rapid propagation of luminosity front towards the cathode will appear but under a stronger nonuniform field, a luminosity propagation occurs in the opposite direction. The role of each of the two fast secondary processes, i. e. photoionization in the gas and photoemission at the cathode, in the discharge development is also discussed and it is suggested that the latter process becomes dominant in the discharge of positive polarity as the nonuniformity is largened.

1. ま え が き

気体の電氣的絶縁破壊現象は本質的に過渡的かつ非線形な現象である。このため研究は主として実験的に進められて来たが、1970年代に入ってから電算機シミュレーションによって現象の理論解析を試みる研究が各種の放電段階を対象にして盛んに行われるようになった¹⁾。

筆者らも定量的なシミュレーションモデルの開発という立場から平行平板ギャップ中の放電のシミュレーションを進めて来た^{2)~4)}。今回は、従来の研究³⁾において、その有用性ととも

* 昭和51年10月電気四学会北海道支部連合大会で一部発表

** 北見工業大学電気工学科

*** 北海道大学工学部電気工学科

に定量性が示されている single channel model を球対平板ギャップ中の N_2 過渡放電に適用し、平等ギャップから不平等性を増していったときの放電進展を調べたので報告する。また、気中ストリーマの進屋に対して重要性が主張されている2つの光子二次作用の働きについても検討している。

2. 計算方法

本研究で用いた single channel model は、電子などの放電構成粒子に対する連続の式にポアソンの式を連立させて、初電子の与え方によって定まる初期条件と適切な境界条件を与えて解くという型の、いわゆる流体モデルの一つであり、次のような基本的仮定がなされている。

すなわち、このモデルにおいては放電領域を図-1のような一定半径の円筒状チャンネルと考え、

(1) 電子などの放電構成粒子密度はチャンネル断面において一定で、チャンネルの外では零である (図-1 参照)、

(2) 電界の大きさと方向はチャンネル断面で一様であり、放電中心軸上のそれに等しい、としている。この仮定はフィラメント状の過渡放電をシミュレートするのに軸対称三次元の連続の式を用いず、一次元のそれで行うことを意味する。このため single channel model は径方向の放電進展を記述できない欠点はあるが、逆に比較的小規模の計算でフィラメント状の放電をシミュレートできる大きな利点を持つことになる。また、この仮定の妥当性及び定量性については平行平板ギャップ中の計算で立証されている³⁾。

2.1 連続の式

図-1における放電チャンネル内の荷電粒子としては、 N_2 過渡放電を対象にしているので電子と正イオンを考慮し、次の連続の式を適用した。

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial n_e W_e}{\partial z} = \alpha W_e n_e + Q_p \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial n_e W_e}{\partial z} \quad (2)$$

ここで、 t は時刻、 z は陰極からの距離である。また、 n_e は電子密度、 ρ は総電荷密度、 α は電子の衝突電離係数、 W_e は電子のドリフト速度、 Q_p は光電離作用によって単位時間単位体積当り発生するイオン対の数を表す。これらは総て t と z の関数である。正イオン密度を n_+ とすると $\rho = n_+ - n_e$ となる。

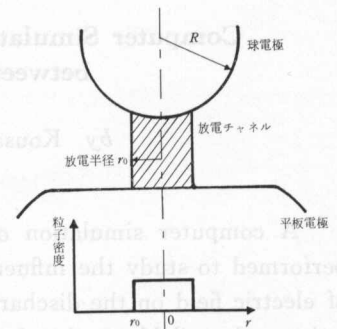


図-1 球対平板電極間の放電領域と径方向の粒子密度分布

Fig. 1. The discharge region between sphere and plane electrodes and the radial distribution of particle density.

(2) 式は正イオンに対する連続の式から (1) 式の電子に対する連続の式を差引いたものであるが、この式を用いたときの計算における数値的不安定性は正イオンの連続の式を用いる場合にくらべて著しく軽減されることが報告されている⁵⁾。また、上式に対する数値解法は特性曲線法⁶⁾で行っており、その詳細は文献³⁾に譲るが、直接差分法と比べて計算誤差や演算時間の面で優れた方法となっている。

なお、本計算においては粒子の拡散と正イオンのドリフトが無視されているが、本研究が対象としたような圧力数百 Torr で、高々数百 ns 内に絶縁破壊が起る過渡放電においては妥当なものと考えられる。

2.2 電界計算

印加静電界は球対球電極間の軸上電界計算によく用いられている Peek の式⁷⁾から算定し、空間電荷による歪み電界は映像法によって求めた。

映像電荷は球、平板両電極の存在のため無限個生じるが、本計算においてはギャップ内の実電荷に対して5倍の個数の映像電荷だけを考慮した。また、係数 $A(z, z')$ 、すなわち位置 z' に単位電荷を置いたときそれ(実電荷)とそれによって出来る映像電荷による位置 z の歪み電界を表わす係数、を導入することによって次式から電界を決定した。

$$E(z, t) = E_0(z) + \int_0^d A(z, z') \rho(z', t) dz' \quad (3)$$

ここで、 E_0 は印加静電界、 d はギャップ長である。(3) 式は空間電荷分布が変るごとにくり返し用いられるので、 z と z' だけで決まる $A(z, z')$ をあらかじめ計算し記憶して置けば、電界計算に要する演算時間をかなり短縮することができる。

2.3 二次作用と境界条件

上に述べたように、本研究においては高々数百 ns の過渡放電を対象にしているので二次作用としては光によるものだけを考慮した。

1 つは陰極における光電子放出作用 γ_p で、この作用によって放出される電子の陰極面上における密度は次式で与えられる。

$$n_e(0, t) = \frac{\Gamma_p}{4\pi\tau_1 W_e(0, t)} \int_0^d \omega(z') \exp\{-\mu_1 z'\} n_{m1}(z', t) dz' \quad (4)$$

ここで、 $\omega(z')$ は陰極において z' におけるチャンネル断面を見たときの立体角、 Γ_p は入射光子当り陰極から放出される光電子数、 n_{m1} は γ_p 作用が可能な光子を放出する励起分子の放電チャンネル内の密度、 τ_1 はその寿命、 μ_1 は吸収係数である。

もう一つの光子二次作用は気中における光電離作用 β_p で、これによって単位時間単位体積当り発生するイオン対の数は

$$Q_p(z, t) = \frac{\gamma\mu_2}{4\pi\tau_2} \int_0^d \omega(z' - z) \exp\{-\mu_2|z' - z|\} n_{m2}(z', t) dz' \quad (5)$$

となる。ここで、 η は吸収された光子が光電離を起す確率である。他の記号は(4)式と同様であるが、励起分子の単位等が異なるため添字2で区別している。

陰極における(1)、(2)式に対する境界条件は(4)式で与えられ、陽極におけるそれは $n_+ = 0$ である。

3. 計算結果

平行平板ギャップにおける Chalmers 氏らの過電圧率 15% の実験⁸⁾と同様な条件で計算を行った。ギャップ長 3 cm, N_2 ; 200 Torr, 印加電圧 29.256 V, 放電半径 0.15 cm, $\Gamma_p = 0.544 \times 10^{-3}$ である。初電子をギャップ中央に 10^5 cm^{-3} の数密度で置き、球電極に正あるいは負のステップ電圧を印加して計算を開始した。電離係数、ドリフト速度などの放電パラメータは文献³⁾と同じである。

3.1 正極性における放電進展

球電極に正の高電圧を印加した場合(以後、正極性と記す)の放電進展を図-2に示す。(a)

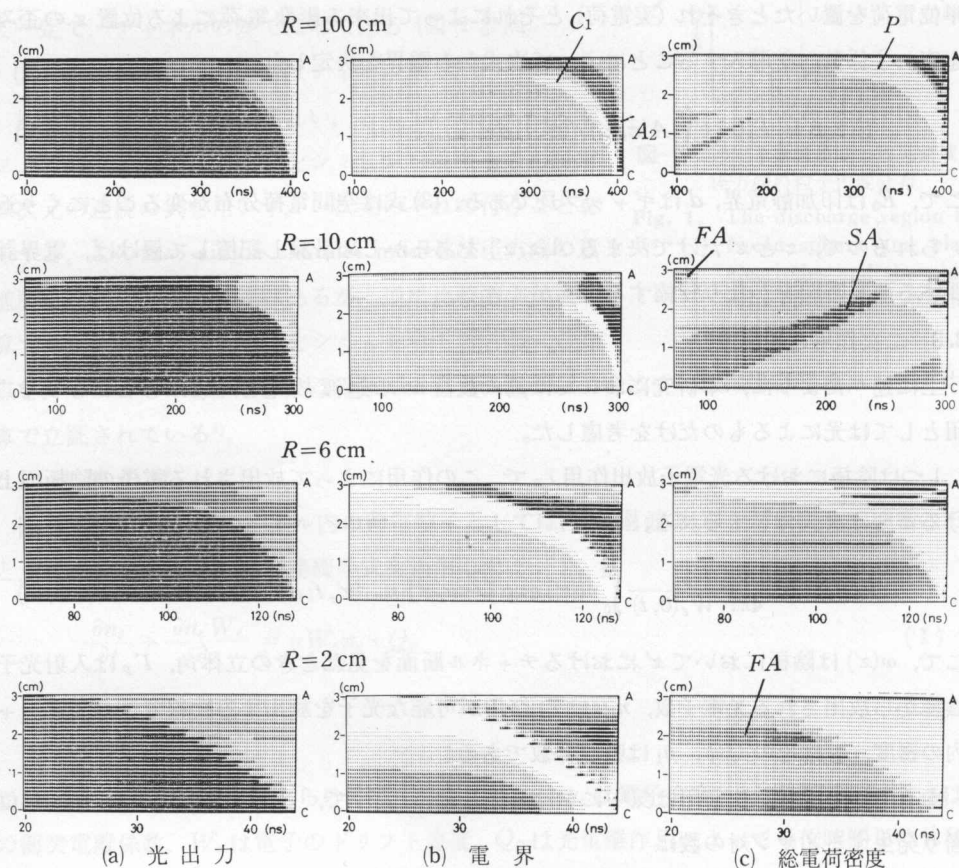


図-2 正極性における放電進展の流し図

Fig. 2. Streak diagrams showing the discharge development for positive polarity.

表-1 流し図の領域区分

Table 1. Classification of area on streak diagram

領域	光出力 (任意目盛)		電界**	総電荷密度 (cm^{-3})
	$R^* \geq 10$ cm	$R < 10$ cm		
1	0~1	0~10	(0~5)/8	$< -10^{10}$
2	1~10	10~10 ²	(5~7)/8	$-10^{10} \sim 0$
3	10~10 ²	10 ² ~10 ³	(7~9)/8	$0 \sim 10^{10}$
4	10 ² ~10 ³	10 ³ ~10 ⁴	(9~11)/8	$> 10^{10}$
5	$> 10^3$	$> 10^4$	$> 11/8$	

* R は球電極の半径である。

** ギャップ中央における印加静電界との比を示す。

が放電からの発光を示す光出力の流し図, (b) は電界, (c) は総電荷密度分布に対するものである。図中の領域区分は表-1の通りで, 明るい領域ほどそれぞれ発光が強く, 電界が高く, 総電荷が正であることを示す。流し図の縦軸は平板電極からの距離で, 上側が球電極になっている。横軸は電圧印加時からの時刻である。なお, 光出力としては N_2 の 2nd positive band からのものを仮定した。

図-2(a)の放電進展においては球電極半径 R にかかわらず常に球電極 (陽極) から平板電極へ向う陰極向けの発光進展でギャップが短絡されている。この発光領域, すなわち高く電離された領域 (電荷密度で約 $10^{12} cm^{-3}$) の先端には (b), (c) に見られるように正の空間電荷 P によって形成される高電界 C_1 が存在し, この高電界中における後続なだれの電離増強によって加速的な陰極への進展が認められる。このような放電進展は一般にストリーマと呼ばれているもので, これの進展開始条件としては, 十分な高電界を発生するための空間電荷の存在と, 高電界中の電離増強にあずかる後続なだれを発生するための二次作用が必要である。

球半径が $R=100, 10$ cm の平等電界ギャップに近い場合のストリーマ進展開始は初電子なだれ FA (図-2(c)参照) からの光による光電子放出作用 γ_p で陰極から放出された二次電子なだれ SA の陽極到着後で, それぞれ約 300 ns と 250 ns である。 $R=6$ cm となり球電極側の印加静電界が高くなってくると, ギャップ中央から出発した初電子なだれは急速に増倍し, 多量の正空間電荷を球電極近傍に形成する。このため初電子なだれの陽極到着直後 (約 80 ns) に陰極向けストリーマの進展が認められ, ギャップ短絡時間も $R=100, 10$ cm の場合にくらべてかなり早くなる (約 130 ns)。さらに不平等性が強まり $R=2$ cm になると, (c) に見られるように初電子なだれ FA がほとんどドリフトしないうちに球電極側からの急激な陰極向けストリーマ進展が認められる (約 23 ns)。これは初電子なだれからの発光による光電離作用 β_p によって球電極近傍で発生した二次電子が, そこの高電界中で急増倍した結果生じたものである。このことから, 不平等性の強いギャップ中の放電進展においては, 高電界領域への電子供給を担う過程が重要であり, 今回の計算条件における正極性の放電進展においては β_p 作用がその過程であることがわかる。

なお、陰極向けストリーマの陰極到着後に高速で陽極に向う高電界 A_2 が認められるが、これはある程度電離された領域を伝搬するもので、電離電圧波⁹⁾と呼ばれているものであろう。この高電界波の伝搬によって電離領域の中性化が促進されるが、詳細は文献³⁾⁴⁾に譲る。

図-3 は上で述べた放電進展に対する2つの光子二次作用 γ_p , β_p の各々の働きをより明らかにするために、 γ_p あるいは β_p のみを考慮して計算を行ったときの結果(光出力)である。両作用を考慮したときの結果(a)(図-2(a)と同じもの)と比較すると、これと同様な放電進展を示す図は $R=10\text{ cm}$ の場合は(b), $R=6\text{ cm}$ の場合は(b)と(c), $R=2\text{ cm}$ の場合は(c)となっている。このことから放電進展に対して支配的な働きをする光子二次作用は $R=6\text{ cm}$ ($d/R=0.5$) を境にして、 R が大きく平等性が強い場合は γ_p , R が小さく不平等性が強まると β_p 作用であると言える。なお、 $R=2\text{ cm}$ の場合は γ_p 作用のみの結果(b)においても γ_p , β_p 両作用を考慮したとき(a)と同様なストリーマ進展が認められるが、進展開始は約 25 ns 遅れている。これは、球電極側の高電界領域への電子供給が(a), (c)のように β_p 作用によるのではなく、初電子などだれのそこへの到着をもって行われるため、ギャップ中央からのドリフトに要する時間程度遅れることになる。

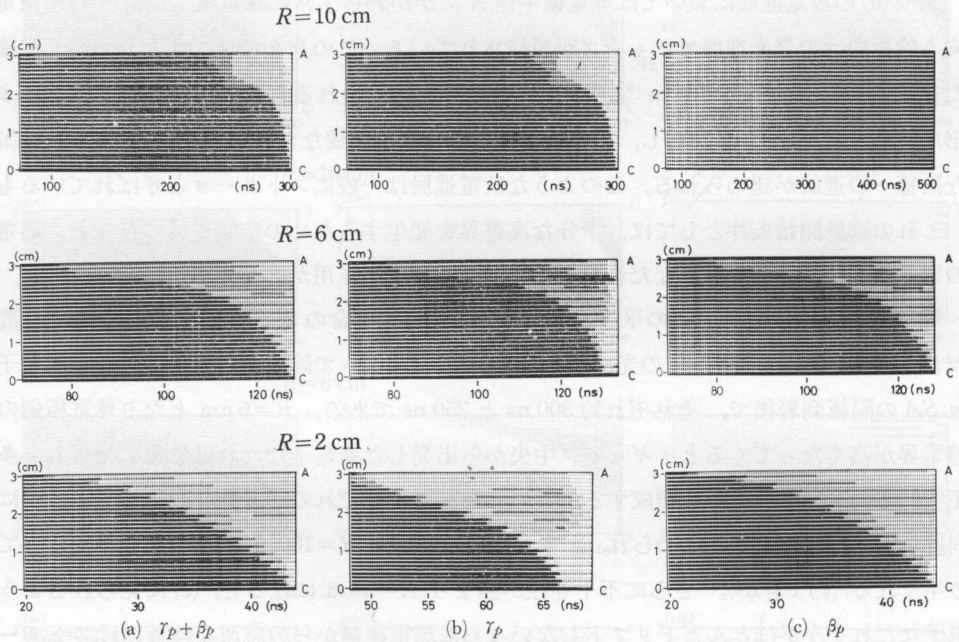
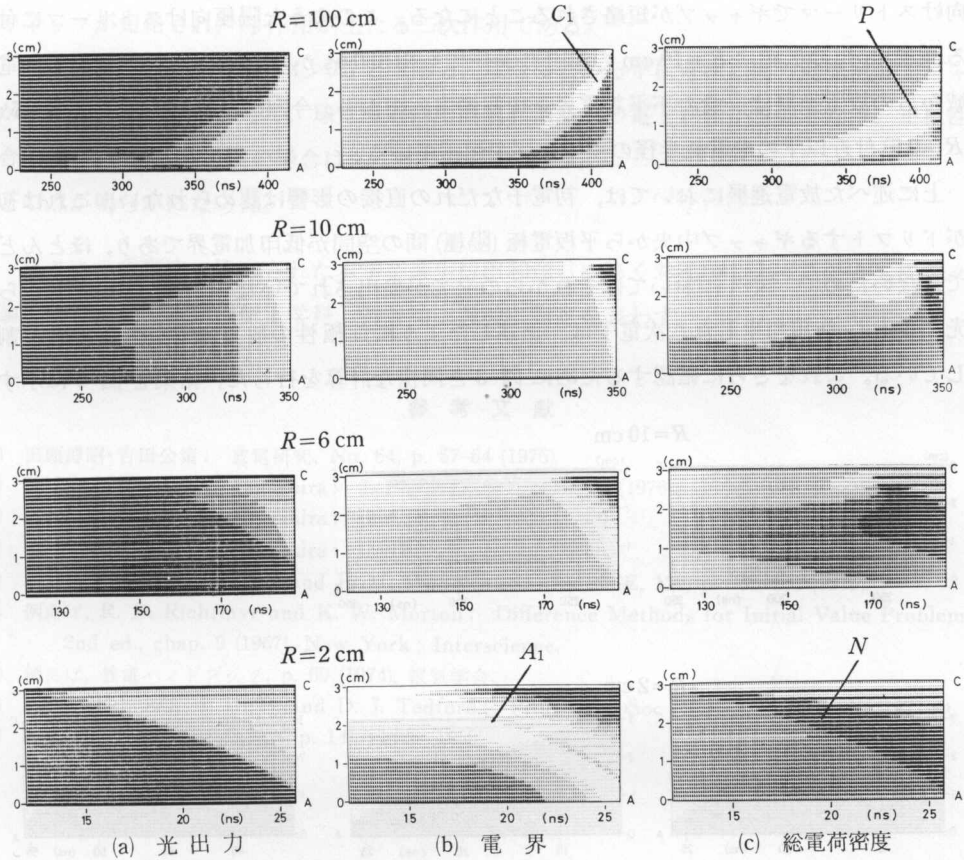


図-3 正極性における光子二次作用の働き

Fig. 3. Role of the photon secondary processes for positive polarity.

3.2 負極性における放電進展

球電極に負の高電圧を印加した場合(以後、負極性と記す)の放電進展を図-4に示す。図-4(a)におけるギャップ間の発光短絡は球電極半径 R が小さくなるにつれ、陰極向けから陽極向



図—4 負極性における放電進展の流し図

Fig. 4. Streak diagrams showing the discharge development for negative polarity.

けのストリーマ進展でなされている。

$R=100$ cm の場合は、平等ギャップと考えてよく極性による差異はなく図-2 の正極性の場合と同じ放電進展になっている (ただし、極性を反転しているので流し図の上側が球電極で陰極になっていることと、時間軸のスケールが異なっていることに注意)。 $R=10$ cm となり球電極側の印加静電界が高く、平板 (陽極) 側のそれが低くなると、初電子なだれからの γ_p 作用によって陰極を出た二次電子は陰極近傍でかなり増倍するが、それ以後はほとんど増倍せず陽極へ向う。このため、ギャップ中央から陽極にかけては電荷密度ほぼ一定の領域が形成され、そこからの発光が約 270 ns に検出されている。また、陰極に面した発光領域端における密度勾配も小さく、 $R=100$ cm のような高電界 C_1 を伴う陰極向けストリーマは認められず、緩やかな陰極への発光進展になっている。

$R=6, 2$ cm と不平等性がさらに強くなると、 γ_p 作用で陰極を出た電子は陰極近傍で急激に増倍し、その負の空間電荷 N (図-4(c) 参照) によって発光先端の電界を増強する。この結果、高電界 A_1 が形成され、そこでの電離増倍によって急速な陽極方向への発光進展、すなわち陽

極向けストリーマでギャップが短絡されることになる。このような陽極向けストリーマに付随する高電界 A_1 の伝搬は $R=10$ cm の場合においても約 330 ns から認められる。なお、高電界領域からの放電進展は一般の不平等電界下で観測されており、今回の計算条件下では $R=6$ cm ($d/R=0.5$) 付近以下の球電極半径のギャップで起っている。

上に述べた放電進展においては、初電子なだれの直接の影響は認められない。これは初電子がドリフトするギャップ中央から平板電極(陽極)間の空間が低印加電界であり、ほとんど増倍できないため、図-4においてはそれからの発光が検出されていない。しかし、それからの発光による γ_p 作用で生じた二次電子は、上述したように負極性の放電において重要な役割を果している。これをさらに確認するために図-3と同様な計算を行った。結果を図-5に示す。

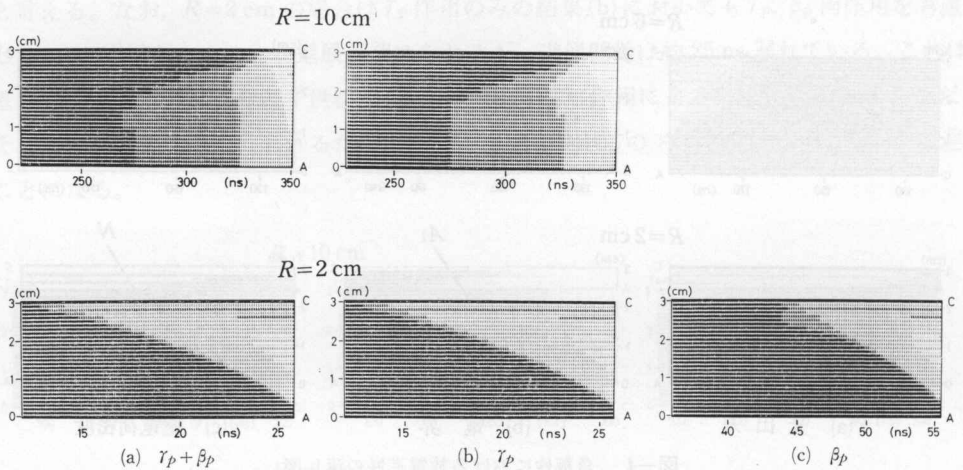


図-5 負極性における光子二次作用の働き

Fig. 5. Role of the photon secondary processes for negative polarity.

$R=10, 2$ cm とともに $\gamma_p + \beta_p$ の結果(a)と γ_p のみの結果(b)は同様であり、球半径にかかわらず γ_p が支配的であることがわかる。なお、 $R=10$ cm で β_p のみの場合は放電進展が認められず、流し図は得られていない。また、 $R=2$ cm で β_p のみの場合(c)は、ほぼ(a)と同速度の陽極向け発光進展が認められるが、約 30 ns 遅れている。これは、陰極近傍の高電界中に β_p で発生する二次電子の量が、電界歪みを起しストリーマ進展を開始する程度に大きくなるまでに要する時間と考えられる。

4. む す び

長ギャップ放電の定量的なシミュレーションの第一歩として、すでに平行平板間の絶縁破壊に適用され、その有用性が確められている single channel model を球対平板ギャップに適用し、不平等を増して行ったときの N_2 過渡放電の進展の変化を調べた。その結果、

- (1) ギャップ長と球電極半径の比が $d/R < 0.5$ の場合は、極性によらず陰極向け発光進展

でギャップが短絡され、 γ_p 作用が主たる二次作用である。

(2) 不平等性を増し、 $d/R > 0.5$ となると、球電極側から平板電極に向う発光進展でギャップが短絡される。したがって、球電極近傍の高電界領域への電子供給が重要となり、正極性の場合には β_p 作用が、負極性の場合には γ_p 作用がこれを行う。

などの点が明らかになった。

終りに、本研究に協力された本学卒業生村田和彦君に厚くお礼申し上げるとともに種々御討論をいただいた本学電気工学科、神谷祐二教授に謝意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 田頭博昭・吉田公策：放電研究, No. 64, p. 57-64 (1976).
- 2) K. Yoshida and H. Tagashira: J. Phys. D, **9**, p. 485-490 (1976).
- 3) K. Yoshida and H. Tagashira: *ibid.*, **9**, p. 491-505 (1976).
- 4) K. Yoshida and H. Tagashira: *ibid.*, **12**, p. L3-L7 (1979).
- 5) A. J. Davies, C. J. Evans and P. M. Woodison: Proc. IEE, **122**, p. 765-768 (1975).
- 6) 例えば, R. D. Richtmyr and K. W. Morton: Difference Methods for Initial Value Problems, 2nd ed., chap. 9 (1967), New York; Interscience.
- 7) 例えば, 放電ハンドブック, p. 69 (1974), 電気学会.
- 8) I. D. Chalmers, H. Duffy and D. J. Tedford: Proc. Roy. Soc., **329**, A, p. 171-191 (1972).
- 9) L. B. Loeb: Science, **148**, p. 1417-1426 (1965).

2. ハイブリッド位相進み補償器

図 1 のように、図 1 のように、その入出力伝達関数を $G(s)$ 、補償器の入出力伝達関数を $G_c(s)$ とし、フィードバック系を構成する。このとき、開ループの極の主要部を