

乱流境界層の中にある垂直平板の後流に関する研究*

坂本 弘 志**
谷口 清 一**
森 谷 優**
小畑 芳 弘**

(昭和54年1月17日受理)

A Study on the Wake behind Normal Plates in a Turbulent Boundary Layer

by Hiroshi SAKAMOTO, Seiichi TANIGUCHI, Masaru MORIYA
and Yoshihiro OBATA

The present paper describes the mean-flow patterns, distributions of the mean velocity and turbulence intensity in the wake behind the normal plates immersed in a smooth-wall turbulent boundary layer with zero-pressure gradient. The effect of a parameter h/δ on the mean-flow patterns and distributions of the mean velocity in the wake is examined in some detail, where h and δ are respectively the height of the normal plate and the boundary layer thickness. The main results will be summarized as follows: (a) The geometrical shape of the rear standing eddy and the reattachment point of the separated flow are not very much influenced by the parameter h/δ . (b) The mean velocity profiles in the rear separation eddy are closely approximated by the velocity profile in a constant pressure half-jet theoretically obtained by Göertler. (c) A maximum turbulence intensity in the wake behind the normal plate occurs along the flow separated from the top edge of the plate.

1. ま え が き

固体壁に付着する鈍い物体周辺の流れに関する研究は、一様流中の場合のそれに比べ非常に少ないが、最近これらに関する実験的研究がいくつか報告されている^{1)~6)}。しかし、これらの研究の大部分は、物体に作用する圧力および抗力を主に取扱ったものであって、物体周辺の流れ、とくに物体の後流に関してはほとんどなされていない。このような固体壁に付着する鈍い物体の後流の解明は、地上の建築物から発生する汚染された大気の移動および拡散あるいは離領域における熱および物質移動などを取扱う場合に重要である。

* 日本機械学会北海道支部第19回講演会で発表 (1976年9月札幌)

** 北見工業大学機械工学科

本研究は、固体壁に付着する鈍い物体として代表的な形状を有する垂直平板を取扱い、その後方における流れの構造を把握することを目的としたものである。実際問題としては、これらの物体が多数存在するために相互の干渉を考慮に入れなければならないであろう。しかし、最も基本的な単一垂直平板の場合についてのデータは、この目的のための基礎資料として重要なものである。本論文は、このような観点から垂直平板の後方の平均流線図、平均速度分布および乱れ分布を詳細に測定することによって、流動状態を明らかにし、あわせて Görtler⁷⁾ によって求められたハーフジェットに関する理論を垂直平板の後流に適用できるように拡張して解析を行ない、後流内の速度分布を理論的に求めたものである。

2. 実験装置およびその方法

実験に当っては、断面 0.6 m × 0.6 m、長さ 5.4 m の測定部を有する低速環流型風洞を用いた。風洞測定部の床面は、厚さ 10 mm の透明なるアクリル板で構成され、かつ天井壁は厚さ 1.6 mm のステンレス板でできており、上下に 90 mm の移動が可能で測定部の流れの方向における圧力こう配を除去することができるようになっている。供試平板は黄銅製であって、その先端は厚さのないものに近似させるために背面側を鋭く削り取ってある。また、そのスパンは風洞測定部の幅 600 mm に一致させて二次元状態に近似できるようにしている。速度分布の測定は、全圧管、静圧管およびヨーチューブを組合せた図-1 に示す 4 孔ピトー管、乱れ分布の測定は、定温度型熱線流速計を用いてそれぞれ行なった。

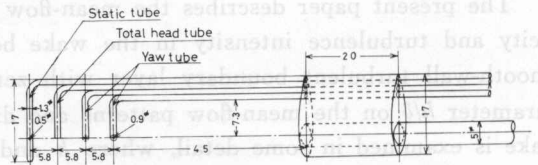


図-1 平均速度ベクトル測定用プローブ

Fig. 1. Details of probe used for measurement of mean velocity vector.

乱流境界層としては、最も標準的なものと考えられる圧力こう配が零なる滑らかな平面壁

上に沿って十分発達する乱流境界層を用いることとし、アクリル板で構成した測定部床面上に生成した。この測定部床面上に発達する乱流境界層内の速度分布は、壁面近傍においては Coles⁸⁾ の対数速度分布式、境界層外層においては Klebanoff ら⁹⁾ の実験結果とよい一致を示していることが確認された。したがって、本実験で用いた乱流境界層は、滑らかな平板に沿って発達する圧力こう配のない平衡乱流境界層と同一の特性をもつものと判定した。表-1 には、垂直平板設置予定位置における乱流境界層の特性をまとめて示してある。

表-1 垂直平板の設置位置における乱流境界層特性

Table 1. Characteristics of the turbulent boundary layer at the location of the normal plate.

名 称	特 性 量	特 性 量
主流の速度	U_0	20 m/s
境界層の厚さ	δ	27.5 mm
排除厚さ	δ^*	4.4 mm
運動量厚さ	θ	3.1 mm
せん断速度	u_τ	0.746 m/s
形状係数	H	1.42

実験は、垂直平板の高さ h を 10, 15, 20, 25 および 35 mm の 5 通り変化させ、かつ主流の速度 U_0 を 20 m/s とし、垂直平板を風洞測定部入口より 2560 mm 下流の位置に設置し、後方の 16 断面における速度分布および乱れ分布の測定をそれぞれ行なった。

3. 平均流線図

図-2(a)~(e)は、垂直平板の高さ h と境界層の厚さ δ との比 h/δ がそれぞれ 0.36, 0.55,

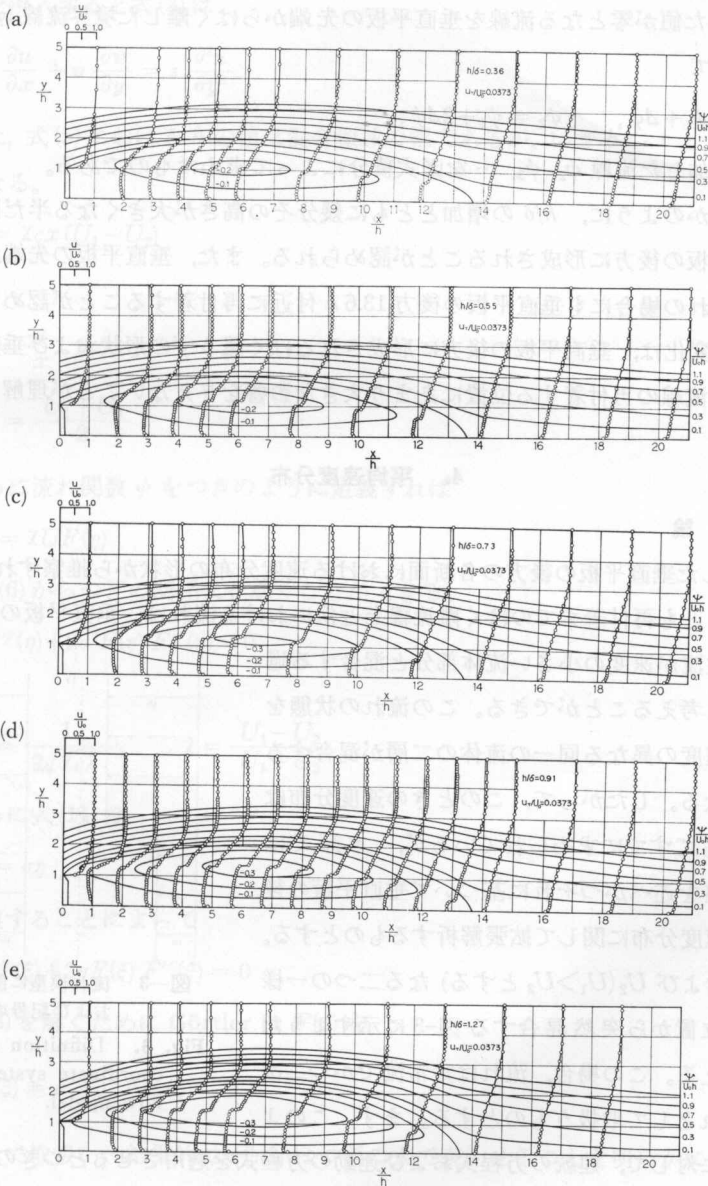


図-2 平均流線図

Figs. 2. Mean-flow patterns.

0.73, 0.91 および 1.27 なる場合における垂直平板の後流の平均流線図を示したものである。図に現われる流線は、速度ベクトルの絶対値を V , x 軸となす角を θ として、 $u/U_0 = V \cos \theta / U_0$ なる式によって与えられる x 方向の速度 u を用いることによって

$$\frac{\psi}{U_0 h} = \int_0^y \frac{u}{U_0} d\left(\frac{y}{h}\right) \quad (1)$$

で定義される ψ = 一定なる曲線群を示すものであって、 x 方向の速度成分 u について平面壁から y まで積分した値が零となる流線を垂直平板の先端からはく離れた境界流線 ($\psi_1 = 0$) とし、これを基準にして

$$\psi_2 = \psi_1 + \Delta\psi, \quad \psi_3 = \psi_1 + 2\Delta\psi, \quad \dots$$

なる $\Delta\psi$ だけ増加した流線 ψ_2, ψ_3, \dots を図式積分によって求めたものである。

図から明らかのように、 h/δ の増加とともに幾分その高さが大きくなる半円形状を有するうずが垂直平板の後方に形成されることが認められる。また、垂直平板の先端からはく離れた流線は、いずれの場合にも垂直平板の後方 $13.6h$ 付近に再付着することが認められる。したがって、 h/δ の変化は、垂直平板の後方に形成されるはく離うずの形状および垂直平板の先端からはく離する流線の再付着する位置にあまり大きな影響を与えないことが理解される。

4. 平均速度分布

4.1 理 論

図-2 に示した垂直平板の後方の各断面における速度分布の形状から推察すれば、垂直平板の後方の少なくとも再付着まではく離流線上近傍における流れは、垂直平板の先端からはく離した高速の主流が速度の小さい流体部分と混合する過程であるものと考えることができる。この流れの状態を理想化すれば速度の異なる同一の流体の二層が混合するときの流れとなる。したがって、このときの速度分布は Görtler⁷⁾ によってすでに求められているが、本節ではこの理論の概略を述べかつそれに基づいて垂直平板の後流内における速度分布に関して拡張解析するものとする。

速度 U_1 および U_2 ($U_1 > U_2$ とする) なる二つの様な流れがある位置から突然混合する図-3 に示すような流れの場を考える。この場合、流れは定常流でかつ二次元非圧縮性流れとして取扱うものとする。まず、このような流れの場に対して、連続の方程式および運動の方程式を適用させるとつぎのようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

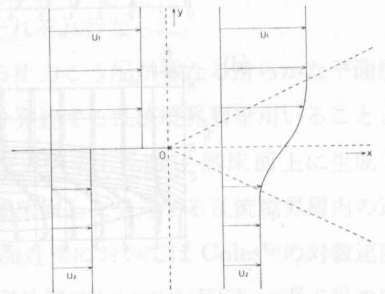


図-3 流れ模型に関する座標および記号の定義

Fig. 3. Definition sketch and coordinate system for the flow model.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (3)$$

ここで, Prandtl の第2の仮説に基づいて

$$\tau = \rho \varepsilon \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

$$\varepsilon = \lambda b (U_1 - U_2) \quad (5)$$

なる関係式を導入すると式(3)は

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6)$$

となる。また, 式(5)における b の値は混合領域の幅であるが, いま $b = cx$ とおくと式(5)はつぎのようになる。

$$\varepsilon = \lambda cx (U_1 - U_2) \quad (7)$$

つぎに,

$$\eta = \frac{y}{x} \quad (8)$$

$$U = \frac{U_1 + U_2}{2} \quad (9)$$

とおき, さらに流れ関数 ψ をつぎのように定義すれば

$$\psi = \lambda U F(\eta) \quad (10)$$

式(2)および(6)からつぎの関係式を導くことができる。

$$F'''(\eta) + 2\sigma^2 F(\eta) F''(\eta) = 0 \quad (11)$$

ここで

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{\lambda c \lambda}}, \quad \lambda = \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2}$$

である。さらに式(11)は

$$\xi = \sigma \eta \quad (12)$$

なる変数変換することによって

$$F'''(\xi) + 2\sigma F(\xi) F''(\xi) = 0 \quad (13)$$

となる。式(3)を解くために Görtler は $F(\xi)$ を

$$F(\xi) = \sigma^{-1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \lambda^{\nu} F_{\nu}(\xi) \quad (14)$$

なる級数として取扱い, 結果的に $F'(\xi)$ はつぎの式で表わせることを明らかにしている。

$$F'(\xi) = \sigma^{-1} \sum_{\nu=0}^1 \lambda^{\nu} F_{\nu}'(\xi) = \sigma^{-1} \left[1 + \lambda \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\alpha^2} d\alpha \right] \quad (15)$$

したがって、式(15)から x 方向の速度分布はつぎのようになる。

$$u(\xi) = \frac{U_1 - U_2}{2} \left[1 + \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-\alpha^2} d\alpha \right] \quad (16)$$

ここで、式(16)で示される二層の混合領域における速度分布を垂直平板の後流における速度分布を表わす式に適用できるようにするため、上式に含まれる速度 U_1, U_2 をつぎのように置換える。まず、図-4 (図に示す直角座標 x, y は垂直平板の高さ h を用いてまた対応する速度 u, v は主流の速度 U_0 を用いて無次元化されているものとする) に示すような垂直平板後方の任意の断面における平面壁から測った y_0 における x 方向の最大速度 u_m を高速側の速度 U_1 とし、さらに低速側の速度 U_2 を y_r における速度とすれば零となり、式(16)は

$$u = \frac{u_m}{2} \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-\alpha^2} d\alpha \right) \quad (17)$$

となる。ここで、式(12)に基づいて、

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sigma \frac{1}{x} (y - y_{\frac{1}{2}}) \\ \xi_{\frac{3}{4}} &= \sigma \frac{1}{x} (y_{\frac{3}{4}} - y_{\frac{1}{2}}) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

なる関係式を導き、この二つの関係式から σ を消去すると

$$\xi = \xi_{\frac{3}{4}} \frac{y - y_{\frac{1}{2}}}{y_{\frac{3}{4}} - y_{\frac{1}{2}}} \quad (19)$$

となる。ここに、 y は垂直平板が設置されている平面壁から主流と直角方向に測った距離、 $y_{\frac{1}{2}}$ および $y_{\frac{3}{4}}$ はそれぞれ図-4 に示すように $u = \frac{1}{2} u_m, \frac{3}{4} u_m$ となる y の位置を意味する。したがって、式(19)に含まれる $\xi_{\frac{3}{4}}$ の値を式(17)および(19)を用いて定めると 0.477 となり、結果的に垂直平板の後方の各断面における x 方向の速度分布はつぎの関係式で表示されることになる。

$$u = \frac{u_m}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(0.477 \frac{y - y_{\frac{1}{2}}}{y_{\frac{3}{4}} - y_{\frac{1}{2}}} \right) \right] \quad (20)$$

あるいは

$$\frac{u - (u_m/2)}{u_m/2} = \operatorname{erf} \left(0.477 \frac{y - y_{\frac{1}{2}}}{y_{\frac{3}{4}} - y_{\frac{1}{2}}} \right) \quad (21)$$

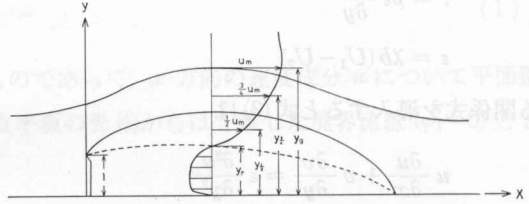


図-4 垂直平板の後流に関する記号の定義

Fig. 4. Definition sketch for the wake behind the normal plate.

である。

4.2 理論と実験との比較

まず、図-4で定義した x 方向の最大速度 u_m とその位置 y_g 、後流内で速度が零となる位置 y_r 、速度が $\frac{1}{2} u_m$ となる位置 $y_{\frac{1}{2}}$ および速度が $\frac{3}{4} u_m$ となる位置 $y_{\frac{3}{4}}$ の各諸量と垂直平板周辺の流れを支配するパラメータとの関係について述べるものとする。垂直平板周辺の流れは、 h/δ および u_r/U_0 の二つの無次元パラメータによって規定されることはすでに文献(1)で明らかにしたが、図-4に示すこれらの各諸量も当然この二つのパラメータによって支配されるものと思われる。したがって、これらの各諸量に関してつぎに示す関係式が成立するものと考えられる。

$$u_m, y_g, y_r, y_{\frac{1}{2}}, y_{\frac{3}{4}} = f\left(\frac{u_r}{U_0}, \frac{h}{\delta}\right) \quad (22)$$

しかし、本実験ではこの二つのパラメータのうち u_r/U_0 を一定とし、他の残りのパラメータの変化のみについて取扱っているために、結局式(22)に示される各諸量は h/δ のみの関数となる。

図-5~9は、図-4に示される各諸量と h/δ との関係について示したものである。図から明らかのように、いずれの場合にも各諸量は h/δ の対数関数として表示されることが認められ、

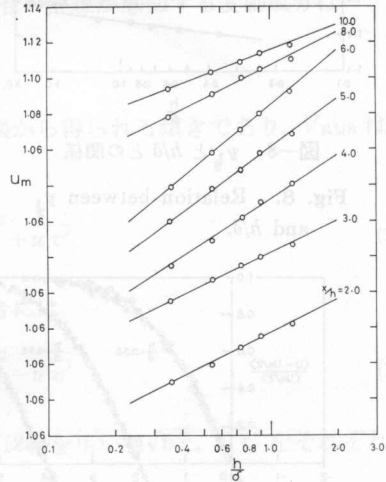


図-5 u_m と h/δ との関係

Fig. 5. Relation between u_m and h/δ .

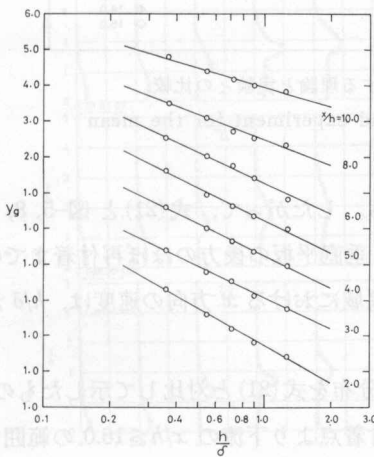


図-6 y_g と h/δ との関係

Fig. 6. Relation between y_g and h/δ .

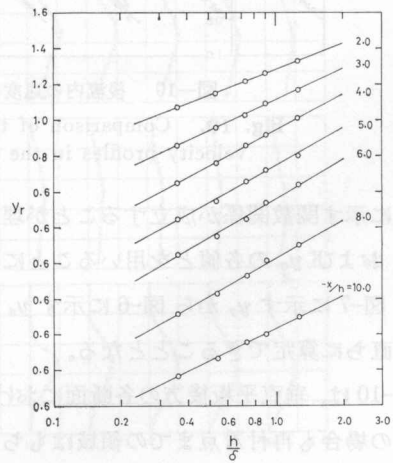


図-7 y_r と h/δ との関係

Fig. 7. Relation between y_r and h/δ .

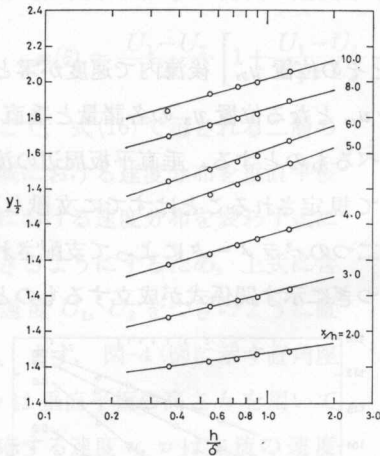


図-8 $y_{1/2}$ と h/δ との関係

Fig. 8. Relation between $y_{1/2}$ and h/δ .

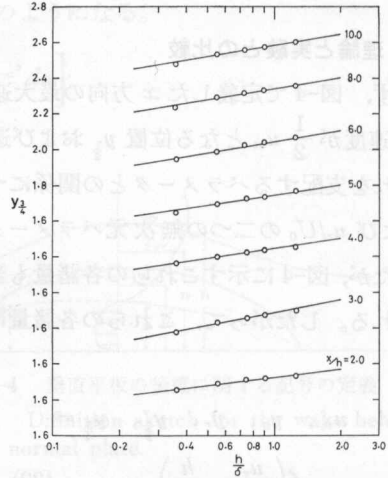


図-9 $y_{3/4}$ と h/δ との関係

Fig. 9. Relation between $y_{3/4}$ and h/δ .

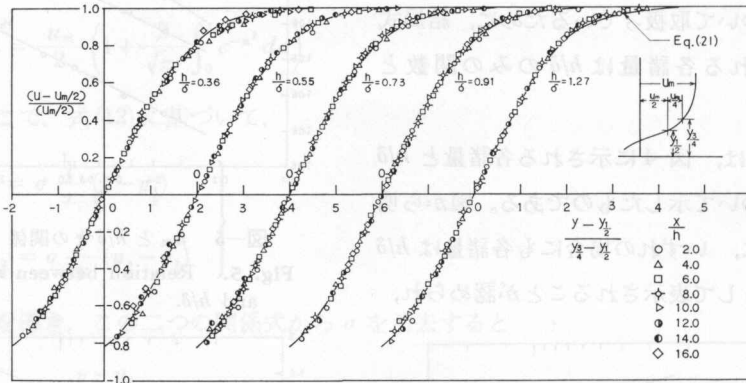


図-10 後流内の速度分布に関する理論と実験との比較

Fig. 10. Comparison of theory and experiment for the mean velocity profiles in the wake.

式(22)に示す関数関係が成立することが理解される。したがって、式(21)と図-5, 8, 9に示す u_m , $y_{1/2}$ および $y_{3/4}$ の各値とを用いることによって、垂直平板の後方のほぼ再付着までの範囲における図-7に示す y_0 から図-6に示す y_0 までの領域における x 方向の速度は、 h/δ が与えられれば直ちに算定できることとなる。

図-10は、垂直平板後方の各断面における速度分布を式(21)と対比して示したものである。いずれの場合も再付着点までの領域はもちろん再付着点より下流の $x/h \leq 16.0$ の範囲では、実測値と式(21)に示す速度分布との一致は良好である。しかし、それ以上の下流においては、流れはしだいに拡散するために、速度分布は式(21)によるものと異なってくる。

5. 乱れ分布

図-11は、 h/δ が 0.73 ($h=25$ mm) の場合における垂直平板周辺における乱れ $\sqrt{u'^2}$ 、 $\sqrt{v'^2}$ および $\overline{u'v'}$ の分布に関する実測結果を示したものである。これらの値は、一本の I 型プローブを用いて測定したものであって、まず x 方向の乱れ $\sqrt{u'^2}$ は熱線を xy 平面内で流れと直角に設置し、熱線流速計に表示される変動電圧の値を指度として求めた。また、 y 方向の乱れ $\sqrt{v'^2}$ およびレイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ の値は、熱線を xy 平面内で流れの方向 x に対して 45° および 135° に傾斜させることによって得られた変動電圧の値から、つぎに示す関係式を用いることによって求めた。すなわち、熱線を 45° 傾けた場合の熱線が感知する変動成分は

$$(A \times V_{RMS})_1 = \left[(u' \sin 45^\circ + v' \sin 45^\circ)^2 \right]^{1/2}$$

となる。ここで A は電圧と流速とに関する校正線図から得られる傾きであり、 V_{RMS} は変動電圧の実効値である。したがって、上式から

$$(A \times V_{RMS})_1^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{u'^2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{v'^2} \right)^2 + \overline{u'v'} \tag{23}$$

を得る。同様に熱線を流れに対して 135° 傾けた場合には

$$(A \times V_{RMS})_2^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{u'^2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{v'^2} \right)^2 - \overline{u'v'} \tag{24}$$

なる関係式が成立する。したがって、式(23)および(24)を用いて $\sqrt{v'^2}$ 、 $\overline{u'v'}$ をそれぞれ求めるとつぎのようになる。

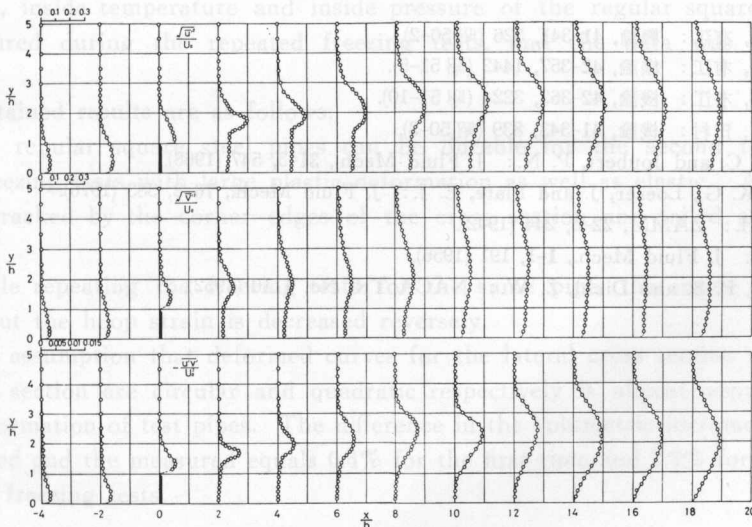


図-11 垂直平板周辺の乱れ分布

Fig. 11. Distributions of the turbulence intensity around the normal plate.

$$\sqrt{\overline{v'^2}} = \left[(A \times V_{\text{RMS}})_1^2 + (A \times V_{\text{RMS}})_2^2 - (\sqrt{\overline{u'^2}})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

$$\frac{\overline{u'v'}}{2} = \frac{1}{2} \left[(A \times V_{\text{RMS}})_1^2 - (A \times V_{\text{RMS}})_2^2 \right] \quad (26)$$

ここで、はく離うずの内部における平均速度の小さい領域では、熱線流速計による乱流成分の測定が困難になる。しかし、他の方法を採用する方策が現状ではないために、ここでは同様の方法によって便宜的に測定した結果を示してある。乱れは、図-11に示すはく離流線上に沿ってほぼ最大となっており、この結果からも推察されるようにはく離流線近傍において流れは、最も強い混合現象を呈しているものと思われる。

6. む す び

乱流境界層の中に存在する垂直平板の後流に関して、実験および理論的考察を行なった結果、つぎの結論を得た。

(1) 垂直平板の高さの変化は、垂直平板の後方に形成されるはく離うずの形状にあまり大きな影響を与えない。

(2) Görtler によって導かれたハーフジェットの理論に基づいて解析された垂直平板後方の各断面における速度分布は、 $x=16h$ 付近まで実測値とよい一致を示す。

(3) 垂直平板後方の乱れ分布は、垂直平板先端からはく離する流線上でほぼ最大となり、はく離流線近傍において流れは最も強い混合現象を呈している。

文 献

- 1) 坂本, 森谷, 有江: 機論, 41-341, 526 (昭50-2).
- 2) 坂本, 森谷, 有江: 機論, 42-357, 1442 (昭51-5).
- 3) 坂本, 木谷, 有江: 機論, 42-362, 3224 (昭51-10).
- 4) 有江, 木谷, 田村: 機論, 41-343, 839 (昭50-3).
- 5) Good, M. C. and Joubert, P. N.: J. Fluid Mech., 31-3, 547 (1968).
- 6) Raju, R. K. G., Loeser, J. and Plate, E. J.: J. Fluid Mech., 76-2, 383 (1976).
- 7) Görtler, H.: ZAMM, 22-5, 244 (1942).
- 8) Coles, D.: J. Fluid Mech., 1-1, 191 (1956).
- 9) Klebanoff, P. S. and Diehl, Z. W.: NACA TR, No. 1110 (1952).