

# NO<sub>x</sub> の累積排出量が制約された場合の 火力発電機群起動停止問題 (第2報)\*

中 村 陽 一\*\*

山 城 迪\*\*

(昭和53年9月30日受理)

## Startup and Shutdown Problem of Thermal Generating Units with Constrained Total Nitrogen Oxides Emissions (Part 2)

by Yoichi NAKAMURA and Susumu YAMASHIRO

When thermal generating units were constrained with the total nitrogen oxides emissions, we determined the optimum operative pattern by the dynamic programming method in the previous paper. However, using the dynamic programming method, memory requirement will increase more in case of many grids requirement or many informations given to these grids (in our previous example, when we gave informations of the operative pattern to the grids, memory requirement increased from 17 kW to 98 kW).

In this time, we present the other method which decides the optimum operative pattern than the dynamic programming method. And we apply our method to model system, and report that our method requires less memory domain and computing time than the dynamic programming method.

### 1. ま え が き

火力発電所より排出される窒素酸化物 (NO<sub>x</sub>) の累積排出量を制約した場合の最適運転パターンを、前報<sup>1)</sup>ではダイナミックプログラミング (D. P.) 法により求めた。D. P. 法を用いる場合、格子点の数およびその格子点に与える情報の量により使用語数が大幅に増大する (前報の例では運転パターン情報を格子点に与えたとき、17 kW から 98 kW に増大した)。そこで今回、D. P. 法によらずに最適運転パターンを決定する手法について考察したのでここに報告する。また、モデル系統に対し本手法を適用しその結果も合わせて示す。

\* 電気四学会北海道支部連合大会で一部発表 (1978-10)

\*\* 北見工業大学電気工学科

## 2. 最適運用

### 2.1 目的関数

電力系統が  $M$  台の火力発電機によって構成されているものとし、日間を  $N$  等分するとき第  $n$  時間帯における  $m$  号機の出力を  $G_m^n$  とする。このとき  $m$  号機の運転費  $F_m^n$  は(1)式に示す

$$F_m^n = \begin{cases} a_m + b_m \cdot G_m^n + c_m \cdot (G_m^n)^2 & G_m^n > 0 \\ fS_m & G_m^n = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ように出力  $G_m^n$  の2次式で与えられる燃料費か、あるいは停止時間に対し線形な値をとる起動費  $fS_m$  で決定されるものとする。ここで  $a_m, b_m, c_m$  は発電機の設定数である。また  $\text{NO}_x$  排出

$$y_m^n = \alpha_m + \beta_m \cdot G_m^n + \gamma_m \cdot (G_m^n)^2 \quad (2)$$

量  $y_m^n$  は(2)式で与えられる<sup>1)</sup>。ここで  $\alpha_m, \beta_m, \gamma_m$  は発電機の設定数である。第  $n$  時間帯の負荷を  $P_n$ 、累積排出量制約を  $Y$  とするとき、(3)式に示す目的関数を考える。ここで  $\lambda_n, \mu$  は Lagrange の未定乗数であり送電損失は無視する。(3)式を最小にするとき最適運用が得られるが、

$$\Phi = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M F_m^n + \sum_{n=1}^N \left\{ \lambda_n \left( P_n - \sum_{m=1}^M G_m^n \right) \right\} + \mu \left( Y - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n \right) \quad (3)$$

$$= \sum_{n=1}^N \varphi_n + \mu Y \quad (4)$$

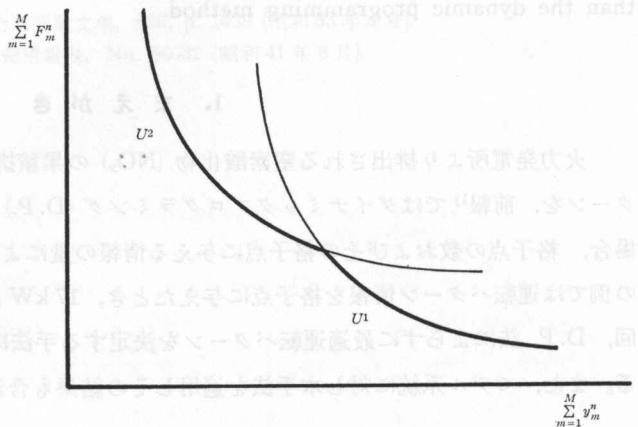
$$\varphi_n = \sum_{m=1}^M F_m^n + \lambda_n \left( P_n - \sum_{m=1}^M G_m^n \right) - \mu \sum_{m=1}^M y_m^n \quad (5)$$

各時間帯における最適並列発電機群が決定されていないためにすぐには最適解は得られない。

(3)式を(4)式のように変形すると  $\varphi_n$  は(5)式のようなになる。ある  $\mu$  が与えられて(5)式を最小にするとき、その  $\mu$  に対する最適負荷配分が得られる。

### 2.2 並列発電機群

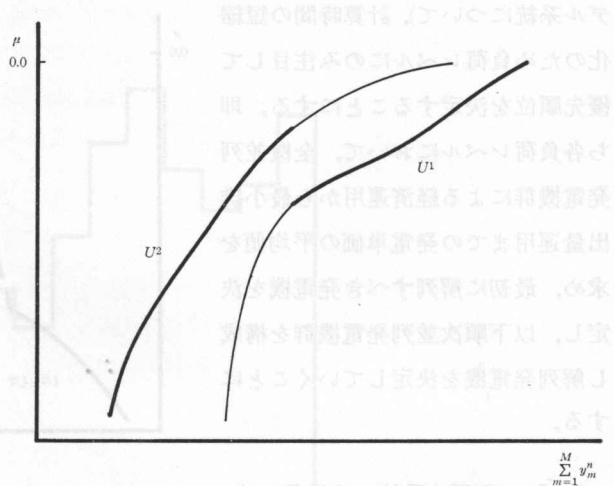
第  $n$  時間帯において、この(5)式を最小にして得られる  $\sum_{m=1}^M F_m^n$  と  $\sum_{m=1}^M y_m^n$  と  $\mu$  の関係を考えて例えば第1図および第2図のようなになる。図中  $U^1, U^2$  は発電機群の種類を示す。図から各排出量に対する最適運用は太線となる。また他の時間帯  $n'$  における最適運用は、例えば第3図のようなになる。ここで  $U^V, U^{2'}$  はそれぞれ発電機群の



第1図  $\sum_{m=1}^M y_m^n - \sum_{m=1}^M F_m^n$  曲線 太線：最適運用

Fig. 1.  $\sum_{m=1}^M y_m^n - \sum_{m=1}^M F_m^n$  Curve

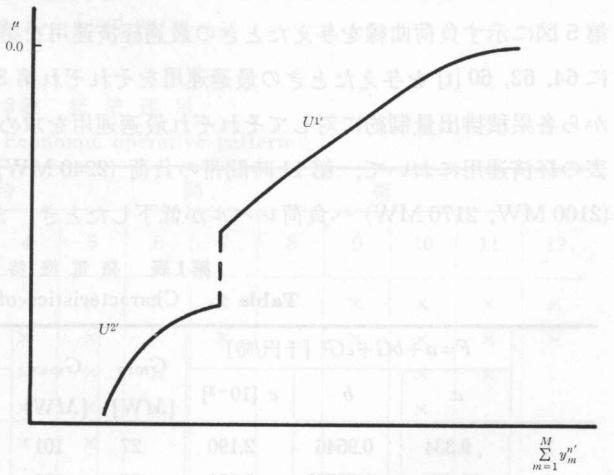
種類である。各発電機群は最適発電機群となる区間以外の区間では運転する必要のないことから、最適発電機群となる区間より排出量の少ない方の区間で $+\infty$ 、排出量の多い方の区間で $-\infty$ のペナルティコストを与えることにすると、第3図においてある $\mu$ に対し運転が定まらない区間については、点線で示すようにいずれかの端点の運転を用いることができる。



第2図  $\mu - \sum_{m=1}^M y_m^n$  曲線 太線：最適運用

Fig. 2.  $\mu - \sum_{m=1}^M y_m^n$  Curve

これら2時間帯からなる等 $\mu$ による運用は第4図のように合計される。従って第4図から、累積排出量制約 $Y$ に対する各時間帯における並列発電機群がわかるので、目的関数(3)式を最小化することにより最適運用が得られる。また第4図に示すように累積排出量 $(\sum_{m=1}^M y_m^n + \sum_{m=1}^M y_m^{n'})$ のある区間では複数の運用が得られることになるが、この区間に累積排出量制約 $Y$ が与えられた場合はそれぞれの運転費を求め最適運用を決定する。即ち第2図、第3図に示した $\mu - \sum_{m=1}^M y_m^n$ 曲線の不連続点を求めることにより累積排出量制約を満足する最適運用が得られることになる。しかし、この不連続点を定式的



第3図  $\mu - \sum_{m=1}^M y_m^{n'}$  曲線

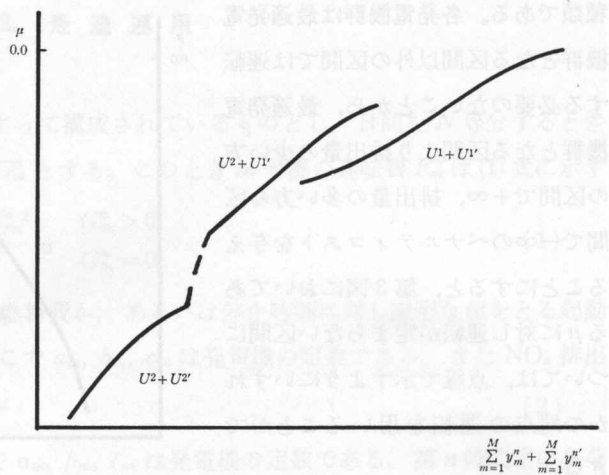
Fig. 3.  $\mu - \sum_{m=1}^M y_m^{n'}$  Curve

に解くためには普通 $M^2$ 次式を解くことになり(付録)、一般に解は得られない。そこで、排出量 $\sum_{m=1}^M y_m^n$ について一定の間隔で離散的に運転費 $\sum_{m=1}^M F_m^n$ を求め、 $\mu - \sum_{m=1}^M y_m^n$ 曲線の不連続点は一次補間法により求めることにする。

### 2.3 優先順位

前報では負荷レベルと排出量により優先順位を決定する手法について述べたが、各排出量ごとに優先順位を決定しても並列発電機群構成内容に大きな違いが現われないことと(後述モ

デル系統について), 計算時間の短縮化のため負荷レベルにのみ注目して優先順位を決定することにする。即ち各負荷レベルにおいて, 全機並列発電機群による経済運用から最小排出量運用までの発電単価の平均値を求め, 最初に解列すべき発電機を決定し, 以下順次並列発電機群を構成し解列発電機を決定していくことにする。



### 3. モデル系統への適用

発電機 12 台で構成される電力系統を考え, そのうち 4 台はいわゆる

ベース火力として常に系統に並列するものとする。これらの発電機の特性を第 1 表に示す。第 5 図に示す負荷曲線を与えたときの最適経済運用を第 2 表に示す。また累積排出量制約  $Y$  に 64, 62, 60 [t] を与えたときの最適運用をそれぞれ第 3, 第 4, 第 5 表に示す。これらの結果から各累積排出量制約に対してそれぞれ最適運用を求めなければならないことがわかる。第 2 表の経済運用において, 第 11 時間帯の負荷 (2240 MW) から第 6 あるいは第 10 時間帯の負荷 (2100 MW, 2170 MW) へ負荷レベルが低下したとき, まず 4 号機が解列しているのがわかる。

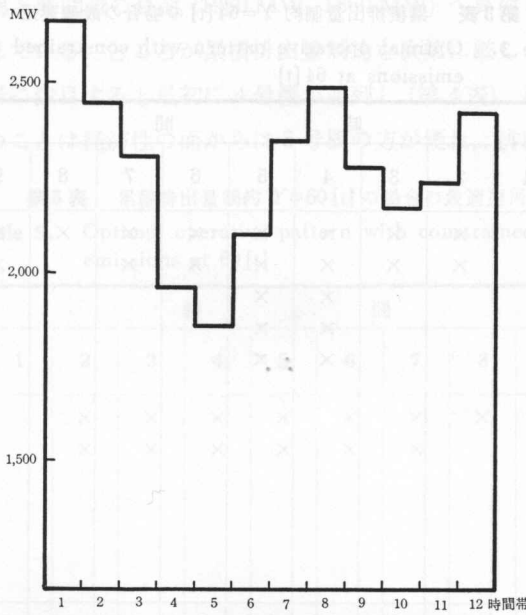
第 4 図  $\mu - \left( \sum_{m=1}^M y_m^n + \sum_{m=1}^M y_m^{n'} \right)$  曲線

Fig. 4.  $\mu - \left( \sum_{m=1}^M y_m^n + \sum_{m=1}^M y_m^{n'} \right)$  Curve

第 1 表 発電機特性

Table 1. Characteristics of generator

	$F = a + bG + cG^2$ [千円/時]			$G_{min}$ [MW]	$G_{max}$ [MW]	$y = \alpha + \beta G + \gamma G^2$ [kg/h]			起動費 [千円/時]
	$a$	$b$	$c$ [ $10^{-3}$ ]			$\alpha$	$\beta$	$\gamma$ [ $10^{-3}$ ]	
1	9.334	0.9546	2.190	27	101	164.98	0.3652	3.479	2.2
2	15.652	0.7971	3.153	27	101	164.98	0.3652	3.479	2.0
3	8.019	0.8201	1.881	27	99	14.08	0.3329	4.259	4.6
4	13.446	0.6848	2.709	27	99	14.08	0.3329	4.259	4.6
5	25.718	0.7922	0.732	37	232	62.31	-0.5655	6.251	3.9
6	21.715	0.8355	0.588	37	220	62.31	-0.5655	6.251	3.9
7	22.094	0.6806	0.630	37	222	40.91	-0.5543	6.940	5.2
8	18.656	0.7177	0.504	37	236	40.91	-0.5543	6.940	5.2
9	34.302	0.7513	0.438	144	344	10.43	-0.6147	5.738	—
10	28.058	0.7915	0.372	144	344	10.43	-0.6147	5.738	—
11	29.469	0.6455	0.375	144	344	43.58	-0.5194	4.686	—
12	24.104	0.6800	0.318	144	344	43.58	-0.5194	4.686	—



第5図 負荷曲線  
Fig. 5. Load curve.

第2表 経済運用  
Table 2. Economic operative pattern

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2		×	×	×	×	×	×		×	×	×	×
3				×	×	×				×	×	
4				×	×	×				×		
5				×	×							
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
排出量 [t]	6.97	6.00	5.51	4.72	4.22	4.88	5.65	6.34	5.36	5.23	5.36	5.89
運転費 [¥10 <sup>6</sup> ]	5.24	4.72	4.42	3.68	3.48	3.98	4.50	4.82	4.36	4.13	4.27	4.65

× : 解列  $\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M y_m^n = 66.14$  [t]  $\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M F_m^n = 52.25$  [¥10<sup>6</sup>]

第3表 累積排出量制約  $Y=64$  [t] の場合の最適運用

Table 3. Optimal operative pattern with constrained total emissions at 64 [t]

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2		×	×	×	×	×	×		×	×	×	×
3				×	×							
4				×	×							
5				×	×							
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
排出量 [t]	6.97	5.97	5.30	4.65	4.16	4.44	5.49	6.30	5.17	4.71	4.99	5.84
運転費 [¥10 <sup>6</sup> ]	5.24	4.72	4.42	3.68	3.48	3.99	4.51	4.83	4.36	4.13	4.28	4.66

× : 解列  $\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M F_m^n = 52.29$  [¥10<sup>6</sup>]

第4表 累積排出量制約  $Y=62$  [t] の場合の最適運用

Table 4. Optimal operative pattern with constrained total emissions at 62 [t]

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2		×	×	×	×	×	×		×	×	×	×
3					×							
4												
5					×							
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
排出量 [t]	6.97	5.88	5.20	3.82	3.93	4.35	5.38	6.14	5.07	4.63	4.91	5.72
運転費 [¥10 <sup>6</sup> ]	5.24	4.73	4.43	3.72	3.49	4.00	4.51	4.84	4.36	4.14	4.28	4.66

× : 解列  $\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M F_m^n = 52.40$  [¥10<sup>6</sup>]

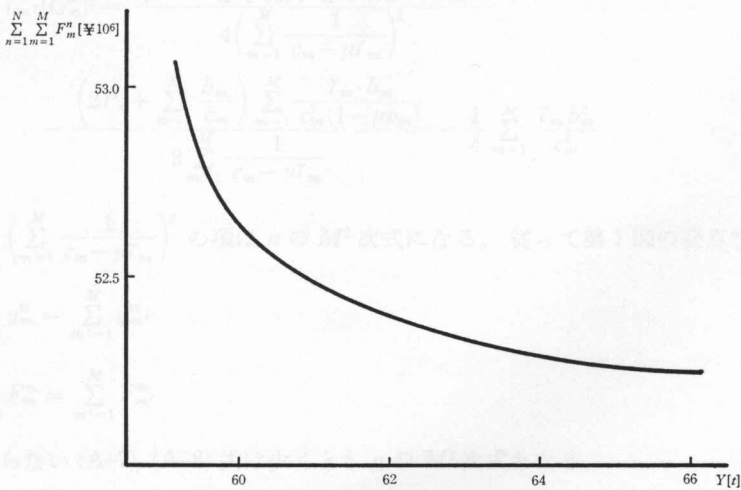
さらに第4あるいは第5時間帯の負荷 (1960 MW, 1860 MW) へ負荷レベルが低下したとき、今度は5号機が解列している。ところが累積排出量制約を次第に厳しくしたときの運用の変化をみると、第5時間帯に注目すると最初に4号機が並列し (第4表)、次に5号機が並列している (第5表)。これらのことは経済性の面からは5号機の方が優れ、排出量の面からは4号機の

第5表 累積排出量制約 Y=60 [t] の場合の最適運用

Table 5. Optimal operative pattern with constrained total emissions at 60 [t]

発電機	時間帯											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2		×	×	×	×	×	×		×	×	×	×
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
排出量 [t]	6.85	5.85	5.11	3.61	3.23	4.17	5.30	6.00	4.96	4.47	4.78	5.67
運転費 [¥10 <sup>6</sup> ]	5.26	4.73	4.44	3.75	3.56	4.02	4.52	4.85	4.38	4.16	4.30	4.67

× : 解列  $\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M F_m^n = 52.64$  [¥10<sup>6</sup>]



第6図 累積排出量制約に対する累積運転費

Fig. 6. Total cost curve for constrained total emissions.

方が優れているためであると思われる。各累積排出量制約に対する累積運転費を第6図に示す。第6図より累積排出量制約が厳しくなるにつれて、累積運転費が増大していることがわかる。なお、これらの計算は北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 を使用した例では、使用語数で約 16 kW、計算時間で約 7 秒であった。

#### 4. む す び

火力発電所から排出される窒素酸化物について累積排出量が制約された場合の最適起動停止問題の D.P. 法によらない解法について考察した。また本手法をモデル系統に対し適用し、D.P. 法に比べ使用語数・計算時間ともに短縮できることを示した。なお、これらの計算は北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 および本学電子計算機室の ACOS-4, OKITAC-4500 C を用いて行った。

終りに、終始貴重な御指導を下される北見工業大学小池東一郎学長に深く感謝申し上げます。

#### 参 考 文 献

- 1) 中村・奈良・山城：  $\text{NO}_x$  の累積排出量が制約された場合の火力発電機群起動停止問題 (第1報) (北見工大研報, 10 卷 1 号)。
- 2) 山城： 火力発電機群の起動停止問題の一解法 (電気学会論文誌; Vol. 93-B, No. 9), 昭和 48 年 9 月。
- 3) J. B. Cadogan, L. Eisenberg: Sulfur Oxide Emissions Management for Electric Power Systems, IEEE, PAS-Vol. 96, 1977.
- 4) O. E. Finnigam, A. A. Fouad: Economic dispatch with Pollution Constraints, IEEE Winter Power Meeting, January 1974.
- 5) 中村・奈良・山城：  $\text{NO}_x$  累積排出量制約に対する火力発電機群の最適日起動停止計画法 (昭和 53 年電気学会全国大会 818)。
- 6) 中村・奈良・山城・小池：  $\text{NO}_x$  累積排出量制約に対する火力発電機群の最適日起動停止計画法 (第2報) (昭和 53 年電気四学会北海道支部連合大会 No. 52)。

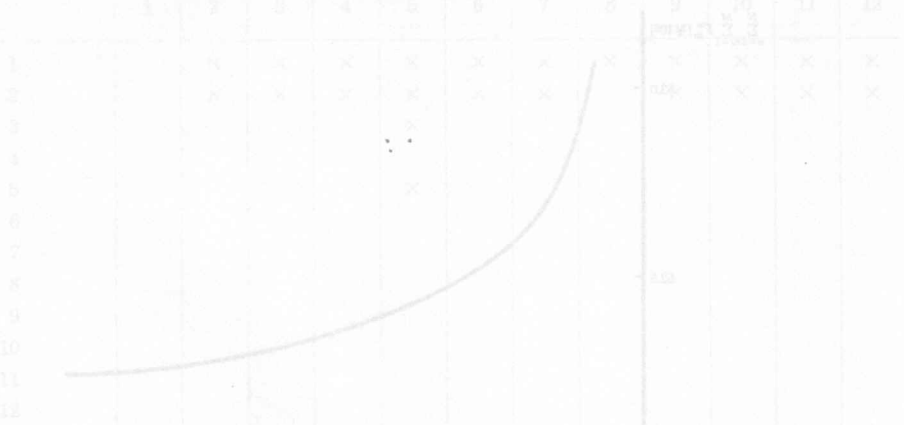


Fig. 6. Total cost curve for constrained dispatch.



## 付 録

(5) 式を最小化するために

$$\frac{\partial \varphi_n}{\partial G_m^n} = b_m + 2 \cdot c_m \cdot G_m^n - \lambda_n - \mu (\beta_m + 2 \cdot \gamma_m \cdot G_m^n) = 0 \quad (\text{A-1})$$

$$\therefore G_m^n = \frac{\lambda_n - (b_m - \mu \beta_m)}{2(c_m - \mu \gamma_m)} \quad (\text{A-2})$$

発電機定数  $\rho_m$  を用いて  $y_m^n = \rho_m F_m^n$  と近似し<sup>3)</sup>,  $\sum_{m=1}^M G_m^n = P_n$  より

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot P_n + \sum_{m=1}^M \frac{b_m}{c_m}}{\sum_{m=1}^M \frac{1}{c_m (1 - \mu \rho_m)}} \quad (\text{A-3})$$

これを (A-2) 式へ代入すると

$$G_m^n = \frac{2 \cdot P_n + \sum_{m=1}^M \frac{b_m}{c_m} - (b_m - \mu \beta_m) \sum_{m=1}^M \frac{1}{c_m (1 - \mu \rho_m)}}{2(c_m - \mu \gamma_m) \sum_{m=1}^M \frac{1}{c_m (1 - \mu \rho_m)}} \quad (\text{A-4})$$

また

$$\sum_{m=1}^M y_m^n = \sum_{m=1}^M \alpha_m + \sum_{m=1}^M \beta_m \cdot G_m^n + \sum_{m=1}^M \gamma_m \cdot (G_m^n)^2 \quad (\text{A-5})$$

より  $\sum_{m=1}^M \gamma_m \cdot (G_m^n)^2$  の項を求めてみると

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \gamma_m \cdot (G_m^n)^2 &= \frac{\left(2P_n + \sum_{m=1}^M \frac{b_m}{c_m}\right)^2 \sum_{m=1}^M \frac{\gamma_m}{(c_m - \mu \gamma_m)^2}}{4 \left(\sum_{m=1}^M \frac{1}{c_m - \mu \gamma_m}\right)^2} \\ &\quad - \frac{\left(2P_n + \sum_{m=1}^M \frac{b_m}{c_m}\right) \sum_{m=1}^M \frac{\gamma_m \cdot b_m}{c_m^2 (1 - \mu \rho_m)}}{2 \sum_{m=1}^M \frac{1}{c_m - \mu \gamma_m}} - \frac{1}{4} \sum_{m=1}^M \frac{\gamma_m b_m^2}{c_m^2} \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

ここで一般に  $\left(\sum_{m=1}^M \frac{1}{c_m - \mu \gamma_m}\right)^2$  の項は  $\mu$  の  $M^2$  次式になる。従って第 1 図の交点を求めるため

$$\sum_{m=1}^M y_m^n = \sum_{m'=1}^M y_{m'}^n \quad (\text{A-7})$$

$$\sum_{m=1}^M F_m^n = \sum_{m'=1}^M F_{m'}^n \quad (\text{A-8})$$

に解かねばならない (A-7), (A-8) 式は少なくとも  $\mu$  の  $M^2$  次式となる。