

繰り返し応力を受ける砂の残留変形*

鈴木輝之**

(昭和53年4月28日受理)

The Residual Deformation of Sand Subjected to Cyclic Stress

by Teruyuki SUZUKI

When dry sand is subjected to cyclic shear stress, the residual deformation increases successively.

The clarification of this phenomenon is very important, because it concerns the behavior of soil under field conditions such as earthquake, traffic load, etc.

In this paper, the residual axial deformation measured in cyclic triaxial test was discussed, and the following two results were obtained.

1) The properties of the residual deformation produced by the first loadings were not equal to those of the successive ones.

2) Under the adopted stress conditions, the axial residual deformation was shown as a function of stress.

1. ま え が き

砂は繰り返しのせん断応力を受けると、その応力の大きさと繰り返し回数に応じて残留変形が蓄積していく。本研究はこの繰り返し応力による砂の残留変形に関する研究の一部であり、ゆるい砂について、繰り返し三軸試験機で、軸方向に静的一定軸差応力と繰り返し軸差応力を種々の大きさの組合わせで加えたときの、軸方向の残留ヒズミについて検討したものである。

本報告では、第1回目の载荷による残留変形の特異性を述べるとともに、そのことを前提として、上述のような応力状態の下で生じる残留軸ヒズミを応力の関数として表わす実験式の導出を試みた。

2. 記 号

σ_{zt} : 全軸差応力 ($\sigma_{zs} + \sigma_{zd}$)

σ_{zs} : 静的一定軸差応力

σ_{zd} : 繰り返し軸差応力

* 第31回土木学会年次学術講演会(1976年10月,東京)にて一部発表

** 北見工業大学土木工学科

σ_{1S} : 軸方向静的応力

σ_{3S} : 側方向静的応力

ε_{zD1} : 第1回目の繰り返し応力載荷時の軸ヒズミ

ε_{zP1} : 第1回目の繰り返し応力除荷後の残留軸ヒズミ

ε'_{zD1} : 第1回目の繰り返し応力除荷時の回復軸ヒズミ

ε_{zpn} : n 回目までの繰り返し応力による残留軸ヒズミ

n : 繰り返し回数

E_R : 繰り返し応力除荷時の変形係数

3. 実験装置および方法

本実験では空気圧式の繰り返し三軸試験機¹⁾を用いた。本装置の繰り返し応力は、所定の圧力に調整した空気圧を、電磁弁を通してペロフラムシリンダーに出し入れすることにより発生させるようになっている。

実験は、まず 2.0 kg/cm^2 の等方圧力を加える。つぎに、側方圧力はそのままの状態、軸方向に静的軸差応力を加え、さらに繰り返し軸差応力を加えていくという方法で行なった。その他の実験内容の詳細は次のとおりである。

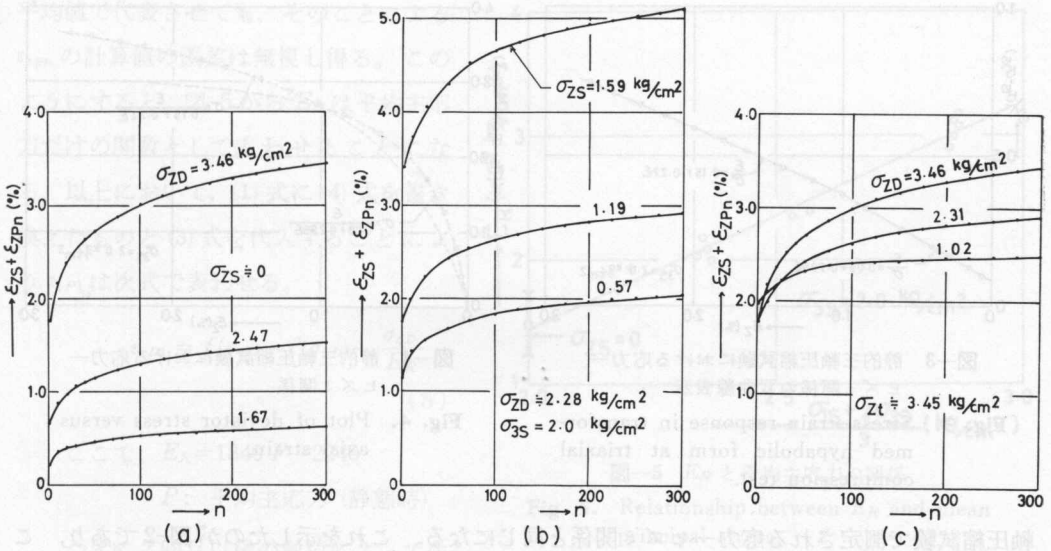
- 1) 試料: 気乾状態の豊浦標準砂
- 2) 供試体密度: 最もゆるい状態 ($\gamma_d \doteq 1.395$)
- 3) 供試体形状: 直径 50 mm, 高さ 120 mm の円柱形
- 4) 繰り返し回数: 300 回
- 5) 繰り返し速さ: 1 サイクル 4 秒

4. 実験結果および考察

4.1 繰り返し回数と残留軸ヒズミ

n と ($\varepsilon_{zS} + \varepsilon_{zpn}$) の関係の例を図-1 に示している。これらの図から、 n による ε_{zpn} の増加の傾向は、 $n=30\sim 40$ 回あたりまでで著しく、 $n=100$ 回くらいをこえると、ほぼ落ち着いてくる。しかしこの ε_{zpn} の増加は、落ち着いてくるとはいても、 $n=300$ 回程度の繰り返しでは完全にはおさまっておらず、これがおさまるまでには、応力の大きさにもよるであろうが、40000 回程度の繰り返しが必要であるとされている²⁾。このことから、実際問題を考えるとき、地震荷重などのように n の比較的少ない場合と、交通荷重のように n が非常に多くなる場合とでは分けて考える方が実情に即していると思われる。

図-1 によれば、 σ_{zD} の第1回目の載荷による残留軸ヒズミ ε_{zP1} は2回目以後の載荷によるそれに比べてかなり大きくなっていることが分る。一般に砂はある応力を受けるとそれに応じて粒子の再配列を生じる。この再配列は残留変形として現われてくる。この考え方を図-1の



図—1 繰り返し三軸試験における残留軸ヒズミの変化

Fig. 1. Variation of residual axial strain during cycle triaxial test.

結果に当てはめてみる。第1回目の载荷においては、任意の初期粒子配列からその応力に対応した粒子配列へと再配列される。したがって再配列の仕方 (ϵ_{zP1} の現われ方) は応力の大きさだけでなく、初期の粒子配列の影響を強く受けると考えられる。これに対して第2回目以後の载荷は、すでに同じ応力を何度か受け、その応力に対応した粒子配列が出来ている供試体に再载荷することになるのであるから、ここで現われる残留ヒズミにおいては、初期粒子配列の影響が相対的に小さくなると考えられる。このように同じ σ_{zD} によって生じる残留軸ヒズミの中でも、 ϵ_{zP1} については特殊であるのでこれを区別して考えた方が良いでしょう。

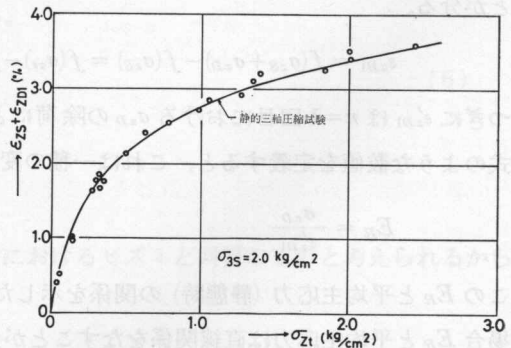
4.2 実験式の導出とその検証

ここでは繰り返し応力により生じる残留軸ヒズミ ϵ_{zPn} を応力の関数として表わす実験式を導いてみる。前述のように ϵ_{zP1} はそれ以後に現われる残留軸ヒズミと異なった性質を持つようであるので、これを別にして検討していく。

まず ϵ_{zP1} は定義から次式で表わすことが出来る。

$$\epsilon_{zP1} = \epsilon_{zD1} - \epsilon'_{zD1} \quad (1)$$

式中の ϵ_{zD1} は静的三軸圧縮試験の場合のヒズミと同じものとして扱うことが出来る。すなわち $(\sigma_{zS} + \sigma_{zD})$ と $(\epsilon_{zS} + \epsilon_{zD1})$ の関係は静的三



図—2 第1回目の载荷における軸ヒズミ

Fig. 2. The axial strain Product by first loading.

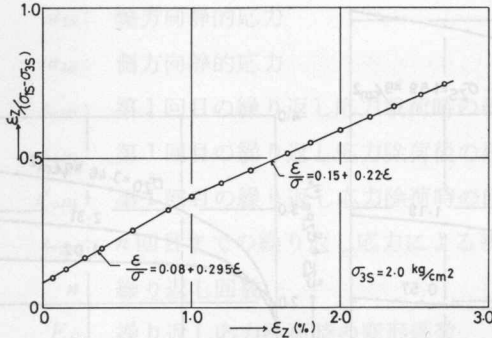


図-3 静的三軸圧縮試験における応力-ヒズミ関係の双曲線表示

Fig. 3. Stress-strain response in transformed hypabolic form at triaxial compression test.

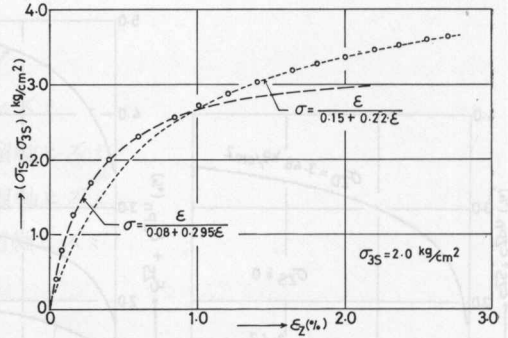


図-4 静的三軸圧縮試験における応力-ヒズミ関係

Fig. 4. Plot of deviator stress versus axial strain.

軸圧縮試験で測定される応力-ヒズミ関係と同じになる。これを示したのが図-2であり、このことのほぼ正しいことが分る。以上の事実から、 ϵ_{zD1} を決めるには、静的三軸圧縮試験の応力-ヒズミ関係を表わす式を決めればよいことになる。この関係を表わす式の一例として次式のコンドナー³⁾の双曲線表示がある。

$$\epsilon = f(\sigma) = \frac{a\sigma}{1-b\sigma} \tag{2}$$

ここで a, b : 係数

(2)式の係数 a, b を決めるため図-2の静的三軸圧縮試験の結果を書き換えて、 $\epsilon_z/(\sigma_{1S}-\sigma_{3S})$ と ϵ_z の関係をとると図-3のようになる。この図によれば両者の関係は $\epsilon_z \approx 1.0\%$ を境としてその前後で直線関係を示している。図-3で得られた係数 a, b を用いて、(2)式の表示と実測値を比較したのが図-4である。この図から静的三軸圧縮試験における応力-ヒズミ関係が(2)式で十分正確に表わし得ることが分る。以上図-2~図-4の結果から(1)式中の ϵ_{zD1} は次式で表わせることが分る。

$$\epsilon_{zD1} = f(\sigma_{zS} + \sigma_{zD}) - f(\sigma_{zS}) = f(\sigma_{zt}) - f(\sigma_{zS}) \tag{3}$$

つぎに ϵ'_{zD1} は $n=1$ 回目における σ_{zD} の除荷にもなつて生じる回復ヒズミである。ここで次式のような数値を定義すると、これは一種の変形係数ということが出来る。

$$E_R = \frac{\sigma_{zD}}{\epsilon'_{zD1}} \tag{4}$$

この E_R と平均主応力(静態時)の関係を示したのが図-5である。この図によれば、 $\sigma_{zS} \neq 0$ の場合 E_R と平均主応力は直線関係をなすことが分る。一方 $\sigma_{zS} = 0$ の場合は、 E_R は σ_{zD} によって変化する。その変化の範囲を図-5中に示してある。しかし、この変化の範囲は比較的せまいこと、さらに ϵ'_{zD1} の値は相対的に非常に小さいものであることから、 $\sigma_{zS} = 0$ の場合の E_R を

平均値で代表させても、そのことによる ϵ_{zpn} の計算値の誤差は無視し得る。このようにすると、図-5から E_R は平均主応力だけの関数として表わせることになる。以上において、(1)式に(4)式を書き換えたものと(3)式を代入することにより ϵ_{zP1} は次式で表わせる。

$$\epsilon_{zP1} = f(\sigma_{zt}) - f(\sigma_{zD}) - \frac{\sigma_{zD}}{E_R} \quad (5)$$

ここで $E_R = 1840 P - 2240$

P : 平均主応力 (静態時)

つぎに2回目以後の载荷によって生

じる残留軸ヒズミ ($\epsilon_{zpn} - \epsilon_{zP1}$) について検討してみる。いま、 σ_{zD}/σ_{zt} と $(\epsilon_{zpn} - \epsilon_{zP1})/(\epsilon_{zS} + \epsilon_{zD1} + \epsilon_{zpn} - \epsilon_{zP1})$ の関係をとってみると図-6のようになる。ここで横軸にとっている指数の分母としては $(\epsilon_{zS} + \epsilon_{zpn})$ をとる方が理にかなっていると思われるが、 ϵ_{zP1} は相対的に小さい値であるので、今後の計算式の簡単化のために前述のような値を用いている。図-6によれば n が小さい場合は点群のバラツキが大きい、 n が大きくなってくると点群が一つの直線をなしてくるという傾向を示し、 $n=100$ 回あたりからは一つの直線とみなしても差し支え無さそうである。しかしこの直線は原点を通るはずであるがそのようにはなっていない。この点については σ_{zD} がより小さいところでの実験を行なってみる必要があるが、少なくとも実験が行なわれた応力の範囲では図-6のような関係が得られるようである。また $\sigma_{zS}=0$ の場合は σ_{zD} の大きさにかかわらず $\sigma_{zD}/\sigma_{zt}=1$ となるので、横軸の指数のバラツキ範囲を示したが、その範囲はせまく平均値をもって一つの点とみなしてもよいと思われる。図-6から、 n がある大きさ以上になれば、任意の n の場合について次式の関係が成立する。

$$\epsilon_{zpn} - \epsilon_{zP1} = \frac{k}{1-k} (\epsilon_{zS} + \epsilon_{zD1}) \quad (6)$$

ここに $k = c \cdot \frac{\sigma_{zD}}{\sigma_{zt}} + d$

$c \cdot d$: 係数

前述のように、 $(\epsilon_{zS} + \epsilon_{zD1})$ は静的三軸圧縮試験におけるヒズミと同質のものと考えられるから(2)式を用いて次のように表わせる。

$$(\epsilon_{zS} + \epsilon_{zP1}) = \frac{a\sigma_{zt}}{1-b \cdot \sigma_{zt}} \quad (7)$$

(7)式を(6)式に代入することにより、 $(\epsilon_{zpn} - \epsilon_{zP1})$ は次式のようになる。

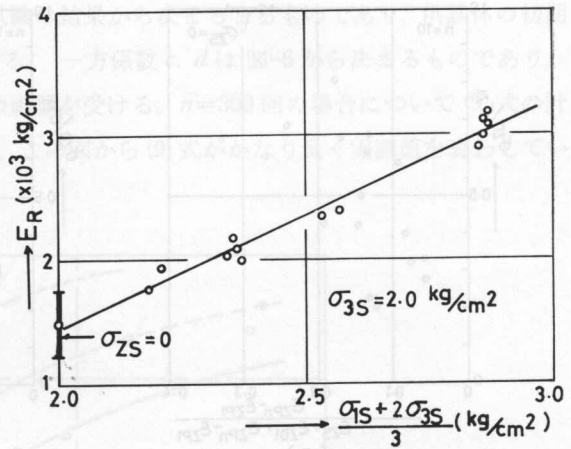


図-5 E_R と平均主応力の関係

Fig. 5. Relationship between E_R and mean principal stress.

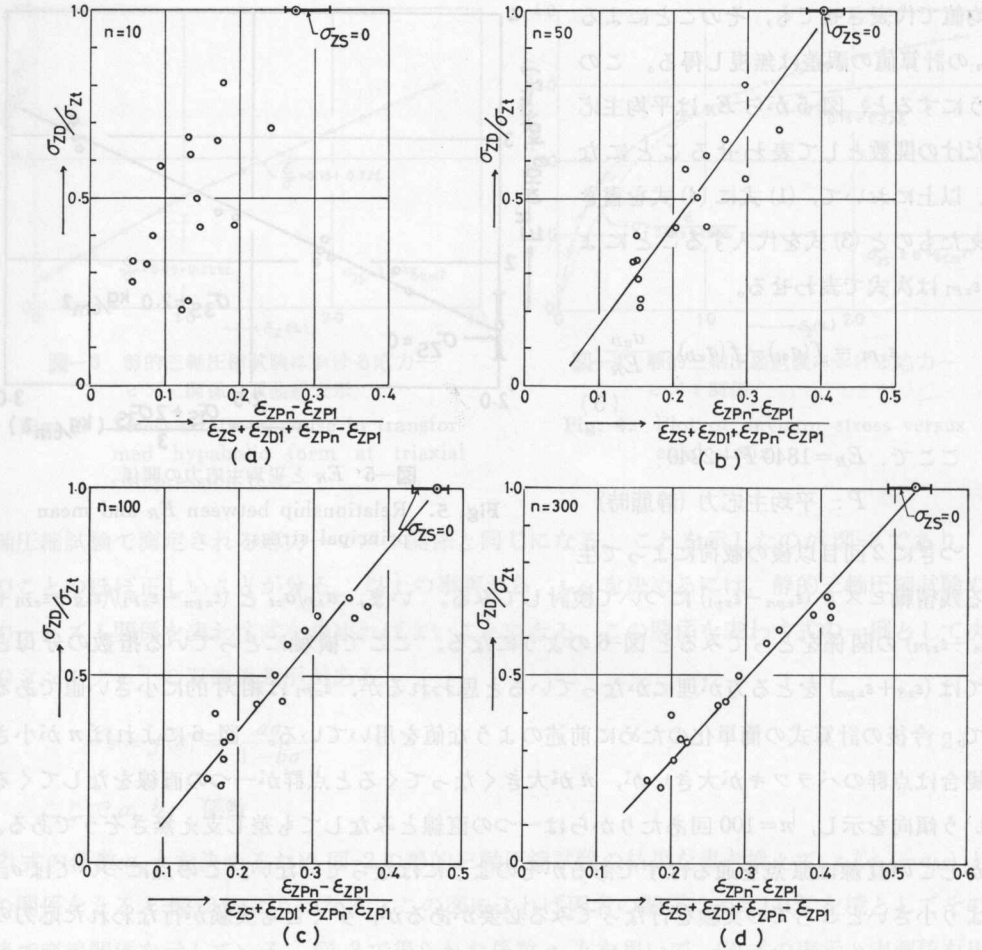


図-6 $\frac{\varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zP1}}{\varepsilon_{zS} + \varepsilon_{zD1} + \varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zP1}}$ と $\frac{\sigma_{zD}}{\sigma_{zt}}$ の関係

Fig. 6. Relationship between $\frac{\varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zP1}}{\varepsilon_{zS} + \varepsilon_{zD1} + \varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zP1}}$ and $\frac{\sigma_{zD}}{\sigma_{zt}}$

$$\varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zP1} = \frac{k}{1-k} \cdot \frac{a \cdot \sigma_{zt}}{1-b \cdot \sigma_{zt}} \tag{8}$$

いま $n=300$ 回の場合について (8) 式により計算した $(\varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zP1}) - \sigma_{zt}$ 曲線と実測値を比較してみると 図-7 のようになる。

最終的に、 σ_{zD} を所定の回数加えることにより生じる ε_{zpn} は (5) 式と (8) 式を加え合わせるにより次式で表わされる。

$$\varepsilon_{zpn} = \frac{1}{1-k} f(\sigma_{zt}) - f(\sigma_{zs}) - \frac{\sigma_{zD}}{E_R} \tag{9}$$

ここで $f(x) = \frac{a \cdot x}{1-b \cdot x}$

$$k = c \frac{\sigma_{zD}}{\sigma_{zt}} + d$$

(9)式で係数 a, b は図-3の静的三軸圧縮試験の結果から決まるものであり、供試体の初期状態(粒子配列、応力状態)の影響を受ける。一方係数 c, d は図-6から決まるものであり、供試体の初期状態の他に繰り返し回数 n の影響を受ける。 $n=300$ 回の場合について(9)式の計算値と実測値を比較したのが図-8である。この図から(9)式がかなり良く実測値を表わしていることが分る。

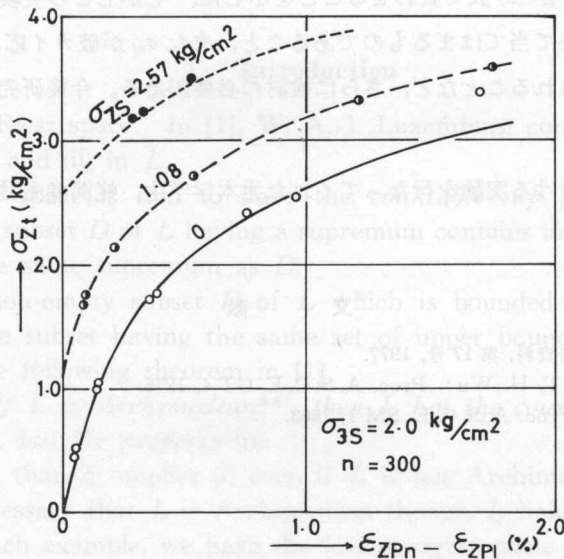


図-7 $(\varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zp1}) - \sigma_{zt}$ 関係の計算値と実測値の比較

Fig. 7. Comparison of calculated $(\varepsilon_{zpn} - \varepsilon_{zp1}) - \sigma_{zt}$ relations and measured ones.

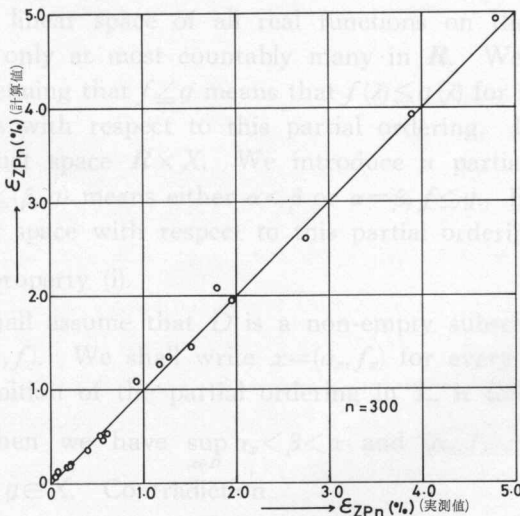


図-8 ε_{zpn} の計算値と実測値の比較

Fig. 8. Comparison of calculated ε_{zpn} and measured ones.

5. あとがき

ゆるい砂の繰り返し三軸試験で、ごく単純な応力状態の場合における残留軸ヒズミを測定した。その結果、第1回目の載荷で生じる残留軸ヒズミと第2回目以後に生じるそれとは、かなり性質が異なるようであり、そのことを前提として検討することにより、繰り返し応力により生じる残留軸ヒズミが(9)式で表わせることを示した。しかしこの実験式は n がある程度以上の回数の場合について当てはまるものであること、また σ_{zt} が破カイ応力に近くなると成立しなくなる傾向が見られることなど、さらに検討の必要がある。今後研究を進めていく予定である。

最後に本報告における実験を行なってくれた元本学学生、虻沢俊光君、大橋正幸君、西沢俊夫君に感謝する。

文 献

- 1) 鈴木輝之：技術報告資料，第17号，1977.
- 2) V. K. Khosla and T. H. Wu：Proc. A. S. C. E. GT 4, 1976.
- 3) R. L. Kondner：Proc. A. S. C. E. SM 1, 1963.

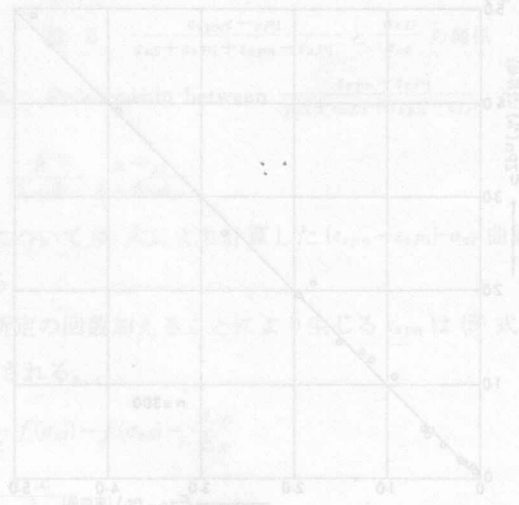


Fig. 8. Comparison of calculated and measured values.