

電力潮流の最適化 (第6報)*

— 線路過負荷を考慮した有効電力の最適化 —

植 田 孝 夫**

中 村 陽 一***

奈 良 宏 一***

山 城 迪***

(昭和53年4月28日受理)

Optimization of Power Flow (Part 6)

— Optimization of Power Flow with line security limits —

by Takao UEDA, Yoichi NAKAMURA, Koichi NARA
and Susumu YAMASHIRO

This paper presents a method for optimizing power flow with line security limits, as the more generalized optimization problem of power flow.

The proposed method has a feature which the objective function is minimized under unconstraints, as a result of the branch flow constraints are incorporated into the objective function.

And also the DC load flow calculation is used to formulate this optimization of power flow.

1. ま え が き

文献(1)では電力潮流の最適化問題として経済性の追求に主眼を置いた「直流法による電力潮流の最適化」手法について述べた。しかし、必ずしも潮流最適化の結果が線路過負荷を生じないと言う保証はない。もし、その様な状態が生じた場合、線路過負荷を解消する様に再負荷配分する事が必要である。今回、線路過負荷を考慮し送電線路がセキュリティ破壊を起こさない様な線路過負荷を考慮した電力潮流の最適化手法を開発したので本手法をモデル系統に適用し検討を加える。

2. 定 式 化

送電線路のフロー不等式制約 $|f_b| - F_b \leq 0$ を考慮する為に線路過負荷量をペナルティとして目的関数に組み込み、次の様な目的関数 Φ を導入し線路過負荷を考慮した有効電力の最適

* 電気学会全国大会で発表 (53, 4)

** 北見工業大学工学専攻科 (現在, 北海道大学大学院工学研究科修士課程)

*** 北見工業大学電気工学科

化問題を Φ の最小化問題として定式化する。

$$\Phi = \sum_m C_m + \lambda(PL - \sum_i P_i) + \sum_b \left\{ \alpha_b (|f_b| - F_b + x_b) + \frac{1}{2} \beta_b x_b^2 \right\} \quad (1)$$

ここで、 m は発電機番号、 i はノード番号、 b はブランチ番号、 C は燃料費、 PL は送電損失、 P はノード電力、 λ 、 α はラグランジュ乗数、 f は線路潮流、 F は線路容量、 x はスラック変数 ($-x$ が過負荷量に対応する)、 $1/2 \beta x^2$ は過負荷量 x に対応するペナルティ・コスト、また

$$\beta = \begin{cases} 0 & (x \geq 0) \\ \text{正の定数} & (x < 0) \end{cases} \quad (2)$$

である。式(1)の第1項は発電機の総燃料費、第2項は有効電力の需給バランス、そして第3項がフロー制約とそのペナルティを表わしている。本手法は有効電力の需給バランス(等式制約)、フロー制約(不等式制約)を目的関数に組み込む事により無制約条件の下で目的関数 Φ の最小化を行えば良いと言う利点を持つ。

3. 最小化の為の必要条件

目的関数 Φ が最小である為の必要条件は目的関数 Φ のグラジエント・ベクトル

$$\nabla \Phi = 0 \quad (3)$$

となる事である。すなわちノード i の発電機出力を G_i 、負荷電力を D_i とすれば $P_i = G_i - D_i$ であるから

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_i} = \frac{dC_i}{dG_i} + \lambda \left(\frac{\partial PL}{\partial P_i} - 1 \right) + \sum_b \alpha_b \frac{\partial |f_b|}{\partial P_i} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = PL - \sum_i P_i = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_b} = \alpha_b + \beta_b x_b = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_b} = |f_b| - F_b + x_b = 0 \quad (7)$$

である。上式(4)~(7)を満足した時、線路過負荷を考慮した電力潮流の最適化が得られる。

4. 線路過負荷の解消

今、発電機 i の燃料費特性を $C_i = a_i + b_i G_i + C_i G_i^2$ と2次近似すれば式(4)を G_i について解き

$$G_i = \frac{1}{2C_i} \left\{ \lambda \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial P_i} \right) - b_i - \sum_b \alpha_b \frac{\partial |f_b|}{\partial P_i} \right\} \quad (8)$$

また、過負荷を考慮しない場合は

$$G_i = \frac{1}{2C_i} \left\{ \lambda \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial P_i} \right) - b_i \right\} \quad (9)$$

となる。従って式(8), (9)の比較より次の事が分かる。

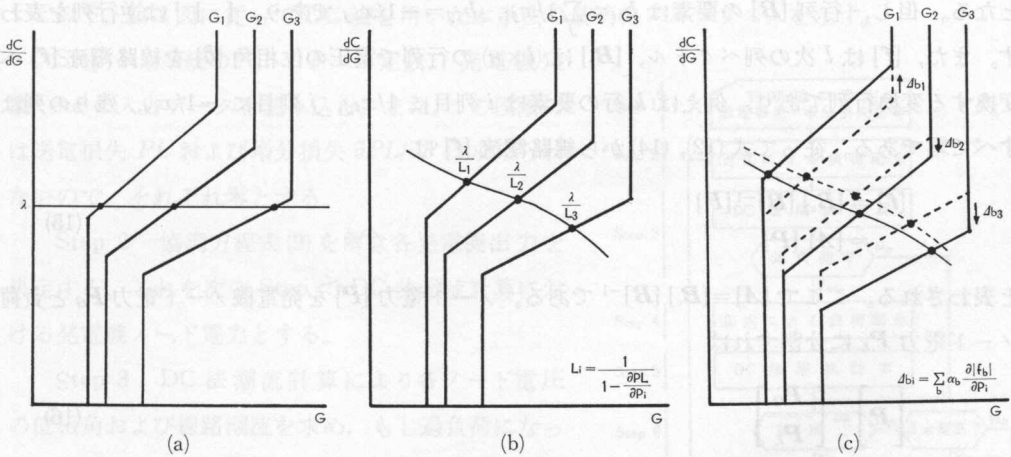
「線路過負荷を考慮した経済負荷配分を行なう事は等価的に発電機の燃料費特性の1次項の係数 b_i を $b_i + \sum_b \alpha_b \cdot \partial |f_b| / \partial P_i$ と置き換える、つまり発電機出力について言えば λ が一定の下に各発電機出力を $1/2C_i \cdot \sum_b \alpha_b \cdot \partial |f_b| / \partial P_i$ だけ増加する事に等しい。」

これらの様子を増分燃料費曲線を用いて第1図に示す。

(a) は周知の等 λ 法による送電損失、過負荷を無視した場合の経済負荷配分例。

(b) は送電損失のみを考慮した場合の経済負荷配分例であり、送電損失を考慮する為にペナルティ・ファクター $L=1/(1-\partial PL/\partial P_i)$ が λ への重み付けの役割をしている事に注意が必要である。

(c) は今回、提案する線路過負荷を考慮した経済負荷配分例である。点線は対比の為に(b)図を重ねたものである。上述した様に送電損失を考慮する事は L (ペナルティ・ファクター) の λ (ラグランジュ乗数) への重み付けであるのに対して線路過負荷を考慮する事は等价的に増分燃料費曲線の平行移動を表わしている。第1図(c)においては、結果的に発電機1号機が出力を減少させ、2号機は変化なし、3号機は出力を増加させて過負荷を解消している事が視察より分かる。ただし、ここでは簡単な為に線路容量を考慮した時も各発電機のペナルティ・ファクターがあまり変化しないと仮定して図示して有る。



第1図 増分燃料費曲線上での各発電機出力例

Fig. 1. Example of each generator power on incremental cost curve.

5. 感度係数

式(9)は一般に協調方程式と呼ばれるが、今回、新しい協調方程式(8)を解かねばならない。さて、式(8)の右辺第3項 $\partial |f_b| / \partial P_i$ はノード電力 P_i の微小変化に対する線路潮流 f_b の変

化の割合（感度）を表わしているが線路潮流を線形化する事により感度係数として次の様に導出される。

直流法（DC法）におけるノード間の有効電力潮流 P_{ij} は δ を電圧の位相角， x_{ij} をノード i, j 間のリアクタンスとすれば抵抗，静電容量などを省略し，次式で表わされる。

$$P_{ij} = \frac{|E_i||E_j|\sin(\delta_i - \delta_j)}{x_{ij}} \approx \frac{(\delta_i - \delta_j)}{x_{ij}} \quad (10)$$

ノード i におけるノード電力 P_i は $P_i = \sum_j P_{ij}$ と表わされるから式(10)から次の行列表示を得る。

$$[\mathbf{P}] = [\mathbf{B}] [\boldsymbol{\delta}] \quad (11)$$

従って式(11)を $\boldsymbol{\delta}$ について解けば

$$[\boldsymbol{\delta}] = [\mathbf{B}]^{-1} [\mathbf{P}] \quad (12)$$

また，ノード i, j 間の線路 k を i から j に向かって流れる有効電力潮流を f_k とすれば式(10)より

$$f_k = \frac{\delta_i - \delta_j}{x_{ij}} \quad (13)$$

更に行列表示すれば

$$[\mathbf{f}] = [\mathbf{B}_c] [\boldsymbol{\delta}] \quad (14)$$

となる。但し，行列 $[\mathbf{B}]$ の要素は $b_{ii} = \sum_j 1/x_{ij}$ ， $b_{ij} = -1/x_{ij}$ であり， $[\]^{-1}$ は逆行列を表わす。また， $[\mathbf{f}]$ は l 次の列ベクトル， $[\mathbf{B}_c]$ は $(l \times n)$ の行列で電圧の位相角 $[\boldsymbol{\delta}]$ を線路潮流 $[\mathbf{f}]$ へ変換する変換行列であり，例えば k 行の要素は i 列目に $1/x_{ij}$ ， j 列目に $-1/x_{ij}$ ，残りの列はすべて零である。従って式(12)，(14)から線路潮流 $[\mathbf{f}]$ は

$$\begin{aligned} [\mathbf{f}] &= [\mathbf{B}_c] [\mathbf{B}]^{-1} [\mathbf{P}] \\ &= [\mathbf{A}] [\mathbf{P}] \end{aligned} \quad (15)$$

と表わされる。ここで $[\mathbf{A}] = [\mathbf{B}_c] [\mathbf{B}]^{-1}$ である。ノード電力 $[\mathbf{P}]$ を発電機ノード電力 \mathbf{P}_G と負荷ノード電力 \mathbf{P}_L に分割すれば

$$[\mathbf{P}] = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_G \\ \mathbf{P}_L \end{bmatrix} \quad (16)$$

であるから式(16)を式(15)に代入し線路潮流 $[\mathbf{f}]$ は

$$\begin{aligned} [\mathbf{f}] &= [\mathbf{A}] [\mathbf{P}] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_G \\ \mathbf{P}_L \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{A}_G] [\mathbf{P}_G] + [\mathbf{A}_L] [\mathbf{P}_L] \\ &= [\mathbf{A}_G] [\mathbf{P}_G] + [\mathbf{C}_L] \end{aligned} \quad (17)$$

となる。ここで行列 $[A_G]$, $[A_L]$ は行列 $[A]$ の部分行列でありそれぞれ発電機ノード電力, 負荷ノード電力に対応している。また, $[C_L]=[A_L][P_L]$ であり負荷ノード電力一定の下では定数列ベクトルである。式(17)を発電機ノード電力 P_G で微分すれば

$$\left[\frac{\partial f}{\partial P_G} \right] = [A_G] \tag{18}$$

となり, 線路潮流を線形化する事により行列 $[A_G]$ の各要素は発電機ノード電力に対する線路潮流の変化量の割合を表わす感度係数となる。

6. 増分損失・送電損失

既に, 前報で種々の増分損失算定方法を提案したので詳細はこれに譲るとして, ここでは次式を用いて増分損失 $\partial PL/\partial P_i$ の算定を行なう。

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] &= \left[\frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] \left[\frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} \right] \\ &= \left[\frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] \left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right]^{-1} \end{aligned} \tag{19}$$

ここで $[\partial PL/\partial P_i]$, $[\partial PL/\partial \delta_j]$ は n 次の行ベクトル, $[\partial P_i/\partial \delta_j]$ は $(n \times n)$ の行列である。また, 送電損失の算定方法, その取り扱い方法は文献(1)に譲る。

7. 本手法の最適化アルゴリズム

以下, 第2図に従って DC 法を用いた本手法の最適化アルゴリズムを示す。

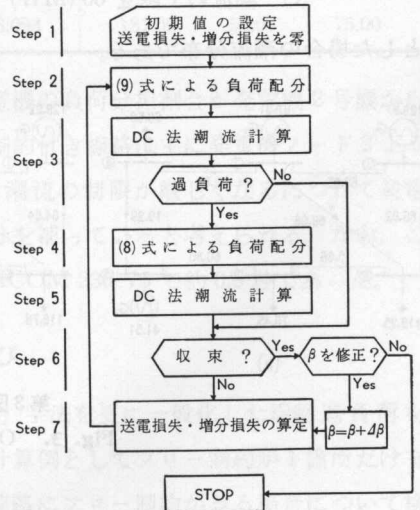
Step 1 系統のアドミタンス定数, 発電機定数, etc の入力データを読み込む。また, この段階では送電損失 PL および増分損失 $\partial PL/\partial P$ は求められないので, それぞれ零とする。

Step 2 協調方程式(9)を解き各発電機出力を決定する。これを次の Step で DC 法潮流計算における発電機ノード電力とする。

Step 3 DC 法潮流計算により各ノード電圧の位相角および線路潮流を求め, もし過負荷になった線路が有るならその過負荷量を算定し Step 4 へ, そうでないなら Step 6 へ行く。

Step 4 Step 3 で求めた過負荷量 x と式(6), (18), (19)を用いて式(8)を解き各発電機出力を決定する。

Step 5 再び, DC 法潮流計算によりノード電



第2図 本手法のフローダイアグラム

Fig. 2. Flow diagram of this method.

圧の位相角および線路潮流を求める。

Step 6 収束の判定であり前回の Step 3 或は Step 5 の DC 法潮流計算で用いたノード電力 P^{old} と今回のノード電力 P^{new} を比べ十分小さい正の ϵ に対して $|P^{new} - P^{old}| > \epsilon$ なら Step 7 へ、また $|P^{new} - P^{old}| \leq \epsilon$ なら計算を終了する。或は初期に決定したペナルティ・コストの係数 β を修正し Step 2 へ戻り再計算する。この場合、前回の β を用いて算定された送電損失・増分損失を用いて再計算を始める。

Step 7 送電損失・増分損失を算定し Step 2 へ戻る。

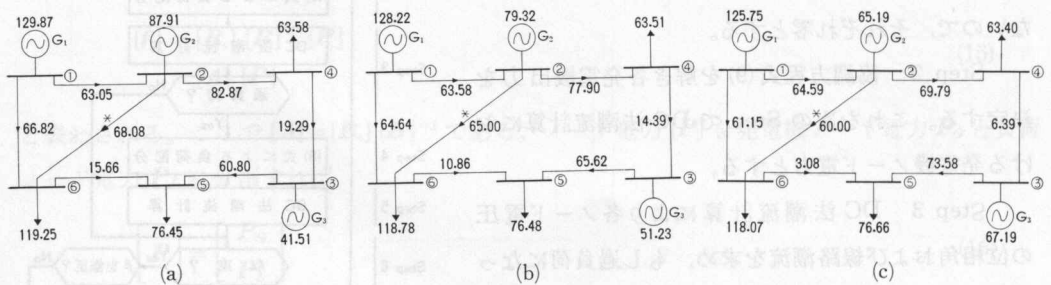
本来、DC 法潮流計算は送電損失を考えない潮流計算法であるから次回からの DC 法潮流計算では文献 (1) に示したノード電力の修正を行なう。また、Step 6 において β の修正決定は運用者によって決定されるが、今回、過負荷時に線路潮流が線路容量と等しく流れるように β の修正を行なった。つまり Step 6 において過負荷になった線路が有る場合、初期に決定したペナルティ・コストの係数 β を更に増す事によりその過負荷量に対するペナルティを大きくし、この目的関数 Φ を最小化する事により線路過負荷の解消を行なう事が本手法の狙いである。

8. モデル系統での試算例

第 3 表に 6 ノード、7 ブランチ、3 機系のモデル系統について試算した結果を、また第 3 図に潮流分布図を示す。ここで*記号はフロー制約付ブランチを示し

- (a) 潮流の上限を 70 (MW)
- (b) 潮流の上限を 65 (MW)
- (c) 潮流の上限を 60 (MW)

とした場合の潮流分布である。



第 3 図 本手法による最適化

Fig. 3. Optimization by this method.

9. 結果の考察と検討

第 3 図 (a) は結果的にフロー制約無しでの最適解と一致している。これは最適解がフロー制約 (70 MW) 領域内に存在している為である。また (b), (c) 図の視察よりノード 2 とノード 6

第1表 発電機特性

Table 1. Characteristic constants of units

発電機 No.	燃料費特性 $C=a+bG+cG^2$ (千円/hr)			出力 (MW)	
	a	b	c	G_{\max}	G_{\min}
G_1	15.3	1.17	0.00145	225	80
G_2	13.7	1.30	0.00163	175	40
G_3	10.3	1.48	0.00226	75	25

第2表 感度係数

Table 2. Sensitivity factors

f_k \ G_i	G_1	G_2	G_3
f_7	0.396313	0.495391	0.184331

(f_7 はノード2からノード6へ流れる潮流)

第3表 本手法を用いた計算結果

Table 3. Calculation results using this method

負荷 (MW)	線路潮流の上限 (MW)	β	総燃料費 (千円/hr)	送電損失 (MW)	発電機出力 (MW)		
					G_1	G_2	G_3
250	70	0.0000	407.912	9.291	129.87	87.91	41.51
	68	0.0736	407.913	9.276	129.83	87.67	41.77
	65	0.0747	408.286	8.774	128.22	79.32	51.23
	60	0.0761	410.677	8.132	125.75	65.19	67.19
	57	0.1124	413.318	8.094	131.09	52.00	75.00

間の線路を流れる潮流の上限値を厳しくするにつれ発電機の負荷分担割合が発電機2号機から発電機3号機へ移動している事が分かる。このフロー制約付き線路は主に発電機ノード2より負荷ノード5, 6へ電力を供給しているの、この線路潮流の制限が厳しくなるにつれて発電機3号機が出力を増しこれら負荷ノードへ電力の不足分を補っていると考えられる。なお、これらの計算時間は北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 で約 0.5 秒であった。

10. む す び

文献(1)に示された「直流法による電力潮流最適化」手法を更に一般化した線路過負荷を考慮した電力潮流最適化手法について述べた。今回、計算例としてフロー制約が1箇所だけ有るモデルシステムについて検討を行なった。今後、複数の線路にフロー制約が有る場合について検討が望まれる。

