

# 電力潮流の最適化 (第4報)\*

— 実規模システムへの適用例 —

中村 陽 一\*\*

奈良 宏 一\*\*

山城 迪\*\*

(昭和52年9月30日受理)

## Optimization of Power Flow (Part 4)

— Application to the Actual Power Systems —

by Yoichi NAKAMURA, Koichi NARA  
and Susumu YAMASHIRO

We discussed, in the previous papers the calculating method for transmission losses and the allocation of losses to load nodes, and the approximate and rigorous methods for calculating of the incremental losses, when we optimize the power flow using DC method. Those techniques were applied to the small scale power system (6 nodes system), and we showed an appropriateness of DC method.

In this paper, applying this DC method to the actual power systems (IEEE 21, 30, 57, 118 nodes systems), and comparing the calculated results with those of optimization technique using Newton-Raphson method, we show that the larger power systems, the more appropriateness we can get by DC method in the aspects of memory domain and computing time.

### 1. ま え が き

文献1), 2), 3)では, 直流法(DC法)により電力潮流の最適化を行う場合について, 送電損失の算定法および負荷ノードへの割り付け法, 増分損失の近似解法および厳密解法について論じた。また, これら各算定法を小規模システム(6ノード系)について適用し, DC法の有効性を示した。

ここでは, このDC法を用いて, 実規模システム(IEEE 21, 30, 57, 118ノード系)について電力潮流最適化を行う。そして, それぞれの結果を, 厳密解法であるニュートンラフソン法(N-R法)の結果と比較し, 所要計算時間, 使用語数等の面から, 実規模システムに対するDC法の有効性について検討することにする。

\* 電気四学会北海道支部大会で発表(1977-10)

\*\* 北見工業大学電気工学科

## 2. DC 法による電力潮流最適化

### 2.1 協調方程式

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left( 1 - \frac{\partial PL}{\partial P_i} \right) \quad (1)$$

ここで、 $F$  は燃料費、 $P$  は出力、 $PL$  は送電損失であり、 $\lambda$  はラグランジュの未定乗数である。

### 2.2 ノード有効電力

$$[P] = [B] [\delta] \quad (2)$$

ここで  $[P]$  はノード  $i$  の有効電力  $P_i$  からなる列ベクトル、 $[B]$  は  $b_{ii} = \sum_{j=1}^n 1/x_{ij}$ 、 $b_{ij} = -1/x_{ij}$  からなる行列、ただし  $x_{ij}$  はノード  $i, j$  間のリアクタンスである。 $[\delta]$  はノード  $i$  の電圧位相角  $\delta_i$  からなる列ベクトルである。

### 2.3 送電損失の算定

$$L_{ij} = I_{ij}^2 \cdot R_{ij} \quad (3)$$

ここで  $L_{ij}$  はノード  $i, j$  間の送電損失、 $I_{ij}$  は DC 法による電流 ( $I_{ij} = (\delta_i - \delta_j)/x_{ij}$ )、 $R_{ij}$  は抵抗である。 $I_{ij}$  が負荷ノードへ流入するときは、その負荷ノードで  $L_{ij}$  を分担し、 $I_{ij}$  が発電機ノードへ流入する時は、その発電機ノードから電力が流出していく負荷ノードで等しく分担する。

### 2.4 DC 法による増分損失の算定

ノード  $i$  のベクトル電力  $\dot{S}_i$  をノード電圧  $\dot{E}_i$ 、およびアドミッタンス行列の要素  $\dot{Y}_{ij}$  で表わせば

$$\dot{S}_i = \dot{E}_i \sum_{j=1}^n \dot{E}_j \dot{Y}_{ij} \quad (4)$$

いま、ノード電圧の大きさを単位値に固定し、 $\dot{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$  とすると

$$P_i = \text{Re} \left\{ \dot{S}_i \right\} = \sum_{j=1}^n \left\{ G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \quad (5)$$

ここで  $\text{Re}$  は  $\{ \}$  の実数部を表わす。一般に  $\dot{Y}_{ij} = \dot{Y}_{ji}$  であるから全系統の有効電力損失は

$$PL = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (6)$$

また増分損失は

$$\left[ \frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] = \left[ \frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] \left[ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right]^{-1} \quad (7)$$

で表わされ<sup>3)</sup>、 $[\partial PL / \partial \delta_j]$  の要素は (6) 式より導かれ

$$\frac{\partial PL}{\partial \delta_j} = 2 \sum_{k=1}^n G_{kj} \sin(\delta_k - \delta_j) \quad (8)$$

となる。

### (1) DC 法近似解

誘導性が支配的な線路インピーダンスからなる系統の場合は(7)式を次のように近似できる<sup>3),4)</sup>。

$$\left[ \frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] \approx \left[ \frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] \left[ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \right]^{-1} \quad (9)$$

ここで  $[\partial P_i / \partial \delta_i]$  は  $(n \times n)$  の対角行列であり、その対角要素は(5)式より導かれ次のようになる。

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \left\{ B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right\} \quad (10)$$

従って(8)式と(10)式より(9)式の要素は次のようになる。

$$\frac{\partial PL}{\partial P_i} = \frac{2 \sum_{k=1}^n G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i)}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \left\{ B_{ki} \cos(\delta_k - \delta_i) + G_{ki} \sin(\delta_k - \delta_i) \right\}} \quad (11)$$

(11)式により増分損失を求め、(1)式の協調方程式を解く方法を DC 法近似解と呼ぶことにする。

### (2) DC 法厳密解

(2)式より

$$\left[ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right] = \left[ \mathbf{B} \right]$$

従って(7)式は次のようになる。

$$\left[ \frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] = \left[ \frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] \left[ \mathbf{B} \right]^{-1} \quad (12)$$

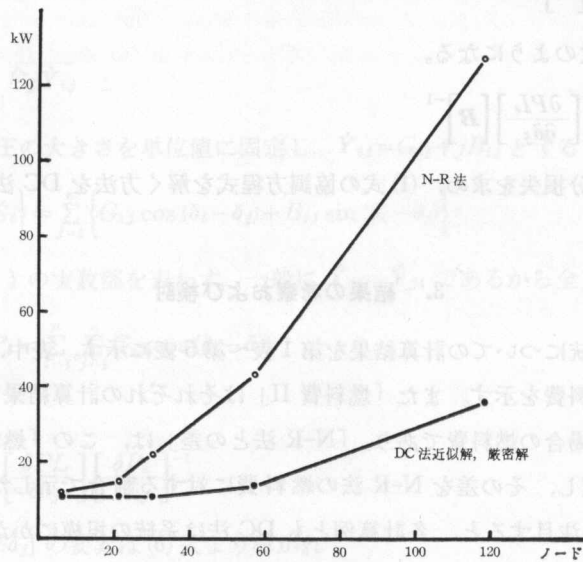
(12)式により増分損失を求め、(1)式の協調方程式を解く方法を DC 法厳密解と呼ぶことにする。

## 3. 結果の考察および検討

IEEE の標準系統についての計算結果を第1表～第5表に示す。表中、「燃料費 I」はそれぞれの手法による燃料費を示す。また「燃料費 II」はそれぞれの計算結果をもとに、交流法で正確な損失を求めた場合の燃料費であり、「N-R 法との差」は、この「燃料費 II」と N-R 法による燃料費と比較し、その差を N-R 法の燃料費に対する割合で示したものである。この「N-R 法との差」に注目すると、各計算例とも DC 法は系統の規模にかかわらず、厳密解である N-R 法と非常に近い結果が得られている (0~0.26%)、また、DC 法厳密解は DC 法近似解よりもさらに N-R 法との差が小さくなっている。このことは、実規模系統についても、DC

第1表 6ノード系の計算結果  
Table 1. Results of 6 nodes system

負荷 [MW]		DC 法近似解	DC 法厳密解	N-R 法
250	送電損失 [MW]	10.16	9.35	10.22
	燃料費 I [千円/時]	408.57	407.92	409.51
	燃料費 II [千円/時]	410.29	409.61	
	N-R 法との差 [%]	0.19	0.03	
	計算時間 [秒]	0.20	0.30	1.00
300	送電損失 [MW]	14.07	12.96	14.05
	燃料費 I [千円/時]	496.15	495.18	497.23
	燃料費 II [千円/時]	498.34	497.36	
	N-R 法との差 [%]	0.22	0.03	
	計算時間 [秒]	0.20	0.30	1.10
350	送電損失 [MW]	18.73	17.25	18.56
	燃料費 I [千円/時]	588.73	586.97	589.47
	燃料費 II [千円/時]	591.00	589.63	
	N-R 法との差 [%]	0.26	0.03	
	計算時間 [秒]	0.20	0.30	0.70
400	送電損失 [MW]	24.17	23.72	25.35
	燃料費 I [千円/時]	685.41	684.65	687.57
	燃料費 II [千円/時]	688.45	687.67	
	N-R 法との差 [%]	0.13	0.01	
	計算時間 [秒]	0.20	0.30	0.80
	使用語数 [kW]	11	12	12



第1図 各系統における使用語数

Fig. 1. Memory requirement.

第2表 21ノード系の計算結果  
 Table 2. Results of 21 nodes system

負荷 [MW]		DC 法近似解	DC 法厳密解	N-R 法
150	送電損失 [MW]	3.25	3.25	3.85
	燃料費 I [£/h]	376.46	376.44	378.02
	燃料費 II [£/h]	378.02	378.04	378.02
	N-R 法との差 [%]	0.00	0.01	0.01
	計算時間 [秒]	0.30	0.30	2.40
200	送電損失 [MW]	6.71	6.65	7.75
	燃料費 I [£/h]	524.92	524.80	528.14
	燃料費 II [£/h]	528.23	528.21	528.14
	N-R 法との差 [%]	0.02	0.01	0.02
	計算時間 [秒]	0.30	0.40	6.40
250	送電損失 [MW]	10.84	10.70	11.90
	燃料費 I [£/h]	693.80	693.54	698.86
	燃料費 II [£/h]	699.45	699.37	699.45
	N-R 法との差 [%]	0.08	0.07	0.08
	計算時間 [秒]	0.30	0.40	8.40
300	送電損失 [MW]	14.69	14.41	15.90
	燃料費 I [£/h]	878.55	877.97	885.24
	燃料費 II [£/h]	886.37	866.08	886.37
	N-R 法との差 [%]	0.13	0.09	0.13
	計算時間 [秒]	0.30	0.40	9.30
350	送電損失 [MW]	18.56	18.54	21.03
	燃料費 I [£/h]	1080.97	1080.61	1092.21
	燃料費 II [£/h]	1093.40	1093.33	1093.40
	N-R 法との差 [%]	0.11	0.10	0.11
	計算時間 [秒]	0.30	0.40	8.30
400	送電損失 [MW]	22.80	22.80	26.66
	燃料費 I [£/h]	1325.56	1325.56	1348.59
	燃料費 II [£/h]	1351.13	1351.13	1351.13
	N-R 法との差 [%]	0.19	0.19	0.19
	計算時間 [秒]	0.30	0.30	7.90
	使用語数 [kW]	11	11	15

第3表 30ノード系の計算結果  
Table 3. Results of 30 nodes system

負荷 [MW]		DC 法近似解	DC 法厳密解	N-R 法
150	送電損失 [MW]	2.26	2.26	2.59
	燃料費 I [£/h]	373.88	373.88	374.76
	燃料費 II [£/h]	374.76	374.76	
	N-R 法との差 [%]	0.00	0.00	
	計算時間 [秒]	0.60	0.60	12.40
200	送電損失 [MW]	4.92	4.90	5.36
	燃料費 I [£/h]	519.81	519.79	521.22
	燃料費 II [£/h]	521.26	521.24	
	N-R 法との差 [%]	0.01	0.00	
	計算時間 [秒]	0.60	0.60	12.40
250	送電損失 [MW]	8.55	8.37	8.78
	燃料費 I [£/h]	685.54	685.37	687.40
	燃料費 II [£/h]	687.70	687.54	
	N-R 法との差 [%]	0.04	0.02	
	計算時間 [秒]	0.60	0.60	20.60
300	送電損失 [MW]	11.89	11.31	11.69
	燃料費 I [£/h]	867.32	866.59	869.05
	燃料費 II [£/h]	870.10	869.29	
	N-R 法との差 [%]	0.12	0.03	
	計算時間 [秒]	0.70	0.70	23.50
350	送電損失 [MW]	14.00	13.88	14.62
	燃料費 I [£/h]	1061.74	1061.49	1064.64
	燃料費 II [£/h]	1065.22	1064.95	
	N-R 法との差 [%]	0.05	0.03	
	計算時間 [秒]	0.50	0.60	18.00
400	送電損失 [MW]	15.79	15.78	16.59
	燃料費 I [£/h]	1288.55	1288.54	1292.71
	燃料費 II [£/h]	1293.20	1293.19	
	N-R 法との差 [%]	0.04	0.04	
	計算時間 [秒]	0.60	0.60	20.60
	使用語数 [kW]	11	11	22

Fig. 1. Memory requirements



第4表 57ノード系の計算結果  
Table 4. Results of 57 nodes system

負荷 [MW]		DC 法近似解	DC 法厳密解	N-R 法
800	送電損失 [MW]	12.16	11.48	12.86
	燃料費 I [£/h]	3807.34	3806.31	3813.46
	燃料費 II [£/h]	3815.03	3813.90	
	N-R 法との差 [%]	0.04	0.01	
	計算時間 [秒]	0.70	0.80	62.90
900	送電損失 [MW]	13.22	12.49	14.10
	燃料費 I [£/h]	4280.14	4278.89	4287.33
	燃料費 II [£/h]	4289.21	4287.80	
	N-R 法との差 [%]	0.04	0.01	
	計算時間 [秒]	0.80	0.80	69.80
1000	送電損失 [MW]	14.86	14.08	15.88
	燃料費 I [£/h]	4774.15	4772.44	4782.17
	燃料費 II [£/h]	4784.62	4782.72	
	N-R 法との差 [%]	0.05	0.01	
	計算時間 [秒]	0.80	0.90	70.20
1100	送電損失 [MW]	16.82	15.93	17.95
	燃料費 I [£/h]	5286.40	5284.28	5295.46
	燃料費 II [£/h]	5298.43	5296.09	
	N-R 法との差 [%]	0.06	0.01	
	計算時間 [秒]	0.80	0.90	73.80
1200	送電損失 [MW]	19.08	18.07	20.30
	燃料費 I [£/h]	5817.07	5814.46	5827.24
	燃料費 II [£/h]	5830.85	5827.97	
	N-R 法との差 [%]	0.06	0.01	
	計算時間 [秒]	0.80	0.80	74.30
1300	送電損失 [MW]	22.25	21.25	23.76
	燃料費 I [£/h]	6369.81	6366.78	6381.66
	燃料費 II [£/h]	6385.67	6382.30	
	N-R 法との差 [%]	0.06	0.01	
	計算時間 [秒]	0.70	0.90	69.90
	使用語数 [kW]	14	14	43

第5表 118ノード系の計算結果  
Table 5. Results of 118 nodes system

負荷 [MW]		DC 法近似解	DC 法厳密解	N-R 法
3500	送電損失 [MW]	96.24	89.52	92.12
	燃料費 I [£/h]	16294.31	16274.13	16292.71
	燃料費 II [£/h]	16315.53	16295.19	
	N-R 法との差 [%]	0.14	0.02	
	計算時間 [秒]	2.40	2.50	455.60
4000	送電損失 [MW]	115.56	109.09	112.29
	燃料費 I [£/h]	18817.51	18797.57	18819.78
	燃料費 II [£/h]	18842.76	18822.22	
	N-R 法との差 [%]	0.12	0.01	
	計算時間 [秒]	2.40	2.60	489.20
4500	送電損失 [MW]	138.41	133.75	137.84
	燃料費 I [£/h]	21471.49	21455.53	21482.26
	燃料費 II [£/h]	21501.24	21484.51	
	N-R 法との差 [%]	0.09	0.01	
	計算時間 [秒]	2.40	2.70	504.10
5000	送電損失 [MW]	167.63	163.20	168.00
	燃料費 I [£/h]	24275.32	24258.68	24290.82
	燃料費 II [£/h]	24310.90	24293.09	
	N-R 法との差 [%]	0.08	0.01	
	計算時間 [秒]	2.60	2.70	503.70
5500	送電損失 [MW]	201.73	197.42	203.09
	燃料費 I [£/h]	27248.73	27229.32	27268.06
	燃料費 II [£/h]	27291.34	27270.03	
	N-R 法との差 [%]	0.09	0.01	
	計算時間 [秒]	2.60	2.80	587.90
	使用語数 [kW]	26	26	127

法により充分正確に潮流計算ができることを示している。

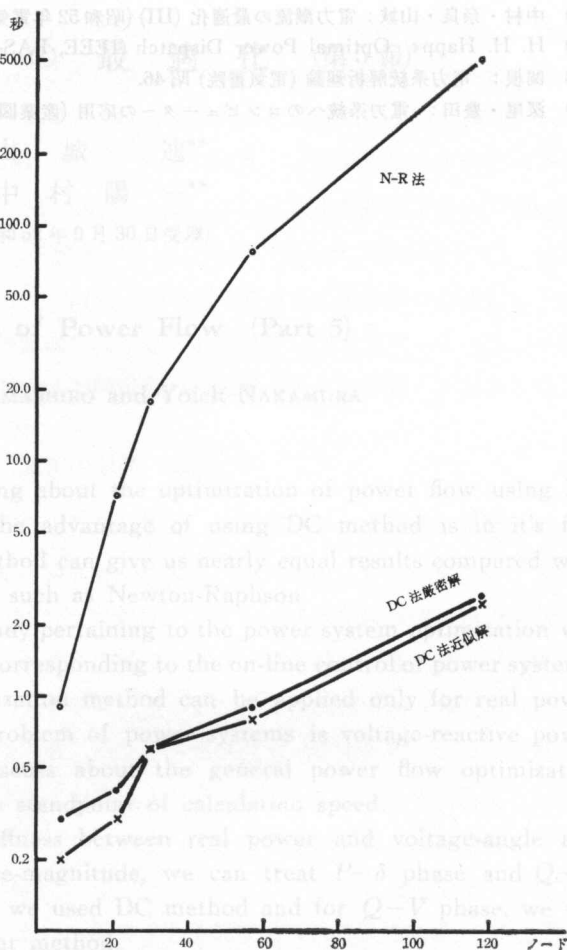
各系統に対する使用語数を第1図に示す。また、各系統における各負荷の所要計算時間の平均値を第2図に示す。第1図からわかるように、N-R法では系統の大規模化とともに使用語数も増加しているのに対し、DC法ではそれほどの増加は見られない。これは、系統のノード数  $n$  に対し、N-R法では約  $(2n \times 2n)$  のヤコビアン行列の計算が必要になる一方、DC法で



は約  $(n \times n)$  の  $[B]^{-1}$  で済むためであると思われる。また、この使用語数の増加とともに第2図から明らかのように、N-R法では極端な所要計算時間の増加が見られる一方、DC法のその増加は比較的滑らかである。従って、これらのことより使用語数の面からも、計算時間の面からも系統が大規模になるにつれてDC法の有効性が高まることは明らかである。なお、これらの使用語数および所要計算時間は北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75を使用した場合の値で示した。

#### 4. む す び

実規模系統に対しDC法により電力潮流の最適化を行った。それぞれの場合についてN-R法による場合と比較検討し、大規模な系統になるほど、使用語数の面からも計算時間の面からもDC法の有効性が高まることを示した。またDC法による計算結果は、充分正確であることも示した。なお、これらの計算は北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75、および本学電子計算機室のOKITAC-4500、OKITAC-4500Cで行った。



第2図 各系統における計算時間

Fig. 2. C. P. U. time for each system.

計算結果は、充分正確であることも示した。なお、これらの計算は北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75、および本学電子計算機室のOKITAC-4500、OKITAC-4500Cで行った。

終りに貴重な資料を提供していただいた、Saskatchewan大学のM. S. Sachdev教授および東京工業大学の深尾毅教授に感謝申し上げます。

#### 参 考 文 献

- 1) 山城: 電力潮流の最適化 (北見工大研報, 8巻, 1号).
- 2) 山城: 電力潮流の最適化 (第2報) (北見工大研報, 8巻, 2号).
- 3) 中村・奈良・山城: 電力潮流の最適化 (第3報) (北見工大研報, 9巻, 1号).
- 4) 山城: 直流法による電力潮流最適化 (電気学会論文誌 B 分冊, 昭和52年11月).

- 5) 中村・奈良・山城：電力潮流の最適化 (III) (昭和52年電気四学会北海道支部大会 No. 66).
- 6) H. H. Happ: Optimal Power Dispatch (IEEE, PAS-Vol. 92, 1973年).
- 7) 関根：電力系統解析理論 (電気書院) 昭46.
- 8) 深尾・豊田：電力系統へのコンピューターへの応用 (産業図書) 昭47.

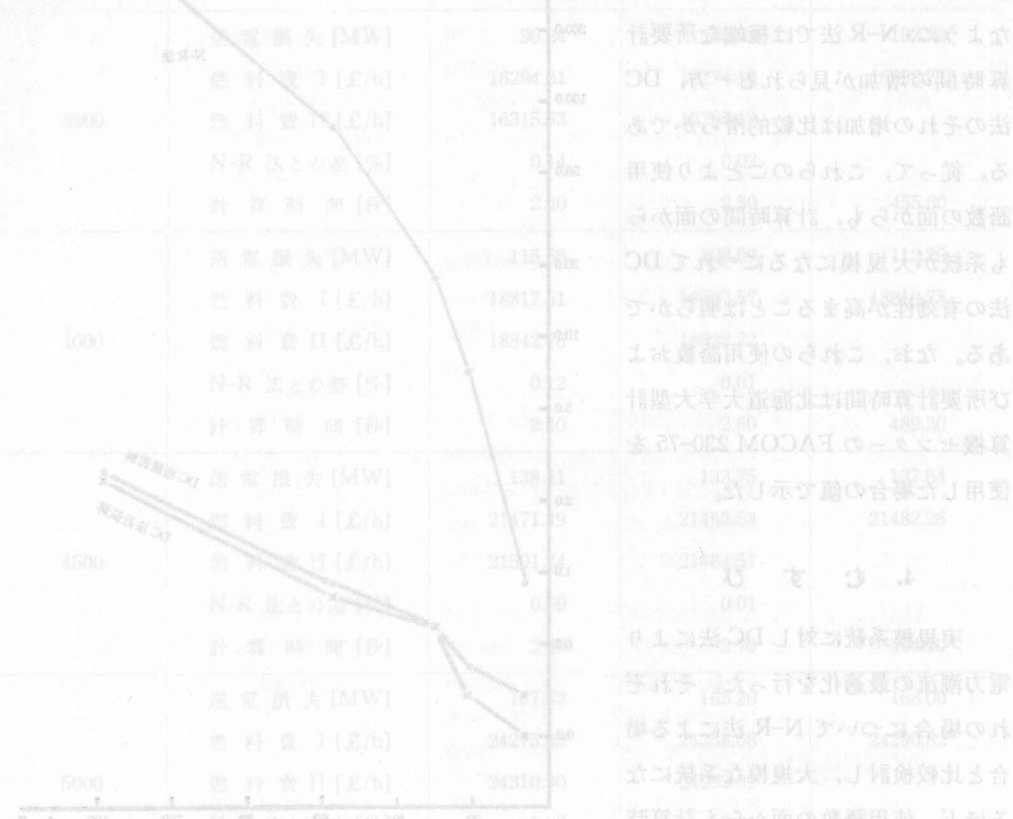


図2 各負荷に対する使用回路数を1回1区に減らすことによる電力損失、材料費、計算時間の平均値を示す。第1図からわかるように、DC法に比べてN-R法の電力損失、材料費、計算時間ともに減少している。

また、N-R法の計算時間は、DC法に比べて約1/2に減少している。これは、N-R法の最適化アルゴリズムが、DC法の最適化アルゴリズムよりも、より少ない計算回数で最適解に到達するためである。また、N-R法の最適化アルゴリズムは、DC法の最適化アルゴリズムよりも、より少ない計算回数で最適解に到達するためである。また、N-R法の最適化アルゴリズムは、DC法の最適化アルゴリズムよりも、より少ない計算回数で最適解に到達するためである。

また、N-R法の計算時間は、DC法に比べて約1/2に減少している。これは、N-R法の最適化アルゴリズムが、DC法の最適化アルゴリズムよりも、より少ない計算回数で最適解に到達するためである。また、N-R法の最適化アルゴリズムは、DC法の最適化アルゴリズムよりも、より少ない計算回数で最適解に到達するためである。また、N-R法の最適化アルゴリズムは、DC法の最適化アルゴリズムよりも、より少ない計算回数で最適解に到達するためである。