

電力潮流の最適化 (第3報)*

中村陽一**

奈良宏一**

山城迪**

(昭和52年4月30日受理)

Optimization of Power Flow (Part 3)

by Yoichi NAKAMURA, Koichi NARA
and Susumu YAMASHIRO

In the DC method which was discussed in the previous paper, we derived the node phase angle, the incremental losses, etc., from approximate calculation.

In this paper, the node phase angle is calculated exactly with JACOBIAN, and the appropriateness of DC method is discussed. And we also show the appropriateness of the rigorous DC method, which calculates incremental losses precisely and with relative simplicity.

1. ま え が き

文献2)で示された直流法(D.C.法)では、潮流計算、送電損失、あるいは増分損失等を求めるために種々の近似式が導入された。ここでは

- (1) 増分損失をより正確に導いて、D.C法の有効性を検討する。また
- (2) 潮流計算を正確に行い、文献2)で示された結果と比較する。さらに
- (3) 厳密解法であるNewton-Raphson法(N.R.法)に増分損失の近似値を用いて潮流の最適化を行い、D.C法による結果と比較する。最後に
- (4) それぞれの方法による結果とN.R.法による結果を比較検討する。

2. D.C.法による最適化^{1),2),3)}

D.C.法による電力潮流の最適化の詳細は文献1),2)にゆずるとして、ここでは後の議論に関連する部分を主体にその概略を述べることにする。ただし増分損失 $\partial PL/\partial P_i$ については第3章で述べる。

* 電気四学会支部大会で発表(1977-10)

** 北見工業大学電気工学科

2.1 協調方程式

送電損失を考慮した経済負荷配分法は次の協調方程式の解として与えられる。

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial PL}{\partial P_i} \right) \quad (1)$$

ただし、 F は燃料費、 P は出力、 PL は送電損失であり、 λ はラグランジュの未定乗数である。

2.2 D.C. 法による潮流計算

D.C. 法におけるノード i, j 間の有効電力 P_{ij} は次式で与えられる。

$$P_{ij} = \frac{|\dot{E}_i| |\dot{E}_j|}{x_{ij}} \sin(\delta_i - \delta_j) \simeq \frac{\delta_i - \delta_j}{x_{ij}} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

ただし、 δ_i はノード i の電圧 \dot{E}_i の位相角、 x_{ij} はノード i, j 間のリアクタンスである。ノード i における有効電力 $P_i = \sum_{j=1}^n P_{ij}$ と (2) 式より、次式を得る。

$$[P] = [B][\delta] \quad (3)$$

ただし、行列 $[B]$ の要素は $b_{ii} = \sum_{j=1}^n 1/x_{ij}$, $b_{ij} = -1/x_{ij}$ である。

2.3 有効電力損失の算定

D.C. 法による線路電流 I_{ij} は、交流法による線路電流と大差ないと考え (第3図参照)、抵抗分も考慮した線路インピーダンスにも I_{ij} が流れるものとして、ノード i, j 間の送電損失 L_{ij} を次式から求める。

$$L_{ij} = I_{ij}^2 \cdot R_{ij} \quad (4)$$

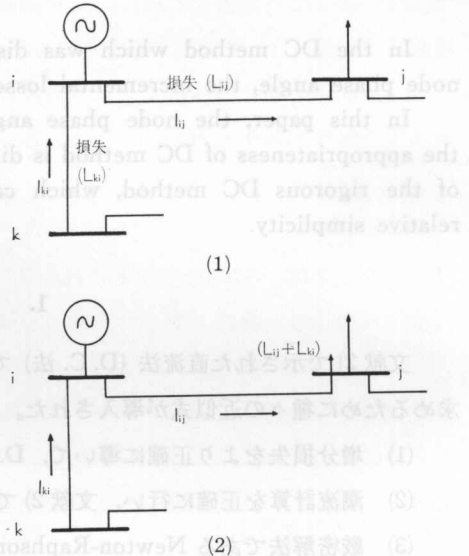
ただし、 R_{ij} はノード i, j 間の抵抗である。ここで、このときの線路電流 I_{ij} が負荷ノード j へ流入するときには、送電損失 L_{ij} をノード j で分担するものとし、 I_{ij} が発電機ノード j へ流入するときには、この発電機ノードから電力が流出して行く負荷ノードで等しく分担するものとする (第1図参照)。

3. 増分損失

ノード i のベクトル電力 \dot{S}_i を電圧及びアドミッタンス行列で表わせば

$$\dot{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{E}_i \sum_{j=1}^n \overline{\dot{Y}_{ij}} \dot{E}_j \quad (5)$$

従って



第1図 送電損失の取扱い (負荷ノードへの分担)

Fig. 1. Treatment of transmission loss.

$$\begin{aligned}
 P_i &= \operatorname{Re} \left\{ \dot{S}_i \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{j=1}^n |\dot{E}_i| |\dot{E}_j| \varepsilon^{j(\delta_i - \delta_j)} \cdot (G_{ij} - jB_{ij}) \right\} \\
 &= |\dot{E}_i| \sum_{j=1}^n |\dot{E}_j| \left\{ G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \quad (6)
 \end{aligned}$$

ここで、 Re は実数部を表わし、かつ $\dot{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ である。また、一般に $\dot{Y}_{ij} = \dot{Y}_{ji}$ であるから、全系の有効電力損失は次のようになる。

$$PL = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |\dot{E}_i| |\dot{E}_j| G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (7)$$

また、電圧の大きさを一定とすると

$$\left[\frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] = \left[\frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] \left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right]$$

であるから、増分損失は次のようになる。

$$\left[\frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] = \left[\frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] \left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right]^{-1} \quad (8)$$

ここで、 $[\partial PL / \partial \delta_j]$ 、 $[\partial PL / \partial P_i]$ は n 次の行ベクトル、 $[\partial P_i / \partial \delta_j]$ は $(n \times n)$ の行列であり、 $[\]^{-1}$ は逆行列を意味する。ところで $[\partial PL / \partial \delta_j]$ の要素は(7)式より導かれ、電圧の大きさを単位値とすれば次のようになる。

$$\frac{\partial PL}{\partial \delta_j} = -2 \sum_{k=1}^n G_{jk} \sin(\delta_j - \delta_k) \quad j=1, 2, \dots, n \quad (9)$$

3.1 D.C. 法近似解 I^{(1),(2)}

いま、誘導性が支配的な線路インピーダンスから成る系統を考えると、有効電力変化は電圧位相角の変化によって生ずるから、ノードの電力 P_i の変化は、もし他のすべてのノード電力に変化がないときは、電圧位相角 δ_i の変化となって表われ、他のすべてのノードの位相角は余り変化しない傾向を示す。即ち(8)式において

$$\left| \frac{\partial \delta_i}{\partial P_i} \right| > \left| \frac{\partial \delta_j}{\partial P_i} \right| \quad i, j=1, 2, \dots, n \quad i \neq j$$

が成り立つことになり、(8)式を次のように近似する。

$$\left[\frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] \simeq \left[\frac{\partial PL}{\partial \delta_i} \right] \left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \right]^{-1} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (10)$$

ここで、 $[\partial P_i / \partial \delta_i]$ は $(n \times n)$ の対角行列である。(10)式は文献1)で示された増分損失と同じものであり、(1)式の協調方程式に(10)式による増分損失を用いて負荷配分する方法をD.C.法近似解Iと呼ぶことにする。

3.2 D.C. 法厳密解 I

D.C.法ではノード電力が(3)式で示されることにより次式が導かれる。

$$\left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right]^{-1} = [\mathbf{B}]^{-1} \quad (11)$$

従って(8)式は次のように変形される。

$$\left[\frac{\partial PL}{\partial P_i} \right] = \left[\frac{\partial PL}{\partial \delta_j} \right] [\mathbf{B}]^{-1} \quad (12)$$

(12)式によって得られる増分損失を用いて(1)式の協調方程式を解く方法を D.C. 法厳密解 I と呼ぶことにする。

3.3 D.C. 法厳密解 II

いま、ノード電圧の大きさを一定と考えているので(6)式から次式が導かれる。

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = \begin{cases} G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) & i \neq j \\ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \left\{ B_{ik} \cos(\delta_i - \delta_k) - G_{ik} \sin(\delta_i - \delta_k) \right\} & i = j \end{cases} \quad (13)$$

(13)式から得られる値を(8)式に用いて増分損失を求め、(1)式の協調方程式を解く方法を D.C. 法厳密解 II と呼ぶことにする。

3.4 D.C. 法近似解 II

ノード電圧位相角を N.R. 法^{4),5),6)} で求める。いま、ノード電圧の大きさを一定とし、無効電力を無視しているので、ノード指定電力 $[P_s]$ を発電機出力及び負荷によって決定する。次に適当な初期値 $[\delta]^{(0)}$ から出発して

$$[\delta]^{(n+1)} = [\delta]^{(n)} - \left([P_s] - [P]^{(n)} \right) \left[\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right]^{-1} \quad (14)$$

及び(3)式により反復計算をし $|\delta]^{(n+1)} - [\delta]^{(n)}|$ が収束条件を満足すれば、この $[\delta]^{(n+1)}$ が指定電力 $[P_s]$ に対するノード電圧位相角となる。この(14)式によるノード電圧位相角と(10)式による増分損失を用いて電力潮流の最適化を行う方法を D.C. 法近似解 II と呼ぶことにする。

3.5 N.R. 法近似解

H. H. Happ によって示された N.R. 法⁴⁾ では増分損失をヤコビアン行列を用いて正確に計算しているが²⁾、この正確な増分損失の代りに(10)式から得られる近似値を用いて電力潮流の最適化を行う方法を N.R. 法近似解と呼ぶことにする。

4. 結果の考察および検討

第2図に使用したモデルシステムのインピーダンス図を示す。また第1表に発電機特性定数を示す。それぞれの方法により最適化を行った結果を第2表に示す。また、それぞれの方法による最適化の結果、得られた発電機ノード電力に基づいて交流法潮流計算を行い、正確な送電損失を算定し、この値をそれぞれの方法での送電損失とした場合の結果を第3表に示す。なお、第2表及び第3表において、各手法の番号は次の通りである。

手法1: D.C. 法近似解 I 手法2: D.C. 法厳密解 I 手法3: D.C. 法厳密解 II
 手法4: D.C. 法近似解 II 手法5: N.R. 法近似解 手法6: N.R. 法

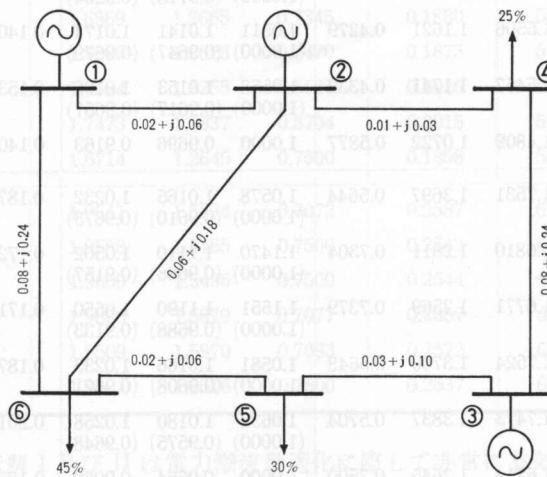
それぞれの方法による最適化電力潮流の一例として、負荷300 MWの場合の計算結果を第3図に示す。

N.R. 法が電力潮流最適化問題の厳密解であることに注意して第2表の燃料費について検討すると、D.C. 法厳密解 I 及び II が N.R. 法の結果と一番かけ離れた結果となっているが、これはより不適当な結果が得られたということではない。このことを明らかにするために、第3表について検討する。まず第3表から明らかになることを記述すると次のようになる。

(1) ノード電圧位相角は近似値を用い、増分損失は2種類の厳密解法を用いてそれぞれ最適化を行った (D.C. 法厳密解 I 及び II) 結果は N.R. 法の結果と非常に近い値となっている。

(2) 2種類の最適化手法で、それぞれノード電圧位相角を正確に求め、増分損失については近似値を用いて計算した (D.C. 法近似解 II 及び N.R. 法近似解) 結果はそれぞれ D.C. 法近似解 I と非常に近い値となっている。

したがって、これらの結果から言えることは次のようになる。



第2図 モデル系統 (インピーダンス図)

Fig. 2. Model Power system.

第1表 発電機特性定数

Table 1. Characteristic constants of units

	燃料費特性 $F=a+bG+cG^2$ (千円/時)			出力 (MW)	
	a	b	c	G_{max}	G_{min}
G_1	15.30000	1.17000	0.00145	225	80
G_2	13.70000	1.30000	0.00163	175	40
G_3	10.30000	1.48000	0.00226	75	25

第2表 各方法による計算結果
 Table 2. Calculation results using each method

負 荷	手法	出 力 (100 MW)			ペナルティファクター			送電損失 (100MW)	燃 料 費 (千円/時)	所要計算 時 (秒)
		G ₁	G ₂	G ₃	G ₁	G ₂	G ₃			
250 (MW)	1	1.3512	0.9579	0.2926	1.0442 (1.0000)	1.0116 (0.9687)	1.0116 (0.9687)	0.1016	408.5710	0.2
	2	1.3045	0.8819	0.4071	1.1060 (1.0000)	1.0787 (0.9753)	1.0291 (0.9305)	0.0935	407.9202	0.5
	3	1.2987	0.8791	0.4151	1.1128 (1.0000)	1.0848 (0.9748)	1.0321 (0.9275)	0.0929	407.9131	0.5
	4	1.3508	0.9580	0.2927	1.0443 (1.0000)	1.0116 (0.9686)	1.0116 (0.9686)	0.1016	408.5713	0.4
	5	1.3459	0.9681	0.2976	1.0486 (1.0000)	1.0127 (0.9658)	1.0134 (0.9664)	0.1116	410.2112	0.6
	6	1.2924	0.8832	0.4267	1.0000	0.9728	0.9234	0.1024	409.5415	1.0
300 (MW)	1	1.5511	1.1619	0.4276	1.0509 (1.0000)	1.0140 (0.9649)	1.0174 (0.9680)	0.1407	496.1426	0.2
	2	1.4923	1.0703	0.5670	1.1260 (1.0000)	1.0945 (0.9720)	1.0394 (0.9231)	0.1296	495.1799	0.6
	3	1.4873	1.0668	0.5748	1.1335 (1.0000)	1.1016 (0.9718)	1.0433 (0.9204)	0.1290	495.1724	0.6
	4	1.5506	1.1621	0.4279	1.0511 (1.0000)	1.0141 (0.9647)	1.0174 (0.9679)	0.1407	496.1453	0.4
	5	1.5457	1.1741	0.4332	1.0558 (1.0000)	1.0153 (0.9617)	1.0196 (0.9657)	0.1530	498.2446	0.7
	6	1.4809	1.0722	0.5877	1.0000	0.9696	0.9163	0.1408	497.2708	1.1
350 (MW)	1	1.7531	1.3697	0.5644	1.0578 (1.0000)	1.0165 (0.9610)	1.0232 (0.9673)	0.1873	588.3569	0.2
	2	1.6810	1.2611	0.7304	1.1470 (1.0000)	1.1110 (0.9686)	1.0502 (0.9157)	0.1725	586.9736	0.5
	3	1.6771	1.2569	0.7379	1.1551 (1.0000)	1.1190 (0.9688)	1.0550 (0.9133)	0.1719	586.9644	0.5
	4	1.7524	1.3700	0.5648	1.0581 (1.0000)	1.0166 (0.9608)	1.0233 (0.9671)	0.1872	588.3486	0.4
	5	1.7473	1.3837	0.5704	1.0632 (1.0000)	1.0180 (0.9575)	1.0258 (0.9648)	0.2015	590.8743	0.7
	6	1.6714	1.2645	0.7500	1.0000	0.9664	0.9089	0.1858	589.5098	0.7
400 (MW)	1	1.9575	1.5813	0.7029	1.0648 (1.0000)	1.0191 (0.9571)	1.0292 (0.9666)	0.2417	685.4077	0.2
	2	1.9499	1.5373	0.7500	1.1722 (1.0000)	1.1343 (0.9635)	1.0538 (0.8952)	0.2372	684.6509	0.4
	3	1.9520	1.5353	0.7500	1.1864 (1.0000)	1.1440 (0.9642)	1.0588 (0.8924)	0.2373	684.6509	0.4
	4	1.9565	1.5818	0.7033	1.0652 (1.0000)	1.0192 (0.9569)	1.0293 (0.9663)	0.2416	685.3926	0.5
	5	1.9509	1.5970	0.7093	1.0706 (1.0000)	1.0207 (0.9534)	1.0320 (0.9640)	0.2572	688.2786	0.7
	6	1.9521	1.5516	0.7500	1.0000	0.9614	0.8857	0.2537	687.6160	0.8

注 ペナルティファクター $PF_i = 1/(1 - \partial PL / \partial P_i)$, 表中()で示す値は $PF_1 = 1$ とした場合の相対値である。

第3表 交流法による送電損失を与えた場合の計算結果

Table 3. Calculation results using loss of AC method

負 荷	手 法	出 力 (100 MW)			送 電 損 失	燃 料 費 (千円/時)	N. R. の と の (%)	法 差
		G_1	G_2	G_3				
250 (MW)	1	1.3553	0.9618	0.2954	0.1124	410.2942	0.18	
	2	1.3086	0.8856	0.4099	0.1041	409.6104	0.02	
	3	1.3028	0.8828	0.4179	0.1035	409.5989	0.01	
	4	1.3550	0.9619	0.2955	0.1124	410.2908	0.18	
	5	1.3459	0.9681	0.2976	0.1116	410.2112	0.16	
	6	1.2924	0.8832	0.4267	0.1024	409.5415		
300 (MW)	1	1.5562	1.1667	0.4311	0.1540	498.3455	0.22	
	2	1.4973	1.0749	0.5705	0.1427	497.3591	0.02	
	3	1.4924	1.0714	0.5783	0.1421	497.3511	0.02	
	4	1.5557	1.1669	0.4313	0.1539	498.3438	0.22	
	5	1.5457	1.1741	0.4332	0.1530	498.2446	0.20	
	6	1.4809	1.0722	0.5877	0.1408	497.2708		
350 (MW)	1	1.7591	1.3752	0.5684	0.2027	591.0081	0.25	
	2	1.6869	1.2665	0.7345	0.1880	589.6277	0.02	
	3	1.6830	1.2623	0.7420	0.1873	589.6167	0.02	
	4	1.7584	1.3755	0.5687	0.2026	591.0020	0.25	
	5	1.7473	1.3837	0.5704	0.2015	590.8743	0.23	
	6	1.6714	1.2645	0.7500	0.1858	589.5098		
400 (MW)	1	1.9641	1.5874	0.7072	0.2587	688.4460	0.12	
	2	1.9588	1.5455	0.7500	0.2543	687.6743	0.01	
	3	1.9609	1.5435	0.7500	0.2544	687.6726	0.01	
	4	1.9630	1.5879	0.7077	0.2587	688.4395	0.12	
	5	1.9509	1.5970	0.7093	0.2572	688.2786	0.10	
	6	1.9521	1.5516	0.7500	0.2537	687.6160		

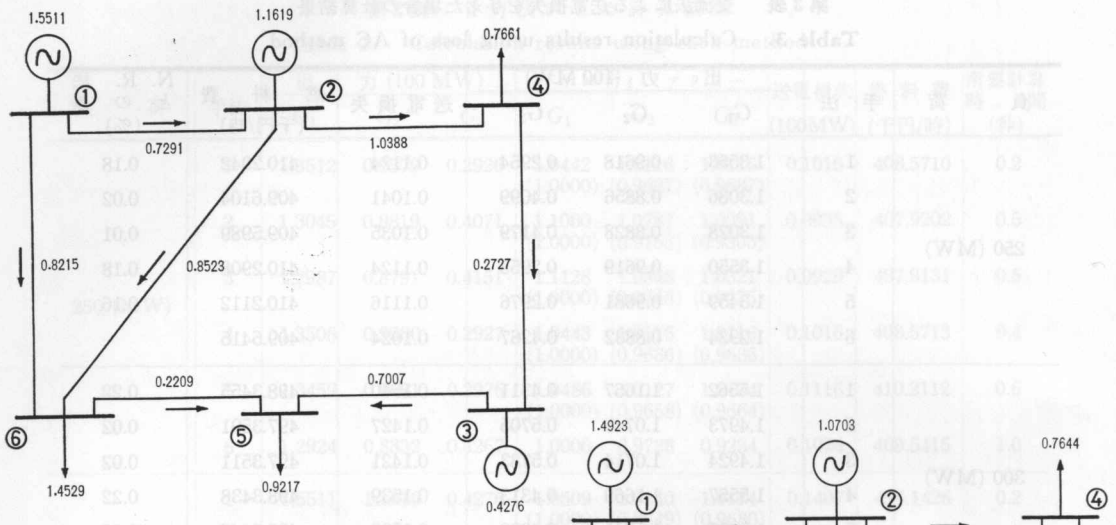
(i) D.C. 法厳密解 I 及び II は電力潮流最適化に際して非常に有効な手法となる。

(ii) D.C. 法により潮流最適化を行う場合、どの程度最適化できるかは、増分損失の算出方法に大きく依存する。

(iii) ノード電圧位相角は近似式を用いても充分正確に求められる。

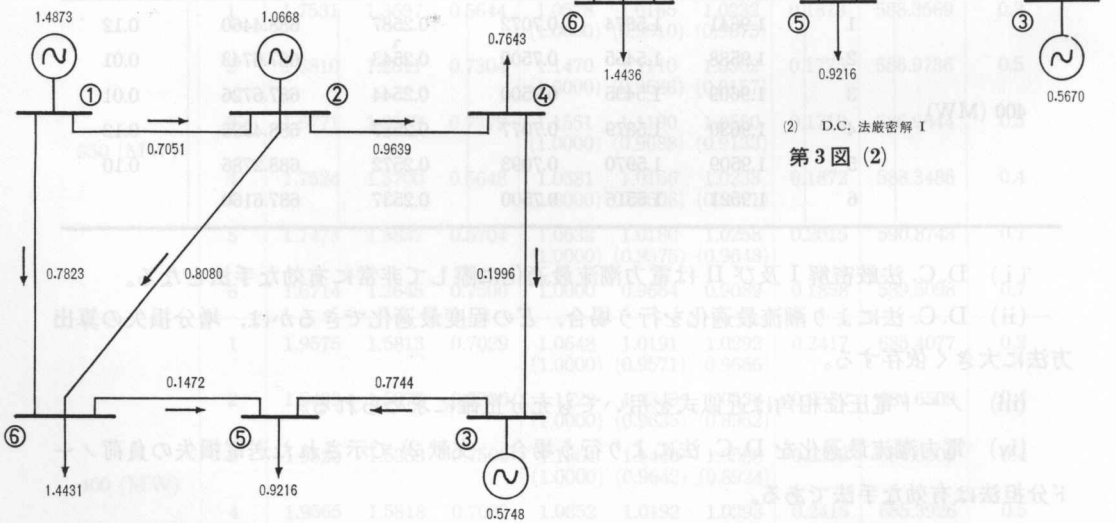
(iv) 電力潮流最適化を D.C. 法により行う場合、文献 2) で示された送電損失の負荷ノード分担法は有効な手法である。

次に第2表の所要計算時間について見ると、D.C. 法近似解法、D.C. 法厳密解法、N.R. 法の順に計算時間が短く、また D.C. 法近似解 I の計算時間は N.R. 法の計算時間に対し約 1/3.5~1/5.5 の値であり D.C. 法近似解 I の高速性が示された。なお、これらの計算時間は北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 を使用した場合の値で示した。



(1) D.C. 法近似解 I

第3図 (1)

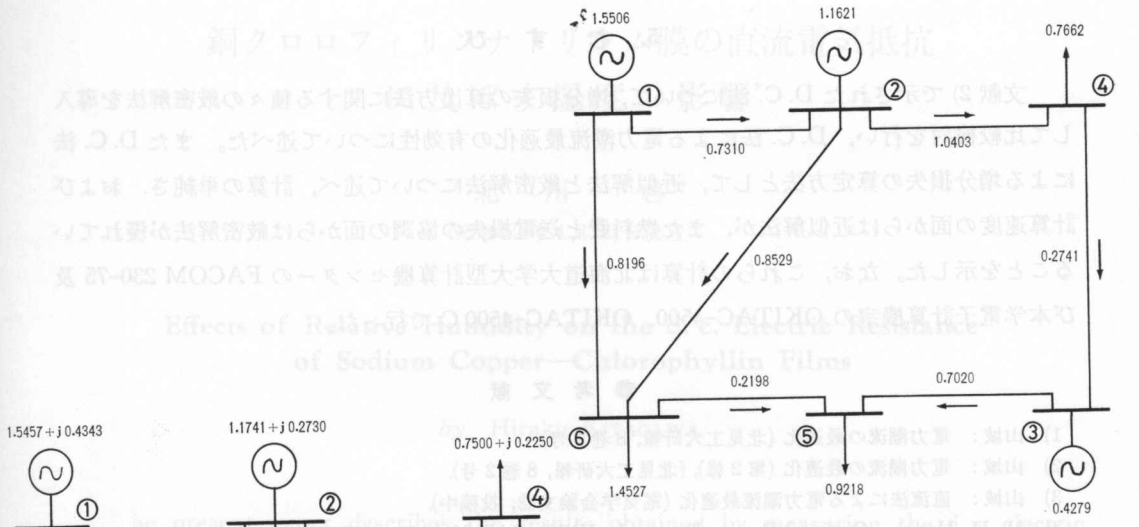


(2) D.C. 法厳密解 I

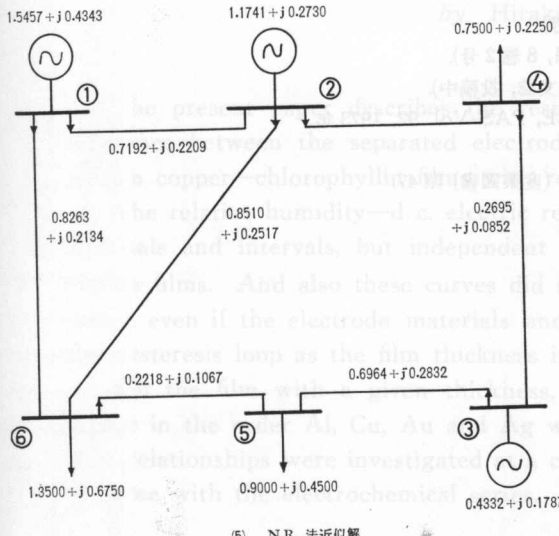
第3図 (2)

(3) D.C. 法厳密解 II

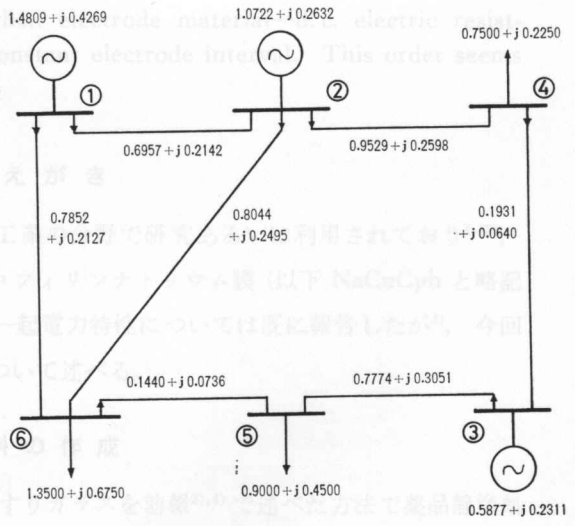
第3図 (3)



(4) D.C. 法近似解 II
第3図 (4)



(5) N.R. 法近似解
第3図 (5)



(6) N.R. 法
第3図 (6)

第3図 各方法による最適化 (潮流分布の一例: 負荷=300 (MW) の場合, 100 (MVA) ベース)

Fig. 3. Optimization by each method.

