

# 静止クレーマ方式の円線図による 定常特性の解析 (第2報)\*

村田 年 昭\*\*

武田 郁 夫\*\*

(昭和52年4月30日受理)

## Analysis of Steady-State Characteristics of Static Krämer System by Circle Diagram Method (Part 2)

by Toshiaki MURATA and Ikuo TAKEDA

Already, we reported the circle diagram methods of analyzing the characteristics of a static Krämer system by using an L-type equivalent circuit and a T-type equivalent circuit.

In order to calculate the characteristics, it is necessary to separate the primary leakage reactance from the secondary leakage reactance.

But, in case of determining the constants of the equivalent circuits by the experimental results, it is theoretically impossible to separate the leakage reactances.

Then, we analyzed the characteristics by a new T-type circle diagram method by applying the new T-type equivalent circuit suggested by Dr. Yamamura to the static Krämer system.

As a result of the analysis, we pointed out that the values obtained from the results using this new T-type circle diagram method give fairly good agreement with the experimental results.

### 1. ま え が き

静止クレーマ方式の特性解析において、筆者らの考案した静止クレーマ方式のL形円線図法を、さらに正確なT形円線図法に拡張し、重なり角の影響、整流器順方向電圧降下とブラン電圧降下の影響を考慮すると、円線図法においても、充分精度の高い結果が得られることを、すでに報告した<sup>1)~3)</sup>。

特性算定のためには、L形円線図では、誘導電動機の一次と二次の抵抗値の分離を行なう必要があり、またT形円線図の場合には、さらに一次と二次の漏れリアクタンスの分離をも行なわなければならない。しかし、実際には実験によって定数を決定する場合、一次と二次の漏

\* 昭和50年度電気四学会北海道支部連合大会(1975.10)にて一部講演

\*\* 北見工業大学電気工学科

れリアクタンスを分離することは理論上不可能である<sup>4)</sup>。

そこで、筆者らは山村氏の提案された新 T 形等価回路を静止クレーマ方式に適用し、新 T 形円線図法によって特性解析を行なった。さらに、拘束試験の結果から定数を決定する場合には励磁リアクタンスも考慮に入れて、その影響を分離して求めた<sup>6)</sup>。

本論文の手法は、T 形円線図と同程度の精度を持ち、作図が簡単で、理論的にも矛盾がなく実験値と良く一致することを示した。

## 2. 新 T 形等価回路と電流軌跡

### 2.1 新 T 形等価回路と重なり角

第 1 図に、整流器順方向特性を立ち上り電圧と微分抵抗で近似し、二次側を一次側に換算した静止クレーマ方式の新 T 形等価回路を示す。ここで、本論文において用いられる主な記号を以下に示す。

- $V_1$ : 誘導電動機一次端子相電圧
- $E_e$ : 二次励磁相電圧
- $E_i$ : 直流電動機の逆起電力
- $E_b$ : 整流器立ち上り電圧とブラシ電圧降下の和
- $I_1$ : 一次電流
- $I_2$ : 二次電流
- $I_0$ : 励磁電流
- $I_a$ : 直流電流

$i_f$ : 直流電動機の界磁電流

$a$ : 巻数比

$s$ : すべり

$u$ : 重なり角

$\omega_0$ : 誘導電動機同期角速度

$k_e$ : 直流電動機の逆起電力定数の  $i_f$  に対する傾き

$r_1$ : 一次巻線抵抗

$r_{22}$ : 二次巻線抵抗

$r_{diff}$ : 整流器微分抵抗

$r_a$ : 直流電動機電機子抵抗

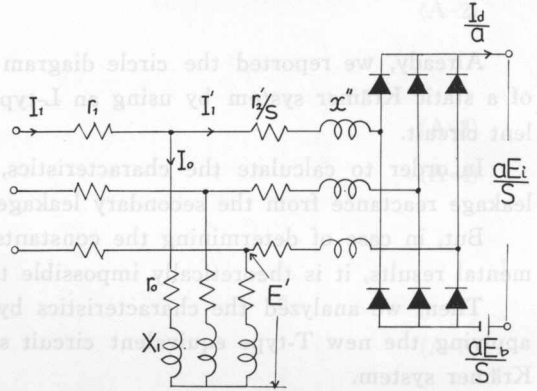
$r_2$ : 二次回路の全抵抗

$r_0$ : 鉄損分を表わす抵抗

$x''$ : 一次と二次の漏れリアクタンスの和

$X_1$ : 一次漏れリアクタンスと励磁リアクタンスの和

$E'_e, E'_b, r'_2, I'_2$ :  $E_e, E_b, r_2, I_2$  の一次側換算値



第 1 図 静止クレーマ方式の新 T 形等価回路

Fig. 1. New T-type equivalent circuit of static Kramer system.

いま、各相電源電圧を  $e_u, e_v, e_w$  とし、 $U$ 相から  $V$ 相への転流について考え、

$$\left. \begin{aligned} e_u &= \sqrt{2} V_1 \cos(\theta + \pi/3) \\ e_v &= \sqrt{2} V_1 \cos(\theta - \pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

とすると、二次電圧  $e'_u, e'_v$  は、電源電圧より  $\alpha$  だけ位相が進むから、

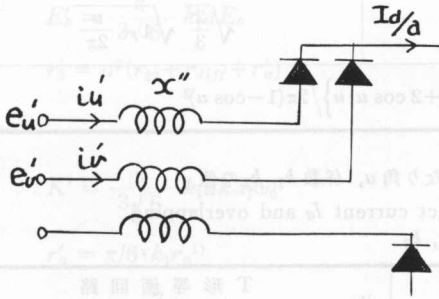
$$\left. \begin{aligned} e'_u &= \sqrt{2} V_1 \cos(\theta + \pi/3 + \alpha) \\ e'_v &= \sqrt{2} V_1 \cos(\theta - \pi/3 + \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、

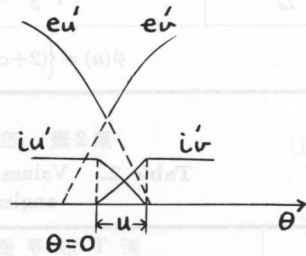
$$\alpha = \tan^{-1} \frac{X_1}{r_0} - \tan^{-1} \frac{X_1}{r_1 + r_0} \quad (3)$$

となる。そこで、二次電圧  $e'_u, e'_v$  を基準にとり、抵抗分を無視すると<sup>5)</sup>、転流時の等価回路は第2図となるから、

$$e'_u - x'' \frac{di'_u}{d\theta} = e'_v - x'' \frac{di'_v}{d\theta} \quad (4)$$



第3図 転流時の等価回路



第3図 二次電流波形

Fig 2. Equivalent circuit at commutating period.

Fig. 3. Secondary current waveform.

が成立する。第3図の二次電流波形より、転流期間の二次電流  $i'_u, i'_v$  は

$$i'_u + i'_v = I_d/a \quad (5)$$

となるから、(2), (4), (5)式より、

$$\frac{di'_u}{d\theta} = -\frac{\sqrt{6}}{2x''} V_1 \sin(\theta + \alpha) \quad (6)$$

を得る。最初、 $U$ 相の電流  $i'_u$  が直流を供給しているから、 $\theta=0$  で、 $i'_u = I_d/a$  として(6)式を解くと、次式を得る。

$$i'_u = \frac{I_d}{a} - \frac{\sqrt{6}}{2x''} V_1 \left\{ \cos \alpha - \cos(\theta + \alpha) \right\} \quad (7)$$

転流は、 $i'_u = 0$  で終了するからそのときの  $\theta$  を、 $\theta = u$  とおけば、

$$\cos(u + \alpha) = \cos \alpha - \frac{2x''}{a\sqrt{6} V_1} \cdot I_d \quad (8)$$

となり、直流電流  $I_d$  を与えれば、新 T 形等価回路の重なり角  $u$  が求まり、整流回路の電流の基本波分と実効値は、(8) 式の重なり角を用いて第 1 表のように表わすことができ、第 1 表と第 1 図の等価回路より特性計算をすることができる。

第 2 表に、T 形、新 T 形等価回路より計算した重なり角  $u$  と、転流期間に依存する係数  $k_1, k_2$  の比較を示す。T 形等価回路の重なり角は励磁リアクタンス  $x_0$  の影響を考慮することができるが、 $x_1, x_2, x_0$  の各リアクタンスを分離する必要がある。しかし、新 T 形等価回路においては、各リアクタンスを分離する必要はなく、 $x''$  を求める際に、励磁リアクタンス  $x_0$  の影響を考慮しているので<sup>6)</sup>、得られた重なり角は、T 形等価回路の重なり角にほとんど等しい。

第 1 表 電流の基本波分と実効値

Table 1. Fundamental component and effective value of current

	A. $T=\infty (R=0)$ の場合	B. 転流時の電流波形を直線で近似
$\frac{I_{a1}}{I_d}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi} (1+\cos u)$	$\frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{\sin u}{u}$
$\frac{I_E}{I_d}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{1-3\phi(u)}$	$\sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{1-\frac{u}{2\pi}}$
$\phi(u) = \left\{ (2+\cos u) \sin u - (1+2 \cos u) u \right\} / 2\pi(1-\cos u)^2$		

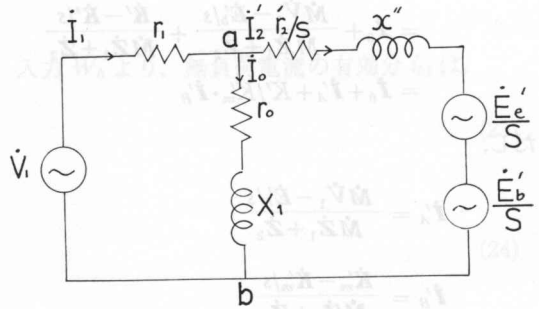
第 2 表 直流電流  $I_d$  と重なり角  $u$ 、係数  $k_1, k_2$  の値

Table 2. Values between direct current  $I_d$  and overlapping angles, coefficient  $k_1, k_2$

$I_d$ [A]	新 T 形等価回路			T 形等価回路		
	$u$ (deg)	$k_1$	$k_2$	$u$ (deg)	$k_1$	$k_2$
1.0	5.221	1.002	1.009	6.131	1.003	1.011
2.0	7.717	1.005	1.014	8.674	1.006	1.016
3.0	9.640	1.007	1.019	10.629	1.009	1.021
4.0	11.265	1.010	1.023	12.298	1.012	1.025
5.0	12.670	1.012	1.027	13.933	1.015	1.029
6.0	13.998	1.015	1.030	15.049	1.018	1.033
7.0	15.201	1.018	1.034	16.268	1.020	1.037
8.0	16.318	1.021	1.037	17.399	1.023	1.041
9.0	17.368	1.023	1.041	18.964	1.026	1.045
10.0	18.363	1.026	1.044	19.472	1.029	1.048
12.0	20.218	1.032	1.051	21.350	1.036	1.055
14.0	21.927	1.038	1.058	23.081	1.042	1.062
16.0	23.523	1.043	1.064	24.697	1.048	1.069
18.0	25.033	1.049	1.070	26.227	1.054	1.076
20.0	26.461	1.055	1.078	27.673	1.061	1.082
25.0	29.759	1.071	1.093	31.013	1.077	1.099

### 2.2 電流軌跡

整流器の順方向電圧降下は、前述の立ち上り電圧と微分抵抗で近似することにより円線図上に表わすことができる。一方、重なり角  $u$  は無負荷から全負荷において、 $u=0 \sim 30^\circ$  まで変動し、転流重なり期間に依存する係数  $k_1, k_2$  も第2表のように変動するが、適当な設定値を定めることにより、円線図手法が可能となる。



第4図 交流側換算等価回路

Fig. 4. Equivalent circuit of primary circuit side.

第1図の新T形等価回路を交流側に換算した一相の等価回路を第4図に示す。ここで、

$$\left. \begin{aligned} E'_c &= \frac{\pi}{3\sqrt{6}} k_1 a k_v i_f \omega_0 (1-s) = K'(1-s) \\ E'_b &= \frac{\pi}{3\sqrt{6}} k_1 a E_b \\ r'_2 &= a^2 (r_{22} + r_{aff} + r'_a) \end{aligned} \right\}^{1)}$$

(9)

ただし、

$$K' = \frac{\pi}{3\sqrt{6}} k_1 a k_v i_f \omega_0 \tag{10}$$

$$r'_a = \pi/6 \cdot k_2 r_a^{1)} \tag{11}$$

$$k_1 = \frac{2}{1 + \cos u}, \quad k_2 = \frac{u}{\sin u} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - u/2\pi}} \tag{12}$$

第4図の新T形等価回路において、 $a-b$ 間の電圧を  $\dot{E}'$  とし、 $a-b$ 間にテブナンの定理を適用すれば、二次電流  $\dot{I}'_2$  は、

$$\dot{I}'_2 = \frac{\dot{E}' - K'(1-s)/s - \dot{E}'_b/s}{\dot{N}\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \tag{13}$$

ただし、

$$\dot{E}' = \dot{N}\dot{V}_1 \tag{14}$$

$$\dot{N} = \frac{\dot{Z}_0}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0} \tag{15}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{X_1}{r_0} - \tan^{-1} \frac{X_1}{r_1 + r_0} \tag{3}$$

$$\dot{Z}_1 = r_1, \quad \dot{Z}_2 = r'_2/s + jx'', \quad \dot{Z}_0 = r_0 + jX_1 \tag{16}$$

となり、一次電流  $\dot{I}_1$  は、

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}'_2 \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
 &= \mathbf{i}_0 + \frac{\dot{M}\dot{V}_1 - \dot{E}'_b/s}{\dot{M}\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} + \frac{\dot{K}' - \dot{K}'/s}{\dot{M}\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \\
 &= \mathbf{i}_0 + \mathbf{i}'_A + K'/K'_m \cdot \mathbf{i}'_B
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

ただし、

$$\mathbf{i}'_A = \frac{\dot{M}\dot{V}_1 - \dot{E}'_b/s}{\dot{M}\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}
 \tag{18}$$

$$\mathbf{i}'_B = \frac{\dot{K}'_m - \dot{K}'_m/s}{\dot{M}\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}
 \tag{19}$$

$\dot{K}'_m$ :  $\dot{K}'$  の最大値付近の適当な設定値

$\mathbf{i}'_A, \mathbf{i}'_B$  を変形すれば

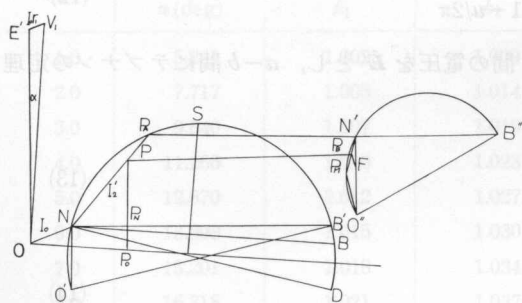
$$\mathbf{i}'_A = -\frac{\dot{E}'_b}{r'_2} + \frac{\dot{M}\dot{V}_1 + \dot{E}'_b \{ \dot{M}r_1 + jx'' \} / r'_2}{\dot{M}r_1 + r'_2/s + jx''}
 \tag{20}$$

$$\mathbf{i}'_B = -\frac{\dot{K}'_m}{r'_2} + \frac{\dot{K}'_m + \dot{K}'_m \{ \dot{M}r_1 + jx'' \} / r'_2}{\dot{M}r_1 + r'_2/s + jx''}
 \tag{21}$$

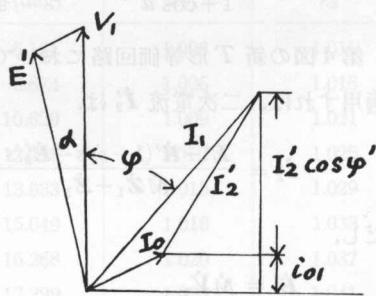
となり、(20), (21) 式の第2項は、円となるから、筆者らの考案した円線図手法がそのまま適用できる<sup>1)</sup>。(15)式より、 $\dot{V}_1$  を基準ベクトルとおくと、

$$\alpha = \angle \left( \frac{\dot{Z}_0}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0} \right) = \angle \left( \frac{\dot{Z}_0 \dot{V}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0} \right) = \angle (\dot{V}_1 - \dot{Z}_1 \mathbf{i}_0)
 \tag{22}$$

となり、新T形等価回路においては、 $\dot{Z}_1 = r_1$  であるから、第5図のように作図的に  $\alpha$  を定め、円線図を描くことができる。



第5図 円線図  
Fig. 5. Circle diagram.



第6図 ベクトル図  
Fig. 6. Vector diagram.

### 3. 特性計算

重なり角  $u$  が求めれば、特性の算定は前報と同じ手法で円線図法により求めることができるが、第6図のベクトル図を描くことにより下記のように簡単に計算し得る。

(1) 無負荷電流の有効分, 無効分

定格電圧  $V_1$  での無負荷試験の電流  $I_0$ , 入力  $W_0$  より, 無負荷電流の有効分  $i_{01}$  は,

$$i_{01} = \frac{W_0}{3V_1} \quad (23)$$

無効分  $i_{02}$  は,

$$i_{02} = \sqrt{I_0^2 - i_{01}^2} \quad (24)$$

(2) 一次電流

(13)式より, 二次電流  $I_2'$  は  $E'$  を基準にとると,

$$I_2' = \frac{E' - K'(1-s)/s - E_b/s}{\sqrt{\left\{ \frac{r_0 r_1 (r_1 + r_0) + r_1 X_1^2}{(r_1 + r_0)^2 + X_1^2} + \frac{r_2'}{s} \right\}^2 + \left\{ \frac{r_1^2 X_1}{(r_1 + r_0)^2 + X_1^2} + x'' \right\}^2}} \quad (25)$$

となるから, 第6図より,  $\hat{V}_1$  を基準にとると一次電流  $I_1$  は,

$$I_1 = \sqrt{(i_{01} + I_2' \cos \varphi')^2 + (i_{02} + I_2' \sin \varphi')^2} \quad (26)$$

ただし,

$$\cos \varphi' = \cos (\varphi'' - \alpha) \quad (27)$$

$$\cos \varphi'' = \frac{\frac{r_0 r_1 (r_1 + r_0) + r_1 X_1^2}{(r_0 + r_1)^2 + X_1^2} + \frac{r_2'}{s}}{\sqrt{\left\{ \frac{r_0 r_1 (r_1 + r_0) + r_1 X_1^2}{(r_1 + r_0)^2 + X_1^2} + \frac{r_2'}{s} \right\}^2 + \left\{ \frac{r_1^2 X_1}{(r_1 + r_0)^2 + X_1^2} + x'' \right\}^2}} \quad (28)$$

(3) 力率  $\cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{i_{01} + I_2' \cos \varphi'}{I_1} \quad (29)$$

(4) 入力  $P_1$

$$P_1 = 3V_1 I_1 \cos \varphi \quad (30)$$

(5) 二次入力  $P_2$ : 一次入力  $P_1$  より励磁損, 一次銅損を引いて,

$$P_2 = 3V_1 I_2' \cos \varphi' - 3I_1^2 r_1 \quad (31)$$

(6) 誘導機の機械的出力  $P_{kim}$ : 二次銅損  $P_{2c}$ , 二次流出電力を  $P_{2out}$ , 整流器の立ち上り電圧に起因する順方向損失とブラシ損の和を  $P_{eb}$  とすると,

$$P_{kim} = P_2 - P_{2c} - P_{2out} - P_{eb} \quad (32)$$

ただし,

$$P_{2c} = 3I_2'^2 r_2' \quad (33)$$

$$P_{eb} = 3E_b I_2' \cos \varphi' \quad (34)$$

$$P_{2out} = 3K'(1-s) I_2' \cos \varphi' \quad (35)$$

(7) 静止クレーマ方式の機械的出  $P_k$

$$P_k = P_{kim} + P_{2out} \quad (36)$$

(8) 効率  $\eta$

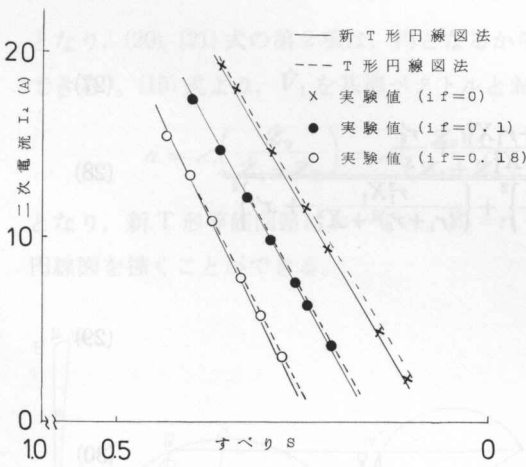
$$\eta = \frac{P_k}{P_1} \times 100 \quad (\%) \quad (37)$$

となり、特性が求まる。

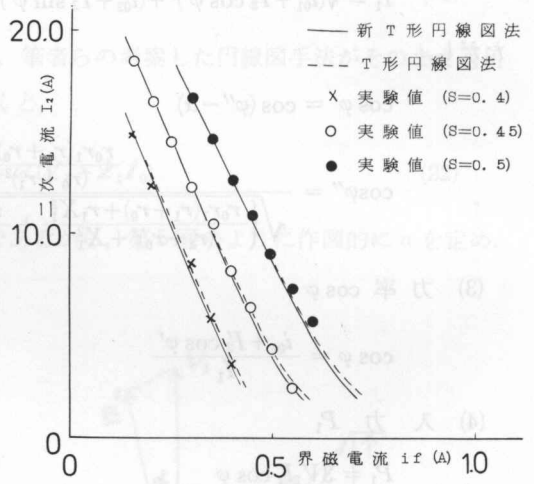
### 4. 実験結果

実験に使用した誘導電動機は、50 [Hz]、4 P、200 [V]、定格一次電流 9.1 [A]、直流電動機は、2 P、100 [V]、1,500 [r.p.m]、定格電流 25 [A] である。

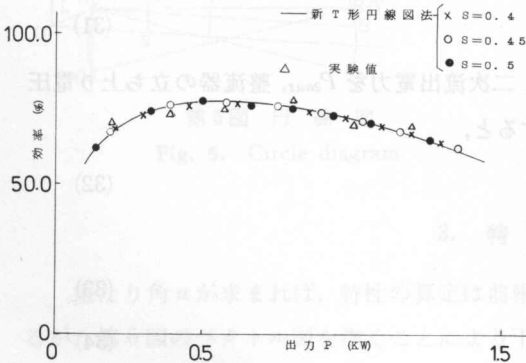
特性算定のための、無負荷試験、拘束試験より第4図の等価回路定数の決定には石崎氏らの方法によった<sup>6)</sup>。第3表に供試機の定数を示す。



(a) すべりと二次電流



(b) 直流電動機界磁電流と二次電流



(c) 総合効率

第7図

Fig. 7. Comparison between experimental values and calculated values by circle diagram methods.



第3表 供試機の定数

Table 3. Constants of testing machine

電 圧	200 V	$r_1$	0.443 $\Omega$	$x''$	2.397 $\Omega$
周 波 数	50 Hz	$r_{22}'$	0.096 $\Omega$	$r_0$	1.977 $\Omega$
極 数	4	$r_{diff}$	0.056 $\Omega$	$X_1$	27.883 $\Omega$
$a$	3.03	$r_a$	0.736 $\Omega$	$E_b$	4.03 V

第7図に、円線図法と実験値との比較を示すが、新T形円線図法は、T形円線図法とほとんど等しく、良く実験値に一致する。第7図(a)は、二次電流のすべり特性を示す。トルクは二次電流に比例し、静止クレーマ方式の発生トルクは、誘導電動機の発生トルクと直流電動機の発生トルクの和であるから、二次電流-すべり特性の傾斜は急峻で、運転の安定性は大きい。

第7図(b)は、すべりをパラメーターとした直流電動機の界磁電流と二次電流の関係を示す。すべり $s$ を一定とした場合、二次励磁電圧は直流電動機の界磁電流に比例するから、二次励磁電圧を変えて、定速度制御を行なった場合も安定な運転を行なうことができる。第7図(c)は定速度制御の場合の静止クレーマ方式の総合効率を示す。図より明らかのようにかなりの低速まで一定な高効率を得ることができる。

### 5. む す び

本論文では、山村氏の提案された新T形等価回路を静止クレーマ方式に適用し、新T形円線図法により、静止クレーマ方式の特性算定を行ない、T形円線図法との比較を行なった。

新T形等価回路を採用すれば、一次と二次の漏れリアクタンスを分離する必要もなく、また定数測定の場合に励磁リアクタンスの影響を考慮しているので、誘導電動機の等価回路定数を正確に決定でき、新T形円線図法は、T形円線図法と同等の精度を有し、しかも作図が簡単で得られた特性が実験結果と良く一致することを示した。

### 文 献

- 1) 武田・村田：電学誌，Vol. 94-B，No. 7 (昭和49年7月)。
- 2) 村田・武田：北見工大研報，第8巻，第1号 (昭和51年11月)。
- 3) 村田・武田：昭和50年度電気電気四学会北海道支部連合大会講演論文集，50 (昭和50年10月)。
- 4) 山村：電学誌，74，676 (昭和29年)。
- 5) 堀：電学誌，87，1421 (昭和39年9月)。
- 6) 石崎・平山：電学誌，Vol. 87-1，No. 940 (昭和41年8月)。