

# 電力潮流の最適化 (第2報)\*

山城 迪\*\*

(昭和51年9月28日受理)

## Optimization of Power Flow (Part 2)

by Susumu YAMASHIRO

In the previous paper, we discussed an optimization of power flow using DC method. In it, we allocated transmission losses for every node (load node and generator node) and then, it became that the total power flowed out from generator nodes was less than the total generating output, and transmission loss was made a conservative estimate.

In this paper, we discuss a method of transmission loss allocation which allocates losses only for load nodes.

Applying this DC method to a model power system and comparing the calculated results with those of optimization technics using Newton-Raphson method, we show an appropriateness of DC method.

### 1. ま え が き

前報では、直流法 (DC 法) による電力潮流の最適化について論じた。ここでは

(1) 前報での、送電損失を負荷とみなし、発電機および負荷ノードに割り付ける方法に対して、負荷ノードにのみ割り付ける方法について検討する。すなわち、前報の方法では、発電機ノードにより系統に注入される有効電力の総和が、発電機出力の総和より小さくなること、従って、送電損失も小さく見積ることになる点を考慮して、損失の割り付けに関して改良を計ることにする。また、

(2) DC 法を用いた (1) の方法による電力潮流最適化の妥当性を、前報では、近似解法である  $B$  定数法を用いて検討したが、ここでは、厳密解法である Newton-Raphson 法 (N-R 法) によって検討することにする。

### 2. 送電損失の負荷ノードへの割り付け

前報における送電損失の割り付け法は

$$P_i = G_i^{new} - \sum_j L_{ji} \times D_{ji} \quad (1)$$

\* 電気四学会北海道支部大会 (昭和51年10月) で発表

\*\* 北見工業大学電気工学科

ただし、 $G_i^{new}$  は発電機出力で、系統負荷は負の発電機とする。 $P_i$  はノード  $i$  の有効電力、 $L_{ji}$  はノード  $j-i$  間の送電損失、また、 $D_{ji}$  は次式から定まる定数である。

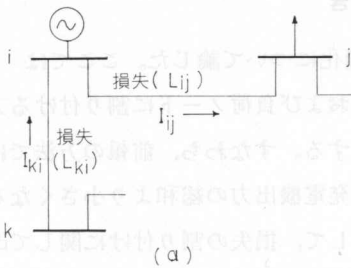
$$D_{ji} = \begin{cases} 1: \text{ノード } j \text{ から } i \text{ へ電力が流入する場合} \\ 0: \text{ノード } i \text{ から } j \text{ へ電力が流出する場合} \end{cases}$$

つまり、送電線における電力損失分を負荷とみなし、電力流入のあったノードに、この損失分を割り付ける方法であった(第1図を参照して、これは、(a)→(b)に等しい)。

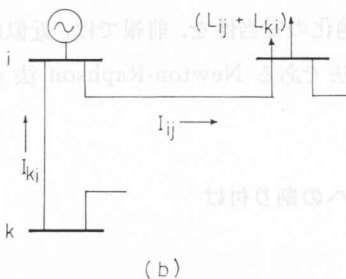
ところで、(1)式に従うと、ノード  $i$  が発電機ノードである場合には、ノード  $i$  からの流出電力  $P_i$  は発電機出力  $G_i^{new}$  より小さくなり、その結果、次の DC 法潮流計算における線路潮流の分布は、全体として、今回の発電機出力の和より小さく見積ることになり好ましくない(第4章参照)。

そこで、ここでは、次のような方法によって、系統内の全線路潮流の和を発電機出力の和に等しくする。

すなわち、第2図に示す通り、発電機ノードに、他ノードからの電力流入が生ずる場合には、この流入電力によって生じた送電損失を、発電機ノードから電力が流出していく負荷ノードに、等しく配分するものとする。



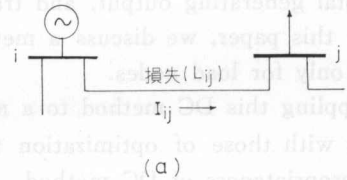
(a)



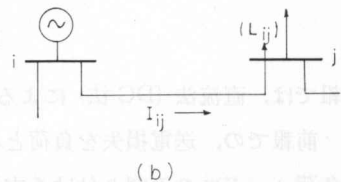
(b)

第2図 送電損失の取扱い(発電機ノードの処理)

Fig. 2. Treatment of transmission loss.



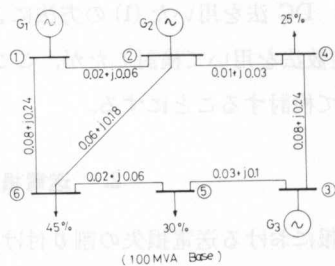
(a)



(b)

第1図 送電損失の取扱い(負荷ノードへの割り付け)

Fig. 1. Treatment of transmission loss.



第3図 モデル系統(インピーダンス図)

Fig. 3. Model power system.

第1表 DC法による計算結果

Table 1. Calculation results using DC method

負荷 (MW)	出力 (MW)			総燃料費 (千円/h)	送電損失 (MW)
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>		
250	135.111	95.791	29.260	408.575	10.162
300	155.105	116.194	42.770	496.150	14.069
350	175.314	136.969	56.443	588.358	18.726
400	195.752	158.132	70.285	685.408	24.169

負荷 (MW)	増分損失 ( $\partial PL/\partial G$ )			ノード電圧位相角					
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	①	②	③	④	⑤	⑥
250	0.04236	0.01142	0.01144	0.	-0.03903	-0.12665	-0.06575	-0.18129	-0.16816
300	0.04848	0.01383	0.01705	0.	-0.04376	-0.14041	-0.07493	-0.21046	-0.19719
350	0.05464	0.01628	0.02270	0.	-0.04851	-0.15437	-0.08415	-0.24008	-0.22670
400	0.06083	0.01876	0.02839	0.	-0.05327	-0.16857	-0.09344	-0.27016	-0.25673

第2表 DC法による計算結果

Table 2. Calculation results using DC method

負荷 (MW)	出力 (MW)			総燃料費 (千円/h)	送電損失 (MW)
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>		
250	135.043	95.768	29.281	408.464	10.092
300	155.013	116.163	42.789	495.979	13.965
350	175.193	136.924	56.458	588.103	18.595
400	195.597	158.069	70.293	685.039	23.960

負荷 (MW)	増分損失 ( $\partial PL/\partial G$ )			ノード電圧位相角					
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	①	②	③	④	⑤	⑥
250	0.04234	0.01132	0.01123	0.	-0.0391	-0.1267	-0.0657	-0.1808	-0.1678
300	0.04846	0.01370	0.01680	0.	-0.04387	-0.14036	-0.07487	-0.2098	-0.1966
350	0.05460	0.01612	0.02242	0.	-0.04863	-0.15428	-0.08407	-0.23930	-0.22595
400	0.06078	0.01857	0.02807	0.	-0.0534	-0.1684	-0.0933	-0.2692	-0.2558

前報で用いた、第3図のモデルシステムを用いた試算結果を第1表に示す。また、比較検討のために、前報の結果を第2表に示す。

### 3. Newton-Raphson 法による最適化<sup>2)</sup>

DC法による結果の妥当性を検討する目的で、N-R法を用いた最適化手法により厳密解を求める。H. H. Happによって示されたこの手法の特徴は、Newton-Raphson潮流計算にお

いて得られるヤコビアン行列を用いて増分損失の計算を行うことにある。

増分損失は

$$\frac{\partial PL}{\partial P_i} = \frac{\partial PL}{\partial E_j} \cdot \frac{\partial E_j}{\partial P_i} \quad j = 1, 2, \dots \quad (2)$$

(E は複素電圧で,  $E = V e^{j\theta}$  である)

損失 PL を無効電力 Q で微分すると

$$\frac{\partial PL}{\partial Q_i} = \frac{\partial PL}{\partial E_j} \cdot \frac{\partial E_j}{\partial Q_i} \quad j = 1, 2, \dots \quad (3)$$

(2), (3) 式から

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial PL}{\partial P} & \frac{\partial PL}{\partial Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial PL}{\partial \theta} & \frac{\partial PL}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial P} & \frac{\partial \theta}{\partial Q} \\ \frac{\partial V}{\partial P} & \frac{\partial V}{\partial Q} \end{bmatrix} \quad (4)$$

(4) 式の逆行列を転置すると

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial PL}{\partial \theta} \\ \frac{\partial PL}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial PL}{\partial P} \\ \frac{\partial PL}{\partial Q} \end{bmatrix} \quad (5)$$

(5) 式右辺の行列は, Newton-Raphson 潮流計算における, ヤコビアン行列の転置行列であるから, N-R 法による潮流計算から増分損失  $\partial PL/\partial P$  が求まることがわかる。

第 3 表に, N-R 法を用いた電力潮流最適化の計算結果を, また, 第 4 図には潮流分布を示す (N-R 法による最適化手法については文献 (2) を参照願いたい)。

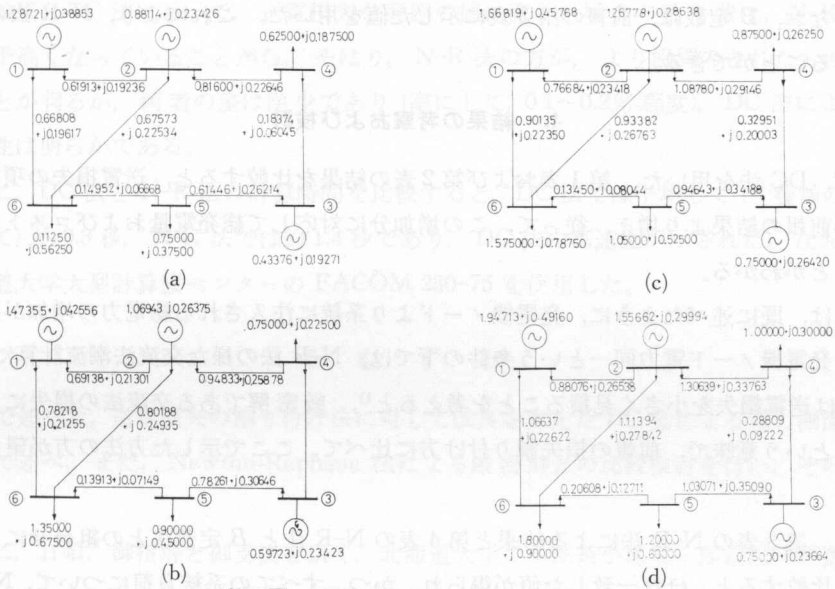
第 3 表 N-R 法による計算結果

Table 3. Calculating results using N-R method

負 荷 (MW)	出 力 (MW)			総 燃 料 費 (千円/h)	送 電 損 失 (MW)					
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>		①	②	③	④	⑤	⑥
250	128.682	88.114	43.376	409.520						
300	147.318	106.943	59.723	497.251						
350	166.780	126.778	75.000	589.488						
400	194.674	155.662	75.000	687.591						

負 荷 (MW)	増分損失 ( $\partial PL/\partial G$ )			ノード電圧 (per unit)					
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	①	②	③	④	⑤	⑥
250	0.01768	-0.01038	-0.06690	1.0	1.0	1.0	0.99899	1.01021	1.00918
300	0.02247	-0.00900	-0.03340	1.0	1.0	1.0	0.99876	1.01096	1.00942
350	0.02689	-0.00821	-0.07749	1.0	1.0	1.0	0.99850	1.01125	1.00909
400	0.02816	-0.01269	-0.10776	1.0	1.0	1.0	0.99797	1.01057	1.00698



第4図 N-R法による電力潮流最適化

((a): 250 (MW) 負荷, (b): 300 (MW), (c): 350 (MW),  
(d): 400 (MW), 100 MVA ベース)

Fig. 4. Optimization of power flow by N-R method.

第4表 N-R法とB定数の組合せによる計算結果

Table 4. Calculating results using N-R method and B constants

負荷 (MW)	出力 (MW)			総燃料費 (千円/h)	送電損失 (MW)
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>		
250	127.823	88.329	43.964	409.524	10.116
300	146.229	107.239	60.442	497.260	13.911
350	165.866	127.659	75.000	589.487	18.528
400	193.470	156.821	75.000	687.600	25.291

負荷 (MW)	増分損失 ( $\partial PL/\partial G$ )			ノード電圧 (per unit)					
	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	①	②	③	④	⑤	⑥
250	0.02639	0.03872	-0.06365	1.0	1.0	1.0	0.99900	1.01023	1.00921
300	0.03144	0.04361	-0.00411	1.0	1.0	1.0	0.99877	1.01098	1.00947
350	0.03735	0.04939	-0.00463	1.0	1.0	1.0	0.99850	1.01125	1.00910
400	0.04503	0.05643	-0.00712	1.0	1.0	1.0	0.99797	1.01058	1.00700

第4表には、N-R法とB係数との組合せによる計算結果を示しているが、これは、最適化の計算過程において、増分損失のみBを係数を用いて算定する方法であり

$$\frac{\partial PL}{\partial G_m} = 2 \sum_n B_{mn} G_n \quad (6)$$

による。なお、 $B$  定数は、前報の第3表に示した値を用いた。これにより、N-R法の妥当性を議論することができる。

#### 4. 結果の考察および検討

まず、DC法を用いた、第1表および第2表の結果を比較すると、送電損失の項で、今回の方法が前報の結果より増え、従って、この増加分に対応して総発電量およびコストも増加していることがわかる。

これは、既に述べたように、発電機ノードより系統に注入される総電力の増加が原因しているが、発電機ノード電力同一という条件の下では、N-R法の様な交流法潮流計算に比べて、DC法では送電損失を小さく見積ることを考えると<sup>1)</sup>、厳密解である交流法の損失により近い値となるという意味で、前報の損失割り付け方に比べて、ここで示した方法の方が望ましいと言える。

次に、第3表のN-R法による結果と第4表のN-R法と $B$ 定数法との組合せによる計算結果とを比較すると、ほぼ一致した値が得られ、かつ、すべての系統負荷について、N-R法の方がより協調のとれた望ましい結果であることが判る。

更に、DC法とNR法との計算結果を比較してみると、ほぼ同じ送電損失に対して、DC法の方が総燃料費が小さく、一見したところ、より協調のとれた結果が得られたように思われるが、N-R法で求まる損失は厳密解であるのに対して、DC法から得られる損失は実際の値より小さく算定されている点に注意しなければならない。このことは、第5表から明らかであり(同表中、( )で示した値は、DC法による最適化を行った状態での発電機ノード電力に基づいて、交流法潮流計算を行い、正確な送電損失を算定した後、この値を、DC法最適化アルゴリズムの送電損失とした場合の計算結果である)、DC法では、実際の損失より1~1.7(MW)程度小さく見積っていることが判る。

第5表 DC法による最適化  
Table 5. Optimization by DC method

負荷 (MW)	発電機出力(MW)			送電損失 (MW)	総燃料費 (千円/hr)
	$G_1$	$G_2$	$G_3$		
250	135.111	95.791	29.260	10.162	408.575
	(135.504)	(96.187)	(29.580)	(11.273)	(410.344)
300	155.105	116.194	42.770	14.069	496.150
	(155.584)	(116.687)	(43.166)	(15.432)	(498.408)
350	175.314	136.969	56.443	18.726	588.358
	(175.870)	(137.541)	(56.899)	(20.309)	(591.079)
400	195.752	158.132	70.285	24.169	685.408
	(196.355)	(158.768)	(70.786)	(25.911)	(688.513)

この結果、DC法において、送電損失を実際の値に直した場合の燃料費は、N-R法のそれより若干高くなっていることから、やはり、N-R法の方が、より協調のとれたものとなっていることが判るが、両者の差は僅少であり(率にして、0.1~0.2%程度)、DC法による最適化の妥当性は明らかである。

最後に、DC法とN-R法の計算時間を比較すると、DC法では平均して(4種類の系統負荷について)約0.3秒、N-R法では約1.4秒であり、DC法の高速度性が示された。なお、計算機は北海道大学大型計算機センターのFACOM 230-75を使用した。

## 5. む す び

前報で述べた、送電損失の割り付け法に対して改良を加えたDC法による電力潮流最適化法について述べ、また、Newton-Raphson法による厳密解との比較検討を行い、その妥当性を示した。

最後に、日頃、御指導と御支援を頂く、北海道大学工学部長小池東一郎教授に感謝申し上げます。

## 参 考 文 献

- 1) 山城 迪: 電力潮流の最適化(北見工大研報, 8巻1号).
- 2) H. H. Happ: Optimal Power Dispatch, IEEE, PAS-Vol. 92, 1973年.

## 1. 結 言

固体絶縁物表面と接する気体や油の中で、絶縁物表面において起こる表面放電の現象は古くから知られており、各種の電気絶縁の絶縁材料面においても絶縁設計上<sup>1)</sup>なる場合には十分考慮されなければならぬ重要な問題である。

\* 昭和51年10月16日、電力学会北海道支部連合大会にて一般発表

\*\* 北見工科大学電気工学科