

## 二層構造スロット線路の伝搬特性\*

林 幸 成\*\*  
林 義 男\*\*

(昭和51年4月30日受理)

### Propagation Characteristics of a Double-layer Slot Line

by Yukinari HAYASHI and Yoshio HAYASHI

Dispersion Characteristics of a double-layer slot line are described. The results are applied to an evaluation of the effect of slot line wavelength upon a thin layer of the adhesive between metal and substrate. It is shown that the presence of the adhesive will cause an increase in wavelength when the dielectric constant of the adhesive is less than that of the substrate.

#### 1. ま え が き

マイクロ波集積回路の伝送線路素子として用いられるスロット線路の伝搬特性は種々の解析法を適用して詳細な検討がなされており、それらの結果は良く一致している<sup>1)</sup>。しかしながら、これらの理論値を実測値と比較すると実験誤差以上の違いが生じている<sup>2)</sup>。

この原因としては、回路製作上の精度の他に金属膜の有限な厚みによる影響、金属膜をはりつける接着剤の影響などが考えられる。金属膜の厚みによる影響は既に筆者らにより求められている<sup>3)</sup>。接着剤の影響について Knorr<sup>2)</sup> らは摂動法を適用してその効果を定量的に評価している。Knorr らの与えた理論式は基板の誘電率と接着剤の誘電率との差  $\Delta\epsilon$  が基板の誘電率に比べて十分に小さいときのみ有効であり、また Cohn<sup>4)</sup> により定義された特性インピーダンス  $Z_0$  の計算を必要とする。しかるに、 $\Delta\epsilon$  は一般には基板誘電率に比べて充分小さくはなく、また  $Z_0$  の値を精度良く計算するには相当な計算時間を要する。したがって接着剤の影響について有効なデータを得るには Knorr らの理論を用いるよりも、むしろ二層構造のスロット線路として取り扱う方が簡単である。

本論文は上記の目的により二層構造スロット線路の解析法を述べ、若干の数値解を与えたものである。解析手法は多層構造の線路を取り扱う場合に特に有効である「電磁界の回路網取り扱い法」<sup>5)</sup> を用いている。

\* 電子通信学会昭和51年度全国大会で発表(1976年3月, 東京)

\*\* 北見工業大学電子工学科

## 2. 決定方程式の誘導

図1に本稿で解析する二層構造スロット線路を示す。なお、以下の解析において誘電体および導体の損失は無視し、かつ導体は無限に薄いものとする。

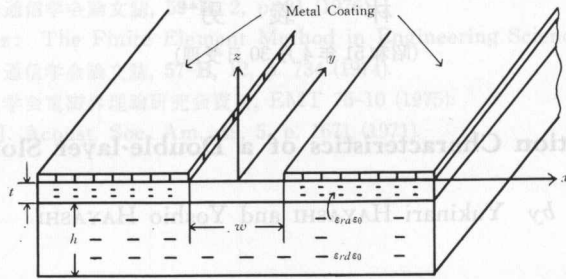


図1 二層構造スロット線路

Fig. 1. Double-layer slot line.

マックスウェルの方程式は次式で与えられる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mathbf{H} \quad (1)$$

式(1)より、界のたて成分  $\mathbf{E}_z$ ,  $\mathbf{H}_z$  は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_z &= \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla_t \cdot (\mathbf{H}_t \times \mathbf{n}_3) \\ \mathbf{H}_z &= \frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla_t \cdot (\mathbf{n}_3 \times \mathbf{E}_t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\mathbf{n}_3$ :  $z$  方向の単位ベクトル

となり、たて成分は横成分  $\mathbf{E}_t$ ,  $\mathbf{H}_t$  から求まるので横成分に着目し、これを

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_t \\ \mathbf{H}_t \end{aligned} \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{l=1}^2 \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-j\beta y} \begin{Bmatrix} V_m(\alpha, \beta; z) \mathbf{f}_m(\alpha, \beta; x) \\ I_m(\alpha, \beta; z) \mathbf{g}_m(\alpha, \beta; x) \end{Bmatrix} d\alpha d\beta \quad (3)$$

式(3)のようにフーリエ積分展開する。ここで、 $\mathbf{f}_m$ ,  $\mathbf{g}_m$  は  $x$  領域の規格直交性を満たすベクトル状態関数であり次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \frac{j}{\sqrt{2\pi K}} K e^{-j\alpha x}, & \mathbf{f}_2 &= \frac{-j}{\sqrt{2\pi K}} \mathbf{n}_3 \times K e^{-j\alpha x} \\ \mathbf{g}_1 &= \frac{j}{\sqrt{2\pi K}} \mathbf{n}_3 \times K e^{-j\alpha x}, & \mathbf{g}_2 &= \frac{j}{\sqrt{2\pi K}} e^{-j\alpha x} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$K = \mathbf{n}_1 \alpha + \mathbf{n}_2 \beta, \quad K^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

$l=1$ :  $\mathbf{E}$  波 ( $H_z \equiv 0$ ),  $l=2$ :  $\mathbf{H}$  波 ( $\mathbf{E}_z \equiv 0$ )

$\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$ :  $x$  および  $y$  方向の単位ベクトル

式(2), (3)を式(1)に代入し、 $\mathbf{f}_m$ ,  $\mathbf{g}_m$ の規格直交性に注意すると状態電圧  $V_m(x)$ , 状態電流  $I_m(x)$  に関して  $z$  軸を線路とする伝送方程式が次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dV_l}{dz} &= j\alpha_{ll}I_l, & -\frac{dI_l}{dz} &= jC_{ll}V_l \\ \alpha_{11} &= \omega\mu_0 - K^2/\omega\varepsilon, & \alpha_{22} &= \omega\mu_0 \\ C_{11} &= \omega\varepsilon, & C_{22} &= \omega\varepsilon - K^2/\omega\mu_0 \\ K^2 &= \alpha^2 + \beta^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

放射条件を考慮して式(5)の伝送方程式を解くと、 $V_l, I_l$ が $z \geq 0, 0 \geq z \geq -t, -t \geq z \geq -(t+h), z \leq -(t+h)$ の各領域において、それぞれ次式のように求まる。

(1)  $z \geq 0$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= A_1 e^{-jK_0 z}, & I_1 &= \frac{\omega\varepsilon_0}{K_0} A_1 e^{-jK_0 z} \\ V_2 &= A_2 e^{-jK_a z}, & I_2 &= \frac{K_0}{\omega\mu_0} A_2 e^{-jK_a z} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(2)  $0 \geq z \geq -t$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= B_1 e^{-jK_a z} + C_1 e^{jK_a z}, & I_1 &= \frac{\omega\varepsilon_0 \varepsilon_{ra}}{K_a} [B_1 e^{-jK_a z} - C_1 e^{jK_a z}] \\ V_2 &= B_2 e^{-jK_a z} + C_2 e^{jK_a z}, & I_2 &= \frac{K_a}{\omega\mu_0} [B_2 e^{-jK_a z} - C_2 e^{jK_a z}] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(3)  $-t \geq z \geq -(t+h)$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= D_1 e^{-jK_a z} + E_1 e^{jK_a z}, & I_1 &= \frac{\omega\varepsilon_0 \varepsilon_{ra}}{K_a} [D_1 e^{-jK_a z} - E_1 e^{jK_a z}] \\ V_2 &= D_2 e^{-jK_a z} + E_2 e^{jK_a z}, & I_2 &= \frac{K_a}{\omega\mu_0} [D_2 e^{-jK_a z} - E_2 e^{jK_a z}] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(4)  $z \leq -(t+h)$

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= F_1 e^{jK_0 z}, & I_1 &= -\frac{\omega\varepsilon_0}{K_0} F_1 e^{jK_0 z} \\ V_2 &= F_2 e^{jK_0 z}, & I_2 &= -\frac{K_0}{\omega\mu_0} F_2 e^{jK_0 z} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし

$$K_0 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - K^2}, \quad K_a = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_{ra} \varepsilon_0 \mu_0 - K^2}, \quad K_a = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_{ra} \varepsilon_0 \mu_0 - K^2}$$

上式に含まれる  $A, B \dots F$  は境界面 ( $z = -t, -t-h$ ) における界の連続性より定まる積分定数である。 $z = -t$  および  $z = -(t+h)$  における電磁界の連続性を適用すると、境界面  $z = \pm 0$  における姿勢電圧  $V_l(\pm 0)$  および  $I_l(\pm 0)$  が次のように求まる。

$$V_l = F e^{-jK_0(t+h)} (\cos K_a h \cos K_a t - P_l \sin K_a h \sin K_a t + jQ_l \sin K_a h \cos K_a t + jP_l \sin K_a t \cos K_a h) \quad (10)$$

$$I_l = \frac{\omega\varepsilon_0 \varepsilon_{ra}}{K_a} F_1 e^{-jK_0(t+h)} (-j \sin K_a t \cos K_a h - jP_1 \sin K_a h \cos K_a t + Q_1 \sin K_a h \sin K_a t - R_1 \cos K_a h \cos K_a t) \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{K_a}{\omega\mu_0} F_2 e^{-jK_0(\ell+h)} (-j \sin K_a t \cos K_a h - j P_2 \sin K_a h \cos K_a t + Q_2 \sin K_a h \sin K_a t - R_2 \cos K_a h \cos K_a t) \quad (12)$$

$$P_1 = \frac{\varepsilon_{ra} K_a}{\varepsilon_{ra} K_d} \quad P_2 = \frac{K_d}{K_a}$$

$$Q_1 = \frac{K_a}{\varepsilon_{ra} K_0} \quad Q_2 = \frac{K_0}{K_d}$$

$$R_1 = \frac{K_a}{K_0 \varepsilon_{ra}} \quad R_2 = \frac{K_0}{K_a}$$

次に、 $z=0$ における境界条件を適用するために、スロット面における電界の横成分  $\mathbf{E}_{t0}$  ( $x', y'$ ) を導入する。式 (3) より

$$\mathbf{E}_{t0}(x', y') = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l=1}^2 \iint_{-\infty}^{\infty} V_l(\alpha, \beta; 0) \mathbf{f}_l(\alpha, \beta; x) e^{-j\beta y'} d\alpha d\beta \quad (13)$$

を得る。 $V_l(\alpha, \beta; 0)$  は  $z=0$  における姿勢電圧である。式 (13) から

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}'_i(\alpha', \beta, x) \cdot \mathbf{n}_3 \times (\text{eq. (13)}) dx \quad (13')$$

を得る。 $\mathbf{f}_i, \mathbf{g}_i$  の規格直交性：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}'_i(\alpha', \beta; x) \cdot \mathbf{n}_3 \times \mathbf{f}_i(\alpha, \beta; x) dx = \delta_{ii'} \delta(\alpha - \alpha') \quad (14)$$

$\delta_{ii}$ : クロネッカのデルタ

$\delta(\alpha - \alpha')$ : デルタ関数

$\mathbf{g}_n^*$ :  $\mathbf{g}_n$  の複素共役

を式 (13') に適用すると  $z=0$  における姿勢電圧  $V_l(\alpha, \beta; 0)$  が次のように求まる。

$$V_l = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint \mathbf{g}'_i^* \cdot \mathbf{M}_l e^{j\beta y'} dx' dy' \quad (15)$$

$\mathbf{M}_l(x', y') = \mathbf{n}_3 \times \mathbf{E}_{t0}(x', y')$ : 間隙面の磁流分布関数

次に、式 (15) を用い式 (6) および式 (10) から

$$A_l = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint \mathbf{g}'_i \cdot \mathbf{M}_l e^{j\beta y'} dx' dy'$$

$$F_l = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint \mathbf{g}'_i \cdot \mathbf{M}_l e^{j\beta y'} dx' dy' \cdot e^{jK_0(\ell+h)} (\cos K_a h \cos K_a t - P_l \sin K_a h \sin K_a t + j Q_l \sin K_a h \cos K_a t + j R_l \sin K_a t \cos K_a h)^{-1} \quad (16)$$

を得る。以下、式 (16) を式 (6), (7) に代入すると  $z=\pm 0$  における姿勢電流が次のように求まる。

$$I_1(z=+0) = \frac{\omega \varepsilon_0}{K_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint \hat{\mathbf{G}}_1^* \cdot \mathbf{M}_l e^{j\beta y'} dx' dy'$$

$$I_2(z=+0) = \frac{K_0}{\omega\mu_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint \hat{\mathbf{G}}_2^* \cdot \mathbf{M}_t e^{j\beta y'} dx' dy'$$

$$I_1(z=-0) = -\frac{\omega\mu_0 \varepsilon_{ra}}{K_0} H_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint \mathbf{g}_1^* \cdot \mathbf{M}_t e^{j\beta y'} dx' dy'$$

$$I_2(z=-0) = -\frac{K_0}{\omega\mu_0} H_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint \mathbf{g}_2^* \cdot \mathbf{M}_t e^{j\beta y'} dx' dy'$$

ここで、 $\hat{\mathbf{G}}_1$ 、 $\hat{\mathbf{G}}_2$  は dyadic 関数で次式で与えられる。

$$\hat{\mathbf{G}}_l(\alpha, \beta; x|x') = \mathbf{g}_l(\alpha, \beta; x) \mathbf{g}_l^*(\alpha, \beta; x') \quad (l=1, 2)$$

また

$$H_1 = \frac{1}{\varepsilon_{ra}} + j \frac{\varepsilon_{ra} K_0}{K_d} \tan K_d h + j \frac{\varepsilon_{ra} K_0}{K_a} \tan K_a t - \frac{\varepsilon_{ra} K_d}{\varepsilon_{ra} K_a} \tan K_d h \tan K_a t$$

$$1 + j \frac{K_d}{\varepsilon_{ra} K_0} \tan K_d h + j \frac{K_a}{\varepsilon_{ra} K_0} \tan K_a t - \frac{\varepsilon_{ra} K_d}{\varepsilon_{ra} K_a} \tan K_d h \tan K_a t$$

$$H_2 = \frac{1 + j \frac{K_d}{K_0} \tan K_d h + j \frac{K_a}{K_0} \tan K_a t - \frac{K_d}{K_a} \tan K_d h \tan K_a t}{1 + j \frac{K_0}{K_d} \tan K_d h + j \frac{K_0}{K_a} \tan K_a t - \frac{K_d}{K_a} \tan K_d h \tan K_a t}$$

次に、式(3)より界の横成分  $\mathbf{H}_t$  が次のように書くことができるから

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{l=1}^2 \iint e^{-j\beta y} I_l \mathbf{g}_l d\alpha d\beta \quad (18)$$

式(15)、(17)を式(18)に代入して  $\mathbf{H}_t(z=0)$  を求め、磁界の連続性： $\mathbf{H}_t(z=+0) = \mathbf{H}_t(z=-0)$  を導入すると次式を得る。

$$\iiint \left[ \frac{\omega\varepsilon_0}{K_0} (H_1 \mathbf{G}_1) + \frac{K_0}{\omega\mu_0} (H_2 \mathbf{G}_2) \right] \cdot \mathbf{M}_t e^{j\beta(y-y')} dx' dy' d\alpha d\beta = 0 \quad (19)$$

ここで、波の伝搬定数を  $\beta_0$  と仮定して

$$\mathbf{M}(x', y') = \left[ \mathbf{n}_1 M_x(x') + \mathbf{n}_2 M_y(x') \right] e^{-j\beta_0 y} \quad (20)$$

とにおいて、これを式(19)に代入して  $y'$ 、 $\beta$  について積分を実行すれば、 $x'$  および  $\alpha$  を独立変数とする積分方程式が求まり、これから所要の伝搬定数  $\beta_0$  を決定することができる。以上のようして得られる決定方程式は厳密な式ではあるが、通常の使用状態では間隙幅は使用波長に比べて十分に小さいので、ここでは磁流の  $x$  成分を無視して  $M_x(x) = 0$  とする。この近似のもとで決定方程式は次のように求まる。

$$\iiint M_y(x) \left[ \frac{\omega\varepsilon_0}{K_0} \frac{\alpha^2}{K^2} H_1 - \frac{K'_0}{\omega\mu_0} \frac{\beta'_0}{K^2} H_2 \right] M_y(x') e^{-j\alpha(x-x')} dx dx' d\alpha = 0 \quad (21)$$

ただし

$$K^2 = \alpha^2 + \beta_0^2 \quad K'_0 = \sqrt{K^2 - K_0^2} \quad K_a = \sqrt{\varepsilon_{ra} K_0^2 - K^2}$$

$$K_d = \sqrt{\varepsilon_{ra} K_0^2 - K^2} \quad K_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

### 3. 数値計算

前節で式(21)により伝搬定数を求めるための積分方程式が未知の磁流分布関数  $M_y$  を残して求められた。ここでは文献<sup>1),6)</sup>と同様にして試行関数として次式を仮定する。

$$M_y = \frac{1}{\sqrt{1-(2x/w)^2}} \quad \left(|x| \leq \frac{w}{2}\right) \quad (22)$$

$$= 0 \quad (\text{その他})$$

式(21)を式(20)に代入すると

$$\int_0^\infty \left[ \frac{\omega \epsilon_0}{K_0'} \frac{\alpha^2}{K^2} H_1 - \frac{K_0'}{\omega \mu_0'} \frac{\beta_0^2}{K^2} H_2 \right] J_0^2 \left( \frac{\alpha w}{2} \right) d\alpha = 0 \quad (23)$$

を得る。式(23)は無限積分を含むため数値計算は工夫が必要であり<sup>1)</sup>、数値積分の収束性を確認してから主たる計算を実行する。得られた結果を図2に示す。図2から基板の誘電率よりも小さい誘電率をもつ接着剤を使用すると、当然のことながら波長短縮率は増加することがわかる<sup>2)</sup>。文献<sup>3)</sup>で求められている金属膜の厚さによる影響と比較すると、それらの厚さが同程度であれば接着剤による影響の方がより大きいことがわかる。

このことは、エネルギーの大部分が集中する隙間の近傍の誘電率が変化しているのが当然推察できる結論である。

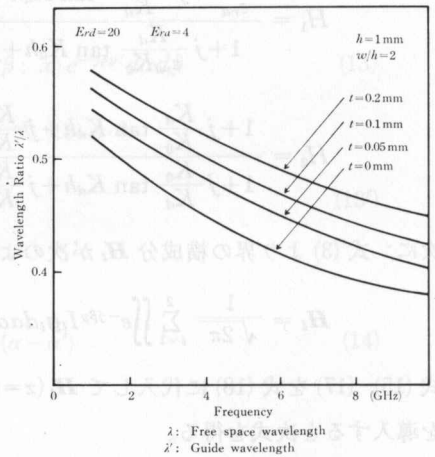


図2 分散特性

Fig. 2. Dispersion characteristics.

### 4. むすび

二層構造スロット線路を開放形として解析し、伝搬定数を求める決定方程式を導き若干の数値解を与えた。本論文の目的は接着剤を使用して整作したスロット線路の接着剤の影響による伝搬定数の変動を評価することにあつたが、その結果、接着剤は極めて薄くても界の集中する部分に存在するので、これによる影響は無視することができないことがわかった。理想化した解析モデルから求まる理論値と実験値との違いの原因は、接着剤の他に金属膜の厚みによる影響、製作精度などが考えられる。さらに実際の基板は有限な幅をもっているのが、これによる影響も考慮しなければならない。この問題については今後実験的な検討を要するであろう。

### 文 献

- 1) 北沢敏秀・藤木義矩・林 義男・鈴木道雄：“フェライト基板スロット線路の解析法”。電子通信学会論文誌 (B), 3, p. 93 (昭和48-03)。

- 2) J. Knorr et al.: "The effect of surface metal adhesive on slot-line wavelength." IEEE Trans., MTT-21, 10, p. 642 (Oct. 1973).
- 3) T. Kitazawa, Y. Fujiki, Y. Hayashi and M. Suzuki: "Slot line with thick metal coating". IEEE Trans., MTT-21, 9, p. 580 (Sept. 1973).
- 4) S. B. Cohn: "Slot line on a dielectric substrate". IEEE Trans., MTT-17, 10, p. 768.
- 5) 松本 正・鈴木道雄: "可変パラメータ異方性媒質を含む導波管内の電磁界". 電気通信学会誌, 45, 12, p. 1680 (昭和37-12).
- 6) 横内一康・林 幸成・林 義男: "誘電体基板スロット線路の特性インピーダンス". 北見工大研報, 7-1, p. 105 (1975-10).

## Formation of Semiquinone Ions by the Reactions of *p*-Benzoquinones with Cyanocobaltate (II)

by Yoshio ARAI, Akibiko MINO,  
and Takashi URAI

The absorption spectra of *p*-benzoquinones with cyanocobaltate (II) in an ethanol-water solution under a nitrogen atmosphere were measured at room temperature. In the case of chloranil, two sharp bands appearing at 430 nm and 457 nm, are assigned to its radical anion. In the case of 2,3-dichloro-5,6-dicyano-*p*-benzoquinone, a band appearing at 405 nm is assigned to its radical anion.

### 1. 緒 言

コバルト(II)錯体  $[\text{Co}(\text{CN})_6]^{4-}$  とエドマンベンゼンとの反応により主生成物としてエドマンベンゼンが得られる。従ってこの反応機構として  $[\text{Co}(\text{CN})_6]^{4-}$  がエドマンベンゼンのπ電子系を引抜くと同時に電子を供与して、エドマンベンゼンラジカルアニオンが中間生成物として生成し、このラジカルアニオンによりアジキノンが生成することを推定した。この中間生成物としてエドマンベンゼンラジカルアニオンが生成することは Swanwick 等<sup>1)</sup>が ESR スペクトルから確認している。*p*-ベンゾキノン (以下 BQ と略称) およびそのハロゲン化合物は電子受容性があり、これらに電子供与性物質を加えると極性溶媒中では容易にセミキノンラジカルとなり、300~460 nm の領域に1個または2個の極大をもつ可視部吸収スペクトルを示す<sup>2)</sup>ことが知られている。したがって BQ と  $[\text{Co}(\text{CN})_6]^{4-}$  との反応によりセミキノンラジカルの生成が期待されるが、これを確認したとの報告は未だ見当たらない。Vitek 等<sup>3)</sup>は BQ と  $[\text{Co}(\text{CN})_6]^{4-}$  とを混合するとすぐに傾かけ結体  $[\text{Co}(\text{CN})_6]^{4-} \cdot \text{OC}_6\text{H}_4 \cdot \text{Co}(\text{CN})_6]^{2-}$  が生成したと報