

電力潮流の最適化*

山城 迪**

(昭和51年4月26日受理)

Optimization of Power Flow

by Susumu YAMASHIRO

Power flow calculation is a basic software at Security Control, and in many case, the DC method is used for its simplicity and adaptability for changes of power system configuration.

In this paper we discuss an optimization method of power flow considering minimization of total fuel cost when power flow calculation is done by the DC method.

For economic dispatching, we use, instead of classical B constants, node phase angle obtained from DC power flow calculation to estimate incremental transmission losses, and we present an iteration procedure of optimization of power flow.

1. ま え が き

電力潮流の最適化問題としては、一般に、系統内の電力損失最小化を目的とした最適潮流分布の決定問題と、総発電コストの最小化を目的にした問題とが考えられるが、本論文では後者の発電コスト最小化を考察の対象とする。

この問題は、いわゆる送電損失を考慮した経済負荷配分問題と密接な関連があるが、例えば古典的な B 定数を用いた経済負荷配分問題は、ある系統の運用状態について B 定数を求め、これを用いて発電機間の負荷分担を決定することに主眼がおかれているのに対して、潮流の最適化問題では、経済的な負荷配分を考慮しつつ、系統内の各ノード電圧、位相角、有効・無効電力、あるいは線路潮流を決定しようとするものである。

さて、潮流最適化の中で行われる経済負荷配分法としては、まず従来通りの B 定数法が考えられるが、この手法の問題点は、的確な解を得るためには変動する系統負荷に対応して、逐次 B 定数を求めなければならないことであり、しかも B 定数の算定にはかなりの労力が必要で、特に系統構成の急変時には入力データの再計算を含む多くの計算が必要なことを考えると、例えば、オンラインでの負荷配分の様な高速性が要求される場合には、実用的な手法とは言い難い。

* 電気四学会北海道支部大会で発表予定

** 北見工業大学電気工学科

そこで、セキュリティ・コントロールのようなオンライン制御を考えた場合には、 B 定数法に依らない負荷配分法、換言すれば B 定数を用いなくて協調方程式を解く何等かの方法を求めなければならない。

この問題に対する一つの有力な方法としては、Newton-Raphson 法を用いた潮流解析で得られる Jacobi 行列を利用する方法が提案されており³⁾、 B 定数を求めることなく、しかも、オンラインでの負荷配分が行える点にこの手法の特徴がある。

一方、電力システムのセキュリティ・コントロールにおいては、潮流計算は最も基本的なソフトウェアであり、大量の計算処理を前提とした計算の高速化、記憶容量の変更、系統構成変更の容易性等の要求を満す計算手法として“直流法”(以下 DC 法と呼ぶ)が用いられる場合が多い⁴⁾。

以上のような考察から、セキュリティ・コントロールにおける潮流計算を DC 法で行うことを前提として、その場合の電力潮流の最適化手法について以下に検討を加えることにする。

2. 協調方程式¹⁾

送電損失を考慮した経済負荷配分法は、次の協調方程式の解として与えられる。

$$\frac{dF_i}{dP_i} \times PF_i = \lambda \quad (1)$$

ここで、 F : 燃料費、 P : 出力、 PF : ペナルティファクター、 λ : ラグランジュの未定乗数、また添字 i は発電機番号を示す。

ペナルティ・ファクター PF_i は次式で示される。

$$PF_i = \frac{1}{1 - \partial PL / \partial P_i} \quad (2)$$

ここで、 PL は送電損失であり、 B 定数を用いる場合には

$$PL = \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j \quad (3)$$

で与えられるから (2) 式は

$$PF_i = \frac{1}{1 - \sum_j 2B_{ij} P_j} \quad (4)$$

となり、(4) 式、(1) 式から送電損失を考慮した最適な発電機出力が求まる。

3. DC 法によるペナルティファクターの決定

潮流計算における DC 法は、送電線路の抵抗分がリアクタンス分比べて十分小さいことを考慮して、抵抗分を無視した潮流計算法であり、得られる情報としては、ノード電圧の大きさ、位相角および有効電力であるが、さらに電圧の大きさは単位値とするのが一般である。

いま、ノード i, j 間の有効電力を考えると、 δ を電圧の位相角として

$$P_{ij} = \frac{E_i E_j}{X_{ij}} \sin(\delta_i - \delta_j) \simeq \frac{1}{X_{ij}} (\delta_i - \delta_j) \quad (5)$$

X_{ij} は i, j 間のリアクタンス。

上式からノード i の有効電力は

$$P_i = \sum_j P_{ij} = \sum_j \frac{\delta_i - \delta_j}{X_{ij}} \quad (6)$$

となる。上式を行列表示すると

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ x_{N1} & \cdots & x_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_N \end{pmatrix} \quad (7)$$

ただし

$$x_{ii} = \sum_j 1/X_{ij} \quad x_{ij} = -1/X_{ij}$$

で示されるから、結局は P および X が与えられた場合に未知数 δ を求める、連立一次方程式の解を求める事が DC 法に他ならない。

一方、系統内の有効電力損失を電圧位相角およびアドミッタンス行列で表わせば、ノード i のベクトル電力 S_i は

$$S_i = \bar{E}_i I_i = \bar{E}_i \sum_{j=1}^n Y_{ij} E_j \quad (8)$$

上式を用いて、損失 PL は

$$\begin{aligned} PL &= \operatorname{Re} \left\{ \sum_i S_i \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_i \sum_j \bar{E}_i E_j Y_{ij} \right\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \sum_i \sum_j |E_i| |E_j| \varepsilon^{-j(\delta_i - \delta_j)} (G_{ij} + jB_{ij}) \right\} \\ &= \sum_i \sum_j |E_i| |E_j| G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 Re は実数部を表わし、かつ、 $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ 、 δ は位相角である。

(9) 式から増分損失 $\partial PL / \partial P_i$ は近似的に次式で与えられる²⁾。

$$\frac{\partial PL}{\partial P_i} \simeq \frac{\partial PL / \partial \delta_i}{\partial P_i / \partial \delta_i} \quad (10)$$

$$\frac{\partial PL}{\partial \delta_i} \simeq -2 \sum_j E_i E_j G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (11)$$

また、(8) 式から

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_j E_i E_j \left\{ B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right\} \quad (12)$$

(11)式, (12)式から

$$\frac{\partial PL}{\partial P_i} \approx \frac{-2 \sum_j E_i E_j G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)}{\sum_j E_i E_j \left\{ B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right\}} \quad (13)$$

協調方程式のペナルティ・ファクターは増分損失 $\partial PL/\partial P_i$ によって, (2)式から算定されるから, 結局は(13)式からペナルティ・ファクターが求まることがわかる。(13)式で必要な情報はアドミッタンス定数のコンダクタンス分, サセプタンス分および, ノード電圧の大きさ, 位相角であるから, DC法による情報から(13)式が算定されることがわかる。

4. DC法による電力潮流最適化

図1に本手法のアルゴリズムを示す。

ステップ1 この段階ではペナルティ・ファクターおよび送電損失の求めようがないから, $PF=1, PL=0$, として協調方程式により発電機出力を決定する。(G^{old}の決定)

ステップ2 ステップ1で求めた発電機出力を用いて, DC法によりノード電圧の位相角および線路電流(ノード*i, j*間の電流 I_{ij})を求める。

ステップ3 (13)式を用いてペナルティ・ファクター, (9)式から送電損失を求める。ただし, DC法では線路インピーダンスはリアクタンス分のみと仮定しているので, 損失を求める時のみ, 線路インピーダンスの抵抗分を考慮するものとして, ここでは次式に従って送電損失を求めるものとする。即ち,

$$PL = \sum_i \sum_j L_{ij}/2$$

ここで, L_{ij} はノード*i*と*j*を結ぶ線路の損失で, 抵抗を R_{ij} とすると

$$L_{ij} = I_{ij}^2 R_{ij} \quad (15)$$

ステップ4 (負荷+PL)を発電機群の分担負荷と考えて, 協調方程式から発電機出力を求める。(G^{new}の決定)

更に, 次回のDC法計算の準備として, 各ノードの電力を次式によって決定する。

$$P_i = G_i^{new} - \sum_j L_{ji} \times D_{ji} \quad (16)$$

負荷ノードでは $G_i^{new} < 0$, であり D_{ji} は次式で定まる定数である。

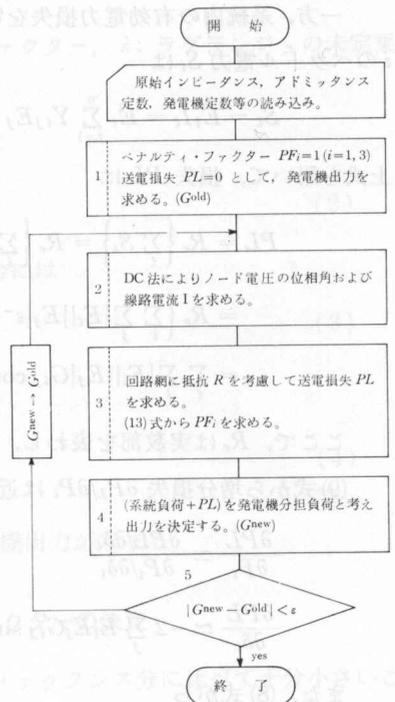


図1 最適化手順

Fig. 1. Optimization Procedure.

$$D_{ji} = \begin{cases} 1; \text{ノード } j \rightarrow i \text{ への潮流が正の場合} \\ 0; \text{負の場合} \end{cases} \quad (17)$$

即ち、DC 法は、本来抵抗分を無視した損失なしの潮流計算法であるが、ステップ 3 で近似的に算定した PL を考慮するために、線路損失を各ノードに振り分けるものとする。従って、後の計算例にみられるように、 G_i と P_i とは必ずしも一致しない。

ステップ 5 収束の判定で $|G^{new} - G^{old}| < \epsilon$ なら計算終了、反対に $> \epsilon$ ならば $G^{new} \Rightarrow G^{old}$ とおき換えて、ステップ 2 へ戻る。ここで、 ϵ は収束判定条件である。

5. モデル系統での試算例

図 2 に 6 ノード、3 機系のモデル系統を示す。系統負荷は 250, 300, 350, 400 [MW] の場合について考察したが、いずれの負荷の場合も、有効・無効電力は図 2 の % で示した値で分布しているものとした。

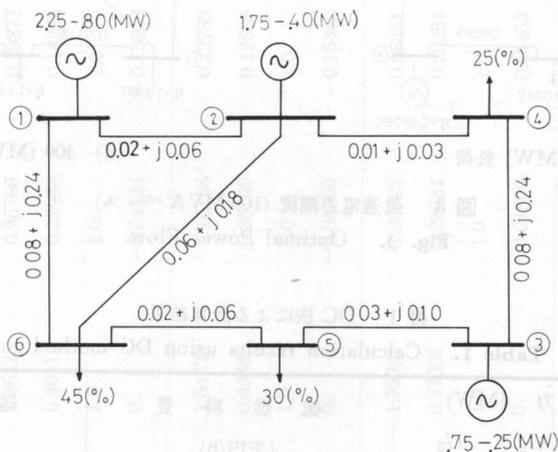


図 2 モデル系統 (100 MVA ベース)

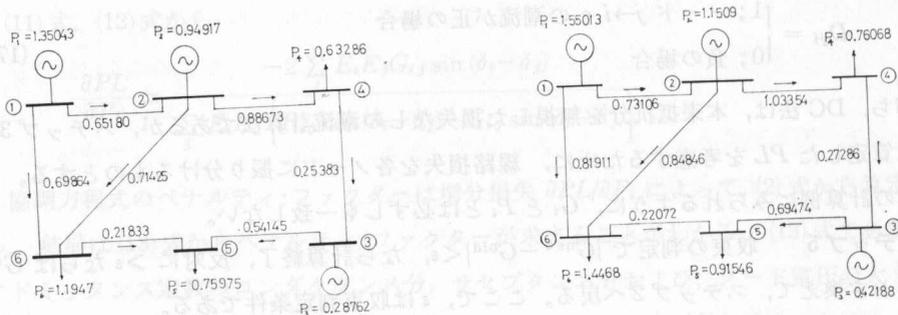
Fig. 2. Model Power System.

まず、本手法による最適な潮流分布を図 3 および表 1 に示す。いずれの場合も、繰り返し回数 5 回 ($\epsilon = 0.1$ MW の場合)、または、5~7 回 ($\epsilon = 0.01$ MW の場合) で収束した。

次に、DC 法で得られた負荷配分の結果の妥当性を検討するために、まず、Newton-Raphson 法により厳密な潮流計算を行い、その結果に基づいて B 定数を求め、これにより負荷配分を行い比較検討してみる。

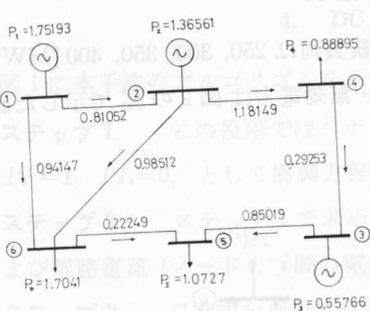
表 2 は Newton-Raphson 法による潮流計算結果を、表 3 は B 定数を、更に表 4 は DC 法と B 定数法との比較を行っている。

これらの表から明らかな様に、DC 法では Newton-Raphson 法と比べると送電損失が小さくなっているが、これは DC 法による潮流計算では有効電力の流れのみ着目するのに対

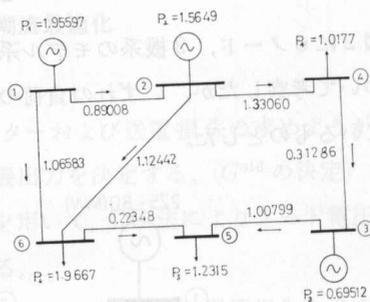


(a) 250 (MW) 負荷

(b) 300 (MW) 負荷



(c) 350 (MW) 負荷



(d) 400 (MW) 負荷

図 3 最適電力潮流 (100 MVA ベース)

Fig. 3. Optimal Power Flow.

表 1 DC 法による計算結果

Table 1. Calculation results using DC method

負 荷 (MW)	出 力 (MW)			総 燃 料 費 (千円/h)	送 電 損 失 (MW)
	G ₁	G ₂	G ₃		
250	135.043	95.768	29.281	408.464	10.092
300	155.013	116.163	42.789	495.979	13.965
350	175.193	136.924	56.458	568.103	18.595
400	195.597	158.069	70.293	685.039	23.960

負 荷 (MW)	増分損失 ($\partial PL/\partial P$)			ノ ー ド 電 圧 位 相 角					
	G ₁	G ₂	G ₃	①	②	③	④	⑤	⑥
250	0.04234	0.01132	0.01123	0.	-0.0391	-0.1267	-0.0657	-0.1808	-0.1678
300	0.04846	0.01370	0.01680	0.	-0.04387	-0.14036	-0.07487	-0.2098	-0.1966
350	0.05460	0.01612	0.02242	0.	-0.04863	-0.15428	-0.08407	-0.23930	-0.22595
400	0.06078	0.01857	0.02807	0.	-0.0534	-0.1684	-0.0933	-0.2692	-0.2558

表 2 Newton-Raphson 法による計算結果
Table 2. Calculation results using Newton-Raphson method

負 荷	①	②	③	④	⑤	⑥	
250 (MW)	有効電力	1.36228	0.95766	0.29277	-0.62499	-0.74997	-1.12498
	無効電力	0.40112	0.23988	0.14394	-0.18750	-0.37498	-0.56250
	電圧	1.0	1.0	1.0	0.99882	1.00972	1.00830
	電位相角	0.	-0.04334	-0.13958	-0.07239	-0.20023	-0.18528
300 (MW)	有効電力	1.54320	1.16158	0.42782	-0.74997	-0.89999	-1.35002
	無効電力	0.43882	0.26740	0.17686	-0.22499	-0.44995	-0.67499
	電圧	1.0	1.0	1.0	0.99853	1.01043	1.00834
	電位相角	0.	-0.04860	-0.15463	-0.08241	-0.23165	-0.21627
350 (MW)	有効電力	1.76931	1.36927	0.56451	-0.87504	-1.04999	-1.57499
	無効電力	0.47001	0.28684	0.20251	-0.26254	-0.52502	-0.78751
	電圧	1.0	1.0	1.0	0.99853	1.01043	1.00834
	電位相角	0.	-0.04860	-0.15463	-0.08241	-0.23165	-0.21627
400 (MW)	有効電力	1.97561	1.58064	0.70286	-0.99998	-1.20003	-1.79998
	無効電力	0.49454	0.29789	0.22062	-0.30000	-0.60001	-0.90002
	電圧	1.0	1.0	1.0	0.99789	1.01040	1.00659
	電位相角	0.	-0.05913	-0.18542	-0.10256	-0.29541	-0.27913

表 3 B 定 数
Table 3. B constants

	負荷 250 (MW)			300 (MW)			350 (MW)			400 (MW)		
	G_1	G_2	G_3	G_1	G_2	G_3	G_1	G_2	G_3	G_1	G_2	G_3
G_1	1.02560	1.01764	1.01640	1.02560	1.01771	1.01353	1.02560	1.01776	1.01038	1.02560	1.01777	1.00694
G_2	1.01764	1.01000	1.00567	1.01771	1.01000	1.00369	1.01776	1.01000	1.00156	1.01777	1.01000	0.99928
G_3	1.01640	1.00567	1.04000	1.01353	1.00369	1.04000	1.01038	1.00156	1.04000	1.00694	0.99928	1.04000
G_1	0.	-0.01592	0.18319	0.	-0.01057	0.19847	0.	-0.00522	0.21392	0.	0.00015	0.22957
G_2	0.01592	0.	0.19755	0.01057	0.	0.20739	0.00522	0.	0.21742	-0.00015	0.	0.22768
G_3	-0.18319	-0.19955	0.	-0.19847	-0.20739	0.	-0.21392	-0.21742	0.	-0.22957	-0.22768	0.
G_1	0.	-0.01338	-0.02906	0.	-0.01335	-0.02892	0.	-0.01332	-0.02878	0.	-0.01330	-0.02865
G_2	-0.01338	-0.00921	-0.02838	-0.01335	0.	-0.02838	-0.01332	-0.00909	-0.02824	-0.01330	-0.00904	-0.02812
G_3	-0.02892	-0.02852	-0.00335	-0.02892	-0.02838	0.	-0.02878	-0.02824	-0.00314	-0.02865	-0.02812	-0.00306
f_m	0.	-0.00029	-0.00240	0.	-0.00016	-0.00213	0.	-0.00006	-0.00195	0.	0.00002	-0.00183
ω'		0.02822		0.02803			0.02799				0.02772	
G_1	0.02895	0.01534	-0.00081	0.02875	0.01518	-0.00093	0.02871	0.01517	-0.00092	0.02843	0.01491	-0.00116
G_2	0.01534	0.01929	-0.00056	0.01518	0.01916	-0.00065	0.01517	0.01918	-0.00062	0.01491	0.01896	-0.00084
G_3	-0.00081	-0.00056	0.02800	-0.00093	-0.00065	-0.02592	-0.00092	-0.00062	0.02598	-0.00116	-0.00084	0.02577

表 4 DC 法と B 定数法との比較
 Table 4. Comparison of DC method and B constants method

	D C 法		B 定数法	
	(イ)	(ロ)		
負荷 250 (MW)	G_1	135.043 (MW)	135.504	123.548
	G_2	95.768 (MW)	96.187	93.127
	G_3	29.281 (MW)	29.580	43.303
	PL	10.092 (MW)	11.273	9.978
	コスト	408.464 (千円/h)	410.344	409.511
300 (MW)	G_1	155.013	155.584	141.972
	G_2	116.163	116.687	112.137
	G_3	42.789	43.160	59.611
	PL	13.575	15.432	13.711
	コスト	495.979	498.408	497.164
350 (MW)	G_1	175.193	175.870	161.169
	G_2	136.924	137.541	132.223
	G_3	56.458	56.899	75.000
	PL	18.575	20.309	18.387
	コスト	588.103	591.079	589.630
400 (MW)	G_1	195.597	196.355	188.791
	G_2	158.069	158.768	161.155
	G_3	70.293	70.786	75.000
	PL	23.960	25.911	24.952
	コスト	685.039	688.513	687.412

(注) (イ)は I^2R によって PL を求める場合、(ロ)は N-R 法による PL を用いる場合

して、交流計算法である Newton-Raphson 法では無効電力潮流も考慮するためである。

従って、総燃料費も B 定数を用いた場合よりも DC 法の方が小さな値となっているが、このことは、DC 法で求めた増分損失 $\partial PL/\partial P_i$ の値が B 定数から求まる増分損失より、より協調のとれた値であるという意味ではなく、DC 法では送電損失が実際の値より小さく求まることによる。

以上の点は表 4 の計算結果によって明らかである。即ち、同表では DC 法によって求めた増分損失を用いて、送電損失は実際の値 (Newton-Raphson 法によって求めたもの) を使って負荷配分した場合のコストを B 定数法と比較しているが、B 定数を用いた方がより良い結果を与えている。

しかしながら、両者の差は僅少であり、これにより、DC 法によって電力潮流の最適化を行うことの妥当性が明らかである。

6. 結 言

セキュリティ・コントロールにおける大量の計算処理に対処するために、潮流計算を直流法によって行うことを前提とした場合の、総燃料費最小化を目的とした電力潮流の最適化手法について論じた。

負荷配分を行う際、古典的な B 定数を用いることなく、DC 法の計算で得られるノード電圧の位相角を用いて、増分損失を近似的に算定し、負荷配分を行う方法を示し、同時に B 定数法とのコストの比較を行いその妥当性を明らかにした。

終りに、日頃、御指導と御支援を頂く北海道大学工学部長、小池東一郎教授に深謝申し上げる次第です。

参 考 文 献

- 1) L. K. Kirchmayer: Economic Operation of Power System (JohnWiley & Sons, 1958年).
- 2) J. R. Tudor 他: Transmission Losses and Economy Loading by the use of Admittance constants, AIEE. PAS-Vol. 82, 1963年10月.
- 3) H. H. Happ: Optimal Power Dispatch IEEE, PAS-Vol. 92, 1973年5月.
- 4) 電力系統の信頼度制御 (電気学会技術報告, II部19号, 昭和47年).