

(2, 2) ポート・ハイブリッド回路を構成単位とする

(4, 4) ポート・ハイブリッド回路 (その1)*

——単純ループ・ハイブリッド回路および2線条

方向性結合器によるもの——

柴田 孝次**

品田 雄治**

(昭和50年9月30日受理)

(4, 4)-Port Hybrid Circuits Composed of (2, 2)-Port Hybrid Circuits as Composite Element

by Koji SHIBATA and Yūji SHINADA

Although some ways to realize (4, 4)-port hybrid circuits have already been shown, another simple method is proposed in this paper. That is to use four (2, 2)-port hybrid circuits and connect them so that each input power from four input ports is equally delivered to four output ports. Provided that the hybrid operations of each (2, 2)-port hybrid circuit are perfect at the center frequency f_0 of transmission, those of the (4, 4)-port circuit are also perfect at f_0 and the same compensations for hybrid characteristics as (2, 2)-port hybrid circuits can be used for the (4, 4)-port hybrid circuits. Simple loop hybrid rings and coupled transmission-line directional couplers are employed to compose the (4, 4)-port hybrid circuits, for they have symmetric transmission and equal operating characteristics at all four ports. Hybrid characteristics of these circuits are calculated theoretically and represented by figures.

1. 緒 言

超高周波用の(2, 2)ポート・ハイブリッド回路については、種々のものが実用に供され、それらの特徴も考察されている¹⁾。近年はさらに超高周波電力の分配などの要望から、もっとポート数の多いハイブリッド回路が必要とされてきた。

(n, n)ポートに対するハイブリッド回路については、すでに文献2)に挙げられているが、そこでは、ハイブリッド回路の動作を、入力側から出力側へ無損失のまま電力が変換されるこ

* 電子通信学会回路とシステム理論研究で講演(1975年6月)

** 北見工業大学電子工学科

とと考へ、そのためには電圧伝送係数行列が直交行列に等しくなることを要するとの立場をとっている。また、実際のハイブリッド回路の構成は、入力側の各ポートが、出力側の各ポートへ直接接続される形式のみを考えている。

ここに示すものは、(2, 2)ポート・ハイブリッド回路を構成単位とする(4, 4)ポート・ハイブリッド回路で、その(2, 2)ポート・ハイブリッド回路はどんな種類のものでもよく、また、ストリップ線路で作るときは、構成素子を全く交差することなく実現できる。また、(2, 2)ポートの種類によっては特性の理論的考察も比較的簡単な場合があり、特性の改善方法は、従来の(2, 2)ポート・ハイブリッド回路について考察した結果をそのまま適用できる特徴を持つ。

以上のように、この方法で(4, 4)ポート・ハイブリッド回路を構成するには、どんな(2, 2)ポート・ハイブリッド回路でも用いることができるが、本文では2つの入力ポート、2つの出力ポートのすべてが全く等しい特性を持つ(2, 2)ポート・ハイブリッド回路を用いる場合について考察する。

2. (4, 4)ポート・ハイブリッド回路の構成法

(4, 4)ポート・ハイブリッド回路として種々の型のを考えることができようが、一般的表現として図1のように表わすことができる。これがハイブリッド回路として動作するためには、

1. 各ポートにおける整合
2. 入力(出力)ポート相互間の分離
3. 出力電力の等配分
4. 出力電圧間の位相関係が正しく保たれること

の4つの項目を必要とする。図1の回路の伝送方程式は、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{aa} & \mathbf{Y}_{ab} \\ \mathbf{Y}_{ba} & \mathbf{Y}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_a \\ \mathbf{V}_b \end{bmatrix} \tag{1}$$

なるアドミタンス行列による表示か、または、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_a \\ \mathbf{I}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_b \\ -\mathbf{I}_b \end{bmatrix} \tag{2}$$

の縦続行列表示が適している。これらの間には、

$$\mathbf{Y}_{aa} = \mathbf{DB}^{-1}; \quad \mathbf{Y}_{ab} = \mathbf{C} - \mathbf{DB}^{-1}\mathbf{A}; \quad \mathbf{Y}_{ba} = -\mathbf{B}^{-1}; \quad \mathbf{Y}_{bb} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} \tag{3}$$

の関係があり、さらに映像アドミタンスは、

$$\mathbf{Y}_{0a} = (\mathbf{Y}_{aa}\mathbf{Y}_{af}^{-1})^{\frac{1}{2}}\mathbf{Y}_{af}; \quad \mathbf{Y}_{0a} = (\mathbf{Y}_{bb}\mathbf{Y}_{bf}^{-1})^{\frac{1}{2}}\mathbf{Y}_{bf} \tag{4}$$

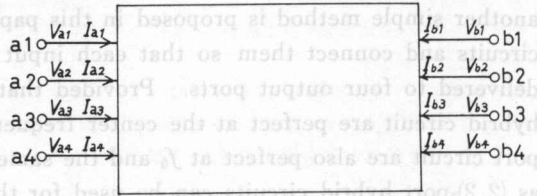


図1 (4, 4)ポート Fig. 1. (4, 4)-port

として求められる。ただし、 Y_{af} , Y_{bf} は a , b 側からみた開放入力アドミタンス行列である。これらの式と、ハイブリッド動作の 4 項目との間の関係を述べよう。

1. 整合, 分離が満足されるためには, 影像アドミタンス行列が対角化されて, それを終端の負荷とすることで十分である。同じことであるが, 入力アドミタンスについていえば, 対角行列で表わした終端の負荷アドミタンス Y_{bi} を用いたとき, a 側からの入力アドミタンスは,

$$Y_{ain} = Y_{aa} + Y_{ab}N^{-1} = Y_{aa} - Y_{ab}(Y_{bb} + Y_{bi})^{-1}Y_{ba} \quad (5)$$

と表わされるが, これが対角化されていれば整合, 分離が満足される。ここで N は次のように表わされる電圧伝送係数行列である。

$$V_a = NV_a, \quad N = -Y_{ba}^{-1}(Y_{bb} + Y_{bi}) \quad (6)$$

2. 出力電力配分比と, 出力電圧位相差に対しては, 上記の N の要素によって表現できるが, (2, 2) ポートの場合より複雑になる。詳しく述べれば, 式 (6) から $a1$ ないし $a4$ 入力の各々の場合について $V_{b2}/V_{b1} \sim V_{b4}/V_{b1}$ (これは N の要素の 3 次の行列式で表わされる) を求め, これらを等しくおけば, 等終端負荷の場合の等電力配分条件となる。図 2 に 4 個の (2, 2) ポート・ハイブリッド回路を用いて, (4, 4) ポート・ハイブリッド回路を構成する

基本の考え方を示す。同図の A , B , C , および D はいずれも伝送が対称で, 等終端負荷 Y_l を有し, 伝送の中心周波数 f_0 ではハイブリッド動作が完全な (2, 2) ポート・ハイブリッド回路であるとする。 f_0 で考えれば, 分離が完全で, 整合がとれているから, C , D の回路の端子 $d1 \sim d4$ からみた入力アドミタンスは Y_l で,

しかも各々が分離している。したがって, A , B の $c1 \sim c4$ 端子には分離された Y_l が終端されていることになり, $a1 \sim a4$ 間も完全分離で, かつ整合がとれている。したがって, $a1 \sim a4$ ポートからの入力は $b1 \sim b4$ ポートへ $1/4$ ずつ等しく配分されることになる (b 側からの伝送に対しても, 対称の性質から同じである)。また, 出力電圧の位相差も, (2, 2) ポート・ハイブリッド回路の性質が分っているから, 容易に求めることができる。このように, 図 2 の構成法によればハイブリッド回路としての 4 条件である, 分離, 整合, 出力電力等配分, 出力電圧位相差の特性は f_0 で完全に満足される。(2, 2) ポート・ハイブリッド回路として, 単純ループ・ハイブリッド回路, 位相反転形ハイブリッド回路, 2 線方向性結合器および Rat-Race 回路などを用い

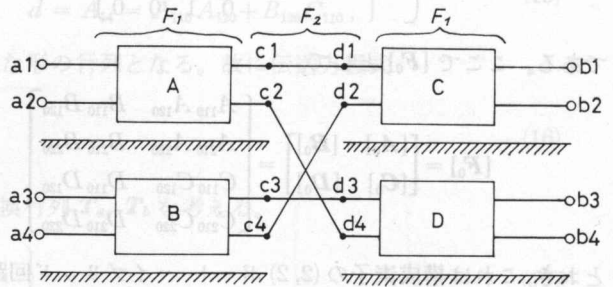


図 2 (2, 2) ポート・ハイブリッド回路からなる (4, 4) ポート・ハイブリッド回路

Fig. 2. (4, 4)-port hybrid circuit composed of (2, 2)-port hybrid circuits.

ることができる。また、 $A \sim D$ の回路として異なる種類の (2, 2) ポート・ハイブリッド回路を用いることも可能である。

3. (4, 4) ポート・ハイブリッド回路の映像イミタンス

図 2 に示した (4, 4) ポート・ハイブリッド回路の映像イミタンスを求めよう。縦続行列は、

$$[F] = [F_1][F_2][F_1] \tag{7}$$

$$[F_1] = \begin{bmatrix} [A_0] & O_2 & [B_0] & O_2 \\ O_2 & [A_0] & O_2 & [B_0] \\ [C_0] & O_2 & [D_0] & O_2 \\ O_2 & [C_0] & O_2 & [D_0] \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$[F_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & O_4 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 1 \\ O_4 & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

である。ここで $[F_0]$ として、

$$[F_0] = \begin{bmatrix} [A_0] & [B_0] \\ [C_0] & [D_0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{110} & A_{120} & B_{110} & B_{120} \\ A_{210} & A_{220} & B_{210} & B_{220} \\ C_{110} & C_{120} & D_{110} & D_{120} \\ C_{210} & C_{220} & D_{210} & D_{220} \end{bmatrix} \tag{10}$$

とおき、これは構成素子の (2, 2) ポート・ハイブリッド回路の縦続行列である。式 (8), (9), (10) を式 (7) に代入して、 $[F]$ の要素を求めると、 $[A]$, $[B]$ の要素は、

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= A_{110}^2 + B_{110} C_{110}, & A_{12} &= A_{110} A_{120} + B_{110} C_{120}, \\ A_{13} &= A_{120} A_{210} + B_{120} C_{210}, & A_{14} &= A_{120} A_{220} + B_{120} C_{220}, \\ A_{21} &= A_{210} A_{110} + B_{210} C_{110}, & A_{22} &= A_{210} A_{120} + B_{210} C_{120}, \\ A_{23} &= A_{220} A_{210} + B_{220} C_{210}, & A_{24} &= A_{220}^2 + B_{220} C_{220}, \\ A_{31} &= A_{13}, & A_{32} &= A_{14}, & A_{33} &= A_{11}, & A_{34} &= A_{12}, \\ A_{41} &= A_{23}, & A_{42} &= A_{24}, & A_{43} &= A_{21}, & A_{44} &= A_{22}, \\ B_{11} &= A_{110} B_{110} + B_{110} D_{110}, & B_{12} &= A_{110} B_{120} + B_{110} D_{120}, \\ B_{13} &= A_{120} B_{210} + B_{120} D_{210}, & B_{14} &= A_{120} B_{220} + B_{120} D_{220}, \\ B_{21} &= A_{210} B_{110} + B_{210} D_{110}, & B_{22} &= A_{210} B_{120} + B_{210} D_{120}, \\ B_{23} &= A_{220} B_{210} + B_{220} D_{210}, & B_{24} &= A_{220} B_{220} + B_{220} D_{220}, \\ B_{31} &= B_{13}, & B_{32} &= B_{14}, & B_{33} &= B_{11}, & B_{34} &= B_{12}, \\ B_{41} &= B_{23}, & B_{42} &= B_{24}, & B_{43} &= B_{21}, & B_{44} &= B_{22}. \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

$[D]$, $[C]$ の要素は $[A]$, $[B]$ の要素を表わす式 (11) の右辺の A と D , B と C を交換したものに等しい。

本文では (2, 2) ポート・ハイブリッド回路として, a_1 (b_1) ポートと a_2 (b_2) ポートからの特性が等しい回路を用いる場合, すなわち, 単純ループ・ハイブリッド回路および 2 線方向性結合器を考察するから, この場合は,

$$\begin{aligned} A_{110} = A_{220} = D_{110} = D_{220}, & \quad A_{120} = A_{210} = D_{120} = D_{210}, \\ B_{110} = B_{220}, & \quad B_{120} = B_{210}, \quad C_{110} = C_{220}, \quad C_{120} = C_{210}, \end{aligned}$$

が成立する。故に式 (11) は,

$$\left. \begin{aligned} A_{11} = A_{24}, & \quad A_{12} = A_{23}, & A_{13} = A_{22}, & A_{14} = A_{21}, \\ B_{11} = B_{24}, & B_{12} = B_{23}, & B_{13} = B_{22}, & B_{14} = B_{21}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

となり, $[A]$ は,

$$[A] = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \\ c & d & a & b \\ b & a & d & c \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} a = A_{11} = A_{110}^2 + B_{110} C_{110}, & \quad b = A_{12} = A_{110} A_{120} + B_{110} C_{120}, \\ c = A_{13} = A_{120}^2 + B_{120} C_{120}, & \quad d = A_{14} = A_{110} A_{120} + B_{120} C_{110}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となる。 $[B]$, $[C]$, $[D]$ も式 (14) と相似な形の行列となる。故に伝送方程式

$$\left. \begin{aligned} V_a = AV_b - BI_b \\ I_a = CV_b - DI_b \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

において, 次のように電圧, 電流の変換行列 T_a , T_b を考える。

$$\left. \begin{aligned} V_a = T_a U_a, & \quad J_a = T'_a I_a \\ V_b = T_b U_b, & \quad J_b = T'_b I_b \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで $'$ は転置行列を表わす。このとき, 変換後の伝送方程式は

$$\left. \begin{aligned} U_a = \tilde{A} U_b - \tilde{B} J_b \\ J_a = \tilde{C} U_b - \tilde{D} J_b \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ただし

$$\tilde{A} = T_a^{-1} A T_b, \quad \tilde{B} = T_a^{-1} B T'_b, \quad \tilde{C} = T'_a C T_b, \quad \tilde{D} = T'_a D T'_b \quad (19)$$

である。この変換行列により \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} および \tilde{D} が対角化されれば, U_a , J_a は独立な 4 つの姿態の電圧, 電流の和として取り扱うことができる。これを満足する行列として

$$T_a = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad T_b = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{T}_a^{-1} = \mathbf{T}_a = \mathbf{T}'_a, \quad \mathbf{T}'_b = \mathbf{T}_b = \mathbf{T}_b^{-1} \quad (21)$$

が考えられる。この変換行列を用いるとき、

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= K_1 \text{diag}(a+b+c+d, a+b-c-d, a-b+c-d, a-b-c+d) \\ &= \text{diag}(A_1, A_2, A_3, A_4) \end{aligned} \quad (22)$$

であり、 $\tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}$ および $\tilde{\mathbf{D}}$ も同様な形となる。各姿態の影像インピーダンスは、

$$\tilde{Z}_{0ai} = \sqrt{\frac{\tilde{A}_i \tilde{B}_i}{\tilde{C}_i \tilde{D}_i}} = (i = 1, 2, 3, 4) \quad (23)$$

として求められ、この(4,4)ポート・ハイブリッド回路の影像インピーダンスは、

$$\mathbf{Z}_{0a} = \mathbf{T}_a \tilde{\mathbf{Z}}_{0a} \mathbf{T}'_a \quad (24)$$

から求めることができる。以上の考察に基づいて実例を考える。

4. 単純ループ・ハイブリッド回路を構成要素とする

(4,4) ポート・ハイブリッド回路

前節の図2の等価回路の各々の(2,2)ポート・ハイブリッド回路に、単純ループハイブリッド回路を用いれば、図3を得る。式(17), (21)

より

$$\mathbf{U}_a = \mathbf{T}_a^{-1} \mathbf{V}_a = \mathbf{T}_a \mathbf{V}_a \quad (25)$$

であるが、式(20)の \mathbf{T}_a を用いて、

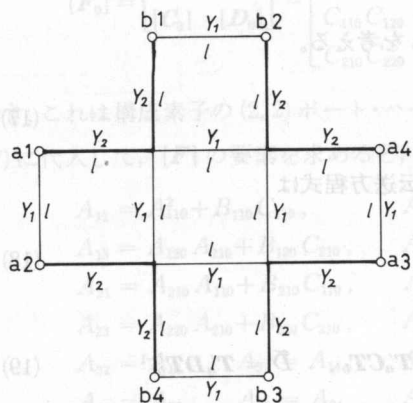


図3 単純ループ・ハイブリッド・リングからなる(4,4)ポート・ハイブリッド回路

Fig. 3. (4,4)-port hybrid circuit composed of simple-loop hybrid rings.

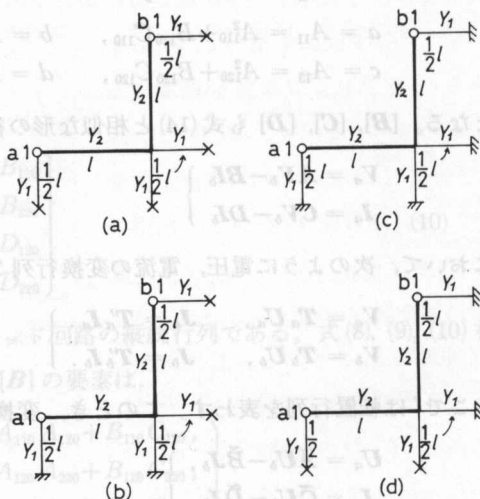


図4 図3の回路の伝送姿態による分解
Fig. 4. Decomposition of the circuit in Fig. 3. by transmission modes.

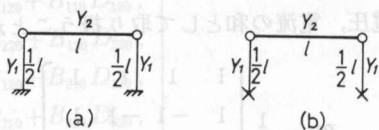


図5 図4の基本回路
Fig. 5. Basic circuit in Fig. 4.

$$\left. \begin{aligned} U_{a1} &= \frac{1}{2} (V_{a1} + V_{a2} + V_{a3} + V_{a4}) \\ U_{a2} &= \frac{1}{2} (V_{a1} - V_{a2} - V_{a3} + V_{a4}) \\ U_{a3} &= \frac{1}{2} (V_{a1} - V_{a2} + V_{a3} - V_{a4}) \\ U_{a4} &= \frac{1}{2} (V_{a1} + V_{a2} - V_{a3} - V_{a4}) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

を得る。これらが第1～第4姿態の電圧である。式(26)を図3の立場から考えると、第1姿態については、 $a1 \sim a4$ ポート全部に正の電圧を加えたときの伝送姿態であり、図3の回路の対称性に注意すれば、回路中に電流が零の点があり、ここを開放しても電圧、電流分布は変化しないから、図4(a)の等価回路を得る。第2姿態については、式(26)より $a1, a4$ ポートに正、 $a2, a3$ ポートに負の電圧を加えた場合であるから、今度は更に電位が零の点も存在し、この点を接地しても電圧電流分布は変化しない。故に図4(b)の等価回路を得る。同様に第3、第4姿態についてはそれぞれ図4(c), (d)の等価回路を得る。これらの回路はすべて図5(a), (b)の回路の縦続接続からなる。図5(a), (b)の回路の縦続行列を次式に示す。

$$[F_a] = \begin{bmatrix} c + \frac{s\mu Y_1}{Y_2} & \frac{s}{Y_2} \\ 2c\mu Y_1 + sY_2 \left(1 + \frac{\mu^2 Y_1^2}{Y_2^2}\right) & c + \frac{s\mu Y_1}{Y_2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[F_b] = \begin{bmatrix} c + \frac{s\mu^{-1} Y_1}{Y_2} & \frac{s}{Y_2} \\ 2c\mu^{-1} Y_1 + sY_2 \left(1 + \frac{Y_1^2}{\mu^2 Y_2^2}\right) & c + \frac{s Y_1}{\mu Y_2} \end{bmatrix} \quad (28)$$

ここで

$$c = \cosh \gamma l, \quad s = \sinh \gamma l, \quad \mu = \tanh \frac{1}{2} \gamma l \quad (29)$$

である。これらの関係から第1姿態の縦続行列の要素は、

$$\left. \begin{aligned} A_1 = D_1 &= \frac{1}{(1-\mu^2)^2} \left[\left\{ 1 + \mu^2 \left(1 + \frac{2Y_1}{Y_2} \right) \right\}^2 + \frac{4\mu^2}{Y_2} \left\{ Y_1 + Y_2 + \mu^2 Y_1 \left(1 + \frac{Y_1}{Y_2} \right) \right\} \right] \\ B_1 &= \frac{4\mu}{(1-\mu^2)^2 Y_1} \left\{ 1 + \mu^2 \left(1 + \frac{2Y_1}{Y_2} \right) \right\} \\ C_1 &= \frac{4\mu}{(1-\mu^2)^2} \left\{ 1 + \mu^2 \left(1 + \frac{2Y_1}{Y_2} \right) \right\} \left\{ Y_1 + Y_2 + \mu^2 Y_1 \left(1 + \frac{Y_1}{Y_2} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\therefore \tilde{Y}_{0a1} = \tilde{Z}_{0a1}^{-1} = Y_1 \sqrt{(1+k)(\mu^2+k)} \quad (31)$$

ただし

$$k = \frac{Y_2}{Y_1} \quad (32)$$

とする。同様に第2姿態については、

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= D_2 = \frac{1}{(1-\mu^{-2})^2} \left[\left\{ 1 + \frac{1}{\mu^2} \left(1 + \frac{2Y_1}{Y_2} \right) \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{\mu^2 Y_2} \left\{ Y_1 + Y_2 + \frac{Y_1}{\mu^2} \left(1 + \frac{Y_1}{Y_2} \right) \right\} \right] \\ B_2 &= \frac{4}{(1-\mu^{-2})^2 \mu Y_2} \left\{ 1 + \frac{1}{\mu^2} \left(1 + \frac{2Y_1}{Y_2} \right) \right\} \\ C_2 &= \frac{4}{(1-\mu^{-2})^2 \mu} \left\{ Y_1 + Y_2 + \frac{Y_1}{\mu^2} \left(1 + \frac{Y_1}{Y_2} \right) \right\} \left\{ 1 + \frac{1}{\mu^2} \left(1 + \frac{2Y_1}{Y_2} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$\therefore \tilde{Y}_{0a2} = \tilde{Z}_{0a2}^{-1} = Y_1 \sqrt{(1+k)(k+\mu^{-2})} \quad (34)$$

第3状態に対しては、

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{(1-\mu^2)^2} \left\{ 1 + \frac{2}{k} + \mu^2 \left(6 + \frac{4}{k^2} + \frac{8}{k} \right) + \mu^4 \left(1 + \frac{4}{k^2} + \frac{6}{k} \right) \right\} \\ B_3 &= \frac{4\mu(1+\mu^2)(1+k)}{(1-\mu^2)^2 k^2 Y_1} \\ C_3 &= \frac{2(1+\mu^2)(1+k) Y_1}{(1-\mu^2)^2 k^2 \mu} \left\{ k\mu^4 + 2(1+k+k^2)\mu^2 + k \right\} \\ D_3 &= \frac{1}{(1-\mu^2)^2} \left\{ 1 + \frac{6}{k} + \frac{4}{k^2} + \mu^2 \left(6 + \frac{8}{k} + \frac{4}{k^2} \right) + \mu^4 \left(1 + \frac{2}{k} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\therefore \tilde{Y}_{0a3} = \tilde{Z}_{0a3}^{-1} = \sqrt{\frac{(1+\mu^2) \left\{ 1 + \frac{6}{k} + \frac{4}{k^2} + \mu^2 \left(6 + \frac{8}{k} + \frac{4}{k^2} \right) + \mu^4 \left(1 + \frac{2}{k} \right) \right\}}{2(1+\mu^2) \left\{ 1 + \frac{2}{k} + \mu^2 \left(6 + \frac{8}{k} + \frac{4}{k^2} \right) + \mu^4 \left(1 + \frac{2}{k} \right) \right\}}} \left\{ \frac{k\mu^4 + 2(1+k+k^2)\mu^2 + k}{1 + \mu^4 \left(1 + \frac{6}{k} + \frac{4}{k^2} \right)} \right\} \quad (36)$$

第4状態については、

$$\left. \begin{aligned} A_4 &= \frac{1}{(1-\mu^2)^2} \left\{ 1 + \frac{6}{k} + \frac{4}{k^2} + \mu^2 \left(6 + \frac{8}{k} + \frac{4}{k^2} \right) + \mu^4 \left(1 + \frac{2}{k} \right) \right\} \\ B_4 &= \frac{4\mu(1+\mu^2)(1+k)}{(1-\mu^2)^2 k^2 Y_1} \\ C_4 &= \frac{2(1+\mu^2)(1+k) Y_1}{(1-\mu^2)^2 k^2 \mu} \left\{ k\mu^4 + 2(k^2+k+1)\mu^2 + k \right\} \\ D_4 &= \frac{1}{(1-\mu^2)^2} \left\{ 1 + \frac{2}{k} + \mu^2 \left(6 + \frac{8}{k} + \frac{4}{k^2} \right) + \mu^4 \left(1 + \frac{6}{k} + \frac{4}{k^2} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$\therefore \tilde{Y}_{0a4} = \tilde{Z}_{0a4}^{-1} = \frac{Y_1}{\mu} \sqrt{\frac{\left\{ 1 + \frac{2}{k} + \mu^2 \left(6 + \frac{8}{k} + \frac{4}{k^2} \right) + \mu^4 \left(1 + \frac{6}{k} + \frac{4}{k^2} \right) \right\}}{2 \left\{ 1 + \frac{6}{k} + \frac{4}{k^2} + \mu^2 \left(6 + \frac{8}{k} + \frac{4}{k^2} \right) \right\}}}$$

$$\left\{ \frac{k\mu^4 + 2(1+k+k^2)\mu^2 + k}{1 + \mu^4 \left(1 + \frac{2}{k} \right)} \right\} (1 + \mu^2) \quad (38)$$

したがって、この回路の映像アドミタンス Y_{0a} の要素は

$$\left. \begin{aligned} Y_{0a11} &= \frac{1}{4} (\tilde{Y}_{0a1} + \tilde{Y}_{0a2} + \tilde{Y}_{0a3} + \tilde{Y}_{0a4}) = Y_{0a22} = Y_{0a33} = Y_{0a44}, \\ Y_{0a12} &= \frac{1}{4} (\tilde{Y}_{0a1} - \tilde{Y}_{0a2} - \tilde{Y}_{0a3} + \tilde{Y}_{0a4}) = Y_{0a21} = Y_{0a34} = Y_{0a43}, \\ Y_{0a13} &= \frac{1}{4} (\tilde{Y}_{0a1} - \tilde{Y}_{0a2} + \tilde{Y}_{0a3} - \tilde{Y}_{0a4}) = Y_{0a31} = Y_{0a24} = Y_{0a42}, \\ Y_{0a14} &= \frac{1}{4} (\tilde{Y}_{0a1} + \tilde{Y}_{0a2} - \tilde{Y}_{0a3} - \tilde{Y}_{0a4}) = Y_{0a41} = Y_{0a23} = Y_{0a32}, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

と求められる。中心周波数 f_0 の近傍では、

$$\left. \begin{aligned} \mu &\cong j + \lambda^{-1} - j \frac{1}{2} \lambda^{-2} - j \frac{1}{8} \lambda^4 - \dots \\ \mu^{-1} &\cong -j + \lambda^{-1} + j \frac{1}{2} \lambda^{-2} + j \frac{1}{8} \lambda^4 + \dots \\ \mu^2 &\cong -1 + j2\lambda^{-1} + 2\lambda^{-2} - j\lambda^{-3} - \dots \\ \mu^{-2} &\cong -1 - j2\lambda^{-1} + 2\lambda^{-2} + j\lambda^{-3} + \dots \\ \lambda &= \tanh \tilde{\gamma}l \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

と近似できるから、

$$\left. \begin{aligned} Y_{0a11} &\cong \frac{Y_1}{2} \left[\sqrt{k^2-1} + \sqrt{k^2+1} + \left\{ \sqrt{k^2-1} \left(\frac{1}{2(k-1)^2} + \frac{1}{k-1} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sqrt{k^2+1} \left(\frac{k}{1+k^2} - \frac{2}{k^2} \left(1 + \frac{1}{k} \right)^2 \right) \right\} \lambda^{-2} \right] \\ Y_{0a12} &\cong \frac{jY_1}{2\lambda} \left\{ \frac{\sqrt{k^2-1}}{k-1} + \frac{2\sqrt{1+k^2}}{k} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right\} \\ Y_{0a13} &\cong \frac{jY_1}{2\lambda} \left\{ \frac{\sqrt{k^2-1}}{k-1} - \frac{2\sqrt{1+k^2}}{k} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \right\} \\ Y_{0a14} &\cong \frac{Y_1}{2} \left[\sqrt{k^2-1} - \sqrt{k^2+1} + \left\{ \sqrt{k^2-1} \left(\frac{1}{2(k-1)^2} + \frac{1}{k-1} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sqrt{k^2+1} \left(\frac{k}{1+k^2} - \frac{2}{k^2} \left(1 + \frac{1}{k} \right)^2 \right) \right\} \lambda^{-2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

となる。普通、 $k = \sqrt{2}$ として用いるから、これを代入して、

$$\left. \begin{aligned} Y_{0a11} &\cong (1.3660254 + 0.548679\lambda^{-2}) Y_1 \\ Y_{0a12} &\cong j3.29788\lambda^{-1} Y_1 \\ Y_{0a13} &\cong -j0.88366\lambda^{-1} Y_1 \\ Y_{0a14} &\cong (-0.3660254 + 4.77975\lambda^{-2}) Y_1 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

を得る。このように、単純ループ・ハイブリッド・リングで(4,4) ポート・ハイブリッド回路を構成するなら、 f_0 の近傍で Y_{0a14} は有限の値を持ち、対角化された終端負荷を用いるとき整合が悪くなると考えられる。このことは定性的に考えても、a1 ポートから a4 ポートまでの道の長さは $l = \lambda/4$ の4倍すなわち、 λ であり、これを打消す道が無いことから推定される。(これに

反し、 $a1$ ポートから $a3$ ポートへ至る 2つの道は長さが $\lambda/2$ だけ異なり、 $a3$ ポートへの漏洩が
 少ないことも推定される)。しかし、 f_0 では式 (36), (38) から分るように $\tilde{Y}_{0a3}, \tilde{Y}_{0a4}$ は不定であ
 り、映像イミタンスは定まらない。したがって単独に (2,2) ポート・ハイブリッド回路として使

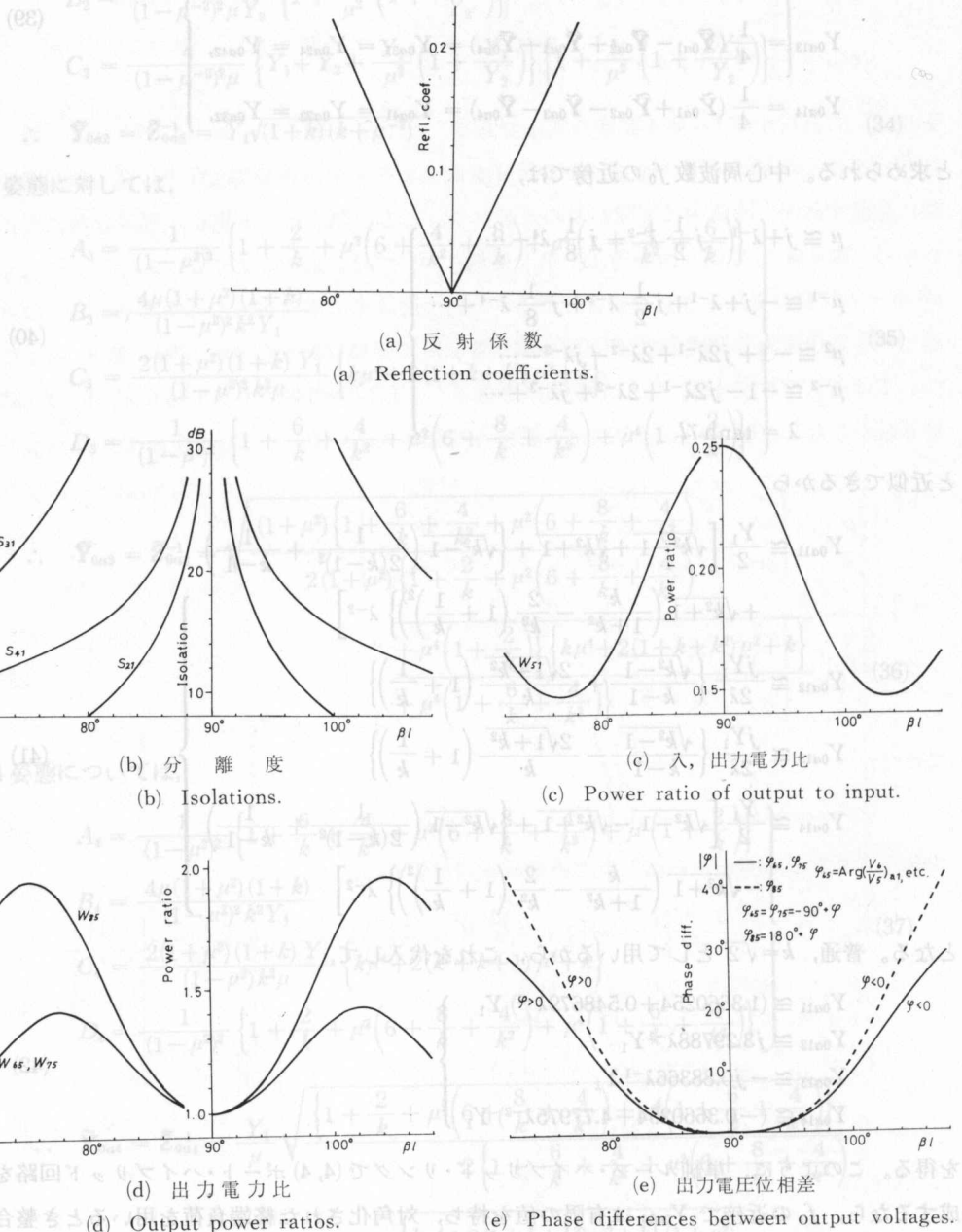


図 6 図 3 の回路のハイブリッド特性

Fig. 6. Hybrid characteristics of the circuit in Fig. 3.

われる回路の定数をそのまま用いれば、ハイブリッド回路の動作の4つの条件を満足する。そして、特性の広帯域化を図る場合にも、単独の(2,2)ポート・単純ループ・ハイブリッド回路で考えた方法をそのまま用いればよい。補償なしの場合と、影像アドミタンスの λ^{-2} の項まで補償を施したときのハイブリッド動作特性を図6~図8に示す。図7は理想的な $-L$ による補償、図8は $-L$ を直列分布容量 C でおきかえたときの特性である。なお、補償なしのときは図3において $Y_1=Y_l=Y_0$ 、 $Y_2=\sqrt{2} Y_0$ であり、 $-L$ 補償のときは、(2,2)ポートとして図9の回路を用いた場合で、 $k=1$ 、 $k_1=1+\sqrt{2}$ 、 $k_2=(3\sqrt{2}-4)/4$ 、 $k_4=-1$ 、 $Y_l=5.82842722 Y_0$ であり、 C 補償の場合は、(2,2)ポートとして図10の回路を用いた場合で、 $k_1=1$ 、 $k=5.3312270$ 、 $k_2=4.1623028$ 、 $Y_l=(1+\sqrt{2}) Y_0$ 、 $C=1.87672463 Y_0$ の値を用いている。なお図7で出力電圧位相差は全周波で完全なので省略してある。

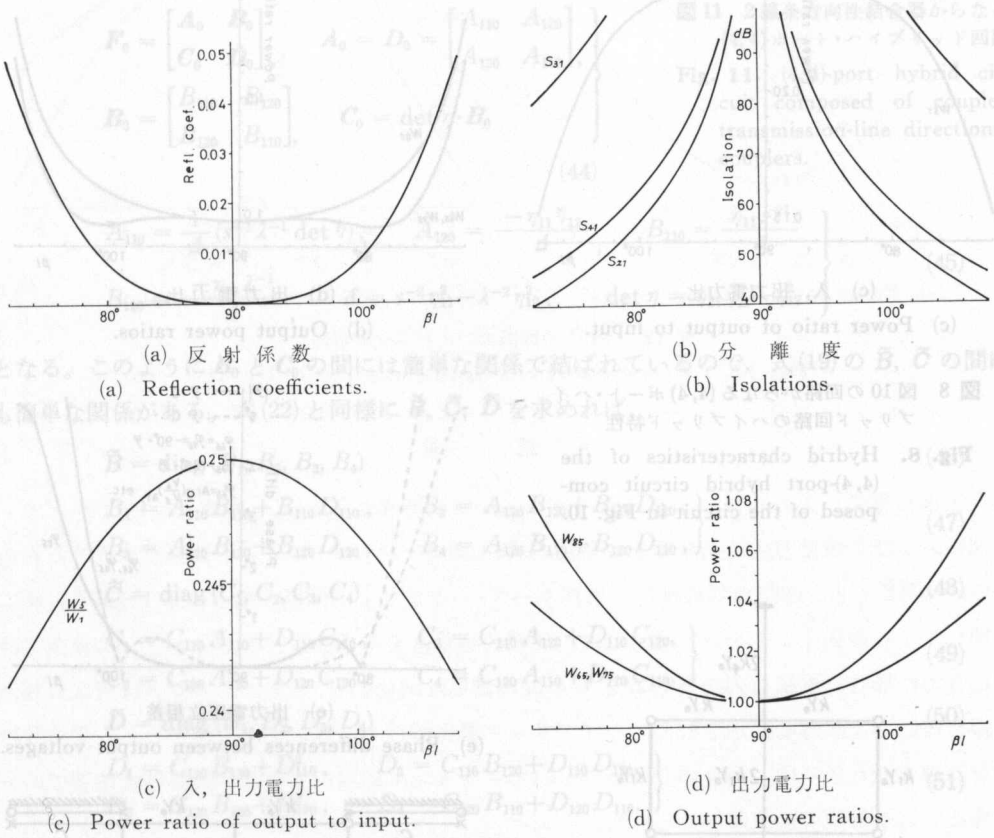
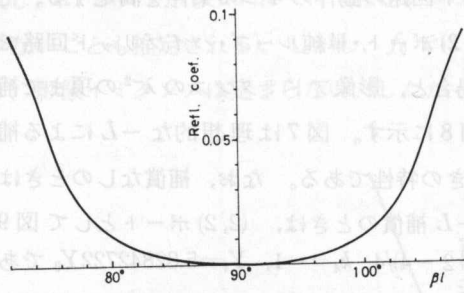


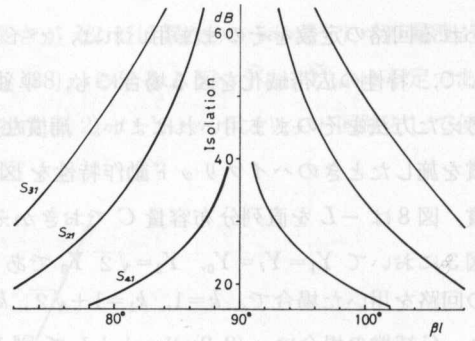
図7 図9の回路からなる(4,4)ポート・ハイブリッド回路のハイブリッド特性

Fig. 7. Hybrid characteristics of the (4,4)-port hybrid circuit composed of the circuit in Fig. 9.



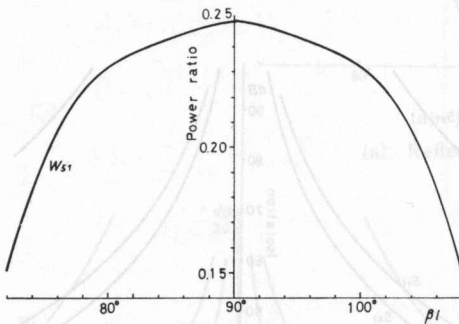
(a) 反射係数

(a) Reflection coefficients.



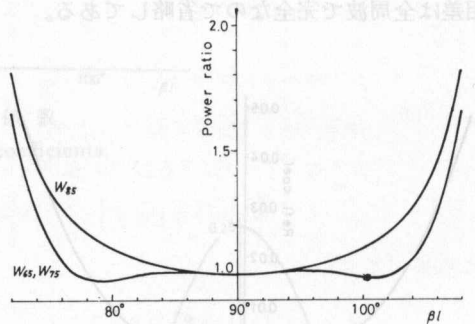
(b) 分離度

(b) Isolations.



(c) 入, 出力電力比

(c) Power ratio of output to input.

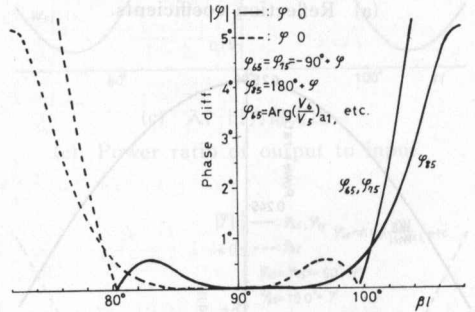


(d) 出力電力比

(d) Output power ratios.

図 8 図 10 の回路からなる (4, 4) ポート・ハイブリッド回路のハイブリッド特性

Fig. 8. Hybrid characteristics of the (4, 4)-port hybrid circuit composed of the circuit in Fig. 10.



(e) 出力電圧位相差

(e) Phase differences between output voltages.

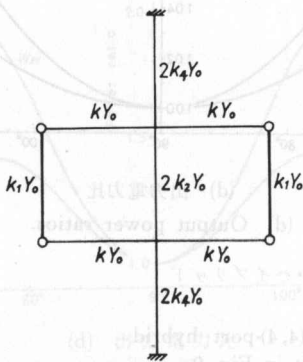


図 9 -L 補償単純ループ・ハイブリッドリング

Fig. 9. -L-compensated simple-loop hybrid ring.

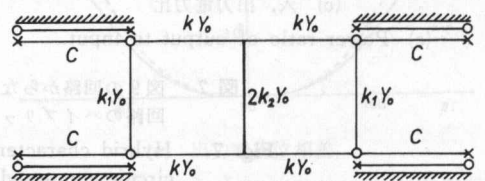


図 10 C 補償単純ループ・ハイブリッド・リング

Fig. 10. C-compensated simple-loop hybrid ring.

5. 2 線条方向性結合器を構成要素とする (4, 4)

ポート・ハイブリッド回路

2 線条方向性結合器を 4 個用いて図 2 の回路を実現するとき、実際の回路は図 11 のようになる。もとの 2 線条方向性結合器が伝送対称であり、かつ等出力配分をすとして、その条件を用いて単位長当りのアドミタンス行列 γ の要素の間の関係を求めると、

$$\gamma_{11} = \gamma_{22} = \sqrt{2} \gamma_{12} \quad (43)$$

を得る。このとき 2 線条方向性結合器の縦続行列は

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix}, & A_0 = D_0 &= \begin{bmatrix} A_{110} & A_{120} \\ A_{120} & A_{110} \end{bmatrix}, \\ B_0 &= \begin{bmatrix} B_{110} & B_{120} \\ B_{120} & B_{110} \end{bmatrix}, & C_0 &= \det \gamma \cdot B_0 \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{110} &= \frac{1}{\Delta} (s^{-1} \lambda^{-1} \det \gamma), & A_{120} &= \frac{-\gamma_{11} \gamma_{12}}{\Delta}, & B_{110} &= \frac{\gamma_{11} s^{-1}}{\Delta}, \\ B_{120} &= \frac{-\gamma_{12} \lambda^{-1}}{\Delta}, & \Delta &= s^{-2} \gamma_{11}^2 - \lambda^{-2} \gamma_{12}^2, & \det \gamma &= \gamma_{11} \gamma_{22} - \gamma_{12}^2 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

となる。このように B_0 と C_0 の間には簡単な関係で結ばれているので、式 (19) の \tilde{B} , \tilde{C} の間にも簡単な関係がある。式 (22) と同様に \tilde{B} , \tilde{C} , \tilde{D} を求めれば、

$$\tilde{B} = \text{diag} (B_1, B_2, B_3, B_4) \quad (46)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= A_{110} B_{110} + B_{110} D_{110}, & B_2 &= A_{110} B_{120} + B_{110} D_{120}, \\ B_3 &= A_{120} B_{120} + B_{120} D_{120}, & B_4 &= A_{120} B_{110} + B_{120} D_{110}, \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$\tilde{C} = \text{diag} (C_1, C_2, C_3, C_4) \quad (48)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= C_{110} A_{110} + D_{110} C_{110}, & C_2 &= C_{110} A_{120} + D_{110} C_{120}, \\ C_3 &= C_{120} A_{120} + D_{120} C_{120}, & C_4 &= C_{120} A_{110} + D_{120} C_{110}, \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

$$\tilde{D} = \text{diag} (D_1, D_2, D_3, D_4) \quad (50)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= C_{110} B_{110} + D_{110}^2, & D_2 &= C_{110} B_{120} + D_{110} D_{120}, \\ D_3 &= C_{120} B_{120} + D_{120}^2, & D_4 &= C_{120} B_{110} + D_{120} D_{110}, \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

となるが、2 線条方向性結合器の場合は、

$$\tilde{A} = \tilde{D}, \quad \tilde{C} = \det \gamma \cdot \tilde{B} \quad (52)$$

となる。したがって

$$\tilde{Y}_{0ai} = \sqrt{\frac{\tilde{C}_i \tilde{D}_i}{\tilde{A}_i \tilde{B}_i}} = \sqrt{\det \gamma} \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (53)$$

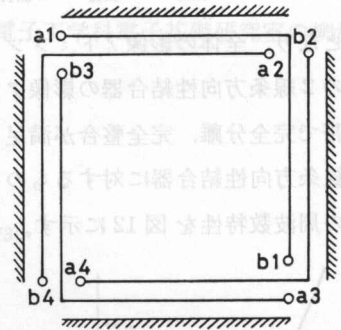


図 11 2 線条方向性結合器からなる (4, 4) ポート・ハイブリッド回路

Fig. 11. (4, 4)-port hybrid circuit composed of coupled transmission-line directional couplers.

となり、周波数特性を持たず、しかも i に関せず等しい値となる。故に式 (39) と同様に、

$$\left. \begin{aligned} Y_{0\alpha 11} = Y_{0\alpha 22} = Y_{0\alpha 33} = Y_{0\alpha 44} = \sqrt{\det \eta} , \\ Y_{0\alpha 12} = Y_{0\alpha 13} = Y_{0\alpha 14} = Y_{0\alpha 23} = Y_{0\alpha 24} = Y_{0\alpha 34} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

となり、全体の影像アドミタンスは周波数特性を持たず、しかも対角化される。この値は単独の2線条方向性結合器の影像アドミタンスに等しい。こうしてハイブリッド特性は、全周波数帯で完全分離、完全整合が満足され、出力配分比のみが周波数特性を持つが、これは単独の2線条方向性結合器に対するものと同じ方法で改善できよう。補償を施さないときの出力配分比の周波数特性を図12に示す。

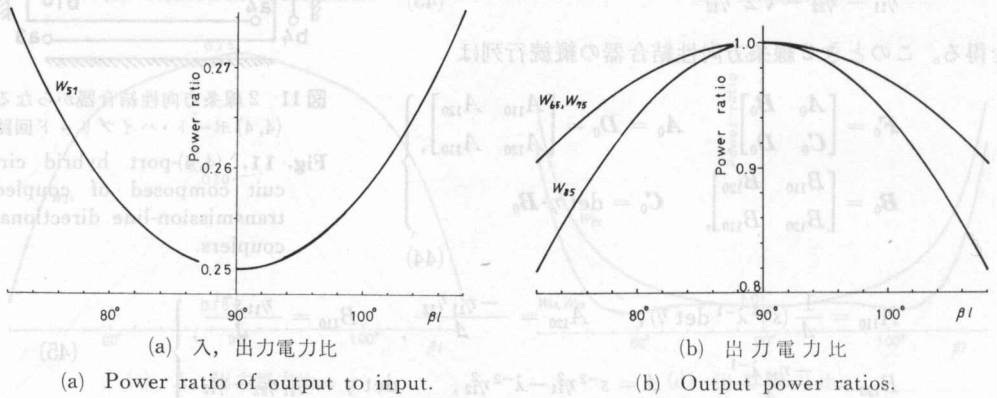


図12 図11の回路のハイブリッド特性
Fig. 12. Hybrid characteristics of the circuit in Fig. 11.

6. 結 言

伝送対称で、しかもすべての4つのポートからの特性が等しい、単純ループ・ハイブリッド回路および2線条方向性結合器を4個用いて(4,4)ポート・ハイブリッド回路を構成する方法について考察した。回路の対称性から単純ループ・ハイブリッド回路の場合は第1~第4姿態に分解してから影像イミタンスを求めれば、比較的容易にその周波数特性が分かり、2線条方向性結合器の場合は縦続行列の要素 B と C の間の簡単な関係より、影像イミタンスは周波数特性を持たないことが容易に示された。ハイブリッド動作特性も計算によって求めたが、周波数特性を改善するためには、個々の(2,2)ポート・ハイブリッド回路の動作の周波数特性改善で十分であることが計算の結果確かめられた。

なお、(2,2)ポート・ハイブリッドを結びつける方法は、図2に示す一通りしか示さなかったが、各ポートの特性が等しい今回の場合は、これで十分である。しかし、伝送対称ではあるが、2つの入力(出力)ポートからの特性が異なるRat-Race回路などを用いる場合は、その結合方法により、若干の特性の差が考えられるし、また、4つの(2,2)ポート・ハイブリッド回路は、異なる種類のものを組み合わせても実現できるはずである。今後の研究課題としたい。

謝 辞

最後に本研究に対して日頃より絶えず御指導、御鞭撻を賜わっている本学学長松本秋男先生に心から感謝します。また原稿の整理等に御協力を頂いた電子工学科電子基礎研究室の柳沢英人君に厚く御礼申し上げます。

by Koji SHIBATA*, Yuji SHINADA*
and Akihiro MATSUMOTO**

- 1) 品田雄治・松本秋男： テレビジョン学会雑誌, **26**, 1, 47 (1972).
- 2) 田森道敏・大田英敏： 電子通信学会論文誌 A, **56-A**, 4, 197 (1973).
- 3) 安住和彦・品田雄治： 北見工大研報, **6**, 2, 97 (1975).

It is the purpose of this paper to point out the general plurality of solutions in synthesizing asymmetric multi-element coupled-transmission-line directional coupler. In this synthesis method, the coupling coefficient of each element is determined on the basis of the analysis of F matrix by using the power-division ratio between the two output ports. Applying this synthesis procedure to the asymmetric multi-element coupled-transmission-line directional coupler ($n \geq 4$), we have found the solution satisfying the given transmission characteristic has plurality, and the coupling coefficients calculated by this synthesis are tabulated for 3, 4, 5 and 6 elements coupler.

I. Introduction

The coupled-transmission-line directional couplers have been described by a number of authors¹⁾. These directional couplers are built up by cascading a certain number of coupled-line sections in order to improve the transmission characteristics. Symmetrical or asymmetrical directional coupler is defined by the way of combining the coupling coefficients of these sections. For example, the former is shown in the references 2), 3), and the latter in the references 4), 5), and the synthesis procedure is described on the basis of the insertion loss function. The synthesis in these papers is performed by Richards' theorem and is reduced to the synthesis of quarterwave impedance transformers by mode decomposition.

This method is complicated, and the values of circuit elements are not known. (In these papers, the values of even and odd mode impedances are calculated, and these impedances are related to the coupling coefficients described in this paper.)

Therefore, we propose a new synthesis procedure based on the analysis of F matrix, and show the design of directional coupler of three elements without losing accuracy⁶⁾. Applying this synthesis procedure to the asymmetric multi-element coupled-transmission-line directional coupler ($n \geq 4$), we have found the general plurality of solutions⁷⁾. The composition of circuit obtained in

* Department of Electronic Engineering, Kitami Institute of Technology.

** President, Kitami Institute of Technology.