

# 誘電体基板スロット線路の特性インピーダンス

横 内 一 康\*

林 幸 成\*\*

林 義 男\*\*

(昭和50年4月30日受理)

## Characteristic Impedance of Slot Line on a Dielectric Substrate

by Kazuyashu YOKOUCHI, Yukinari HAYASHI  
and Yoshio HAYASHI

Characteristic impedance of a slot line on a dielectric substrate is formulated and some numerical results are presented.

This formula is given by a variational expression. It is, therefore, easier than Cohn's theory (1) to obtain the numerical solutions.

### 1. ま え が き

マイクロ波集積回路の線路素子として製作上の容易さから主としてマイクロストリップ線路が用いられている。しかし誘電体を基板とするスロット線路も他の線路との変換が容易であり、非可逆回路が効率よく構成できるなどの利点を有するために最近、特に注目されている。

スロット線路は伝搬モードがマイクロストリップ線路のような quasi-TEM モードではなく quasi-TE モードであるので特性インピーダンスを一般的に定義することができないが、他の線路でスロット線路を励振する場合または、その逆のときに生ずる整合の問題を検討するときには一義的に特性インピーダンスの値を知ることが必要となる。

スロット線路の解析は S. B. Cohn<sup>1)</sup> により発表され実験的検討もなされている。しかし Cohn の理論はスロット面に対して垂直に仮想導体壁を設けて矩形導波管のアイリスの不連続な問題に置き換えて解析したものであり、従って数値解を求めるときには仮想導体壁の位置とそれに関連する無限級数項の打ち切り項についての検討を必要とするなど複雑である。これに対して本稿で示す解析法は仮想導体壁を設けず、開放型の状態で解析を行なっているのでパラメータの相違による仮想導体壁の位置についての検討を必要としない。また、Cohn の理論は分散特性を求めてその微係数から特性インピーダンスを求めているので、微係数と平均変化率

\* 北見工業大学工学部電気工学科、現在 富士通

\*\* 北見工業大学工学部電子工学科

の違いによる必然的な誤差が付随している。本稿で示す理論は目的とする周波数の伝搬定数を知るのみで特性インピーダンスが求まり Cohn の理論に含まれる誤差が避けられるのが特徴である。さらに特性インピーダンスを与える表示式は変分表示形式で求められているので、数値計算が容易になっている。また Cohn の理論はアイリスの励振波を TE<sub>10</sub> モードと仮定しているのでスロット幅が使用する波長に比べて十分に小さいときについてのみ適用できる理論であるが、本理論は非減衰モードに着目していることを除けば他は厳密な理論式を導いているので、この点も本理論の特徴である。

なお、本理論では金属膜の厚みを無視しているが、文献(2)より金属膜の厚みの影響を考慮することも可能である。

### 2. 特性方程式の誘導

図1に本稿で解析するスロット線路を示す。座標系は媒質の境界面を  $x, y$  平面にとり、伝搬軸を  $y$  軸に選ぶ。なお、以下の解析において誘電体および導体の損失は無視し、かつ導体は無限に薄いものと仮定する。

マックスウェルの界方程式は次式で与えられる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0\mathbf{H} \tag{1}$$

ここに、 $\omega$  は使用角周波数を示し、 $\epsilon, \mu_0$  は媒質の誘電率および透磁率である。式(1)より、界のたて成分  $E_z, H_z$  は、

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla_t \cdot (\mathbf{H}_t \times \mathbf{n}_3) \tag{2}$$

$$H_z = \frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla_t \cdot (\mathbf{n}_3 \times \mathbf{E}_t)$$

$\mathbf{n}_3$ :  $z$  方向の単位ベクトル

のごとく界の横成分  $\mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t$  から求まるので、横成分に着目して、

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{E}_t \\ \mathbf{H}_t \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=1}^2 \iint_{-\infty}^{\infty} e^{-j\beta y} \begin{Bmatrix} V_m(\alpha, \beta; z) \mathbf{f}_m(\alpha, \beta; x) \\ I_m(\alpha, \beta; z) \mathbf{g}_m(\alpha, \beta; x) \end{Bmatrix} d\alpha d\beta \tag{3}$$

のごとくフーリエ積分展開する。ここに、 $\mathbf{f}_m, \mathbf{g}_m$  は  $x$  領域の規格直交性を満たすベクトル姿態関数であり次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= \frac{j}{\sqrt{2\pi} K} \mathbf{K} e^{-j\alpha x}, & \mathbf{f}_2 &= \frac{-j}{\sqrt{2\pi} K} \mathbf{n}_3 \times \mathbf{K} e^{-j\alpha x} \\ \mathbf{g}_1 &= \frac{j}{\sqrt{2\pi} K} \mathbf{n}_3 \times \mathbf{K} e^{-j\alpha x}, & \mathbf{g}_2 &= \frac{j}{\sqrt{2\pi} K} \mathbf{K} e^{-j\alpha x} \end{aligned} \tag{4}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{n}_1 \alpha + \mathbf{n}_2 \beta, \quad K^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

$\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ :  $x$  および  $y$  方向の単位ベクトル

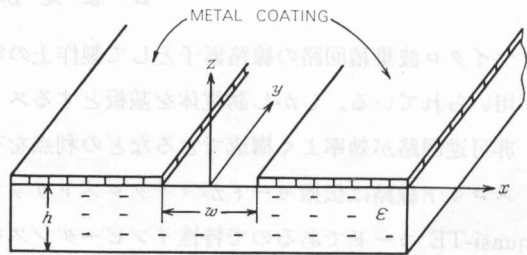


図1 スロット線路

Fig. 1. Slot line.

また,  $m=1$  は  $E$  波 ( $H_z \equiv 0$ ) を,  $m=2$  は  $H$  波 ( $E_z \equiv 0$ ) を表わしている。式 (2), (3) を式 (1) に代入し,  $\mathbf{f}_m, \mathbf{g}_m$  の規格直交性に注意すると姿態電圧  $V_m(z)$ , 姿態電流  $I_m(z)$  に関して  $z$  軸を線路とする伝送方程式が次式のように求まる。

$$-\frac{dV_m}{dz} = ja_{mm}I_m, \quad -\frac{dI_m}{dz} = jc_{mm}V_m \quad (5)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= \omega\mu_0 - K^2/\omega\varepsilon, & a_{22} &= \omega\mu_0 \\ c_{11} &= \omega\varepsilon, & c_{22} &= \omega\varepsilon - K^2/\omega\mu_0 \end{aligned}$$

放射条件を考慮して, 式 (5) の伝送方程式を解くと,  $V_i, I_i$  が  $z \geq 0, 0 \geq z \geq -h, z \leq -h$  の各領域においてそれぞれ次式のように求まる。

(1)  $z \geq 0$

$$\begin{aligned} V_1 &= Ae^{-j\kappa_0 z}, & V_2 &= Be^{-j\kappa_0 z} \\ I_1 &= \frac{\omega\varepsilon_0}{\kappa_0} Ae^{-j\kappa_0 z}, & I_2 &= \frac{\kappa_0}{\omega\mu_0} Be^{-j\kappa_0 z} \end{aligned} \quad (6)$$

(2)  $0 \geq z \geq -h$

$$\begin{aligned} V_1 &= Ce^{-j\kappa z} + De^{j\kappa z}, & V_2 &= Ee^{-j\kappa z} + Fe^{j\kappa z} \\ I_1 &= \frac{\omega\varepsilon}{\kappa} (Ce^{-j\kappa z} - De^{j\kappa z}), & I_2 &= \frac{\kappa}{\omega\mu_0} (Ee^{-j\kappa z} - Fe^{j\kappa z}) \end{aligned} \quad (7)$$

(3)  $z \leq -h$

$$\begin{aligned} V_1 &= Ge^{j\kappa_0 z}, & V_2 &= He^{j\kappa_0 z} \\ I_1 &= -\frac{\omega\varepsilon_0}{\kappa_0} Ge^{j\kappa_0 z}, & I_2 &= -\frac{\kappa_0}{\omega\mu_0} He^{j\kappa_0 z} \end{aligned} \quad (8)$$

ただし

$$\kappa_0 = \sqrt{\omega^2\varepsilon_0\mu_0 - K^2}, \quad \kappa = \sqrt{\omega^2\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0 - K^2} \quad (9)$$

上式に含まれる  $A, B, \dots, H$  は, 境界面 ( $z=0$  および  $z=-h$ ) における界の連続性から定まる積分定数である。

いま,  $z=0$  面における境界条件を適用するために, 間隙面における電界の横成分  $\varepsilon_x(x', y')$  を導入すると, 式 (3) より,

$$\varepsilon_x(x', y') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=1}^2 \iint_{-\infty}^{\infty} V_m(\alpha, \beta; 0) \mathbf{f}_m(\alpha, \beta; x') e^{-j\beta y'} d\alpha d\beta \quad (10)$$

を得る。 $\mathbf{f}_m, \mathbf{g}_m$  の規格直交性:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_n^*(\alpha', \beta; x) \cdot \mathbf{n}_3 \times \mathbf{f}_m(\alpha, \beta; x) dx = \delta_{mn} \delta(\alpha - \alpha') \quad (11)$$

\* : 複素共役を表わす

$\delta_{mn}$ : クロネッカのデルタ記号

$\delta(\alpha - \alpha')$ : デイラックのデルタ関数

を用いると、 $z=0$  における姿態電圧  $V_m(\alpha, \beta; 0)$  が次式のように求まる。

$$V_m(\alpha, \beta; 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_m^*(\alpha, \beta; x') \cdot \mathbf{M}_t(x', y') e^{j\beta y'} dx' dy' \quad (12)$$

ここに定義した  $\mathbf{M}_t(x', y')$  は、 $\mathbf{M}_t(x', y') = \mathbf{n}_3 \times \boldsymbol{\varepsilon}_t(x', y')$  であり、スロット面における磁流密度ベクトルである。式(12)と媒質の境界面 ( $z=-h$ ) での電磁界の連続性を適用すると、積分定数  $A, \dots, H$  が  $\mathbf{M}_t(x', y')$  を含む積分方程式の形で求まり、姿態電圧、姿態電流が次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} V_m(\alpha, \beta; z) \\ I_m(\alpha, \beta; z) \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} F_m^{(v)}(\alpha, \beta; z) \\ F_m^{(i)}(\alpha, \beta; z) \end{aligned} \right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_m^*(\alpha, \beta; x') \cdot \mathbf{M}_t(x', y') e^{j\beta y'} dx' dy' \quad (13)$$

ただし

$z \geq 0$  で、

$$\left. \begin{aligned} F_1^{(v)} &= e^{-j\kappa_0 z}, & F_2^{(v)} &= e^{-j\kappa_0 z} \\ F_1^{(i)} &= \frac{\omega \varepsilon_0}{\kappa_0} e^{-j\kappa_0 z}, & F_2^{(i)} &= \frac{\kappa_0}{\omega \mu_0} e^{-j\kappa_0 z} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$0 \geq z \geq -h$  で、

$$\left. \begin{aligned} F_1^{(v)} &= \frac{j \sin \kappa(z+h) + \frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa} \cos \kappa(z+h)}{j \sin \kappa h + \frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa} \cos \kappa h} \\ F_2^{(v)} &= \frac{j \sin \kappa(z+h) + \frac{\kappa}{\kappa_0} \cos \kappa(z+h)}{j \sin \kappa h + \frac{\kappa}{\kappa_0} \cos \kappa h} \\ F_1^{(i)} &= -\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa} \frac{\cos \kappa(z+h) + j \frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa} \sin \kappa(z+h)}{j \sin \kappa h + \frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa} \cos \kappa h} \\ F_2^{(i)} &= -\frac{\kappa}{\omega \mu_0} \frac{\cos \kappa(z+h) + j \frac{\kappa}{\kappa_0} \sin \kappa(z+h)}{j \sin \kappa h + \frac{\kappa}{\kappa_0} \cos \kappa h} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$z \leq -h$  で、

$$\left. \begin{aligned} F_1^{(v)} &= \frac{\frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa}}{j \sin \kappa h + \frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa} \cos \kappa h} e^{j\kappa_0(z+h)} \\ F_2^{(v)} &= \frac{\frac{\kappa}{\kappa_0}}{j \sin \kappa h + \frac{\kappa}{\kappa_0} \cos \kappa h} e^{j\kappa_0(z+h)} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$F_1^{(i)} = \frac{\frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa}}{j \sin \kappa h + \frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa} \cos \kappa h} e^{j \kappa_0 (z+h)} \quad (16)$$

$$F_2^{(i)} = \frac{\frac{\kappa}{\omega \mu_0}}{j \sin \kappa h + \frac{\kappa}{\kappa_0} \cos \kappa h} e^{j \kappa_0 (z+h)}$$

ただし、 $\varepsilon_r$  は誘電体基板の比誘電率である ( $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_0$ : 真空中の誘電率)。

ここで、特性インピーダンスを与える表示式を求めるわけであるが、スロット線路の伝搬波は非 TEM 波であるので特性インピーダンスを一般的に定義することはできない。ここでは、Cohn<sup>(1)</sup> と同様に次式によって特性インピーダンスを定義する。

$$Z = V^2/2P \quad (17)$$

ここに、 $V$  はスロットを横切る最大電圧振幅であり、

$$V = -\int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} E_x dx' = -\int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{M}_t(x', y') dx' \quad (18)$$

で与えられる。また、 $P$  は伝搬波の平均電力流出量であり、

$$P = \frac{1}{2} \iint_{-\infty}^{\infty} [E_z H_x^* - E_x H_z^*] dx dz \quad (19)$$

で与えられる。式(13)を式(2)、(3)に代入して磁流  $\mathbf{M}_t$  によって生じる電磁界を求め、さらに波の伝搬定数を  $\beta_0$  と仮定して、

$$\mathbf{M}_t(x', y') = \mathbf{M}(x') e^{-j\beta_0 y'} \quad (20)$$

とおけば、スロット波の平均電力流出量  $P$  が次式のように求まる。

$$P = \frac{1}{2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{\omega \varepsilon} \left\{ \beta_0 F_1^{(i)*}(\alpha, \beta; z) \mathbf{g}_1(\alpha, \beta_0; x') - \alpha F_2^{(i)*}(\alpha, \beta_0; z) \mathbf{g}_2(\alpha, \beta_0; x') \right\} \mathbf{M}(x') F_1^{(i)}(\alpha, \beta_0; z) \mathbf{g}_1^*(\alpha, \beta_0; x) \cdot \mathbf{M}(x) + \frac{1}{\omega \mu_0} \left\{ \alpha F_1^{(v)}(\alpha, \beta_0; z) \mathbf{g}_1^*(\alpha, \beta_0; x') + \beta_0 F_2^{(v)}(\alpha, \beta_0; z) \mathbf{g}_2^*(\alpha, \beta_0; x') \right\} \mathbf{M}(x') F_2^{(v)*}(\alpha, \beta_0; z) \mathbf{g}_2(\alpha, \beta_0; x) \cdot \mathbf{M}(x) \right] dx dx' d\alpha dz \quad (21)$$

式(20)で仮定した伝搬定数  $\beta_0$  は、スロット面における磁界の連続性を導入することにより

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\omega \varepsilon_0}{\kappa_0} \left\{ 1 + \varepsilon_r \frac{1 + j \frac{\varepsilon_r \kappa_0}{\kappa} \tan \kappa h}{\varepsilon_r + j \frac{\kappa}{\kappa_0} \tan \kappa h} \right\} \hat{\mathbf{G}}_1(\alpha, \beta_0; x|x') + \frac{\kappa_0}{\omega \mu_0} \right. \\ \left. \times \left\{ 1 + \frac{1 + j \frac{\kappa}{\kappa_0} \tan \kappa h}{1 + j \frac{\kappa_0}{\kappa} \tan \kappa h} \right\} \hat{\mathbf{G}}_2(\alpha, \beta_0; x|x') \right] \mathbf{M}_t(x') dx' d\alpha = 0 \quad (22)$$

ただし,  $\hat{\mathbf{G}}_1, \hat{\mathbf{G}}_2$  は Dyadic 関数で次式で与えられる。

$$\hat{\mathbf{G}}_m(\alpha, \beta_0; x|x') = \mathbf{g}_m(\alpha, \beta_0; x) \mathbf{g}_m^*(\alpha, \beta_0; x') \quad (m=1, 2) \quad (23)$$

なる決定方程式を得, これを数値計算することにより  $\beta_0$  が求まる。

### 3. 数 値 計 算

式(22)の数値計算法は種々考えられるが, 比較的簡単でかつ精度の高い解を求める方法が文献(3)に示されている。ここでは, 文献(3)の結果を用いて式(19)からスロット線路の特性インピーダンスを計算する。文献(3)では, スロット幅が使用波長に比べて十分小さいものとして磁流密度ベクトルの  $x$  成分を無視して解を求めているので, ここでも同じ近似を行なう。このとき, 前節で与えた式(17)は次式のようになる。

$$Z = \frac{k_0}{\beta_0} Z_0 \frac{2\pi \left[ \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} M_y(x) dx \right]^2}{\iint_{-\infty}^{\infty} M_y(x') G(x'|x'') M_y(x'') dx' dx''} \quad (24)$$

ただし,

$$G(x'|x'') = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^3 G_i(\alpha) e^{-j\alpha(x'-x'')} d\alpha \quad (25)$$

$$\begin{aligned} G_1(\alpha) &= \frac{\alpha^2 + \kappa'^2}{2\kappa_0'^3} + \frac{\alpha^2}{2K^2} \\ &\times \frac{\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_r}\right) \frac{\sin 2\kappa h}{\kappa} - \left(\frac{\kappa_0'}{\kappa} - \frac{\kappa}{\varepsilon_r \kappa_0'}\right) \frac{\cos 2\kappa h}{\kappa} + \left(\frac{\kappa_0'}{\kappa^2} - \frac{1}{\varepsilon_r \kappa_0'}\right) + \frac{2}{\kappa_0'}}{\left(\cos \kappa h - \frac{\kappa}{\varepsilon_r \kappa_0'} \sin \kappa h\right) \left(\cos \kappa h + \frac{\kappa_0'}{\kappa} \sin \kappa h\right)} \\ G_2(\alpha) &= \frac{\alpha^2}{2K^2} \frac{\frac{k_0^2}{2\varepsilon_r \kappa \kappa_0'^2} \left\{1 - \left(\frac{\varepsilon_r \kappa_0'}{\kappa}\right)^2\right\} \sin 2\kappa h - \frac{k_0^2}{\kappa_0'^2 \kappa^2} \cos 2\kappa h +}{\left(\cos \kappa h - \frac{\kappa}{\varepsilon_r \kappa_0'} \sin \kappa h\right)^2} \\ &\frac{\frac{k_0^2}{\varepsilon_r \kappa_0'^3} \left[ \left\{1 + \left(\frac{\varepsilon_r \kappa_0'}{\kappa}\right)^2\right\} \kappa_0' h + \left\{1 + \left(\frac{\kappa_0'}{\kappa}\right)^2\right\} \varepsilon_r \right]}{\quad} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} G_3(\alpha) &= \frac{\beta^2}{2K^2} \frac{\frac{1}{2\kappa} \left\{1 - \left(\frac{\kappa_0'}{\kappa}\right)^2\right\} \sin 2\kappa h - \frac{\kappa_0'}{\kappa^2} \cos 2\kappa h +}{\left(\cos \kappa h + \frac{\kappa_0'}{\kappa} \sin \kappa h\right)^2} \\ &\frac{1}{\kappa_0'} \left[ \left\{1 + \left(\frac{\kappa_0'}{\kappa}\right)^2\right\} \kappa_0' h + \left\{1 + \left(\frac{\kappa_0'}{\kappa}\right)^2\right\} \right] \end{aligned}$$

ここに,  $k_0$  および  $Z_0$  は真空中の波数と固有インピーダンスを表わしている。

$$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \quad (27)$$

式(24)は変分表示式で、試行関数  $M_y(x)$  の小さな変化に対して  $Z$  の値の変化が最小となるように構成されているので、 $M_y(x)$  に近似式を用いても真の値に近い  $Z$  が計算される。

試行関数として、自由空間中におかれた無限長スリットの磁流分布関数：

$$M_y(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1-(2x/w)^2}} & |x| \leq \frac{w}{2} \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \quad (28)$$

を仮定する。式(28)の妥当性については、文献(4)に述べられており、文献(3)では式(28)の分布形を仮定してスロット波の伝搬定数を計算し、満足できる解が求まることが示されている。

式(28)を式(24)に代入すると、

$$Z = \frac{\pi k_0}{\beta_0} \cdot \frac{Z_0}{\int_0^\infty \sum_{i=1}^3 G_i(\alpha) \cdot J_0^2\left(\frac{w}{2}\alpha\right) d\alpha} \quad (29)$$

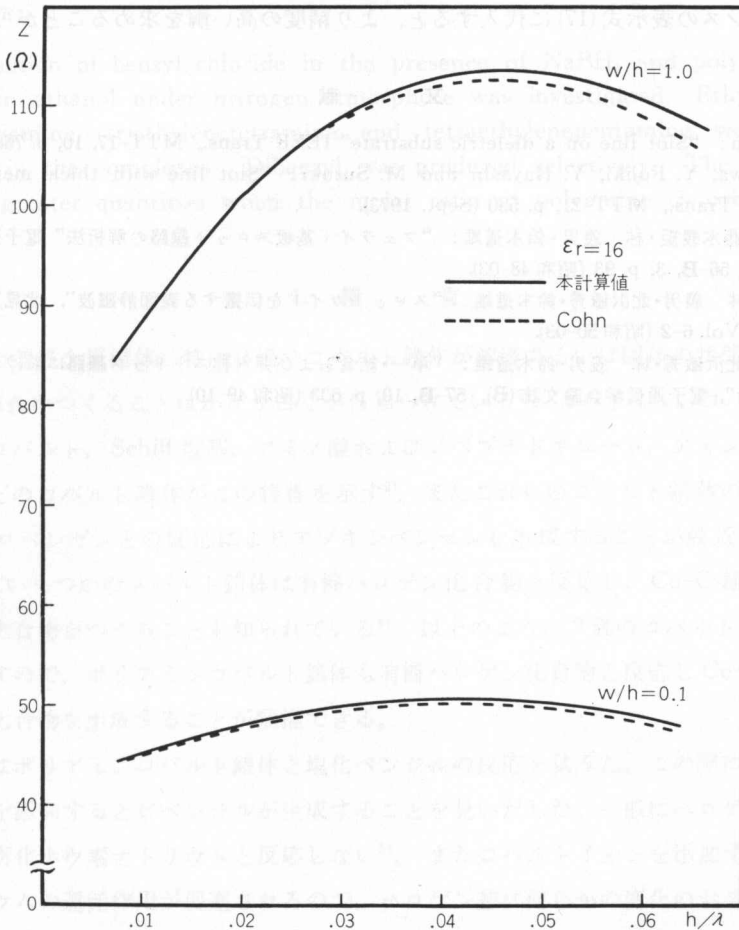


図2 本理論と Cohn's との比較

Fig. 2. Comparison of this theory with Cohn's.

を得る。ここに、 $J_0(x)$ は零次の第1種ベッセル関数である。

図2に、Cohnの結果と共に、式(29)から求めた本理論の結果を示す。横軸  $h/\lambda$  は使用波長  $\lambda$  と基板の高さ  $h$  との比である。図2によれば本理論値は Cohnの結果と良く一致していることがわかる。

#### 4. む す び

スロット線路の特性インピーダンスを与える表示式を開放型の状態で厳密式として求めた。また数値計算の一例を示し若干の数値解を与えた。本稿の解析法は Cohnの理論に比べて極めて容易に解が求まることが示された。伝搬定数の算出は文献(3)の方法を用いているのでスロット幅が使用波長に比べて十分に小さい場合のみ適用できる理論であるが、式(22)に示した決定方程式はマイクロストリップ線路の決定方程式と同一形式であり、マイクロストリップの解析で精度の高い解が求まる手法<sup>5)</sup>を用いて伝搬定数を算出し、その結果を本稿で与えた特性インピーダンスの表示式(17)に代入すると、より精度の高い解を求めることが可能である。

#### 文 献

- 1) S. B. Cohn: "Slot line on a dielectric substrate" IEEE Trans., MTT-17, 10, p. 768 (Oct. 1969).
- 2) T. Kitazawa, Y. Fujiki, Y. Hayashi and M. Suzuki: "Slot line with thick metal coating" IEEE Trans., MTT-21, p. 580 (Sept. 1973).
- 3) 北沢敏秀・藤木義矩・林 義男・鈴木道雄: "フェライト基板スロット線路の解析法" 電子通信学会論文誌 (B), 56-B, 3, p. 93 (昭和48-03).
- 4) 林 幸成・林 義男・北沢敏秀・鈴木道雄: "スロットガイドを伝搬する表面静磁波", 北見工業大学研究報告, Vol. 6-2 (昭和50-03).
- 5) 藤木義矩・北沢敏秀・林 義男・鈴木道雄: "単一・結合および非対称ストリップ線路における高次モードの解析", 電子通信学会論文誌 (B), 57-B, 10, p. 633 (昭和49-10).