

不均一結合二線条方向性結合器の解析*

柴 田 孝 次**

品 田 雄 治**

(昭和50年4月28日受理)

Analysis of a Two-Wire Line Directional Coupler with Nonuniform Coupling

by Koji SHIBATA and Yuji SHINADA

This paper describes the necessary condition to widen the bandwidth of coupling in a two-wire line directional coupler with nonuniform coupling. In addition, we have shown by numerical example that it is possible to design a two-wire line directional coupler with wide band coupling.

It is assumed that the coupling coefficient is arbitrarily nonuniform in the direction of transmission line, and is represented by the Fourier series. By dividing the Fourier series of coupling coefficients into four groups, physical meaning in widening frequency characteristics of coupling becomes clear. On the basis of this method, necessary distributions of coupling are derived, and numerical examples of design are shown in the cases where the Fourier series components are taken by several terms.

1. ま え が き

二線条結合線路から成る方向性結合器に関する研究は、現在まで数多く行なわれている。均一二線条結合線路を多段接続して得られる方向性結合器に対して不均一結合二線条方向性結合器は多段接続の際に生じる不連続の特性に与える悪影響が避けられる利点を持つが、従来は特定の結合分布に対しての取り扱いがあるのみであった。本論文では任意の結合特性を持つ不均一結合二線条方向性結合器について結合係数の分布をフーリエ展開する手法を用いて解析し、方向性結合器の性能を特徴づける物理量である近端結合量の周波数特性を広帯域化するための必要条件を見出した。さらに、数値例により広帯域な不均一結合二線条方向性結合器が設計可能であることを示した。また、弱結合多区間二線条方向性結合器と不均一結合二線条方向性結合器との対応についても考察した。この解析の結果から、不均一結合二線条方向性結合器は線路のある長さに対して結合分布の変化の空間高調波数を多く取ると伝送帯域幅を広く取

* 電子通信学会昭和50年度全国大会で一部発表(1975年3月,東京)

** 北見工業大学電子工学科

れる利点を持つことがわかり、従って適当な長さを取れば大型化および広帯域化できる可能性を持つ。

2. 従来の二線条方向性結合器の研究の概要と本文の特徴

二線条結合線路から成る方向性結合器に関する研究は現在まで数多く行なわれている¹⁾。従来、均一線路を用いて二線条方向性結合器の特性を広帯域化するには多段接続することが考えられ、各区間の結合係数の選び方により対称、および非対称のものが提案されている²⁾。しかし、多段接続の際に生じる不連続部分の特性に与える悪影響は避けられない。線路定数が線路に沿っての関数である不均一線路を用いればこの点は改善され、結合係数の線路方向の分布の選び方により、任意の周波数特性を持つ二線条方向性結合器が得られる可能性がある。この不均一結合二線条方向性結合器については、文献3)において不均一線路の有限区間を4-port回路とみたときのマトリクス表示を基にして解析が行なわれている。しかし、文献3)の解析はマトリクス表示を得るために解くべき方程式から線路の特性インピーダンスの関数形が制限を受け、従って任意の周波数特性を持つ方向性結合器の設計には利用され難い。

そこで本論文では、二線条結合線路の結合係数 k ($k^2 \ll 1$ と仮定する) を線路方向の座標に関してフーリエ展開する解析手法を用いる。最初に不均一結合二線条方向性結合器の近端結合量を結合係数を用いて積分表示する。この近端結合量が本論文の解析の基礎となる物理量である。結合係数をフーリエ展開し、フーリエ展開項を4つの集群に分け、それぞれのフーリエ展開項群に基づく近端結合量を調べ、展開項数をそれぞれの群で無限項選んだ場合について近端結合量周波数特性を平たんにする条件を見つけている。

また、フーリエ展開項数が有限の場合の設計数値例も示しており、この解析手法を用いることにより結合係数の任意の関数形について二線条方向性結合器の結合度周波数特性を広帯域化する条件を見出すことが可能であることが示されている。また、弱結合多区間二線条方向性結合器の区間数と不均一結合二線条方向性結合器の結合分布状態の空間高調波次数との対応についても述べている。

3. 不均一結合二線条方向性結合器の近端結合量

解析の対象とする不均一結合二線条

方向性結合器とは、二線条結合線路の結合係数が線路に沿っての距離の関数とし

て与えられる共通帰線形二線条線路から

成る方向性結合器である。伝搬モードがTEMモードであり、線路は無損失であると仮定する。二線条方向性結合器を図1に示す。

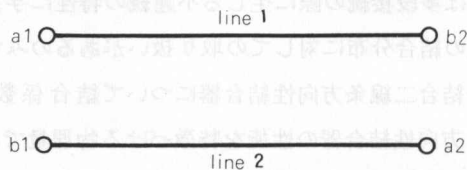


図1 二線条方向性結合器

Fig. 1. Two-wire line directional coupler.

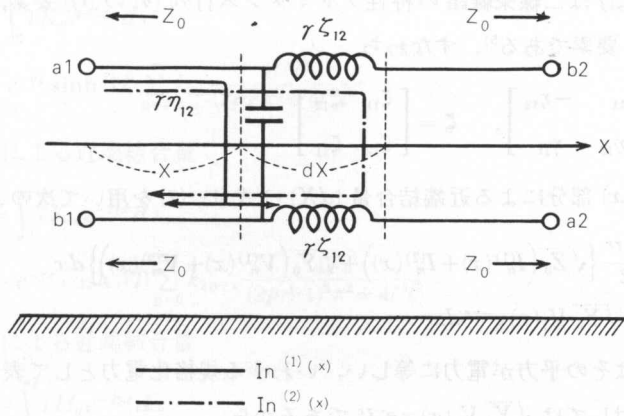


図2 二線条方向性結合器の動作原理

Fig. 2. Principle of operation of two-wire line directional coupler.

まず、二線条方向性結合器の動作原理を述べる。この方向性結合器においては線路1に電圧、電流が存在するとき、二線条線路の相互容量にもとづく静電結合および相互インダクタンスにもとづく電磁結合により線路2に電圧波、電流波が誘起され、近端においてはともに相加され、遠端においては相殺される⁴⁾。この原理を図2に示す。二線条線路の微小区間($x \sim x+dx$)の結合による近端結合量を結合係数を用いて表わす。電圧、電流の結合量は式(1)で表わされる。ただし、 r はTEMモードの伝搬定数、 $r\eta_{12}$ 、 $r\zeta_{12}$ はそれぞれ相互容量、相互インダクタンス、 Z_0 は特性インピーダンス、 $(V_1(x), I_1(x))$ は主伝送線である第一線条の点(x)における電圧電流である。

$$\begin{aligned}
 \text{静電結合による電流} \quad I_n^{(1)}(x) &= r\eta_{12}V_1(x)/2 \\
 \text{静電結合による電圧} \quad V_n^{(1)}(x) &= Z_0 I_n^{(1)}(x) \\
 \text{電磁結合による電流} \quad I_n^{(2)}(x) &= r\zeta_{12}I_1(x)/2Z_0 \\
 \text{電磁結合による電圧} \quad V_n^{(2)}(x) &= Z_0 I_n^{(2)}(x)
 \end{aligned} \tag{1}$$

ここで第一線条の電圧、電流については次の関係が成立する。

$$V_1(x) = Z_0 I_1(x) \tag{2}$$

なお、ここでは第二線条の電圧、電流は第一線条のそれらにくらべて充分小さいと仮定している。

結合係数を式(3)で定義する。

$$k = k(x) = \frac{\eta_{12}}{Y_0} = \frac{\zeta_{12}}{Z_0} \tag{3}$$

ただし

$$Y_0 = Z_0^{-1} = \sqrt{\eta_{11}\eta_{22} - \eta_{12}^2} \tag{4}$$

以上において η_{ij} , ζ_{ij} は二線条線路の特性アドミタンス行列 (η) の (ij) 要素, 特性インピーダンス行列 (ζ) の (ij) 要素である⁵⁾。すなわち

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{12} \\ -\eta_{12} & \eta_{11} \end{bmatrix}, \quad \zeta = \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} \\ \zeta_{12} & \zeta_{11} \end{bmatrix} \quad (5)$$

微小区間 ($x \sim x+dx$) 部分による近端結合量 (dX) は式 (1), (2) を用いて次のように表わされる。

$$dX = \frac{e^{-\gamma x}}{2} \left\{ \sqrt{Z_0} \left(I_n^{(1)}(x) + I_n^{(2)}(x) \right) + \sqrt{Y_0} \left(V_n^{(1)}(x) + V_n^{(2)}(x) \right) \right\} dx \\ = \gamma k \sqrt{Y_0} V_1(x) e^{-\gamma x} dx \quad (6)$$

ここで近端結合量はその平方が電力に等しい, いわゆる規格化電力として表わされている。単位振幅の進行波に対しては $\sqrt{Y_0} V_1(x) = e^{-\gamma x}$ であるから

$$dX = \gamma k(x) e^{-2\gamma x} dx \quad (7)$$

となる。従って長さ l の方向性結合器では近端結合量 (X) は次式で与えられる。

$$X = \int_0^l \gamma k(x) e^{-2\gamma x} dx \quad (8)$$

無損失を仮定しているから近端結合量のみを考えれば十分である。

4. 結合係数のフーリエ展開 (I)

($al = \pi$ の場合)

結合係数が長さの方向に対して不均一であると仮定し, 式 (8) のごとくフーリエ展開を行なう。

$$k = k(ax) = \sum_{p=0}^{\infty} k_{2p} \cos(2pax) + \sum_{p=0}^{\infty} k_{2p+1} \cos(2p+1)ax \\ + \sum_{p=1}^{\infty} h_{2p} \sin(2pax) + \sum_{p=1}^{\infty} h_{2p-1} \sin(2p-1)ax \\ = K_g + K_u + H_g + H_u \quad (9)$$

ただし, a は定数であり

$$K_g = \sum_{p=0}^{\infty} k_{2p} \cos(2pax) \quad K_u = \sum_{p=0}^{\infty} k_{2p+1} \cos(2p+1)ax \\ H_g = \sum_{p=1}^{\infty} h_{2p} \sin(2pax) \quad H_u = \sum_{p=1}^{\infty} h_{2p-1} \sin(2p-1)ax \quad (10)$$

結合が K_g , K_u , H_g , H_u のいずれかで表わされる場合について近端結合量を求めると次のようになる。

(i) $k = K_g$ による近端結合量

$$\begin{aligned}
 X^{(i)} &= \int_0^l \gamma K_g e^{-2\gamma x} dx \\
 &= e^{-\gamma l} \sinh(\gamma l) \sum_{p=0}^{\infty} k_{2p} \frac{4\gamma^2 l^2}{(2p)^2 \pi^2 + 4\gamma^2 l^2}
 \end{aligned} \quad (11)$$

(ii) $k=K_u$ による近端結合量

$$\begin{aligned}
 X^{(ii)} &= \int_0^l \gamma K_u e^{-2\gamma x} dx \\
 &= e^{-\gamma l} \cosh(\gamma l) \sum_{p=0}^{\infty} k_{2p+1} \frac{4\gamma^2 l^2}{(2p+1)^2 \pi^2 + 4\gamma^2 l^2}
 \end{aligned} \quad (12)$$

(iii) $k=H_g$ による近端結合量

$$\begin{aligned}
 X^{(iii)} &= \int_0^l \gamma H_g e^{-2\gamma x} dx \\
 &= e^{-\gamma l} \sinh(\gamma l) \sum_{p=1}^{\infty} h_{2p} \frac{2 \cdot 2p\pi \gamma l}{(2p)^2 \pi^2 + 4\gamma^2 l^2}
 \end{aligned} \quad (13)$$

(iv) $k=H_u$ による近端結合量

$$\begin{aligned}
 X^{(iv)} &= \int_0^l \gamma H_u e^{-2\gamma x} dx \\
 &= e^{-\gamma l} \cosh(\gamma l) \sum_{p=1}^{\infty} h_{2p-1} \frac{2(2p-1)\pi \gamma l}{(2p-1)^2 \pi^2 + 4\gamma^2 l^2}
 \end{aligned} \quad (14)$$

式(9)のごとく結合係数を展開し、フーリエ級数項を4つの集群に分けることによりそれぞれの集群にもとづく近端結合量の周波数特性を広帯域化できる物理的意味が明らかになる。すなわち、式(11)~(14)において $\Sigma\{\cdot\}$ 内の部分分数は因数の $\sinh(\gamma l)$, $\cosh(\gamma l)$ の零点を解消し、近端結合量の周波数特性を広帯域ならしめる作用を持つ。

方向性結合器を構成する線路が二線条線路の場合には結合の成因が正の相互容量、正の相互誘導によるものであるから、結合係数について負の値は許されないが平衡四線条線路の2つの姿勢間の結合や2つの導波管の間の結合は負の値もとる得る。

本論文は二線条方向性結合器の解析を目途としているが、結合の成因が相互容量、相互誘導である結合回路についても本論文の手法を適用しうるから、結合係数が負となる一般の場合も含めた解析を行なう。

5. 近端結合量周波数特性を広帯域化する条件

本節では結合係数のフーリエ展開項を無限項取った場合に近端結合量周波数特性を平坦にする条件を求める。式(11)~(14)における部分分数の極に対応する周波数において位相推移も考慮に入れ、結合量を一定にすることが必要である。

(i) $k=K_g$ の場合

式(11)の $X^{(i)}$ において $\sinh(\gamma l)$ は $\gamma l = jp\pi$ ($p=0, 1, 2, \dots$) に単純零点を有するが、 $\Sigma\{\cdot\}$ の部分分数は $\gamma l = jp\pi$ ($p=1, 2, \dots$) に極を有する。従って $\gamma l = jp\pi$ ($p=1, 2, \dots$) における $X^{(i)} e^{\gamma l}$ の

値は $\Sigma \{ \cdot \}$ の留数によって決まるが、それらが等しいことが $X^{(i)}$ の周波数特性を平坦にするのに必要である。

$\gamma l = jp\pi$ ($p=1, 2, \dots$) における $X^{(i)} e^{\gamma l}$ の値を求めると

$$X^{(i)} e^{\gamma l} \Big|_{\gamma l = jp\pi} = j(-1)^p \frac{p\pi}{2} k_{2p} \quad (p=1, 2, \dots) \quad (15)$$

よって

$$k_2 : k_4 : \dots : k_{2p} : \dots = 1 : \left(-\frac{1}{2}\right) : \dots : \frac{(-1)^{p+1}}{p} : \dots \quad (16)$$

であればよい。式(16)のごとくフーリエ展開項係数を選んだとき、結合係数は式(17)で表わされる。

$$k = k(\alpha) = k_0 + k_2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{p} \cos(2p\alpha) \quad (17)$$

ただし、 $\alpha = ax$ である。

$\gamma l = 0 \sim j\pi$ では式(11)で表わされる部分分数の第2項以下には負符号がつくから $X^{(i)} e^{\gamma l}$ が平坦な周波数特性を持つためには k_0 と k_2 とには反対の符号を持たせるべきである。 $\alpha = 0 \sim \pi$ で結合係数が正となる条件を満たす k_0, k_2 を選ぶと、結合係数は式(18)となる。(付録 A)

$$k^{(i)} = k(\alpha) = k_2 \log_e |\cos \alpha| \quad (18)$$

このとき近端結合量は次式で与えられる。

$$X^{(i)} = e^{-\gamma l} \sinh(\gamma l) \left\{ -k_2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1} p \pi^2}{p^2 \pi^2 + \gamma^2 l^2} \right\} \quad (19)$$

(ii) $k = K_u$ の場合

(i) の場合と同様に式(12)で $\cosh(\gamma l)$ の零点における $X^{(ii)} e^{\gamma l}$ の値を求めると

$$X^{(ii)} e^{\gamma l} \Big|_{\gamma l = j(2p+1)\frac{\pi}{2}} = (-1)^{p+1} \frac{(2p+1)\pi}{4} k_{2p+1} \quad (p=0, 1, 2, \dots) \quad (20)$$

よって

$$k_1 : k_3 : \dots : k_{2p+1} : \dots = 1 : \left(-\frac{1}{3}\right) : \dots : \frac{(-1)^p}{2p+1} : \dots \quad (21)$$

となり、結合係数は式(22)で与えられる。

$$k^{(ii)} = k(\alpha) = k_1 \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} \cos(2p+1)\alpha \quad (22)$$

これは振幅が $\pi k_1/4$ で周期が 2π の矩形波である。近端結合量は式(23)で与えられる。

$$X^{(ii)} = k_1 e^{-\gamma l} \cosh(\gamma l) \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} \frac{\gamma^2 l^2}{\left(p + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2 + \gamma^2 l^2} \quad (23)$$

(iii) $k=H_g$ の場合

式 (13) で $\sinh(\gamma l)$ の零点における $X^{(iii)} e^{\gamma l}$ の値を求めると

$$X^{(iii)} e^{\gamma l} \Big|_{\gamma l = j p \pi} = \frac{\pi}{2} (-1)^p p h_{2p} \quad (p=1, 2, \dots) \quad (24)$$

よって

$$h_2 : h_4 : \dots : h_{2p} : \dots = 1 : \left(-\frac{1}{2}\right) : \dots : \frac{(-1)^{p+1}}{p} : \dots \quad (25)$$

となり, 結合係数は式 (26) で与えられる。

$$k^{(iii)} = k(\alpha) = h_2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{p} \sin(2p\alpha) \quad (26)$$

これは鋸歯状波である。近端結合量は式 (27) で与えられる。

$$X^{(iii)} = h_2 e^{-\gamma l} \sinh(\gamma l) \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1} \pi \gamma l}{p^2 \pi^2 + \gamma^2 l^2} \quad (27)$$

(iv) $k=H_u$ の場合

式 (14) で $\cosh(\gamma l)$ の零点における $X^{(iv)} e^{\gamma l}$ の値を求めると

$$X^{(iv)} e^{\gamma l} \Big|_{\gamma l = j(2p-1)\frac{\pi}{2}} = \frac{j(-1)^{p+1}(2p-1)\pi}{4} h_{2p-1} \quad (p=1, 2, \dots) \quad (28)$$

よって

$$h_1 : h_3 : \dots : h_{2p-1} : \dots = 1 : \left(-\frac{1}{3}\right) : \dots : \frac{(-1)^{p+1}}{2p-1} : \dots \quad (29)$$

結合係数は $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ では

$$\begin{aligned} k^{(iv)} = k(\alpha) &= h_1 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{2p-1} \sin(2p-1)\alpha \\ &= \frac{h_1}{2} gd^{-1}(\alpha) \end{aligned} \quad (30)$$

$\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$ では次の関係を用いて求められる。

$$k\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = k\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \quad (31)$$

ここで $gd^{-1}(\alpha)$ は逆 Gudermann 関数である。近端結合量 ($X^{(iv)}$) は式 (32) で表わされる。

$$X^{(iv)} = \frac{h_1}{2} e^{-\gamma l} \cosh(\gamma l) \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1} \pi \gamma l}{\left(p - \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2 + \gamma^2 l^2} \quad (32)$$

以上においてはフーリエ級数項を無限項とった場合に近端結合量周波数特性を平坦にする条件を求め, そのときの結合係数の分布および近端結合量を示した。図3にこのときの結合係数の分布を示す。なお, k の余弦偶数調波, 余弦奇数調波, 正弦偶数調波, 正弦奇数調波に対

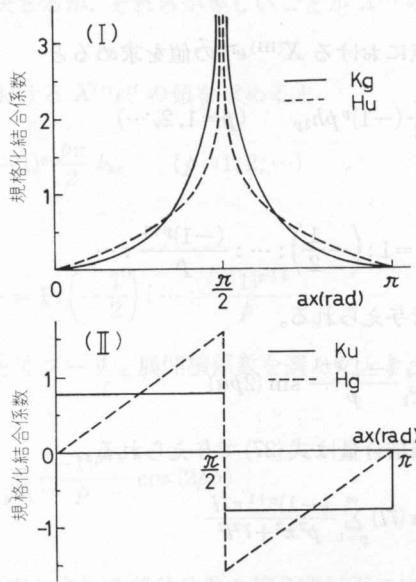


図3 結合量周波数特性を平坦化するための結合係数の分布

Fig. 3. Distribution of coupling coefficient for flat frequency characteristics of coupling.

する Xe^{rl} の値は任意の周波数でそれぞれ虚数, 実数, 実数, 虚数となったため結合係数の必要な分布は一義的に決まる。

6. 結合係数のフーリエ展開 (II)

($al=\pi/2$ の場合)

前節までにおいては結合係数のフーリエ展開において $al=\pi$ と仮定したが, $al=\pi/2$ の場合を本節では検討する。これは例えば (I) の場合と同じ結合線路を用い, 長さが $1/2$ の時に対応している。偶数調波のみを取ると前節の解析に帰着する。そこで, ここでは奇数調波のみの場合を考える。この場合, $k(ax)$ には対称性がない。結合係数を次のようにおく。

$$\begin{aligned} k &= k(ax) = \sum_{p=1}^{\infty} k_{2p-1} \cos (2p-1) ax \\ &\quad + \sum_{p=1}^{\infty} h_{2p-1} \sin (2p-1) ax \\ &= K_u + H_u \end{aligned} \tag{33}$$

(i) $k=K_u$ のみの場合

このときの近端結合量を第4節の場合と同様にして求めると式(34)となる。ただし, $al=\pi/2$ の場合であることを \sim で示す。

$$\tilde{X}^{(1)} = e^{-rl} \frac{\gamma l}{2} \sum_{p=1}^{\infty} \left[k_{2p-1} \left\{ 4\gamma l e^{rl} + (-1)^{p+1} (2p-1) \pi e^{-rl} \right\} \left/ \left\{ 4(\gamma l)^2 + \frac{(2p-1)^2 \pi^2}{4} \right\} \right. \right] \tag{34}$$

(ii) $k=H_u$ のみの場合

$$\tilde{X}^{(II)} = e^{-\gamma l} \frac{\gamma l}{2} \sum_{p=1}^{\infty} \left[h_{2p-1} \left\{ (2p-1) \pi e^{\gamma l} - (-1)^{p+1} 4\gamma l e^{-\gamma l} \right\} / \left\{ 4(\gamma l)^2 + \frac{(2p-1)^2 \pi^2}{4} \right\} \right] \quad (35)$$

この場合も (I) の場合と同様に式 (33), (34) の各項の分子の零点は分母の零点により解消され、近端結合量の周波数特性は広帯域になりうる。結合係数の必要な分布は近端結合量が (I) の場合とは異なり、複素数となるため一義的には決まらない。

7. フーリエ展開項が有限の場合の設計数値例

(I) 数値例 (1)…… $al=\pi$ の場合

(i) $k=K_g$ のとき

結合係数の分布を次のように仮定する。

$$k = K_g = \sum_{p=0}^2 k_{2p} \cos(2pax) \quad (36)$$

この時近端結合量は式 (36) で表わされる。

$$X^{(I)} = e^{-\gamma l} \sinh(\gamma l) \left\{ \sum_{p=0}^2 k_{2p} \frac{\gamma^2 l^2}{p^2 \pi^2 + \gamma^2 l^2} \right\} \quad (37)$$

$\gamma l = j\pi, j2\pi$ における $\sinh(\gamma l)$ の零点と $\{ \cdot \}$ の部分分数項の極とは相殺し、近端結合量が広帯域になりうることは前節までにおいて述べた。ここでは、 $\gamma l = j\pi, j2\pi$ に加えて $\gamma l = j3\pi/2$ における値がいずれも同じくなるように k_0, k_2, k_4 を決めると次のようになる。

$$k_0 : k_2 : k_4 = 0.87206 : -1 : 0.5 \quad (38)$$

規格化結合係数 ($k/(-k_2)$) の分布、および規格化近端結合量周波数特性 ($|X^{(I)}/(-k_2)|$) をそれぞれ図 4(a), 図 5(a) に示す。(実線)

(ii) $k=K_u$ のとき

(i) の場合と同様に結合係数の分布を式 (39) の如く仮定すると、近端結合量は式 (40) で与えられる。

$$k = K_u = \sum_{p=0}^2 k_{2p+1} \cos(2p+1)ax \quad (39)$$

$$X^{(II)} = e^{-\gamma l} \cosh(\gamma l) \left\{ \sum_{p=0}^2 k_{2p+1} \frac{4\gamma^2 l^2}{(2p+1)^2 \pi^2 + 4\gamma^2 l^2} \right\} \quad (40)$$

$\gamma l = j3\pi/2, j2\pi, j5\pi/2$ で近端結合量を等しくすると

$$k_1 : k_3 : k_5 = 1 : -1.07015 : 0.64209 \quad (41)$$

(k/k_1) および ($|X^{(II)}/k_1|$) をそれぞれ図 4(b), 図 5(b) に示す。(実線)

(iii) $k=H_g$ の場合

$\gamma l = j\pi, j2\pi, j5\pi/2$ で近端結合量を等しくすると

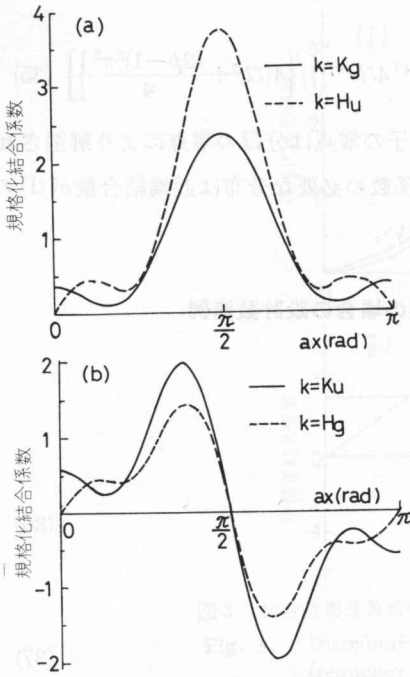


図4 数値例 1 ($al=\pi$): 結合係数の分布
Fig. 4. Numerical Example 1 ($al=\pi$): Distribution of coupling coefficient.

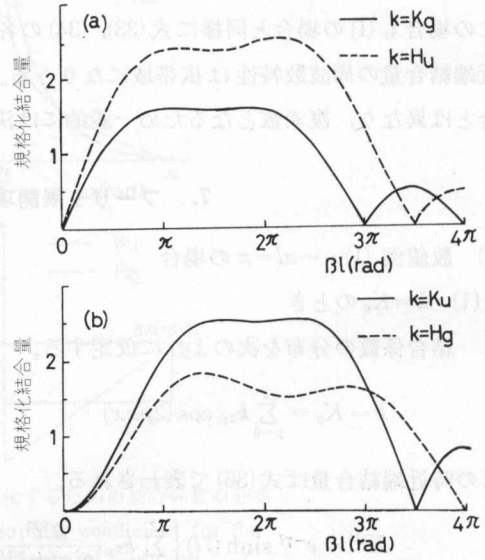


図5 数値例 1 ($al=\pi$): 近端結合量周波数特性
Fig. 5. Numerical Example 1 ($al=\pi$): Frequency characteristics of coupling at the near end.

$$h_2:h_4:h_6=1:-0.5:0.34315 \quad (42)$$

(k/h_2) および ($|X^{(iii)}/h_2|$) をそれぞれ図 4 (b), 図 5 (b) に示す。(破線)

(iv) $k=H_u$ の場合

$nl=j\pi, j3\pi/2, j5\pi/2$ で近端結合量が等しくなるようにすると

$$h_1:h_3:h_5=2.16286:-1:0.6 \quad (43)$$

($k/(-h_3)$) および ($|X^{(iv)}/(-h_3)|$) をそれぞれ図 4 (a), 図 5 (a) に示す。(破線)

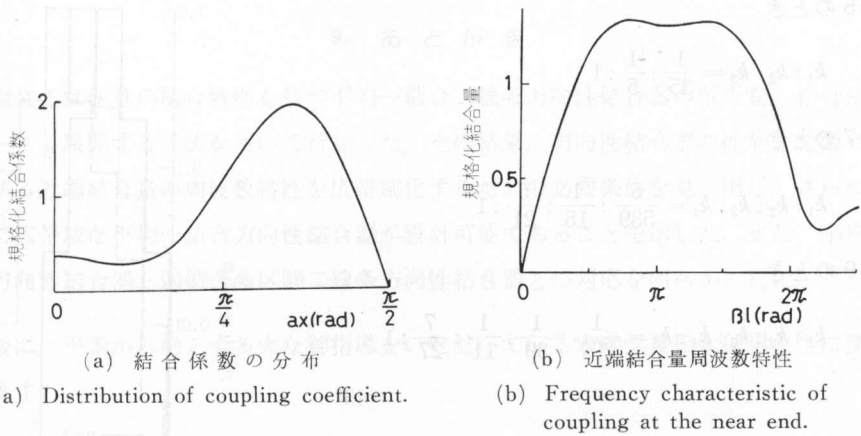
(II) 数値例 (2)…… $al=\pi/2$ の場合

ここでは $k=K_u$ の場合の数値例を示す。 $nl=j3\pi/4, j5\pi/4$ における近端結合量の絶対値が等しいとし、相対位相を変化させ、平坦な周波数特性を与える結合係数を選ぶと

$$k_1:k_3:k_5=1:-1.12548:0.51507 \quad (44)$$

このときの規格化結合係数 (k/k_1) および規格化近端結合量 ($|\tilde{X}^{(i)}/k_1|$) を図 6 に示す。

以上のように数値例を示すことにより広帯域な不均一結合二線条方向性結合器が設計可能であることを明らかにした。なお、近端結合量の表現式において項数を多くとったときには部分分数の総和が零点を持つ場合がある。そのときには、所期の帯域内から零点を除く必要があり、設計上留意すべき点である。(付録 B)

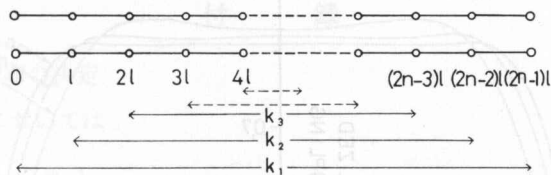
図6 数値例2 ($al=\pi/2$)Fig. 6. Numerical Example 2 ($al=\pi/2$)

8. 弱結合多区間二線条方向性結合器との対応

本論文で解析してきた不均一結合二線条方向性結合器と弱結合多区間二線条方向性結合器との対応を考察する。簡単のため、対称形の場合を取り扱う。弱い結合を仮定するゆえ、第3節の結果より n 区間 (n : odd) の方向性結合器について近端結合量 ($X^{(n)}$) を求めると

$$\begin{aligned}
 X^{(n)} &= \sum_{m=0}^{\frac{n-1}{2}} \int_{ml}^{(n-m)l} \gamma k_{m+1} e^{-2\gamma x} dx \\
 &= j \sum_{m=0}^{\frac{n-1}{2}} k_{m+1} \sin \left[(n-2m) \beta l \right] \cdot e^{-jn\beta l}
 \end{aligned} \quad (45)$$

ただし、 k_{m+1} は $(m+1)$ 番目の区間の結合係数である。(図7)

図7 多区間 $(2n-1)$ 二線条方向性結合器Fig. 7. Multi-element $(2n-1)$ transmission-line directional coupler.

弱結合多区間二線条方向性結合器の区間数を無限に多く取ったときの極限が不均一結合方向性結合器と考えられる。また、区間数と結合分布の空間高調波の次数とがほぼ対応していることが近端結合量の表現式(45)からわかる。

近端結合量周波数特性の平坦な領域を、例えば $\beta l = 45^\circ \sim 135^\circ$ とすると、結合係数を次のように選ぶ。(付録C)

$n=5$ のとき

$$k_1:k_2:k_3=\frac{1}{35}:\frac{1}{5}:1$$

$n=7$ のとき

$$k_1:k_2:k_3:k_4=\frac{5}{539}:\frac{1}{15}:\frac{5}{21}:1$$

$n=9$ のとき

$$k_1:k_2:k_3:k_4:k_5=\frac{1}{297}:\frac{1}{39}:\frac{1}{11}:\frac{7}{27}:1 \tag{46}$$

結合係数の分布、近端結合量の周波数特性を図8、図9に示す。区間数 n を大としたときには、結合係数の分布の極限は不均一結合の場合に漸近する。以上に述べた対応から次のことが言える。すなわち、不均一結合二線条方向性結合器にはある長さに対して結合分布の変化の空間高調波の次数を多くとると結合量周波数特性の帯域幅を広くとれる利点がある。従って適当な長さをとれば大型化および広帯域化できる可能性を持つ。

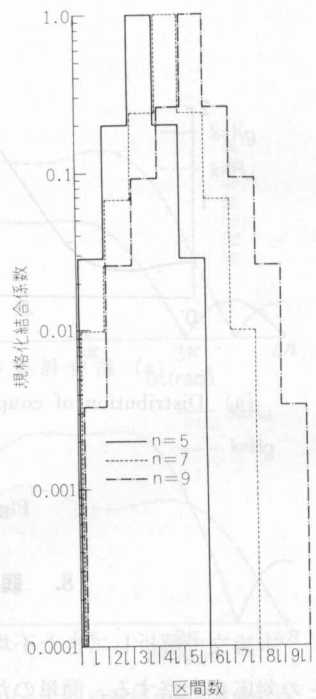


図8 弱結合多区間二線条方向性結合器の規格化結合係数

Fig. 8. Normalized coupling coefficient of weakly coupled multi-element transmission-line directional coupler.

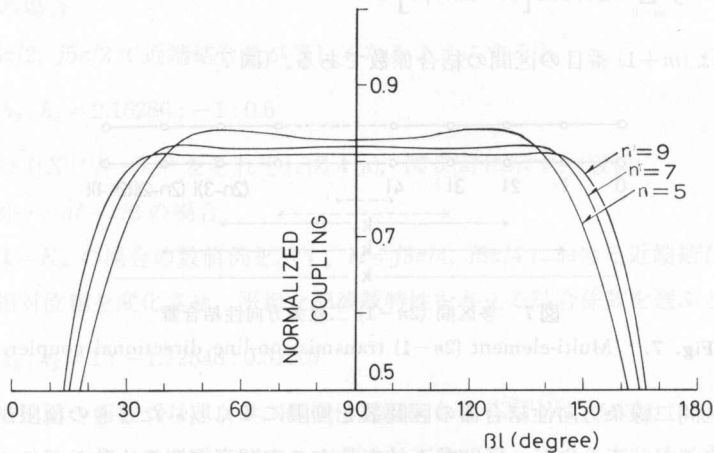


図9 弱結合多区間二線条方向性結合器の近端結合量周波数特性

Fig. 9. Frequency characteristics of coupling at the near end of weakly coupled multi-element transmission-line directional coupler.

9. あとがき

本論文では任意の結合特性を持つ不均一結合二線条方向性結合器の解析を、結合係数の分布をフーリエ展開する手法を用いて行なった。その結果、方向性結合器の性能を特徴づける物理量である近端結合量の周波数特性を広帯域化するための必要条件を見出し、さらに数値例によって広帯域な不均一結合方向性結合器が設計可能であることを示した。また、不均一結合二線条方向性結合器と弱結合多区間二線条方向性結合器との対応を明らかにした。

最後に、平素から絶えず多大な御指導をいただいている本学学長松本秋男先生に深く感謝いたします。

文 献

- 1) W. E. Caswell and R. F. Schwartz: "The directional coupler-1966", IEEE Trans., **MTT-15**, pp. 120-123 (1967).
- 2) 例えば, E. G. Cristal and L. Young: "Theory and tables of optimum symmetrical TEM-mode coupled-transmission-line directional couplers", IEEE Trans., **MTT-13**, pp. 544-556 (1965).
- R. Levy: "General synthesis of asymmetric multi-element coupled-transmission-line directional couplers," IEEE Trans., **MTT-11**, pp. 226-237 (1963).
- 3) 山本・阿座上・板倉: "不均一結合線路とその応用", 信学誌 **50**, 6, pp. 1037-1044 (昭42-6).
- 4) W. L. Firestone: "Analysis of Transmission Line Directional Couplers", Proc. IRE **42**, pp. 1529-1538 (1954).
- 5) A. Matsumoto (editor): "Microwave Filters and Circuits", p. 225, Academic Press, New York, 1970.
- 6) 松本秋男: "パルス形成回路 (其の一)", 応電彙報 **9** 巻4号 pp. 147-173 (1957).
- 7) 松本秋男: "パルス形成回路 (其の二)", 応電彙報 **10** 巻1, 2号 pp. 11-33 (1958).

付 録

A) $k=K_0$ の場合の分布の決定

式(17)で $\alpha = \frac{\pi}{2}$ においては

$$k\left(\frac{\pi}{2}\right) = k_0 - k_2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} = k_0 - k_2 \times \infty \quad (\text{A-1})$$

となるから物理的にも妥当と思われる有限な展開項係数の存在を仮定すれば $\alpha = 0 \sim \pi$ で k が正数であるためには $k_2 < 0$ となる必要がある。 k_0 と k_2 とは異符号であるべきであったから $k_0 > 0$ となる。

$\alpha = 0$ では

$$k(0) = k_0 + k_2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{p} = k_0 + k_2 \log_e 2 \quad (\text{A-2})$$

$k(0) \geq 0$ であればよいが $k(0)=0$ としても一般性は失なわれない。よって

$$k_0 = -k_2 \log_e 2 \quad (\text{A-3})$$

と選ぶと結合係数は

$$\begin{aligned} k = k(\alpha) &= -2k_2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1}}{p} \sin^2 p\alpha \\ &= k_2 \log_e |\cos \alpha| \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

B) 第7節で設計上留意すべき点を述べたが、ここではその具体例を述べる。結合係数が $k=K_u$ および $k=H_g$ で表わされる場合について考える。

(a) $k=K_u$ の場合

この場合の必要な結合係数の分布は矩形波形である。すなわち

$$k = \begin{cases} \pi k_1/4 & (0 \leq ax \leq \pi/2) \\ -\pi k_1/4 & (\pi/2 \leq ax \leq \pi) \end{cases} \quad (\text{B-1})$$

この矩形波の結合係数に対して近端結合量は次式で与えられる。

$$X^{(ii)} e^{rt} = \frac{\pi k_1}{4} (\cosh(\gamma l) - 1) \quad (\text{B-2})$$

$X^{(ii)} e^{rt}$ の値は $\beta l = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \dots$ で一定な値 $-\frac{\pi k_1}{4}$ を持つが、他の点では値が一定でなく $-\frac{\pi k_1}{2}$ と 0 との間を往復する波形となり、平坦な周波数特性が得られない。 k の展開項数を多くとるときは所期の帯域内にこのようなことがないように $X^{(ii)} e^{rt}$ の周波数特性に留意する必要がある。

(b) $k=H_g$ の場合

この場合の必要な結合係数の分布は鋸歯状波形である。すなわち

$$k = \begin{cases} h_2 ax & (0 \leq ax \leq \frac{\pi}{2}) \\ h_2 ax - \pi & (\frac{\pi}{2} \leq ax \leq \pi) \end{cases} \quad (\text{B-3})$$

近端結合量は

$$X^{(iii)} e^{rt} = \frac{h_2 \pi}{2} \left\{ \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} - 1 \right\} \quad (\text{B-4})$$

$X^{(iii)} e^{rt}$ の値は $\beta l = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ で一定な値 $\left(-\frac{h_2 \pi}{2}\right)$ となるが、その中間の点 $\beta l = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \dots$ では $h_2\left(1 - \frac{\pi}{2}\right), h_2\left(-\frac{1}{3} - \frac{\pi}{2}\right), h_2\left(\frac{1}{5} - \frac{\pi}{2}\right), \dots$ となって目的に合わない。この場合も項数を多くとるときには $X^{(iii)} e^{rt}$ の周波数特性に留意する必要がある。

C) 奇数次高調波の重畳による矩形波形の近似^{(6),(7)}

奇数次高調波を重畳することにより矩形波を得ることを考える。完全な矩形波では収束が遅いので中央部のみ平坦な図 C-1 のような波形を得るものとする。

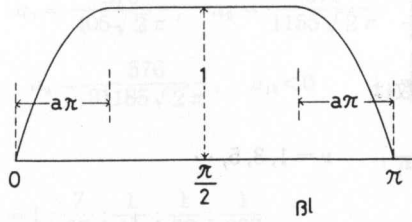


図 C-1 奇数次高調波の重畳によって得られるべき矩形波形

Fig. C-1. Quasi-rectangular wave which must be composed of odd harmonics.

(1) 立上り，立下りが正弦波状の場合

$$\left. \begin{aligned} \text{(a)} \quad \beta l = 0 \sim a\pi \quad \text{では} \quad F(\beta l) &= \sin\left(\frac{\beta l}{2a}\right) \\ \text{(b)} \quad \beta l = a\pi \sim (1-a)\pi \quad \text{では} \quad F(\beta l) &= 1 \\ \text{(c)} \quad \beta l = (1-a)\pi \sim \pi \quad \text{では} \quad F(\beta l) &= \sin\left(\frac{\pi - \beta l}{2a}\right) \end{aligned} \right\} \quad \text{(C-1)}$$

この $F(\beta l)$ をフーリエ級数に展開すれば奇数次正弦項のみが得られ，その係数は

$$a_\nu = \frac{4 \cos a\nu\pi}{\nu\pi(1-4a^2\nu^2)}, \quad \nu = 1, 3, 5, \dots \quad \text{(C-2)}$$

この式で与えられる a_ν は $a\nu$ が 0 から $\frac{3}{2}$ までは正となるが， $a\nu$ が $\frac{3}{2}$ から $\frac{5}{2}$ までの間では負となる。 a_ν の正の第一の範囲の ν だけをとり，近似に偏差を生じる。ここでは二線条方向性結合器の近端結合量の周波数特性を近似することを考えているため，フーリエ級数項の係数は正なるものを選ぶ。

$a = \frac{1}{4}$ とするとこのときは平坦域が $\beta l = 45^\circ \sim 135^\circ$ で a_ν は次式で与えられる。

$$a_1 = \frac{16}{3\sqrt{2}\pi}, \quad a_3 = \frac{16}{15\sqrt{2}\pi}, \quad a_5 = \frac{16}{105\sqrt{2}\pi}, \quad a_7 < 0 \quad \text{(C-3)}$$

従って

$$a_1 : a_3 : a_5 = 1 : \frac{1}{5} : \frac{1}{35} \quad \text{(C-5)}$$

(2) 立上り，立下りに 1 次式と正弦波との合成を用いる場合

$$\left. \begin{aligned} \text{(a)} \quad \beta l = 0 \sim a\pi \quad \text{では} \quad F(\beta l) &= c_1\beta l + d_1 \sin\left(\frac{\beta l}{a}\right) \\ \text{(b)} \quad \beta l = a\pi \sim (1-a)\pi \quad \text{では} \quad F(\beta l) &= 1 \\ \text{(c)} \quad \beta l = (1-a)\pi \sim \pi \quad \text{では} \quad F(\beta l) &= c_1(\pi - \beta l) + d_1 \sin\left(\frac{\pi - \beta l}{a}\right) \end{aligned} \right\} \quad \text{(C-5)}$$

c_1, d_1 は $\beta l = a\pi$ で $F(\beta l) = 1, F'(\beta l) = 0$ となるように決めるものとする

$$c_1 = \frac{1}{a\pi}, \quad d_1 = \frac{1}{\pi} \quad (C-6)$$

$F(\beta l)$ のフーリエ級数項の係数は

$$a_\nu = \frac{4 \sin a\nu\pi}{a\nu^2\pi^2(1-a^2\nu^2)}, \quad \nu = 1, 3, 5, \dots \quad (C-7)$$

a_ν を正にするには ν は $\frac{2}{a}$ を越えてはならない。 $a = \frac{1}{4}$ とすると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{256}{15\sqrt{2}\pi^2}, & a_3 &= \frac{256}{63\sqrt{2}\pi^2}, & a_5 &= \frac{256}{225\sqrt{2}\pi^2} \\ a_7 &= \frac{256}{1617\sqrt{2}\pi^2}, & a_9 &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (C-8)$$

従って

$$a_1 : a_3 : a_5 : a_7 = 1 : \frac{5}{21} : \frac{1}{15} : \frac{5}{539} \quad (C-9)$$

(3) 立上り、立下りに頂上が maximally flat なフーリエ級数を用いる場合

(a) $\beta l = 0 \sim a\pi$ では

$$F_n(\beta l) = \frac{\sin\left(\frac{\beta l}{2a}\right) + b_3 \sin\left(\frac{3\beta l}{2a}\right) + b_5 \sin\left(\frac{5\beta l}{2a}\right) + \dots + (n+1) \text{項}}{1 - b_3 + b_5 - \dots (n+1) \text{項}} \quad (C-10)$$

(b) $\beta l = a\pi \sim (1-a)\pi$ では $F_n(\beta l) = 1$

(c) $\beta l = (1-a)\pi \sim \pi$ では $F_n(\beta l) = F_n(\pi - \beta l)$

ただし

$$b_{2m-1} = \frac{1}{2m-1} \frac{n!(n+1)!}{(n-m+1)!(n+m)!} \quad (C-11)$$

よって a_ν は次式で与えられる。

$$a_\nu = \frac{4 \cos a\nu\pi}{\nu\pi(1-4a^2\nu^2) \left(1 - \frac{4}{9}a^2\nu^2\right) \dots \left(1 - \frac{4a^2\nu^2}{(2n+1)^2}\right)} \quad (C-12)$$

$n=1$ とすると $b_3 = \frac{1}{9}$ となり ($\beta l = a\pi$ において $F_1''' = 0$)

$$F_1(\beta l) = \frac{9}{8} \sin\left(\frac{\beta l}{2a}\right) + \frac{1}{8} \sin\left(\frac{3\beta l}{2a}\right) \quad (C-13)$$

$$a_\nu = \frac{4 \cos a\nu\pi}{\nu\pi(1-4a^2\nu^2) \left(1 - \frac{4}{9}a^2\nu^2\right)} \quad \nu = 1, 3, 5, \dots \quad (C-14)$$

a_ν を正にするには $\nu = 1 \sim \frac{5}{2a}$ までしかとれない。 $a = \frac{1}{4}$ とすると

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{576}{105\sqrt{2}\pi}, & a_3 &= \frac{576}{405\sqrt{2}\pi}, & a_5 &= \frac{576}{1155\sqrt{2}\pi} \\ a_7 &= \frac{576}{4095\sqrt{2}\pi}, & a_9 &= \frac{576}{31185\sqrt{2}\pi}, & a_{11} &< 0 \end{aligned} \right\} \text{二区間} \quad (\text{C-15})$$

よって

$$a_1 : a_3 : a_5 : a_7 : a_9 = 1 : \frac{7}{27} : \frac{1}{11} : \frac{1}{39} : \frac{1}{297} \quad (\text{C-16})$$

近似域内の偏差は捨てた項で与えられ、 $|a_{11}|$ は a_1 の約 0.1%， $|a_{13}|$ は a_1 の約 0.04%，…であるから、偏差の実効値は 0.095% と評価される。

Compensation of the Simple-loop Hybrid Ring of Two Sections in Cascade

by Toshihiko MATSUMISHI, Kazuhiko ARIYU
and Yōji SUGIMOTO

The simple-loop hybrid ring used in the microwave frequency band is generally employed in cascade of two sections. There are various methods to improve the characteristics of this circuit. One of them is connecting two simple-loop hybrid rings, of which unit section is symmetrical or unsymmetrical, in cascade. By adding a resistance element to a terminal resistance and diagonalizing an input admittance matrix, better hybrid characteristics are achieved.

1. まえがき

マイクロ波帯用変復調器及びダイブレッタ等に使われている単純ループ・ハイブリッドは、二区間連続接続した構成で用いられている。

二区間連続接続回路には非対称形回路と対称形回路とがあり、伝送の中心周波数（以下、中心周波数）において重畳増幅することにより、 μ において完全結合、完全分離となることが知られている¹⁾。この二区間連続接続回路のハイブリッド動作特性を改善するのに、終端抵抗をインダクタンス素子と付加し、入力アドミタンス行列あるいは影響アドミタンス行列²⁾の対角化する方法が考えられているが、ここでは入力アドミタンス行列の対角化を論ずることにより補償を考えてみる。

2. 非対称形二区間連続接続回路の導出

図1は非対称形二区間連続接続回路であり、図のように入力ポート a_1, a_2 、出力ポート $b_1,$

¹⁾ 電子通信学会回路シンポジウム、理論研究会で発表済（1974年1月、東京）

²⁾ 京都工業大学電子工学科