

# スロットガイドを伝搬する表面静磁波\*

林 幸 成\*\*  
林 義 男\*\*  
北 沢 敏 秀\*\*\*  
鈴 木 道 雄\*\*\*

(昭和 49 年 9 月 30 日受理)

## Surface Magnetostatic Propagation through Slot Guide

by Yukinari HAYASHI, Yoshio HAYASHI, Toshihide KITAZAWA  
and Michio SUZUKI

We discuss the propagation characteristics of the surface magnetostatic wave in a transversely magnetized YIG slab with a slot in a metal plate placed against one of the faces. The dispersion relations are calculated numerically and so nonreciprocal propagation is observed. The variations of the dispersion characteristics in relation to the slot width are also explained.

### 1. ま え が き

磁化した YIG (イットリウム鉄ガーネット) 中を伝搬する静磁波はその速度が数 km/sec 程度であるので、この波を利用すれば超小型の遅延回路が構成できる。特に、片面に金属膜を加えた YIG スラブを伝搬する表面静磁波は、非可逆性があり、各種マイクロ波回路への応用が有望視されている。

電磁波を表面静磁波に変換する方法としては、通常、図 1 に示すようにアンテナ励振を行なうことが多いが、変換損失が 20~30 db にも達している<sup>1)</sup>。変換を効率良く行なう一つの方法として、誘電体を装荷した導波管によって YIG スラブを励振する方法が提案されており、これにより 3~4 GHz 帯で変換損失を 2.5 db 以下に抑えることができる<sup>2)</sup>。別の方法として、図 2 に示すように、誘電体基板のスロットガイドの一部に YIG を挿入して、誘電体基板のスロットガイドを伝搬する電磁波でスロットを設けた YIG スラブを励振する方法が考えられる。文献 2) の実験結果によると、誘電体を装荷した導波管内を伝搬する電磁波の位相定数と、YIG スラブを伝搬する表面静磁波の位相定数との間に大きな相違がない場合に交換効率が高くなってい

\* 昭和 49 年度電子通信学会全国大会で一部発表 (1974. 7)

\*\* 北見工業大学電子工学科

\*\*\* 北海道大学工学部電子工学科

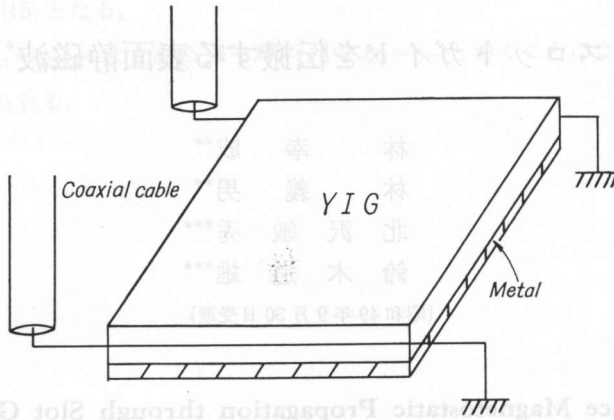


図 1 表面静磁波の励振

Fig. 1. Excitation of Surface magnetostatic wave

る。したがって、本稿で提案するスロットガイドについても、誘電率、基板の高さ、スロット幅などのパラメータを適当な値に選ぶことにより変換効率を高め得ることが期待できる。さらに、YIG を基板とするスロットガイドは、誘電体基板の通常のマイクロ波集積回路の一部に装荷することができるので、回路全体をコンパクトに構成できるという長所もっている。

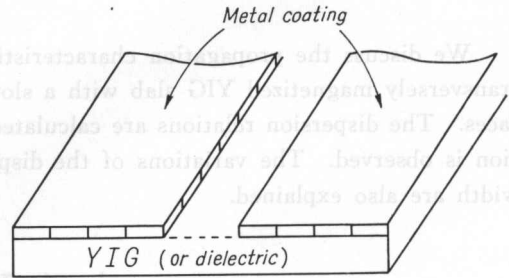


図 2 スロットガイド

Fig. 2. Slot guide

以上の考察についての実験的検討は現在準備中であり、その結果は別の機会に報告するとして、ここでは、YIG スラブの片面に加えた金属膜にスロットを設けることにより表面静磁波の伝搬特性がどのように変化するかについての理論的検討を行なった。YIG スラブの片面に一樣に金属膜がある場合と同様に、スロットを設けた場合にも、FA モード (ferrite-air mode) と FM モード (ferrite-metal mode) が存在し非可逆性作用があることが示されている。

## 2. 決定方程式

本節では、磁化した YIG を基板とするスロットガイドを伝搬する表面静磁波の伝搬定数を求める決定方程式を誘導し、若干の数値例を与えて、スロットの存在により伝搬速度がどの程度変化するかについての考察を行なっている。

図 3 に本稿で解析するスロットガイドの構造を示す。側面の電気壁は解析を容易にするために仮に設けたもので、その影響が無視できるように、幅  $s$  はスロットの間隙幅  $w$  に比べて十分大きく選んでおく。また、 $H_0$  は  $z$  軸方向に印加する直流磁界を示している。磁化した YIG

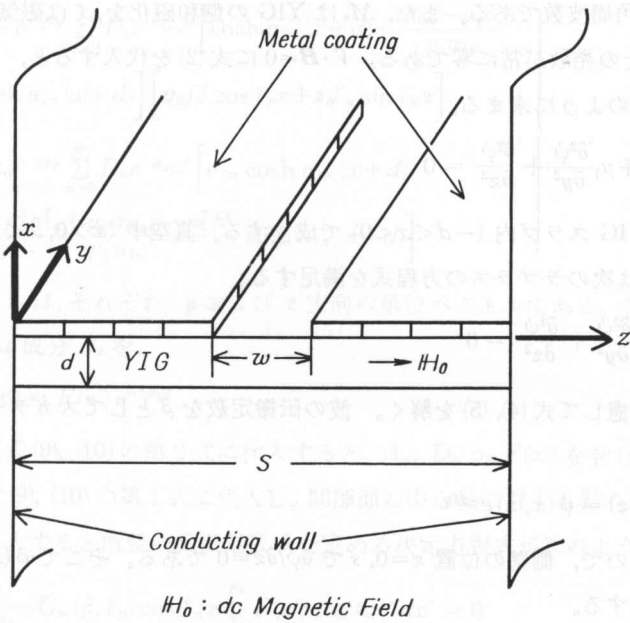


図 3 本稿で検討するスロットガイド

Fig. 3. Geometry of the slot line under investigation.

は磁気共鳴磁界以下のところで負の透磁率をもち、その領域内で適当な条件を与えると電界のエネルギーがほとんどなくなり、いわゆる静磁モードが生じる。与えられた問題に対して静磁モードが生じる条件を求めるには、逆に、マックスウェルの方程式で電界を零とおき境界値問題として解を求めればよい<sup>3)</sup>。 $\mathbf{E}=0$ とおくと $\nabla \times \mathbf{H}=0$ となるので、 $\mathbf{H}$ は任意のスカラー関数 $\psi$ を用いて次式のように表わすことができる。

$$\mathbf{H} = \nabla \psi \tag{1}$$

磁束  $\mathbf{B}$  は  $\hat{\mu} \cdot \mathbf{H}$  に等しいから、

$$\mathbf{B} = \hat{\mu} \cdot \nabla \psi \tag{2}$$

で与えられる。ただし、 $\hat{\mu}$  は dyadic 透磁率を表わし、 $z$  方向に磁化した YIG 中では次式で与えられる。

$$\hat{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_1 & -j\mu_2 & 0 \\ j\mu_2 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$\mu_0$ : 真空中の透磁率

$$\mu_1 = \left[ \Omega^2 - \Omega_H(\Omega_H + 1) \right] / (\Omega^2 - \Omega_H^2), \quad \mu_2 = \Omega / (\Omega^2 - \Omega_H^2)$$

$$\Omega = \omega / \omega_M, \quad \Omega_H = \omega_c / \omega_M$$

$$\omega_M = -\gamma M_s / \mu_0, \quad \omega_c = -\gamma H_0$$

ここに、 $\omega$  は使用角周波数である。また、 $M_s$  は YIG の飽和磁化を、 $\gamma$  は磁気回転比を表わしている。磁束  $\mathbf{B}$  はその発散が常に零である。 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  に式 (2) を代入すると、スカラー関数  $\phi$  が満たす関係式が次のように求まる。

$$\mu_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \tag{4}$$

上式は磁化した YIG スラブ内 ( $-d < x < 0$ ) で成立する。真空中 ( $x > 0, x < -d$ ) では、 $\mu_1$  は 1 に等しいから、 $\phi$  は次のラプラスの方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \tag{5}$$

次に境界条件を考慮して式 (4), (5) を解く。波の伝搬定数を  $\beta$  としてスカラー関数  $\phi$  を次式のようにおく。

$$\phi(x, y, z) = \phi(x, z) e^{-j\beta y} \tag{6}$$

$H_z = \partial\phi/\partial z$  であるので、側壁の位置  $z=0, s$  で  $\partial\phi/\partial z=0$  である。そこで  $\phi(x, z)$  を次のようにフーリエ級数展開する。

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{\phi}_n(x) \cos \gamma_n z \\ \bar{\phi}_n(x) &= \frac{\eta_n}{s} \int_0^s \phi(x, z) \cos \gamma_n z dz \\ \gamma_n &= \frac{n\pi}{s}, \quad \eta_n = \begin{cases} 2 & (n=0) \\ 1 & (n \geq 1) \end{cases} \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

式 (5)~(7) から  $\bar{\phi}_n(x)$  の満たす微分方程式を求め、これを  $x$  の各領域について解くと次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\phi}_n &= A_n e^{-\alpha_{0n} x} & (x \geq 0) \\ \bar{\phi}_n &= B_n e^{-\alpha_{1n} x} + C_n e^{\alpha_{1n} x} & (0 \geq x > -d) \\ \bar{\phi}_n &= D_n e^{\alpha_{0n} x} & (x < -d) \\ \alpha_{0n}^2 &= \beta^2 + \gamma_n^2 & \alpha_{1n}^2 = \beta^2 + \gamma_n^2 / \mu_1 \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

ただし、 $A_n \dots D_n$  は境界面 ( $x=0, x=-d$ ) における界の連続性から定まる積分定数である。式 (6)~(8) 及び式 (1), (2) を用いて  $x$  の各領域における磁界を求め、さらに  $x=-d$  面で界の連続条件を適用すると、 $x \geq -d$  における磁界が次のように求まる。

$x \geq 0$  で

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_t &= e^{-j\beta y} \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-\alpha_{0n} x} \left[ \mathbf{y}_0 j \beta \cos \gamma_n z + \mathbf{z}_0 \gamma_n \sin \gamma_n z \right] \\ B_x &= -\mu_0 e^{-j\beta y} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{0n} A_n e^{-\alpha_{0n} x} \cos \gamma_n z \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

$0 \geq x \geq -d$  で

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_t &= -e^{-j\beta y} \sum_{n=0}^{\infty} D_n e^{-\alpha_n d} \left[ \cosh \alpha_{1n} (x+d) + \frac{\alpha_{0n} - \mu_2 \beta}{\mu_1 \alpha_{1n}} \right. \\ &\quad \left. \sinh \alpha_{1n} (x+d) \right] \left[ \mathbf{y}_0 j \beta \cos \gamma_n z + \mathbf{z}_0 \gamma_n \sin \gamma_n z \right] \\ B_x &= \mu_0 e^{-j\beta y} \sum_{n=0}^{\infty} D_n e^{-\alpha_n d} \left[ \alpha_{0n} \cosh \alpha_{1n} (x+d) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu_1^2 \alpha_{1n}^2 + \mu_2 \alpha_{0n} \beta - \mu_2^2 \beta^2}{\mu_1 \alpha_{1n}} \sinh \alpha_{1n} (x+d) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ただし、 $\mathbf{y}_0$  および  $\mathbf{z}_0$  は、それぞれ、 $y$  および  $z$  方向の単位ベクトルである。次に、間隙面 ( $x=0$ ) における磁束の  $x$  成分  $B_x$  を、

$$B_x(y', z') = F(z') e^{-\beta y'} \quad (11)$$

とおく。式(11)を式(9)、(10)の第2式に代入すると、 $A_n$ 、 $D_n$  か  $F(z')$  を含む積分方程式で与えられる。これを式(9)、(10)の第1式に代入し、間隙面の中心軸に対する界の対称性を考慮して、磁界の連続性を導入すると所要の伝搬定数  $\beta$  を定める決定方程式が次のように求まる。

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\eta_n \alpha_{0n}} G_n(\beta, \gamma_n) \cos \gamma_n z \int_0^s F(z') \cos \gamma_n z' dz' = 0 \quad (12)$$

$$G_n(\beta, \gamma_n) = 1 + \frac{\mu_1 \alpha_{0n} \alpha_{1n} + \alpha_{0n} (\alpha_{0n} + \mu_2 \beta) \tanh \alpha_{1n} d}{\mu_1 \alpha_{0n} \alpha_{1n} + (\mu_1^2 \alpha_{1n}^2 - \mu_2 \alpha_{0n} \beta - \mu_2^2 \beta^2) \tanh \alpha_{1n} d}$$

ただし、式(12)は間隙面  $s/2 - w/2 \leq z \leq s/2 + w/2$  で成り立つ。式(12)から  $\beta$  を求めるには種々の数値解析法が考えられるが、ここでは計算が容易で、かつ比較的精度良く解が求まる方法として知られている文献(4)の数値計算法を採用する。すなわち、式(12)と  $F(z)$  との内積をとり、未知の分布関数  $F(z)$  に対して適当な関数形を選び数値計算により  $\beta$  を見出す方法である。 $F(z)$  として、

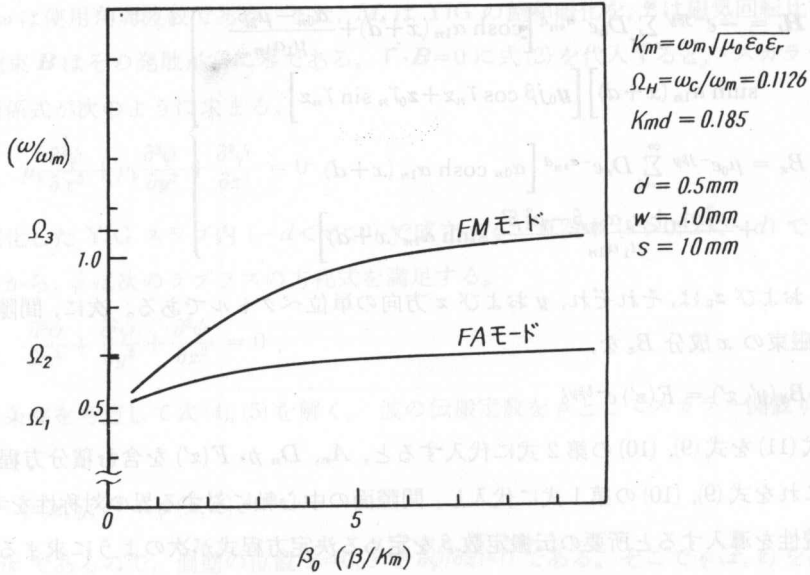
$$F(z) = \begin{cases} F_0 \left[ 1 - \left( \frac{2z-s}{w} \right)^2 \right]^{-1/2} & \left( \frac{s}{2} - \frac{w}{2} \leq z \leq \frac{s}{2} + \frac{w}{2} \right) \\ 0 & \text{(その他)} \end{cases} \quad (13)$$

を仮定すると(付録参照)、この場合の決定方程式は次のようになる。

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\eta_n \alpha_{0n}} G_n(\beta, \gamma_n) \cos^2 \left( \frac{s \gamma_n}{2} \right) J_0^2 \left( \frac{w \gamma_n}{2} \right) = 0 \quad (14)$$

$J_0$ : 零次第一種ベッセル関数

式(14)から求めた結果を図4および図5に示す。図4から、金属膜にスロットを設けた場合にもFAモードとFMモードが存在し非可逆性作用があることがわかる。図5はスロット幅による解の変動を求めたものである。空気に接している部分にエネルギーが集中しているFAモードに対して、金属膜に接している部分にエネルギーが集中しているFMモードの方がスロットの存在による解の変動が激しいという当然の結果が表われている。なお、解は  $w/s=0.1$  に選んで求めているが、側壁の位置をこの程度にとればその影響が無視できることを確認している。



where  $\Omega_1 = \sqrt{\Omega_H(\Omega_H + 1)}$ ,  $\Omega_2 = \Omega_H + 0.5$ ,  $\Omega_3 = \Omega_H + 1.0$

図 4 分散特性  
Fig. 4. Dispersion Characteristics.

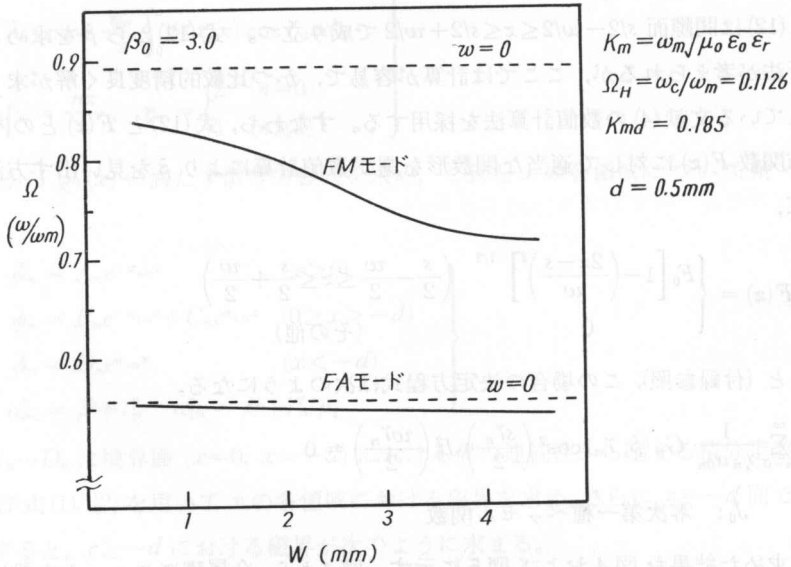


図 5 分散特性のスロット幅による変動  
Fig. 5. Variation of Dispersion characteristics with slot width.

### 3. む す び

磁化した YIG 内を伝搬する静磁波は電磁波に比べて速度が遅いのでこれを遅延線路に応用することが有望視されているが、励振方法、集積化等の問題が現在のところ未解決である。

これに対する一つの解答として本稿ではスロットガイドを用いる方法を提案した。本稿で取り扱った問題は YIG スラブの片面に加えた金属膜にスロットを設けたことによる分散特性の変動についてのみであり、実際に回路を構成する場合に生ずる励振点の変換損失についての検討は行なっていない。この問題は特に重要であり今後の研究課題としたい。また、本稿で用いた数値解析法は一種の停留表示形式で与えられた決定方程式から解を求める方法であるが、式(13)の代わりに一様分布を仮定すると1~8%程度の相違があった。試行関数の適否はパラメータの違いにより変わるのでこの点に関する検討も必要である。なお、数値計算は北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用した。

### 文 献

- 1) 小西良弘：“YIG 単結晶中の静磁波と磁気弾性波の伝搬”，NHK 技術研究，**23**, 1, p. 52 (昭46-01).
- 2) P. Young：“Efficient broadband excitation of the  $n=0$  surface magnetostatic waves in a YIG slab”，Electron Lett., 1968, 4, p. 566 (April 1968).
- 3) 小西良弘：“フェライトを用いた最近のマイクロ波回路技術”電子通信学会，p. 39-46 (昭47).
- 4) 北沢敏秀・藤木義矩・林 義男・鈴木道雄：“フェライト基板スロット線路の解析法”電子通信学会論文誌 (B)，**56-B**, 3, p. 93 (昭48-03).

### 付 録

$x=0$  面 (本文図3参照) には導体面を含むので、この面における境界条件を適用するには、電界の存在を考慮して、真値に近い解が求まるように適切な磁束分布関数  $F(z)$  を見い出さなければならない。自由空間中におかれたスロット面の電界分布は、静電近似を行なうと、等角写像法を適用することにより容易に

$$\mathbf{E} = z_0 E_0 [1 - (2z/w)^2]^{-1/2} \quad (\text{A}\cdot\text{1})$$

で表わされることがわかる。ただし、座標の中心をスロット面の中心に選び、 $z$  軸をスロット面を含み、かつ、スロット軸に垂直な方向に選んである。また、 $w$  はスロット幅である。式 (A・1) は静電近似を行なった場合の電界分布であるが、電磁界的に取り扱う場合にも式 (A・1) を試行関数に選んで充分満足できる解が求まることわかっている<sup>4)</sup>、ここでも電界分布は式 (A・1) で与えられるものと仮定するのが適当である。磁束  $\mathbf{B}$  は  $\nabla \times \mathbf{E}$  に比例するので  $\mathbf{B}$  の  $x$  成分  $B_x$  は、

$$B_x \propto \frac{\partial E}{\partial y} = j\beta E \quad (\text{A}\cdot\text{1})$$

となり、式 (A・1) を仮定した場合の磁束分布関数  $F(z)$  は座標軸を本文 図3のように選べば本文式 (13) で与えられる。

\* 日本化学会・日本分析化学会北海道支部1974年夏季研究発表会にて発表 (昭和49年7月23日)

\*\* 東京工業大学工業化学科