

# 二線条方向性結合器の影像パラメータ 理論による解析

柴田 孝次\*  
品田 雄治\*

(昭和49年9月30日受理)

## Analysis of a Two-Wire Line as a Hybrid Network by Image Parameter Theory

by Koji SHIBATA and Yuji SHINADA

First, the transmission characteristics of the directional couplers composed of a symmetrical two-wire line and an unsymmetrical one are considered by the image parameter theory. Secondly, by connecting suitable immittances to the input port for compensation, we obtained the optimum condition for the transmission characteristics to have linear phase, and clarified the realisable condition of a two-wire line in the application to the hybrid network.

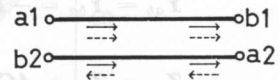
When we compared this analysis with one by the calculation of the input admittance, we concluded that the analysis in this paper is preferable in explaining the operation of a two-wire line directional coupler as the hybrid network.

### 1. ま え が き

二線条線路はハイブリッド回路として動作することが知られている<sup>1)</sup>。従来の取り扱い、入力アドミタンスの計算を基にしたものであるが、本論文では影像パラメータ理論を用いた解析を行なっている。すなわち、対称、非対称および補償を行なった二線条方向性結合器の影像パラメータを求める解析を基にして伝送特性を検討することにより、ハイブリッド回路としての動作をより明快に説明することができた。

### 2. 対称二線条方向性結合器

二線条方向性結合器を図1に示す。まず対称な二線条方向性結合器について考える。ここで対称とは特性アドミタンス行列の対角項が等しい ( $\gamma_{11} = \gamma_{22}$ ) もので、第3章における非対称とは  $\gamma_{11} \neq \gamma_{22}$  のものを意味する。従って特性アドミタンス行列、



→ 回路方程式における電流の向き  
→ 縦続行列における電流の向き

図1 二線条方向性結合器  
Fig. 1. Directional coupler  
made with a two-wire  
line.

\* 北見工業大学電子工学科

特性インピーダンス行列をそれぞれ次のように仮定する。

$$[\gamma] = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & -\gamma_{12} \\ -\gamma_{12} & \gamma_{11} \end{bmatrix}, \quad [\zeta] = \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} \\ \zeta_{12} & \zeta_{11} \end{bmatrix} = [\gamma]^{-1} \quad (1)$$

各ポートにおける電圧，電流間には次の関係が成立する。ただし， $c = \cosh(\beta l)$ ， $s = \sinh(\beta l)$ ， $\lambda = \tanh(\beta l)$  である。

$$\left. \begin{aligned} V_{a1} &= cV_{b1} + s(\zeta_{11}I_{b1} + \zeta_{12}I_{a2}) \\ V_{b2} &= cV_{a2} + s(\zeta_{12}I_{b1} + \zeta_{22}I_{a2}) \\ I_{a1} &= cI_{b1} + s(\gamma_{11}V_{b1} - \gamma_{12}V_{a2}) \\ I_{b2} &= cI_{a2} + s(-\gamma_{12}V_{b1} + \gamma_{11}V_{a2}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

従って式 (3) で定義される縦続行列 ( $F$ ) は式 (4) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \end{pmatrix} &= \mathbf{A} \begin{pmatrix} V_{b1} \\ V_{b2} \end{pmatrix} + \mathbf{B} \begin{pmatrix} I_{b1} \\ -I_{b2} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} I_{a1} \\ -I_{a2} \end{pmatrix} &= \mathbf{C} \begin{pmatrix} V_{b1} \\ V_{b2} \end{pmatrix} + \mathbf{D} \begin{pmatrix} I_{b1} \\ -I_{b2} \end{pmatrix} \\ \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} = \mathbf{D} &= \frac{1}{s^{-2}\gamma_{11}^2 - \lambda^{-2}\gamma_{12}^2} \begin{bmatrix} s^{-1}\lambda^{-1} \det \eta & -\gamma_{11}\gamma_{12} \\ -\gamma_{11}\gamma_{12} & s^{-1}\lambda^{-1} \det \eta \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \frac{1}{s^{-2}\gamma_{11}^2 - \lambda^{-2}\gamma_{12}^2} \begin{bmatrix} \gamma_{11}s^{-1} & -\gamma_{12}\lambda^{-1} \\ -\gamma_{12}\lambda^{-1} & \gamma_{11}s^{-1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \frac{\det \eta}{s^{-2}\gamma_{11}^2 - \lambda^{-2}\gamma_{12}^2} \begin{bmatrix} \gamma_{11}s^{-1} & -\gamma_{12}\lambda^{-1} \\ -\gamma_{12}\lambda^{-1} & \gamma_{11}s^{-1} \end{bmatrix} \\ \det \eta &= \gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

よってアドミタンス行列，インピーダンス行列はそれぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{aa} = \mathbf{Y}_{bb} = \mathbf{DB}^{-1} &= \begin{bmatrix} \lambda^{-1}\gamma_{11} & s^{-1}\gamma_{12} \\ s^{-1}\gamma_{12} & \lambda^{-1}\gamma_{11} \end{bmatrix} \\ \mathbf{Y}_{ab} = \mathbf{Y}_{ba} = -\mathbf{B}^{-1} &= -\begin{bmatrix} s^{-1}\gamma_{11} & \lambda^{-1}\gamma_{12} \\ \lambda^{-1}\gamma_{12} & s^{-1}\gamma_{11} \end{bmatrix} \\ \mathbf{Z}_{aa} = \mathbf{Z}_{bb} = \mathbf{AC}^{-1} &= \begin{bmatrix} \lambda^{-1}\zeta_{11} & s^{-1}\zeta_{12} \\ s^{-1}\zeta_{12} & \lambda^{-1}\zeta_{11} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

次に影像インピーダンス  $\mathbf{Z}_{0a}$ ，影像アドミタンス  $\mathbf{Y}_{0a}$  を求めると式 (6) より式 (7) となる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}_{0a}\mathbf{Y}_{aa}\mathbf{Z}_{0a} &= \mathbf{Z}_{aa} \\ \mathbf{Z}_{0a}\mathbf{Y}_{aa} &= (\mathbf{Z}_{aa}\mathbf{Y}_{aa})^{\frac{1}{2}}, \quad \mathbf{Y}_{0a} = \mathbf{Z}_{0a}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\mathbf{Z}_{0a} = \frac{1}{\sqrt{\det \eta}} \mathbf{I}_2, \quad \mathbf{Y}_{0a} = \sqrt{\det \eta} \mathbf{I}_2 \quad (7)$$

ただし  $\mathbf{I}_2$  は 2 行 2 列の単位行列である。

映像アドミタンスで終端すれば、式 (4), (7) より電圧伝送係数  $N$  および  $N^{-1}$  が求められて式 (8), (9) となる。

$$N = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{Y}_{0b} \quad (\mathbf{Y}_{0b} = \mathbf{Y}_{0a})$$

$$= \frac{s\gamma_{11} + c\sqrt{\det \gamma}}{\gamma_{11}^2 - c^2\gamma_{12}^2} \begin{bmatrix} \sqrt{\det \gamma} & -s\gamma_{12} \\ -s\gamma_{12} & \sqrt{\det \gamma} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$N^{-1} = \frac{1}{s\gamma_{11} + c\sqrt{\det \gamma}} \begin{bmatrix} \sqrt{\det \gamma} & s\gamma_{12} \\ s\gamma_{12} & \sqrt{\det \gamma} \end{bmatrix} \quad (9)$$

a1 入力するとき (a2 入力ときは b1, b2 出力が a1 入力の場合と逆になる。), b1, b2 出力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_{b1}}{V_{a1}} &= \frac{\sqrt{\det \gamma}}{s\gamma_{11} + c\sqrt{\det \gamma}} = \frac{\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-c_2k_2}} e^{-j\tan^{-1}\left\{\frac{\tan \beta l}{\sqrt{1-k^2}}\right\}} \\ \frac{V_{b2}}{V_{a1}} &= \frac{s\gamma_{12}}{s\gamma_{11} + c\sqrt{\det \gamma}} = \frac{k \sin \beta l}{\sqrt{1-c^2k^2}} e^{-j\left\{\frac{3}{2}\pi + \tan^{-1}\left[\frac{\tan \beta l}{\sqrt{1-k^2}}\right]\right\}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式 (10) より得た減衰特性, 位相特性を図 2 に示す。ただし,  $k$  は二線条線路の結合係数で

$$k = \frac{\gamma_{12}}{\gamma_{11}} \quad (11)$$

である。

以上の解析により, 映像インミタンスは周波数特性を持たず, 従ってこの映像インミタ

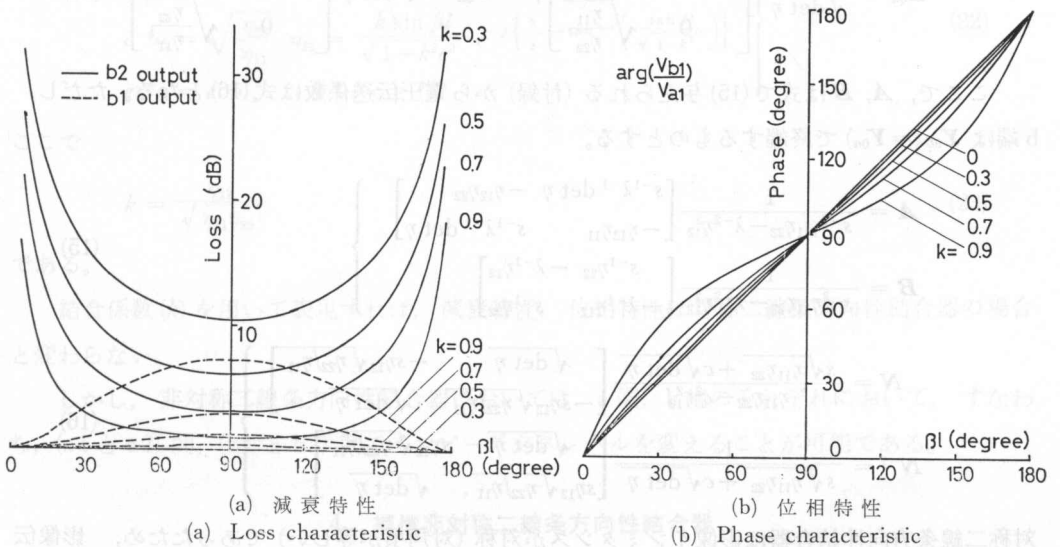


図 2 対称二線条方向性結合器の伝送特性

Fig. 2. Transmission characteristics of symmetrical directional coupler made with a two-wire line.

スで終端した場合には整合，分離が全周波数にわたって完全となることがわかる。

しかし，減衰特性に  $\sin(\beta l)$  なる係数を含むゆえ，電力配分比が周波数特性をもつ。このことは，電力合波回路，電力配分回路への応用において問題となる点である。

### 3. 非対称二線条方向性結合器

次に非対称の場合を取り扱う。特性インピーダンス行列，特性アドミタンス行列を次のように仮定する。

$$[\gamma] = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & -\gamma_{12} \\ -\gamma_{12} & \gamma_{22} \end{bmatrix}, \quad [\zeta] = \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} \\ \zeta_{12} & \zeta_{22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

アドミタンス行列，インピーダンス行列を求めると式(13)となる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{aa} &= \mathbf{Y}_{bb} = \begin{bmatrix} \lambda^{-1}\gamma_{11} & s^{-1}\gamma_{12} \\ s^{-1}\gamma_{12} & \lambda^{-1}\gamma_{22} \end{bmatrix} \\ \mathbf{Y}_{ab} &= \mathbf{Y}_{ba} = -\begin{bmatrix} s^{-1}\gamma_{11} & \lambda^{-1}\gamma_{12} \\ \lambda^{-1}\gamma_{12} & s^{-1}\gamma_{22} \end{bmatrix} \\ \mathbf{Z}_{aa} &= \mathbf{Z}_{bb} = \begin{bmatrix} \lambda^{-1}\zeta_{11} & s^{-1}\zeta_{12} \\ s^{-1}\zeta_{12} & \lambda^{-1}\zeta_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det \eta} \begin{bmatrix} \lambda^{-1}\gamma_{22} & s^{-1}\gamma_{12} \\ s^{-1}\gamma_{12} & \lambda^{-1}\gamma_{11} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

第2章における場合と同様にして影像インピーダンス ( $\mathbf{Z}_{0a}$ )，影像アドミタンス ( $\mathbf{Y}_{0a}$ ) を求めると式(14)となる。

$$\mathbf{Z}_{0a} = \frac{1}{\sqrt{\det \eta}} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\gamma_{22}}{\gamma_{11}}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\gamma_{11}}{\gamma_{22}}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_{0a} = \sqrt{\det \eta} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\gamma_{11}}{\gamma_{22}}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\gamma_{22}}{\gamma_{11}}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで， $\mathbf{A}$ ， $\mathbf{B}$  は式で(15)与えられる（付録）から電圧伝送係数は式(16)となる。ただし，b 端は  $\mathbf{Y}_{0b} (= \mathbf{Y}_{0a})$  で終端するものとする。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{1}{s^{-2}\gamma_{11}\gamma_{22} - \lambda^{-2}\gamma_{12}^2} \begin{bmatrix} s^{-1}\lambda^{-1}\det \eta & -\gamma_{12}\gamma_{22} \\ -\gamma_{12}\gamma_{11} & s^{-1}\lambda^{-1}\det \eta \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \frac{1}{s^{-2}\gamma_{11}\gamma_{22} - \lambda^{-2}\gamma_{12}^2} \begin{bmatrix} s^{-1}\gamma_{22} & -\lambda^{-1}\gamma_{12} \\ -\lambda^{-1}\gamma_{12} & s^{-1}\gamma_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{N} &= \frac{s\sqrt{\gamma_{11}\gamma_{22}} + c\sqrt{\det \eta}}{\gamma_{11}\gamma_{22} - c^2\gamma_{12}^2} \begin{bmatrix} \sqrt{\det \eta} & -s\gamma_{12}\sqrt{\gamma_{22}/\gamma_{11}} \\ -s\gamma_{12}\sqrt{\gamma_{22}/\gamma_{11}} & \sqrt{\det \eta} \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}^{-1} &= \frac{1}{s\sqrt{\gamma_{11}\gamma_{22}} + c\sqrt{\det \eta}} \begin{bmatrix} \sqrt{\det \eta} & s\gamma_{12}\sqrt{\gamma_{22}/\gamma_{11}} \\ s\gamma_{12}\sqrt{\gamma_{22}/\gamma_{11}} & \sqrt{\det \eta} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

対称二線条方向性結合器は影像インミタンスが対称（対角項が等しい）であったため，影像伝送量は電圧伝送係数から直接求められたが，非対称二線条方向性結合器においては影像伝送量は電圧伝送係数，電流伝送係数の双方から求められなければならない。

電圧伝送係数 ( $N$ )、電流伝送係数 ( $M$ ) の逆行列をそれぞれ  $n$ ,  $m$  とするとそれらの間には終端アドミタンスを  $Y_a$ ,  $Y_b$  として次の関係が成立する。

$$n = Y_b^{-1} m Y_a \quad (17)$$

終端アドミタンスとして映像アドミタンスを選ぶと

$$Y_b = Y_{0b} = Y_a = Y_{0a} = \sqrt{\det \gamma} \begin{bmatrix} \sqrt{\gamma_{11}/\gamma_{22}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\gamma_{22}/\gamma_{11}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

を用いて

$$m = \begin{bmatrix} n_{11} & (\gamma_{11}/\gamma_{22}) n_{12} \\ (\gamma_{22}/\gamma_{11}) n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

ただし、

$$n = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

である。

従って電力比行列 ( $P$ ) は式 (21) で与えられる。

$$P = \begin{bmatrix} n_{11}^2 & (\gamma_{11}/\gamma_{22}) n_{12}^2 \\ (\gamma_{22}/\gamma_{11}) n_{21}^2 & n_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-2\theta_{11}} & e^{-2\theta_{21}} \\ e^{-2\theta_{12}} & e^{-2\theta_{22}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

これより映像伝送量は式 (22) から求められる。

$$\left. \begin{aligned} e^{-\theta_{11}} &= n_{11} = \frac{\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2 c^2}} e^{-j \tan^{-1} \left( \frac{\tan \beta l}{\sqrt{1-k^2}} \right)} \\ e^{-\theta_{12}} &= \sqrt{\frac{\gamma_{22}}{\gamma_{11}}} n_{21} = \frac{k \sin \beta l}{\sqrt{1-k^2 c^2}} e^{-j \left\{ \frac{3}{2} \pi + \tan^{-1} \left( \frac{\tan \beta l}{\sqrt{1-k^2}} \right) \right\}} \\ e^{-\theta_{21}} &= e^{-\theta_{12}}, \quad e^{-\theta_{22}} = e^{-\theta_{11}} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここで

$$k = \frac{\gamma_{12}}{\sqrt{\gamma_{11} \gamma_{22}}} \quad (23)$$

である。

結合係数 ( $k$ ) を用いて表現すれば、減衰特性、位相特性は対称二線方向性結合器の場合と変わらない。

しかし、非対称二線方向性結合器においては、a 端、b 端のそれぞれにおいて、すなわち、(a1 と a2) 間、(b1 と b2) 間でインピーダンスレベルを変えることが可能である。

#### 4. 補償非対称二線方向性結合器

前章までにおいては、対称および非対称二線方向性結合器についてその伝送特性を述べた。本章ではさらに補償を行なった場合について映像パラメータ理論を用い、伝送特性の最適

化の必要条件, すなわち直線位相を得る条件を考察した。また, 二線条方向性結合器を送受信系に応用した場合の実現条件を明らかにした。

#### 4.1. 補償非対称二線条方向性結合器の影像アドミタンス

非対称二線条方向性結合器はその入出力部に等価的にリアクタンスを生じ, 従って  $\lambda^{-1}$  の項を補償して広帯域にできることが知られている<sup>1)</sup>。文献

1) では入力アドミタンスの取り扱いを基にした解析であるが, 本論文では任意の補償インミタンスを接続して, その補償回路と二線条方向性結合器から成る総合の回路の影像パラメータの取り扱いを基にしたものである。図3に補償非対称二線条方向性結合器を示す。図3における  $L$  および  $C$  は分布定数誘導および容量リアクタンスを表わすものとする。

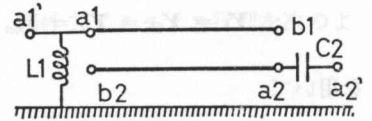


図3 補償を行なった二線条方向性結合器

Fig. 3. Compensated directional coupler made with a two-wire line.

まず, 非対称二線条方向性結合器の縦続行列 ( $F_0$ ) は式 (24) で与えられる。(第3章より)

$$F_0 = \frac{\det \eta}{\eta_{11}\eta_{22} - c^2\eta_{12}^2} \begin{bmatrix} c & -s^2\eta_{12}\zeta_{11} & s\zeta_{11} & -c s\zeta_{12} \\ -s^2\eta_{12}\zeta_{22} & c & -c s\zeta_{12} & s\zeta_{22} \\ s\eta_{11} & -c s\eta_{12} & c & -s^2\eta_{12}\zeta_{22} \\ -c s\eta_{12} & s\eta_{22} & -s^2\eta_{12}\zeta_{11} & c \end{bmatrix} \quad (24)$$

外部回路部分 (a 端の補償回路  $L_1$ ,  $C_2$ ) の縦続行列 ( $F_a$ ) は式 (25) で与えられる。

$$F_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \lambda^{-1}C_2^{-1} \\ \lambda^{-1}L_1^{-1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

総合回路の縦続行列 ( $F$ ) は式 (24), (25) より式 (26) となる。

$$F = F_a F_0 = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] \quad (26)$$

$$A = K \left[ \begin{array}{c|c} c & -s^2\eta_{12}\zeta_{11} \\ \hline -s^2\eta_{12}\zeta_{22} - c^2 \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \eta_{12} \frac{\alpha}{\sqrt{\det \eta}} & c \left( 1 + \frac{\alpha \sqrt{\eta_{11}\eta_{22}}}{\sqrt{\det \eta}} \right) \end{array} \right]$$

$$= D'$$

$$B = K \left[ \begin{array}{c|c} -s\zeta_{11} & -c s\zeta_{12} \\ \hline -c s\zeta_{12} \left( 1 + \frac{\alpha \sqrt{\eta_{11}\eta_{12}}}{\sqrt{\det \eta}} \right) & s\zeta_{22} + \frac{c^2}{s} \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \frac{\alpha}{\sqrt{\det \eta}} \end{array} \right]$$

$$C = \det \eta B'$$

ここで'は転置行列をとることを意味する。また  $K$ ,  $L_1$ ,  $C_2$  は式 (27) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{\det \eta}{\eta_{11}\eta_{22} - C^2\eta_{12}^2} \\ L_1^{-1} &= \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \sqrt{\det \eta} \cdot \alpha, \quad C_2^{-1} = \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \frac{1}{\sqrt{\det \eta}} \cdot \alpha \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式(27)において $\alpha$ を除いたものが補償がないときの影像インミタンスである。

対角化された負荷を用いるから影像アドミタンス行列は対角化されねばならない。その条件は

$$Y_{0a} = \begin{bmatrix} Y_{a1} & 0 \\ 0 & Y_{a2} \end{bmatrix}, \quad Y_{0b} = \begin{bmatrix} Y_{b1} & 0 \\ 0 & Y_{b2} \end{bmatrix} \quad (28)$$

とおくと、これらは次式を満足する必要がある。

$$Y_{0a}A = DY_{0a}, \quad Y_{0a}B = CZ_{0b}, \quad Z_{0b} = Y_{0b}^{-1} \quad (29)$$

従って

$$\begin{aligned} A &= [A_{ij}], \quad B = [B_{ij}], \quad C = [C_{ij}], \quad D = [D_{ij}] \\ (i &= 1, 2; j = 1, 2) \end{aligned} \quad (30)$$

において条件式(31)が得られる。

$$\frac{A_{21}A_{12}}{A_{11}A_{22}} = \frac{D_{21}D_{12}}{D_{11}D_{22}}, \quad \frac{B_{12}B_{21}}{B_{11}B_{22}} = \frac{C_{12}C_{21}}{C_{11}C_{22}} \quad (31)$$

式(31)は影像アドミタンス行列が対角行列となる条件であるわけだが、式(26)はこの条件を満足している。影像アドミタンス行列の要素は式(32)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{a1} &= \sqrt{\frac{C_{11}D_{11}}{B_{11}A_{11}}}, & Y_{b1} &= \sqrt{\frac{C_{11}A_{11}}{B_{11}D_{11}}} \\ Y_{a2} &= \sqrt{\frac{C_{22}D_{22}}{B_{22}A_{22}}}, & Y_{b2} &= \sqrt{\frac{C_{22}A_{22}}{B_{22}D_{22}}} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

従って

$$x = \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}}, \quad y = \sqrt{\det \eta}, \quad z = \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-k^2}}}, \quad u = \sqrt{1 + \lambda^{-2}\alpha \sqrt{1-k^2}} \quad (33)$$

において式(32)は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{a1} &= xyz u, & Y_{b1} &= xy \frac{u}{z} \\ Y_{a2} &= \frac{y}{x} \frac{1}{zu}, & Y_{b2} &= \frac{y}{x} \frac{z}{u} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

#### 4.2. 補償非対称二線条方向性結合器の影像伝送量およびその直線位相条件

本節では前節において得られた影像アドミタンスで終端した二線条方向性結合器の影像伝送量が直線位相を持つ条件を考察する。

電圧伝送係数( $N$ )は式(35)で与えられる。

$$\mathbf{N} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{Y}_b \quad (35)$$

ここで  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  は式 (26) より,  $\mathbf{Y}_b$  は式 (34) より得られる。

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \quad (36)$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned} N_{11} &= K \left\{ c + s \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \frac{u}{z} \right\} \\ N_{22} &= z^2 N_{11} \\ N_{12} &= -s\gamma_{12} \frac{1}{xy} \frac{z}{u} N_{11} \\ N_{21} &= -s\gamma_{12} \frac{x}{y} zu, \quad N_{11} = x^2 u^2 N_{12} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

となる。

$$\mathbf{N}^{-1} = \mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix}$$

とおくと  $\mathbf{n}$  の各要素は式 (38) となる。

$$\left. \begin{aligned} n_{11} &= K^{-1} Z_2 X^{-1}, \quad n_{12} = K^{-1} s\gamma_{12} \frac{Z}{xyu} X^{-1} \\ n_{21} &= K^{-1} s\gamma_{12} \frac{xzu}{y} X^{-1}, \quad n_{22} = K^{-1} X^{-1} \\ X &= \left( c + s \frac{1}{\sqrt{1-k^2}} \frac{u}{z} \right) z^2 \frac{1-k^2 c^2}{1-k^2} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

電流伝送係数 ( $\mathbf{M}$ ) の逆行列を  $\mathbf{m}$  とすれば式 (17) より

$$\mathbf{m} = \mathbf{Y}_b \mathbf{n} \mathbf{Y}_a^{-1} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (39)$$

であるから,  $\mathbf{m}$  の各要素は式 (40) となる。

$$\left. \begin{aligned} m_{11} &= \frac{n_{11}}{z^2}, \quad m_{12} = n_{12} x^2 u^2 \\ m_{22} &= n_{22} z^2, \quad m_{21} = \frac{n_{21}}{x^2 u^2} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

ここで

$$K^{-1} X^{-1} = H \quad (41)$$

とおくと電力比行列  $\mathbf{P}$  は式 (42) となる。

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} m_{11} n_{11} & m_{12} n_{12} \\ m_{21} n_{21} & m_{22} n_{22} \end{bmatrix} = H^2 Z^2 \begin{pmatrix} 1 & \frac{s^2 k^2}{1-k^2} \\ \frac{s^2 k^2}{1-k^2} & 1 \end{pmatrix} \quad (42)$$



この行列において非対角項が電力配分比を表わしている。特に中心周波数においては、

$$K = 1 - k^2 \quad (43)$$

であるから  $\mathbf{P}$  は式 (44) となる。

$$\mathbf{P} = - \begin{bmatrix} 1 - k^2 & -k^2 \\ -k^2 & 1 - k^2 \end{bmatrix} \quad (44)$$

ここで影像伝送量が直線位相となる条件を考える。 $H$  を書き直し、中心周波数の近傍で近似をとれば

$$H \cong \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1 - k^2}} \right\} \left\{ c + \frac{s}{\sqrt{1 - k^2}} \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1 - k^2}}} \right\}} \quad (45)$$

となるから中心周波数近傍で直線位相となる条件は

$$\alpha = \frac{k^2}{\sqrt{1 - k^2}} = \alpha_{\text{opt}} \quad (46)$$

となる。この  $\alpha$  で決まる補償に対しては中心周波数近傍で影像伝送量の位相特性が直線となり、良好な伝送特性が期待できる。

この  $\alpha_{\text{opt}}$  を用いたときには縦続行列は式 (47) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= K \begin{bmatrix} c & -\frac{s^2 \eta_{12} \eta_{22}}{\det \eta} \\ -\frac{s^2 \eta_{12} \eta_{11}}{\det \eta} (1 + \lambda^{-2} k^2) & \frac{c}{1 - k^2} \end{bmatrix} = \mathbf{D}' \\ \mathbf{B} &= \frac{K}{\det \eta} \begin{bmatrix} s \eta_{22} & -c s \eta_{12} \\ -c s \frac{\eta_{12}}{1 - k^2} & s \eta_{11} (1 + \lambda^{-2} k^2) \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{C}'}{\det \eta} \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

また影像アドミタンスは

$$\left. \begin{aligned} Y_{a1} &= \eta_{11} \sqrt{1 + \lambda^{-2} k^2}, & Y_{b1} &= \eta_{11} (1 - k^2) \sqrt{1 + \lambda^{-2} k^2} \\ Y_{a2} &= \frac{\eta_{22} (1 - k^2)}{\sqrt{1 + \lambda^{-2} k^2}}, & Y_{b2} &= \frac{\eta_{22}}{\sqrt{1 + \lambda^{-2} k^2}} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

これら影像アドミタンスの公称値は

$$\left. \begin{aligned} Y_{a1}|_{f=f_0} &= \eta_{11} & (f: \text{中心周波数}) \\ Y_{a2}|_{f=f_0} &= \eta_{22} (1 - k^2) \\ Y_{b1}|_{f=f_0} &= \eta_{11} (1 - k^2) \\ Y_{b2}|_{f=f_0} &= \eta_{22} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

これらの値で終端したとき、電圧、電流伝送係数はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_{11} &= M_{22} = K(c+s) \\ N_{12} &= M_{21} = -Ks \frac{\gamma_{12}\gamma_{11}}{\det \eta} (c+s) \\ N_{21} &= M_{12} = -Ks \frac{\gamma_{12}\gamma_{11}}{\det \eta} \left\{ c+s(1+\lambda^{-2}k^2) \right\} \\ N_{22} &= M_{11} = \frac{K}{1-k^2} \left\{ c+s(1+\lambda^{-2}k^2) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

#### 4.3. 補償非対称二線条方向性結合器の分離

補償を行わない非対称二線条方向性結合器において入力アドミタンスは(13)に与えられるアドミタンス行列を用いて式(51)と表わされる。

$$\mathbf{Y}_{ain} = \mathbf{Y}_{aa} - \mathbf{Y}_{ab}(\mathbf{Y}_{bb} + \mathbf{Y}_{bl})^{-1}\mathbf{Y}_{ba} \quad (51)$$

式(52)で示される形をもつアドミタンスでb端の終端を行なった場合には $\mathbf{Y}_{ain}$ もまた対角行列となる。

$$\mathbf{Y}_{bl} = \sqrt{\det \eta} \begin{pmatrix} w & 0 \\ 0 & \frac{1}{w} \end{pmatrix} \quad (52)$$

a端とb端を取り替えても同様である。

従って $\mathbf{Y}_{bl}$ として補償された二線条方向性結合器のb端影像アドミタンスの中心周波数における値、

$$\mathbf{Y}_{bl} = \mathbf{Y}_{ob}|_{f_0} = \sqrt{\det \eta} \begin{pmatrix} \frac{xu}{z} & 0 \\ 0 & \frac{z}{xu} \end{pmatrix} \quad (53)$$

を用いればやはり $\mathbf{Y}_{ain}$ は対角行列となり、a1, a2間の分離が常に完全となる。

また、a端の補償後のアドミタンス

$$\mathbf{Y}_{al} = \sqrt{\det \eta} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-k^2}}} + \alpha\lambda^{-1} \right\} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\eta_{22}}{\eta_{11}}} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-k^2}}} + \alpha\lambda^{-1} \right\}^{-1} \end{pmatrix} \quad (54)$$

に対しては、b1, b2間の分離が常に完全となる。つまり、補償された回路も定抵抗終端に対して全周波で分離が完全となる。ただし終端抵抗は影像インピーダンスの公称値を用いるものとする。しかし、各ポートの反射係数は0ではなく、 $\lambda^{-1}$ のオーダーである。

#### 4.4. 補償非対称二線条方向性結合器の送受信系への応用

任意の補償を施したとして、図4に示すごとくa1端に送信機、b1端に空中線、a2端に受信機を接続する。それぞれの機器のアドミタンスを $Y_T$ ,  $Y_A$ ,  $Y_R$ とすると各ポートにおける

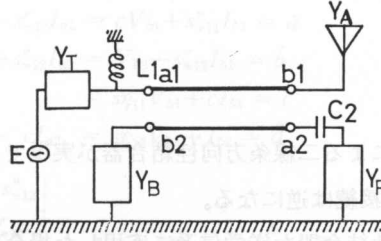


図 4 補償を行なった二線条方向性結合器の応用

Fig. 4. Application of compensated directional coupler made with a two-wire line.

影像アドミタンスの中心周波数における値をそれらと一致させる必要がある。

$$\left. \begin{aligned} Y_T &= Y_{a1}|_{f_0} = \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \sqrt{\det \eta} \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-k^2}}} \\ Y_A &= Y_{b1}|_{f_0} = \sqrt{\frac{\eta_{11}}{\eta_{22}}} \sqrt{\det \eta} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-k^2}}}} \\ Y_R &= Y_{a2}|_{f_0} = \sqrt{\frac{\eta_{22}}{\eta_{11}}} \sqrt{\det \eta} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{1-k^2}}}} \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

また、バランス回路のアドミタンスを  $Y_B$  とすると送信機と受信機との分離条件から  $Y_B$  は式 (56) を満足する必要がある<sup>1)</sup>。

$$Y_A Y_B = \det \eta \quad (56)$$

また、電力配分比が式 (44) より中心周波数で

$$1-k^2 : k^2 \quad (57)$$

となり、この値が指定される。

以上の関係から、 $k$ ,  $Y_T$ ,  $Y_A$  が与えられれば補償の程度 ( $\alpha$ ) が次式から決定される。

$$\alpha = \sqrt{1-k^2} \left( \frac{Y_T}{Y_A} - 1 \right) \quad (58)$$

特性アドミタンス行列の要素は  $Y_A$ ,  $Y_T$ ,  $Y_R$ ,  $k$  が与えられれば次式によって決まる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_{11} &= \frac{\sqrt{Y_A Y_T}}{\sqrt{1-k^2}}, & \eta_{22} &= Y_R \sqrt{\frac{Y_T}{Y_A(1-k^2)}} \\ \eta_{12} &= k \eta_{11} \eta_{22} = \frac{k \sqrt{Y_T Y_R}}{\sqrt{1-k^2}} \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

a1 側が低インピーダンスと仮定して、つまり  $Y_T > Y_A$  とすると、 $\eta$  行列が hyperdominant であれば二線条回路が実現可能であるからその条件は  $\eta_{11} > \eta_{12}$ ,  $\eta_{22} > \eta_{12}$  よりそれぞれ

$$\sqrt{\frac{Y_A}{Y_R}} > k, \quad \sqrt{\frac{Y_R}{Y_A}} > k \quad (60)$$

よって

$$\frac{1}{k} > \sqrt{\frac{Y_A}{Y_R}} > k \quad (61)$$

式(61)が満足されれば式(59)による二線条方向性結合器が実現できる。

$Y_A > Y_T$  の場合は  $L, C$  の接続は逆になる。

以上、非対称二線条方向性結合器を送受信系に応用した場合について二線条線路の実現条件を検討した。

二線条方向性結合器を用いた場合の問題点は、位相特性が cut off の近傍で曲がり、伝送信号に遅延歪を与えることで、この事は特に広帯域信号伝送においては重要な考慮すべき点である。

## 5. む す び

最初に対称、非対称二線条方向性結合器の伝送特性について影像パラメータ理論による考察を行なった。

次に補償に相当したインミタンスを接続して伝送特性の最適化、すなわち影像伝送量について直線位相を得る条件を求めた。また、ハイブリッド回路として送受信系へ応用した場合の二線条方向性結合器の実現条件を明らかにした。

影像パラメータ理論による本論文の解析は従来の入力アドミタンスの取り扱いを基にした解析と比較すると、二線条方向性結合器のハイブリッド回路としての動作をより明快に説明しうるものである。

最後に、平素から絶えず御指導いただいている本学学長松本秋男先生に深く感謝いたします。

## 文 献

- 1) A. Matsumoto: "A two-wire line as a hybrid network", Monograph Series of the Research Institute of Applied Electricity, No. 12 (1964), pp. 19.
- 2) 西出 雅・松本秋男: "多端子網への影像パラメータ系の拡張", 信学論(A), 53-A, 6, p. 282 (昭和45-6).

## 付 録

非対称二線条方向性結合器の  $F, Y, Z$  行列を求めること。

回路方程式:

$$\begin{cases} V_{a1} = cV_{b1} + s(\zeta_{11}I_{b1} + \zeta_{12}I_{a2}) \\ V_{b2} = cV_{a2} + s(\zeta_{12}I_{b1} + \zeta_{22}I_{a2}) \\ I_{a1} = cI_{b1} + s(\eta_{11}V_{b1} - \eta_{12}V_{a2}) \\ I_{b2} = cI_{a2} + s(-\eta_{12}V_{b1} + \eta_{22}V_{a2}) \end{cases} \quad (A1)$$

$$\begin{cases} V_{a1} & -s\zeta_{12}I_{a2} = cV_{b1} + s\zeta_{11}I_{b1} = \tilde{a} \\ cV_{a2} & + s\zeta_{22}I_{a2} = V_{b2} - s\zeta_{12}I_{b1} = \tilde{b} \\ s\eta_{12}V_{a2} + I_{a1} & = s\eta_{11}V_{b1} + cI_{b1} = \tilde{c} \\ s\eta_{22}V_{a2} & + cI_{a2} = s\eta_{12}V_{b1} + I_{b2} = \tilde{d} \end{cases} \quad (\text{A } 2)$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -s\zeta_{12} \\ 0 & c & 0 & s\zeta_{22} \\ 0 & s\zeta_{12} & 0 & 0 \\ 0 & s\zeta_{22} & 0 & c \end{vmatrix} = c^2 - s^2\eta_{22}\zeta_{22} = \frac{s^2}{\det \eta} \tilde{A} \quad (\text{A } 3)$$

を用いると

$$\begin{aligned} V_{a1} &= \frac{1}{A} \begin{vmatrix} \tilde{a} & 0 & 0 & -s\zeta_{12} \\ \tilde{b} & c & 0 & s\zeta_{22} \\ \tilde{c} & s\eta_{12} & 1 & 0 \\ \tilde{d} & s\eta_{22} & 0 & c \end{vmatrix} \\ &= \frac{s^{-1}\lambda^{-1}\det \eta}{\tilde{A}} V_{b1} - \frac{\eta_{22}\eta_{12}}{\tilde{A}} V_{b2} + \frac{s^{-1}\eta_{22}}{\tilde{A}} I_{b1} + \frac{\lambda^{-1}\eta_{12}}{\tilde{A}} I_{b2} \\ &= A_{11}V_{b1} + A_{12}V_{b2} + B_{11}I_{b1} - B_{12}I_{b2} \end{aligned} \quad (\text{A } 4)$$

同様にして

$$\begin{aligned} V_{a2} &= \frac{1}{A} \begin{vmatrix} 1 & \tilde{a} & 0 & -s\zeta_{12} \\ 0 & \tilde{b} & 0 & s\zeta_{22} \\ 0 & \tilde{c} & 1 & 0 \\ 0 & \tilde{d} & 0 & c \end{vmatrix} \\ &= -\frac{\eta_{11}\eta_{12}}{\tilde{A}} V_{b1} + \frac{s^{-1}\lambda^{-1}\det \eta}{\tilde{A}} V_{b2} - \frac{\lambda^{-1}\eta_{12}}{\tilde{A}} I_{b1} - \frac{s^{-1}\eta_{11}}{\tilde{A}} I_{b2} \\ &= A_{21}V_{b1} + A_{22}V_{b2} + B_{21}I_{b1} - B_{22}I_{b2} \end{aligned} \quad (\text{A } 5)$$

$$\begin{aligned} I_{a1} &= \frac{1}{A} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \tilde{a} & -s\zeta_{12} \\ 0 & c & \tilde{b} & s\zeta_{22} \\ 0 & s\eta_{12} & \tilde{c} & 0 \\ 0 & s\eta_{22} & \tilde{d} & c \end{vmatrix} \\ &= \frac{s^{-1}\eta_{11}\det \eta}{\tilde{A}} V_{b1} - \frac{\lambda^{-1}\eta_{12}\det \eta}{\tilde{A}} V_{b2} + \frac{s^{-1}\lambda^{-1}\det \eta}{\tilde{A}} I_{b1} + \frac{\eta_{11}\eta_{12}}{\tilde{A}} I_{b2} \\ &= C_{11}V_{b1} + C_{12}V_{b2} + D_{11}I_{b1} - D_{12}I_{b2} \end{aligned} \quad (\text{A } 6)$$

$$\begin{aligned} -I_{a2} &= -\frac{1}{A} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \tilde{a} \\ 0 & c & 0 & \tilde{b} \\ 0 & s\eta_{12} & 1 & \tilde{c} \\ 0 & s\eta_{22} & 0 & \tilde{d} \end{vmatrix} \\ &= \frac{-\lambda^{-1}\eta_{12}\det \eta}{\tilde{A}} V_{b1} + \frac{s^{-1}\eta_{22}\det \eta}{\tilde{A}} V_{b2} - \frac{\eta_{11}\eta_{22}}{\tilde{A}} I_{b1} - \frac{s^{-1}\lambda^{-1}\det \eta}{\tilde{A}} I_{b2} \\ &= C_{21}V_{b1} + C_{22}V_{b2} + D_{21}I_{b1} - D_{22}I_{b2} \end{aligned} \quad (\text{A } 7)$$

従って  $F$  行列は式 (15) となる。

対称な場合 ( $\eta_{11} = \eta_{22}$ ) には上記の  $A \sim D$  行列で  $\eta_{11} = \eta_{22}$  とおくことにより、縮退した形での  $A \sim D$  行列が得られる。

$\gamma_{12} = \gamma_{21}$  の場合は、 $C$  の行列は式 (15) となる。

(8A) 対称な場合、二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

(9A) 対称な場合、二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$V_1 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \frac{dV_1}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dV_2}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dV_3}{dt} \right)$$

(10A) 対称な場合、二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$V_1 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \frac{dV_1}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dV_2}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dV_3}{dt} \right)$$

(11A) 対称な場合、二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。

$$V_1 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} \frac{dV_1}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dV_2}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dV_3}{dt} \right)$$

(12A) 対称な場合、二線素方向性結合を用いた場合の回路図は、図 1 のように示すことができる。この回路図は、二線素方向性結合を用いた場合の回路図を示している。