

# 影像イミタンス理論に基づく単純ループ・ハイブリッド・リングの特性改善\*

安住 和彦\*\*

品田 雄治\*\*

(昭和49年9月30日受理)

## Improvement of the Characteristics of the Simple-loop Hybrid Ring Based on the Image Immittance Theory

by Kazuhiko AZUMI and Yuji SHINADA

A way to improve the frequency characteristics of the simple-loop hybrid ring is considered explicitly according to the image parameter theory extended to the  $(n, n)$ -port. The compensation may be classified by the degree of the approximation of the image admittance at the operating frequency. The first compensation is due to the approximation of the image admittance to  $\lambda^{-1}$  and the second to  $\lambda^{-2}$ . By these methods the compensated circuits are gotten theoretically and the hybrid characteristics of these circuits are shown.

### 1. ま え が き

単純ループ・ハイブリッド・リングの特性を改善する方法については、既に本報告等を通して種々発表して来た<sup>1),2),3)</sup>。しかしこれまでの方法は、入力イミタンスの周波数特性を求めて補償回路を設計する方法であった。この方法は一区間の単純ループ・ハイブリッド・リングの場合は簡単であるが、二区間以上縦続接続するときは、入力アドミタンスを求める式が複雑になるためと、自由に選ぶことができる回路の各辺の特性アドミタンスの組み合わせが多くなるために、最適の設計パラメータの値を理論的に求めることが困難になり、手探りの的に求める一面があった。

本文では、ハイブリッド特性の改善の根拠を影像イミタンスにおくことにより、特性改善の条件を明確に求めることができ、また縦続接続の回路においても、その一区間の影像イミタンスを考察することで十分であるため、計算の複雑さも軽減されることがわかった。そして本方法で得た補償回路付き単純ループ・ハイブリッド・リングの特性の理論計算結果を例示した。

\* 昭和49年度電子通信学会全国大会で一部発表 (1974年7月, 札幌)

\*\* 北見工業大学 電子工学科

## 2. 一区间単純ループ・ハイブリッド・リングの特性補償

### 2.1. 単純ループ・ハイブリッド・リングの映像アドミタンス

外部補償回路を持つ一区間の単純ループ・ハイブリッド・リングの構成を図1に示す。図1において、a1, a2 ポートおよび b1, b2 ポートはそれぞれ入力および出力ポートで、これらをまた 1, 2, 3 および 4 と通し番号を付ける。各ポート間の線路長は、伝送の中心周波数  $f_0$  における 4 分の 1 波長の長さで、これを  $l$  とする。これらの線路の特性アドミタンスは図1に示すように  $k Y_1$ ,  $k_1 Y_1$  および  $k_2 Y_1$  とし、また終端の負荷アドミタンスを a 側および b 側で  $Y_{1a}$  および  $Y_{1b}$  とする。図1で  $k_3 Y_1$  および  $k_4 Y_1$  の特性アドミタンスを持つ終端短絡の線路は、特性改善の目的で外部から付加したもので、その長さは  $l$  である。原形の単純ループ・ハイブリッド・リングはこれらの補償の回路を除き、かつ  $k_1 = k_2$  としたものである。

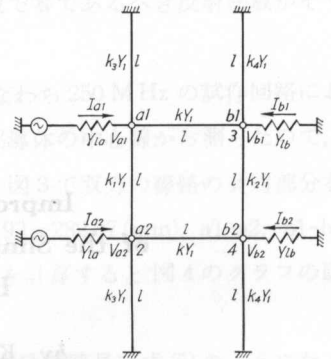


図1. 補償を施した単純ループ・ハイブリッド・リング

Fig. 1. Compensated simple-loop hybrid ring.

図1の回路における伝送方程式をアドミタンス行列を用いて表わす。各ポートにおける電圧を  $V_{a1}$ ,  $V_{a2}$ ,  $V_{b1}$  および  $V_{b2}$  とし、回路の外部から各ポートへ流入する向きを  $I_{a1}$ ,  $I_{a2}$ ,  $I_{b1}$  および  $I_{b2}$  とすれば、

$$\begin{bmatrix} [I_a] \\ [I_b] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_{aa}] & [Y_{ab}] \\ [Y_{ba}] & [Y_{bb}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_a] \\ [V_b] \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし

$$[I_a] = [I_{a1}, I_{a2}]', [I_b] = [I_{b1}, I_{b2}]', [V_a] = [V_{a1}, V_{a2}]', [V_b] = [V_{b1}, V_{b2}]' \quad (2)$$

を得る。ここで ' は行列の転置を意味する。式(1)のアドミタンス行列の要素は、

$$\begin{aligned} [Y_{aa}] &= \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = Y_1 \begin{bmatrix} k_A \lambda^{-1} & -k_1 s^{-1} \\ -k_1 s^{-1} & k_A \lambda^{-1} \end{bmatrix}, \\ [Y_{bb}] &= \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} = Y_1 \begin{bmatrix} k_B \lambda^{-1} & -k_2 s^{-1} \\ -k_2 s^{-1} & k_B \lambda^{-1} \end{bmatrix}, [Y_{ab}] = [Y_{ba}] = -k Y_1 s^{-1} \mathbf{1}_2 \end{aligned} \quad (3)$$

である。ここで  $\mathbf{1}_2$  は 2 行 2 列の単位行列を示し、また  $k_A$  および  $k_B$  は次式で与えられる。

$$k_A = k + k_1 + k_3, \quad k_B = k + k_2 + k_4 \quad (4)$$

また式(1)で  $\lambda$ ,  $s$  はそれぞれ

$$\lambda = \tanh \gamma l, \quad s = \sinh \gamma l \quad (5)$$

を意味する。ここで  $\gamma$  は線路の伝搬定数であるが、本文では線路がすべて無損失のものとし、 $\gamma$  は位相定数  $\beta$  のみからなっているものとする。すなわち次のようにおく。

$$\gamma = j\beta \quad (6)$$

図1の回路の a 側および b 側の影像アドミタンス行列  $[Y_{0a}]$ ,  $[Y_{0b}]$  はアドミタンス行列から次の関係を用いて求められる<sup>4)</sup>。

$$[Y_{0a}] = [[Y_{aa}][Y_{af}]^{-1}]^* [Y_{af}], \quad [Y_{0b}] = [[Y_{bb}][Y_{bf}]^{-1}]^* [Y_{bf}] \quad (7)$$

ただし  $[Y_{af}]$  および  $[Y_{bf}]$  は a 側および b 側における開放アドミタンス行列で、

$$[Y_{af}] = [Y_{aa}] - [Y_{ab}][Y_{bb}]^{-1}[Y_{ba}], \quad [Y_{bf}] = [Y_{bb}] - [Y_{ba}][Y_{aa}]^{-1}[Y_{ab}] \quad (8)$$

と求められる。なお  $\lambda$  と  $s$  の関係は、中心周波数  $f_0$  の近傍、すなわち  $\beta l = 90^\circ$  の近傍を考える場合、

$$s^{-1} = -j \left( 1 - \frac{\lambda^{-2}}{2} \right) \quad (9)$$

と近似することができる。以上の諸式を用いて、図1の回路の影像アドミタンス行列  $[Y_{0a}]$  を  $\lambda^{-2}$  の項まで計算すれば、次のようになる。

$$[Y_{0a}] = K Y_1 (1 + A \lambda^{-2}) \begin{bmatrix} Y'_{0a11} & Y'_{0a12} \\ Y'_{0a12} & Y'_{0a11} \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{\pm 1}{16 k_1^{3/2} k_2^{7/2} (k_1 k_2 - k^2)^{5/2}}, \\ A &= \frac{(k_1 k_2 - k^2) \cdot (4k_1 k_2^3 + k^2 k_B^2 - 3k_1 k_2 k_B^2 - 4k_2^2 k^2) - (k_A k_2^2 + k^2 k_B)^2}{2k_2^2 (k_1 k_2 - k^2)^2} \\ Y'_{0a11} &= j 16 k_1^2 k_2^3 (k_1 k_2 - k^2)^3 + j 2 k_2 (k_1 k_2 - k^2) [4k_1 k^2 (k_1 k_B + k_2 k_A) (k_A k_2^2 + k^2 k_B) + 4k_1^2 k_2 (k_1 k_2 - k^2) (2k_1 k_B^2 - 3k_1 k_2^2 + 3k_2 k^2) + 4k_1 k_2 (k_1 k_2 - k^2) \{k_A (k_A k_2^2 + k^2 k_B) + k_1^2 k_B^2 - 2k_1^2 k_2^2 + 2k_1 k_2 k^2\} + k^4 (k_1 k_B + k_2 k_A)^2] \lambda^{-2} \\ Y'_{0a12} &= 8k_1 k_2^2 (k_1 k_2 - k^2)^2 [2k_1 k_2^2 k_A + k_1 k^2 k_B - k^2 k_2 k_A] \lambda^{-1} + 2 [4k_1 k_2 (k_1 k_2 - k^2) (k_A k_2^2 + k^2 k_B) \{k_A (k_A k_2^2 + k^2 k_B) + k_1^2 k_B^2 - 2k_1^2 k_2^2 + 2k_1 k_2 k^2\} + k^4 (k_A k_2^2 + k^2 k_B) (k_1 k_B + k_2 k_A)^2 - 2k_1 k_2 k^2 (k_1 k_2 - k^2) (k_1 k_B + k_2 k_A) (2k_1 k_B^2 - 3k_1 k_2^2 + 3k_2 k^2)] \lambda^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

中心周波数  $f_0$  においては

$$[Y_{0a}] = \sqrt{\frac{k_1}{k_2} (k^2 - k_1 k_2)} Y_1 \mathbf{1}_2 \quad (12)$$

となる。 $[Y_{0b}]$  も同様に求められるが、図1の回路からわかるように、 $[Y_{0a}]$  の式で  $k_1$  を  $k_2$  と、 $k_3$  を  $k_4$  と交換したものである。したがって  $f_0$  においては

$$[Y_{0b}] = \sqrt{\frac{k_2}{k_1} (k^2 - k_1 k_2)} Y_1 \mathbf{1}_2 \quad (13)$$

となる。式(12), (13)から分るように、影像アドミタンスは、補償回路の特性アドミタンス  $k_3 Y_1$  および  $k_4 Y_1$  には無関係である。

## 2.2. 等出力配分条件

中心周波数  $f_0$  において終端の負荷イミタンスに等出力を供給する条件を求める。図1の回路において、a側からb側への電圧伝送係数および電流伝送係数の行列をそれぞれ  $[N]$ ,  $[M]$  とすれば次式を得る。

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = [N] \begin{bmatrix} V_{b1} \\ V_{b2} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} I_{b1} \\ I_{b2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

またこの回路の縦続行列  $[F]$  の部分行列を  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[C]$  および  $[D]$  とする。すなわち

$$[F] = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [C] & [D] \end{bmatrix} \quad (16)$$

このとき、部分縦続行列と  $[M]$ ,  $[N]$  の間には

$$[N] = [A] + [B][Y_{Lb}], \quad [M] = [D] + [C][Y_{Lb}]^{-1} \quad (17)$$

の関係で結ばれる。ここに  $[Y_{Lb}]$  はb側の負荷アドミタンス行列で、次のように表わされる。

$$[Y_{Lb}] = Y_{Lb} \mathbf{1}_2 \quad (18)$$

また部分縦続行列とアドミタンス行列の間には

$$[A] = -[Y_{ba}]^{-1}[Y_{bb}], \quad [B] = -[Y_{ba}]^{-1} \quad (19)$$

の関係があり、したがって  $f_0$  におけるアドミタンス行列の値を式(3)から求めて代入すれば、

$$[A] = -\frac{k_2}{k} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad [B] = \frac{j}{k Y_1} \mathbf{1}_2 \quad (20)$$

となるから、b側における終端アドミタンス

$$Y_{Lb} = Y_1 \sqrt{\frac{k_2}{k_1} (k^2 - k_1 k_2)} \quad (21)$$

に対しては、 $f_0$  における電圧伝送係数行列は次のようになる。

$$[N] = \frac{j}{k} \begin{bmatrix} \sqrt{(k^2 - k_1 k_2) k_2 / k_1} & j k_2 \\ j k_2 & \sqrt{(k^2 - k_1 k_2) k_2 / k_1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

a1ポートからの入力ときは、 $f_0$  においてはa2ポートへは全く伝送されず(完全分離)、したがって式(15)で  $V_{a2} = 0$  とおいて  $V_{b1}$  および  $V_{b2}$  の比が求められる。故に等出力配分されるためには、

$$\left| \frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right|^2 = 1 \quad (23)$$

が満足されることを要するだけで、したがって単に  $[N]$  の対角要素と非対角要素の大きさが等しくなることだけで十分である。これから等出力配分条件として、

$$k^2 = 2k_1 k_2 \quad (24)$$

を得る。b側からa側への伝送を求めても、式(24)と同じ条件を得る。この条件式(24)は  $k_3$  お

よび  $k_4$ , すなわち補償線路の特性アドミタンス  $k_3 Y_1$  および  $k_4 Y_1$  に依存しないことに注意を払われたい。

### 2.3. 映像アドミタンスの周波数特性と補償

原形の単純ループ・ハイブリッド・リングおよび補償回路付の回路について映像アドミタンスの周波数特性を考察する。

(i) 原形の単純ループ・ハイブリッド・リングの場合

この場合は  $k_3=k_4=0$  であり, また  $k_1(=k_2)$  を基準にとってその値を1にすれば,

$$[Y_{0a}] = [Y_{0b}] = \sqrt{k^2-1} Y_1 \begin{bmatrix} 1 - \frac{k^3+k^2+k-1}{2(k-1)} \lambda^{-2} & j \frac{1}{k-1} \lambda^{-1} \\ j \frac{1}{k-1} \lambda^{-1} & 1 - \frac{k^3+k^2+k-1}{2(k-1)} \lambda^{-2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

となる。故に終端の負荷アドミタンスとして

$$Y_L = Y_{La} = Y_{Lb} = \sqrt{k^2-1} Y_1 \quad (26)$$

をとるべきである。 $f_0$  においては完全なハイブリッド特性が  $f_0$  の近傍で悪くなるのは, 実数で周波数に無関係な負荷アドミタンスをとっているにもかかわらず, 映像アドミタンス行列に  $\lambda^{-1}$  および  $\lambda^{-2}$  の項が  $[Y_{0a}]$  の非対角要素および対角要素に入っているからである。したがって  $f_0$  の近傍で周波数特性を改善するためには, 第1に  $Y_{0a12}$  の  $\lambda^{-1}$  の項の係数を小さくすることが有効であることがわかる。しかし無補償の回路では, 式(25)から, たかだか  $k$  を大きくすることが効果があるように思える。ところが, この場合に等出力配分条件の式(24)を用いると,  $k_1=k_2=1$  であるから,

$$k = \sqrt{2} \quad (27)$$

となり,  $k$  の値を任意に大きくすることもできない訳である。もしポート3および4の負荷に等出力を配分する必要がなければ,  $k$  を大きくすることも可能であり, これは既に報告されたこと<sup>1)</sup>を理論的に裏付けしたものである。

(ii) 原形回路に補償回路を付加する場合

図1において, a側からb側への伝送と, その反対の伝送が等しい特性を持たせるように,  $k_1=k_2=1$  および  $k_3=k_4$  の条件を課する。このとき式(10)において,

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{2(1-k^2)^{3/2}}, \\ A &= \frac{2(1-k^2)^2 - k_A^2(k^4 - k^2 + 2)}{(1-k^2)^2}, \\ Y'_{0a11} &= -2j(1-k^2)^2 - jk_A^2(k^4 - k^2 + 4)\lambda^{-2} + j5(1-k^2)^2\lambda^{-2}, \\ Y'_{0a12} &= 2k_A(1-k^2)\lambda^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となる。故に  $Y'_{0a12}$  の  $\lambda^{-1}$  の項の係数を零にする条件として,  $k_A=0$  すなわち

$$k_3 = -(1+k) < 0 \quad (29)$$

を得る。これは、補償の線路が分布定数的に負の誘導性を持つべきであることを意味し、これを  $-L$  補償と称する。このような線路を受動素子では作り得ないが、図2のように分布定数的な容量性リアクタンスを負荷と直列に接続すれば、 $f_0$  の近傍では  $-L$  に近似できる。これを  $C$  補償と称する。すなわち図2のアドミタンスは  $f_0$  の近傍で、

$$\frac{Y_l C \lambda}{Y_l + C \lambda} \cong Y_l - \frac{Y_l^2}{C \lambda} + \frac{Y_l^3}{C^2 \lambda^2} \dots \dots \quad (30)$$

となるから、 $Y_l$  と負性誘導性分布リアクタンス  $-(L\lambda)^{-1}$  を並列接続した回路を比較すれば、

$$C = L Y_l^2 \quad (31)$$

の関係を得る。したがって今の場合、各ポートに  $C = -Y_l^2/k_3 = Y_l^2/(1+k)$  の分布容量を  $Y_l$  と直列に接続すればよいことになる。これを図3に示す。図3の回路と、原形の単純ループ・ハイブリッド回路および理想的な  $-L$  補償の場合のハイブリッド動作の周波数特性を理論計算した

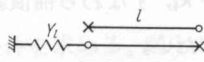


図2.  $-L$  補償回路の近似実現

Fig. 2. Approximate realization of the  $-L$ -compensated circuit.

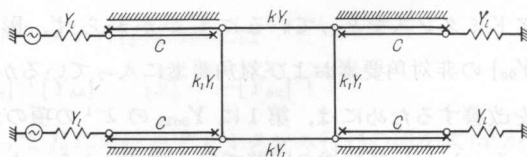


図3.  $C$  補償単純ループ・ハイブリッド・リング  
Fig. 3.  $C$ -compensated simple-loop hybrid ring.

結果、補償の効果は十分にあることがわかった。これを図4に示す。この補償線路の特性アドミタンスの値は、入力アドミタンスを計算してその  $\lambda^{-1}$  の項の係数を零にする方法で求めた値と正確に一致している。このように  $\lambda^{-1}$  の項を零にする補償を一次補償と称しよう。

なお、ここで述べたハイブリッド動作特性とは、

- (1) 各ポートにおける整合度 (反射係数で示す)
- (2) 入力 (出力) ポート間の分離度
- (3) a1 ポートから入力を加えた場合に b1, b2 ポートの負荷に配分される電力比 ( $= |V_{b2}/V_{b1}|_{a1}^2$ )
- (4) a1 ポートから入力を加えた場合に b1, b2 ポートの負荷に現われる出力電圧の位相差 ( $= \text{Arg} (V_{b2}/V_{b1})_{a1}$ )

の4項目をいう。

### 3. 二区間縦続接続単純ループ・ハイブリッド・リングの特性補償

前章で考察した一区間の回路を背中合わせに縦続接続して得られる図5の回路について考察する。特性を改善するための方法は、前と同様に入出力ポートにおける整合を完全にすること

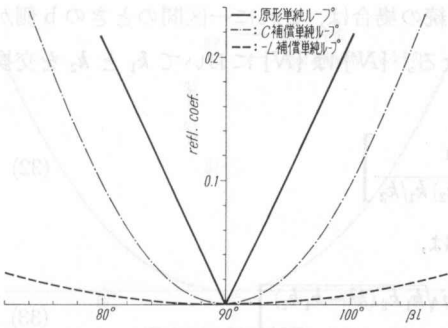


図4(a) 反射係数

Fig. 4(a) Reflection coefficients

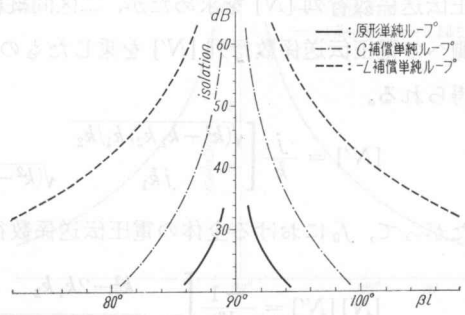


図4(b) 分離度

Fig. 4(b) Isolations

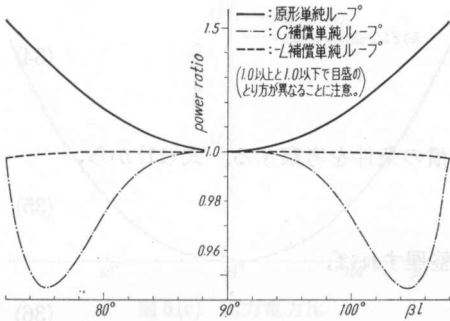


図4(c) 出力電力比

Fig. 4(c) Output power ratios

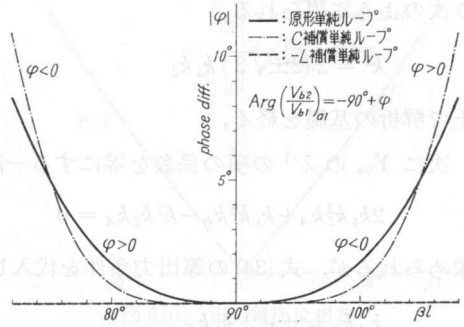


図4(d) 出力電圧位相差

Fig. 4(d) Phase differences between output voltages

図 4. 各種単純ループ・ハイブリッド・リングの周波数特性

Fig. 4. Frequency characteristics of several simple-loop hybrid rings.

とである。二区間縦続接続のときも、一区間のときと同様に、

- (1)  $f_0$ で各ポートにおいて、完全整合がとれること
- (2) 終端の負荷イミタンスがすべて等しいこと
- (3)  $f_0$ で a1 (a2) ポートからの電力は b1, b2 ポートへ等しく配分されること

以上の三点が望まれる。 $Y_{1a}$ と $Y_{1b}$ を $Y_{0a}$ に等しくとれば (1), (2) の要求を満足する。また (2) の要求に関して、入出力ポートの映像アドミタンスはともに $Y_{0a}$ に等しくすべきであるから、一区間の場合の $k_1=k_2$ の条件は必要としない。(3)については一区間の場合程簡単ではない。式(22)には一区間の場合の

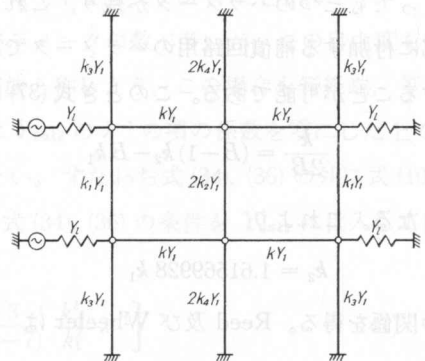


図5. 2区間縦続補償つき単純ループ・ハイブリッド・リング

Fig. 5. Compensated simple-loop hybrid ring cascaded by two sections.

電圧伝送係数行列  $[N]$  を求めたが、二区間連続接続の場合は、これに一区間のときの  $b$  側から  $a$  側への電圧伝送係数行列  $[N']$  を乗じたものになる。 $[N']$  は  $[N]$  において  $k_1$  と  $k_2$  を交換して得られる。

$$[N'] = \frac{j}{k} \begin{bmatrix} \sqrt{(k^2 - k_1 k_2)} k_1 / k_2 & j k_1 \\ j k_1 & \sqrt{(k^2 - k_1 k_2)} k_1 / k_2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

したがって、 $f_0$  における全体の電圧伝送係数行列は、

$$[N][N'] = \frac{-1}{k^2} \begin{bmatrix} k^2 - 2k_1 k_2 & 2j\sqrt{k_1 k_2} (k^2 - k_1 k_2) \\ 2j\sqrt{k_1 k_2} (k^2 - k_1 k_2) & k^2 - 2k_1 k_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

と求められる。故にこのときも出力電圧の位相差は  $\pi/4$  (rad) である。また等出力条件は式 (33) より次のように得られる。

$$k^2 = 2(2 \pm \sqrt{2}) k_1 k_2 \quad (34)$$

以上で解析の基礎を終る。

次に  $Y_{0a}$  の  $\lambda^{-1}$  の項の係数を零にする一次補償の条件を考察する。式 (11) から、

$$2k_1 k_2^2 k_A + k_1 k^2 k_B - k^2 k_2 k_A = 0 \quad (35)$$

と求められるが、式 (34) の等出力条件を代入して整理すれば、

$$k_A k_2 = \pm \sqrt{2} k_1 k_B \quad (36)$$

または

$$\frac{1}{2B} = \frac{B-1}{2B} \frac{k_3}{k_1} - \frac{k_4}{2k_2} + \frac{B-1}{\sqrt{2}B} \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} - \sqrt{\frac{Bk_1}{2k_2}} \quad (37)$$

となる。ただし  $B = 2 \pm \sqrt{2}$  とする。式 (37) は  $k_1, k_2, k_3$  および  $k_4$  のうちいずれか一つを基準にとっても三つのパラメータが残り、これらを自由に選ぶことができる。このうち  $k_3$  と  $k_4$  は外部に付加する補償回路用のパラメータであるから、回路の構造を簡単にするため、ともに零にすることが可能である。このとき式 (37) は、

$$\frac{k}{2B} = (B-1) k_2 - B k_1 \quad (38)$$

となる。これより

$$k_2 = 1.61569928 k_1 \quad (39)$$

の関係を得る。Reed 及び Wheeler は

$$k_2 = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) k_1 = 1.70710678 k_1 \quad (40)$$

と求めているが<sup>5)</sup>、これら二つの方法で理論計算したハイブリッド特性を図6に示す。図からわかるように理論計算の結果では二つの特性の間に余り大きな相違は認められない。式 (37) で  $k_3, k_4$  に零ではない値を与えても特性の改善が得られるが、これは  $Y_{0a12}$  の  $\lambda^{-1}$  の項までの補償



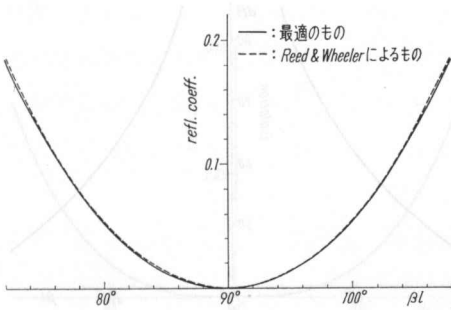


図 6(a) 反射係数

Fig. 6(a) Reflection coefficients

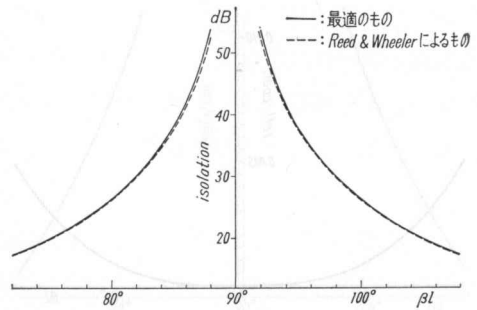


図 6(b) 分離度

Fig. 6(b) Isolations

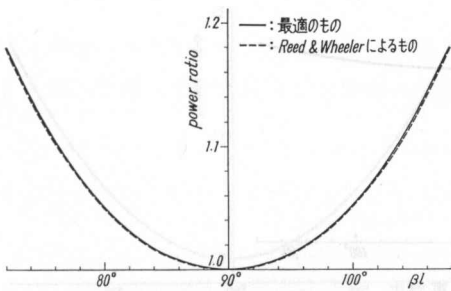


図 6(c) 出力電力比

Fig. 6(c) Output power ratios

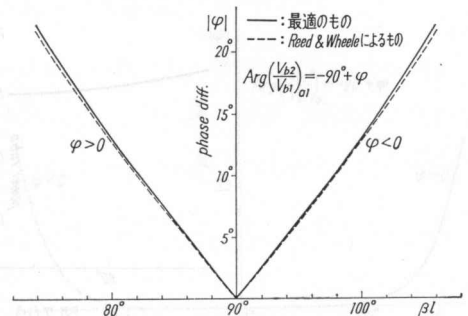


図 6(d) 出力電圧位相差

Fig. 6(d) Phase differences between output voltages

図 6. 一次補償をした図 5 の回路の周波数特性

Fig. 6. Frequency characteristics of the circuit shown in Fig. 5 with the 1st order compensation.

であるから、どのように  $k_1, k_2, k_3$  および  $k_4$  の値を与えてもより良い改善は望まれない。

最後に、一次補償では自由に選ぶことのできるパラメータの数が多いが、この自由度を制限して  $\lambda^{-2}$  まで補償することを考える。これを二次補償と称しよう。この場合も等終端、等出力配分が必要なことは勿論であるが、補償のためには  $Y_{0a12}$  の  $\lambda^{-1}$  の項の係数を零にした上で、更に  $Y_{0a11}$  の  $\lambda^{-2}$  の項の係数を零にしなければならない。すなわち式 (34), (36) の外に式 (10), (11) から  $Y_{0a11}$  を検討して  $\lambda^{-2}$  の項の係数を求める。式 (34), (36) の条件を  $Y_{0a11}$  に代入して整理すれば、

$$Y_{ca11} = \mp k_1 (2B-1)^{\frac{1}{2}} Y_1 \left[ 1 - \frac{1}{2} \lambda^{-2} + \frac{5B-3}{2(12B-7)} \frac{k_A^2}{k_1^2} \lambda^{-2} \right] \quad (41)$$

を得る。したがって  $\lambda^{-2}$  の項の係数を零にするための条件として次式を得る。

$$(12B-7) k_1^2 = (5B-3) k_A^2 \quad (42)$$

または書き改めて次のようになる。

$$(7B-4) k_1^2 - 2(5B-3)(k+k_3) k_1 - (5B-3)(k+k_3) = 0 \quad (43)$$

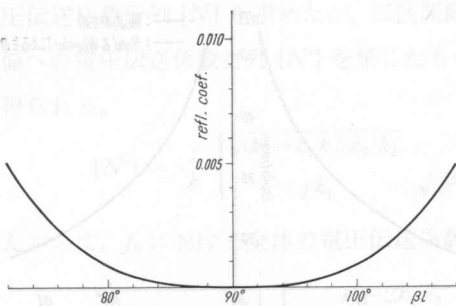


図 7(a) 反射係数

Fig. 7(a) Reflection coefficient

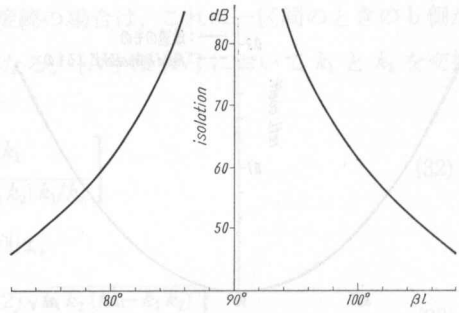


図 7(b) 分離度

Fig. 7(b) Isolation

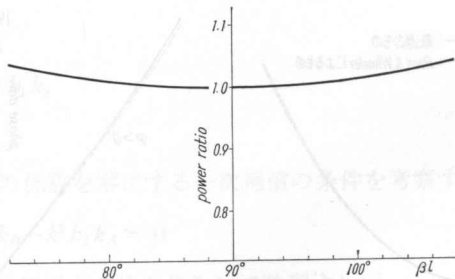


図 7(c) 出力電力比

Fig. 7(c) Output power ratio

図 7.  $-L$  で二次補償をした図 5 の回路の周波数特性

Fig. 7. Frequency characteristics of the circuit shown in Fig. 5 with the 2nd order compensation by  $-L$ .

$k_3=0$  とおき  $k$  を基準にとったとき、式 (34), (36) および (43) から、

$$k = 1, k_4 = -1, k_1 = 1 + \sqrt{2}, k_2 = (3\sqrt{2} - 4)/4$$

を得る。この値を用いて理論計算したハイブリッド特性を図 7 に示す。式 (36) により  $k_A$  と  $k_B$  の関係がきまるから、 $k_4=0$  とおいて  $k_3 \neq 0$  としたときの特性も求めた。しかし  $k_3=0$  の場合と  $k_4=0$  の場合の特性の計算結果は、全く一致した。

$k_4 < 0$  すなわち  $-L$  を作ることは実際上困難であるから、図 2 の分布容量  $C$  を代用するときは、式 (30) で  $\lambda^{-2}$  の項まで終端の等価負荷アドミタンスの実数部を考慮しなければならない。すなわち図 2 における  $Y_L$  は周波数特性を有すると考える。このとき式 (41) の  $\lambda^{-2}$  の係数が式 (30) の  $\lambda^{-2}$  の項の係数と等しくなればよい。この結果次式を得る。

$$2(12B-7)k_3^2 - (5B-3)(2B-1)k_2^2 + (2B-1)(12B-7)k_1^2 = 0 \tag{44}$$

今度は簡単のため  $k_1$  を基準にとれば、式 (44) に式 (34), (36) を援用して  $k$  に関する四次方程式を得、これを解いて残りのパラメータも決定し得る。適切な解として、 $k_1=1, k=5.3312270, k_2=4.1623028, k_3=3.10563789$  を得る。これらの値を用いて、ハイブリッド特性を理論計算し

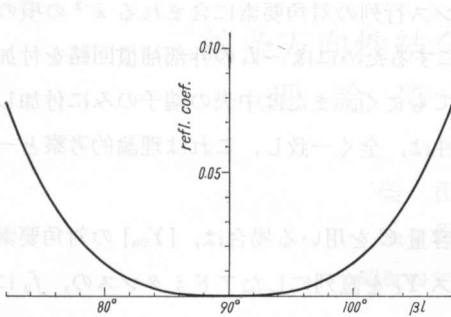


図 8(a) 反射係数

Fig. 8(a) Reflection coefficient

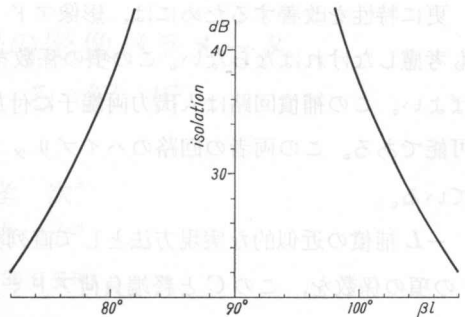


図 8(b) 分離度

Fig. 8(b) Isolation

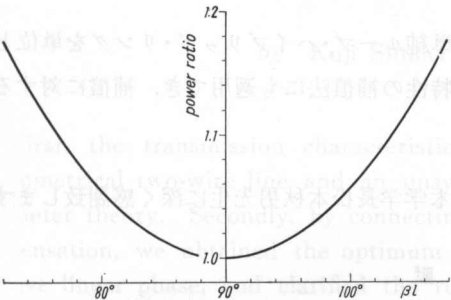


図 8(c) 出力電力比

Fig. 8(c) Output power ratio

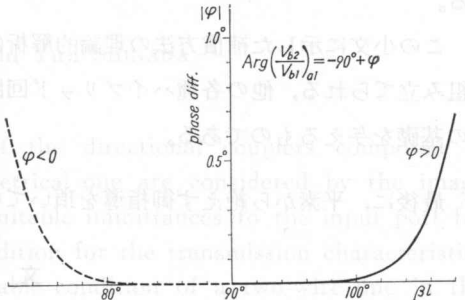


図 8(d) 出力電圧位相差

Fig. 8(d) Phase difference between output voltages

図 8. C で二次補償をした図 5 の回路の周波数特性

Fig. 8. Frequency characteristics of the circuit shown in Fig. 5 with the 2nd order compensation by C.

で得た結果を図 8 に示す。理想的な  $-L$  補償の場合と比較すれば特性は劣るが、 $\lambda^{-1}$  の項までの補償の特性と比べれば格段に優れていることがわかる。このパラメータおよび特性は、前に手探りの求めた場合の結果とほぼ一致している。

#### 4. 結 言

外部補償回路を付加して単純ループ・ハイブリッド・リングの特性の改善の効果を、映像イミタンス理論に基づいて考察した。一区間の回路に対しては、映像アドミタンスの非対角要素に含まれる  $\lambda^{-1}$  の項の係数を  $-L$  または直列分布容量  $C$  を付加することによって零にすることができ、中心周波数  $f_0$  の近傍で特性を改善できる。

同じ回路を二区間背中合わせに連続接続した回路に対しても、一区間の映像アドミタンスの特性の考察のみで十分であり、 $\lambda^{-1}$  の項の係数までの改善のためならば、外部補償回路を付加する必要はなく、回路を構成する各辺の線路の特性アドミタンスの値の調整のみで可能であることが示された。

更に特性を改善するためには、影像アドミタンス行列の対角要素に含まれる  $\lambda^{-2}$  の項の係数も考慮しなければならない。この項の係数を零にするためには  $-L$  の外部補償回路を付加すればよい。この補償回路は入出力両端子に付加してもよく、または中央の端子のみに付加しても可能である。この両者の回路のハイブリッド特性は、全く一致し、これは理論的考察と一致している。

$-L$  補償の近似的な実現方法として直列分布容量  $C$  を用いる場合は、 $[Y_{0a}]$  の対角要素の  $\lambda^{-2}$  の項の係数を、この  $C$  と終端負荷アドミタンス  $Y_t$  を直列にしたアドミタンスの、 $f_0$  におけるべき級数展開の  $\lambda^{-2}$  の項の係数と等しくする必要がある。したがって、この回路の各辺の特性アドミタンスは、単に  $-L$  で補償したときの回路の各辺の特性アドミタンスと異なる値をとる。

この小文に示した補償方法の理論的解析は、単純ループ・ハイブリッド・リングを単位として組み立てられる、他の各種ハイブリッド回路の特性の補償法にも適用でき、補償に対する考察の基礎を与えるものである。

最後に、平素から絶えず御指導を頂いている本学学長松本秋男先生に深く感謝致します。

## 文 献

- 1) 安住・品田： 不等配分比の単純ループ・ハイブリッドリング. 本学研究報告, 3-2, 299 (昭47-6).
- 2) 安住・品田： 単純ループ・ハイブリッドリングのリアクタンス補償. 本学研究報告, 3-2, 311 (昭47-6).
- 3) 安住・品田： 単純ループ・ハイブリッドリングの多区間縦続接続. 本学研究報告, 4-1, 69 (昭47-12).
- 4) 西出・松本： 多端子網への影像パラメータ系の拡張. 信学論誌, 53-A (1970-6).
- 5) J. Reed and G. J. Wheeler: A Method of Analysis of Symmetrical Four-Port Networks, IRE Trans. MTT-4, 246 (1956).