

損失を考慮したハイブリッド回路の特性*

安住 和彦**

品田 雄治**

(昭和49年9月27日受理)

Characteristics of Hybrid Circuits in Consideration of Lossy Transmission Line

by Kazuhiko AZUMI and Yūji SHINADA

In experimenting with hybrid circuits in a microwave frequency band and measuring those hybrid characteristics, the measured characteristics of the isolation and the reflection coefficients differ from the theoretical ones at the center frequency f_0 . We may point out many reasons why the actual characteristics do not coincide with the theoretical values.

In this paper we have considered one of those reasons, the loss of transmission lines connecting each port, and have calculated the influence of this loss on the frequency characteristics of the hybrid circuits.

1. ま え が き

マイクロ波帯で使用されているハイブリッド回路を実際に試作¹⁾して、そのハイブリッド動作特性を測定してみると、中心周波数 ($\beta l = 90^\circ$) で反射係数は零とはならず、又分離度も無限大ではなく、ある有限値となる。そして反射係数の最小点及び分離度の最大点は中心周波数からずれてしまう。その原因はいろいろ考えられるが、ここでは伝送線路に損失があるものとして従来の無損失と仮定した解析に対して、その影響がどの様にハイブリッド特性に影響を与えるか考察した。分離度に及ぼす損失の影響²⁾のみについては求められているが、四つのハイブリッド動作特性に対する影響についてはまだ求められていない。

ここではハイブリッド回路として単純ループ・ハイブリッドリング³⁾と Rat Race 回路⁴⁾をとりあげ、損失の影響を計算してみる。

2. 損失を考慮したハイブリッド回路の特性

ハイブリッド回路の各ポート間を連結している線路には、損失があるものと仮定し次式の

* 電気四学会北海道支部連合大会で一部発表 (1973年10月, 北見)

** 北見工業大学電子工学科

様にあらわす。

線路の単位長インピーダンス： Z

$$Z = R + j\omega L = j\omega L(1 - j\varepsilon) \quad (1)$$

線路の単位長アドミタンス： Y

$$Y = G + j\omega C = j\omega C(1 - j\delta) \quad (2)$$

線路の伝搬定数： γ

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{ZY} \cong j\omega\sqrt{LC} \left(1 - j\frac{\varepsilon}{2} - j\frac{\delta}{2}\right) \\ &\cong j\beta \left(1 - j\frac{\varepsilon}{2}\right) = \alpha + j\beta \end{aligned} \quad (3)$$

従って線路の減衰定数 α は

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{2} \beta \quad (4)$$

の様に β (位相定数) に比例するものとする。
以下では式 (4) の ε をパラメータにとって、損失がハイブリッド動作特性にどのような影響を与えるのかを単純ループ・ハイブリッドリングと Rat Race 回路を例にとり考察してみる。

2.1 単純ループ・ハイブリッドリング

図 1 に示す単純ループ・ハイブリッドリングにおいて、図の様に各ポートの名称及び各ポートを連結する線路のアドミタンスをとるものとする。各線路の長さ l は伝送の中心周波数 (電気角で表わすと $\beta l = 90^\circ$) において四分の一波長の長さとする。この回路のアドミタンス行列は次式の様に表わされる。

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{aa} & \mathbf{Y}_{ab} \\ \mathbf{Y}_{ba} & \mathbf{Y}_{bb} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{Y}_{aa} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2) \coth \gamma l & -Y_1 \operatorname{cosech} \gamma l \\ -Y_1 \operatorname{cosech} \gamma l & (Y_1 + Y_2) \coth \gamma l \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{bb} \quad (6)$$

$$\mathbf{Y}_{ab} = \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{23} & Y_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_2 \operatorname{cosech} \gamma l & 0 \\ 0 & -Y_2 \operatorname{cosech} \gamma l \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{ba} \quad (7)$$

ただし

$$\gamma l = (\alpha + j\beta)l \quad (8)$$

である。

Y_1, Y_2 の損失は同じであると仮定し、終端アドミタンス Y_L には損失はないものとした時、

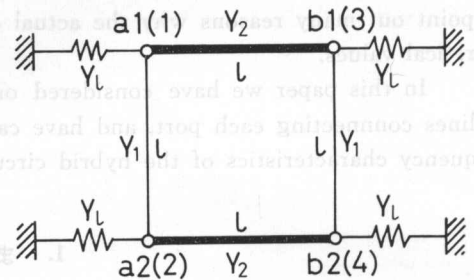


図 1 単純ループ・ハイブリッドリング

Fig. 1. Simple-loop hybrid ring.

中心周波数で出力電力が等配分される為には

$$Y_1 = \left(1 + j\frac{\varepsilon}{2}\right) Y_0, Y_2 = \sqrt{2} Y_1, Y_l = \sqrt{2} Y_0 \quad (9)$$

でなければならない。

a 端から回路を見た入力アドミタンス行列

Y_{ain} は

$$Y_{ain} = \begin{bmatrix} Y_{ain11} & Y_{ain12} \\ Y_{ain21} & Y_{ain22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$Y_{ain11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2 (Y_{11} + Y_l)}{(Y_{11} + Y_l)^2 - Y_{12}^2} = Y_{ain22} \quad (11)$$

$$Y_{ain12} = Y_{12} + \frac{Y_{13}^2 Y_{12}}{(Y_{11} + Y_l)^2 - Y_{12}^2} = Y_{ain21} \quad (12)$$

となる。

a 2 ポートを Y_l で終端した時, a 1 ポートから回路を見た入力アドミタンスは

$$Y_{ain1} = Y_{ain11} - \frac{Y_{ain12}^2}{Y_{ain11} + Y_l} \quad (13)$$

となる。

従って反射係数 ρ , 分離度 s は

$$\rho = \frac{|Y_{ain1} - Y_l|}{|Y_{ain1} + Y_l|} \quad (14)$$

$$s = 20 \log_{10} \sqrt{\left| \frac{Y_{ain1}}{Y_l} \cdot \frac{Y_{ain11} + Y_l}{Y_{ain12}} \right|} \quad (\text{dB}) \quad (15)$$

となる。

又出力電圧配分比 v , 出力電圧位相差 φ は

$$\frac{V_{b1}}{V_{b2}} \Big|_{a1 \text{ 端入力}} = v e^{j\varphi} \quad (16)$$

と定義する。

ε をパラメータにとり図1の回路において ρ, s, v, φ の周波数特性を計算すると図2, 図3, 図4, 図5に示すグラフとなる。図において実線は $\varepsilon=0$ (損失がない場合), 一点鎖線は $\varepsilon=0.05$, 破線は $\varepsilon=0.1$ の時を表わす。なお周波数特性は電気角に対する特性で示した。

2.2 Rat Race 回路

図6に示す基本 Rat Race 回路において, 図の様に各ポートの名称, 各ポートを連結する線路のアドミタンス及び長さをとるものとする。この回路のアドミタンス行列は次式のようになる。

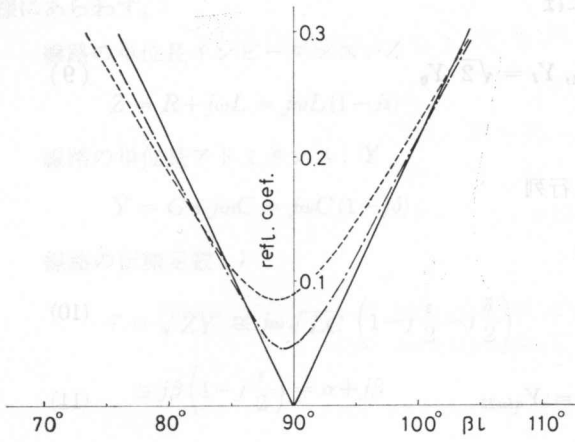


図 2 反射係数の周波数特性

Fig. 2. Frequency characteristics of the reflection coefficient.

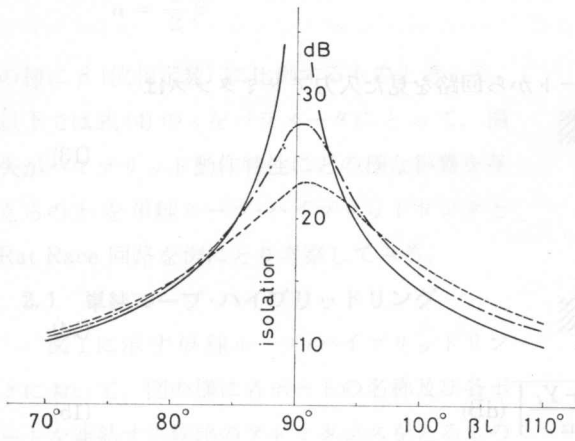


図 3 分離度の周波数特性

Fig. 3. Frequency characteristics of the isolation.

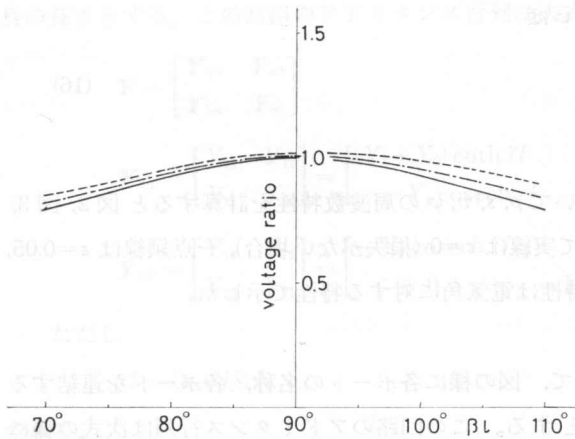


図 4 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 4. Frequency characteristics of the voltage ratio.

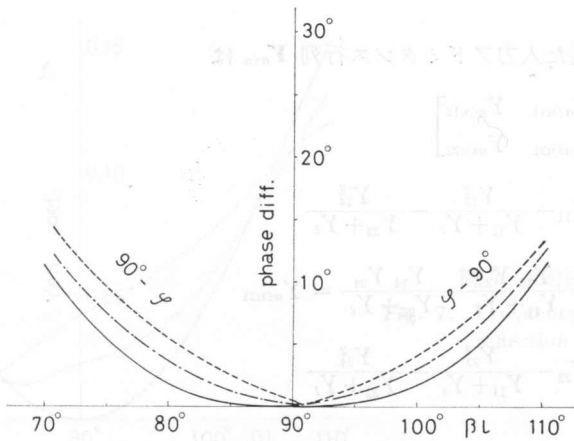


図 5 出力電圧位相差の周波数特性

Fig. 5. Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

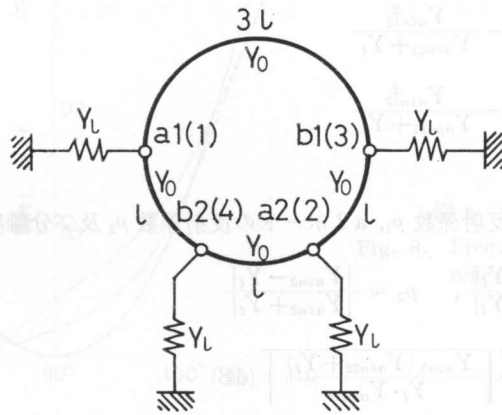


図 6 Rat race 回路

Fig. 6. Rat race circuit.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} \\ Y_{ba} & Y_{bb} \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$Y_{aa} = \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 \\ 0 & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 (\coth 3\gamma L + \coth \gamma L) & 0 \\ 0 & 2Y_0 \coth \gamma L \end{bmatrix} = Y_{bb} \tag{18}$$

$$Y_{ab} = \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{23} & Y_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_0 \operatorname{cosech} 3\gamma L & -Y_0 \operatorname{cosech} \gamma L \\ -Y_0 \operatorname{cosech} \gamma L & -Y_0 \operatorname{cosech} \gamma L \end{bmatrix} = Y_{ba} \tag{19}$$

各ポートを連結する線路には損失があるものと仮定し、中心周波数で出力電力が等配分される為には

$$Y_0 = \left(1 + j\frac{\epsilon}{2}\right) Y'_0, \quad Y_L = \sqrt{2} Y'_0 \tag{20}$$

でなければならない。

a 端から回路を見た入力アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{ain} は

$$\mathbf{Y}_{ain} = \begin{bmatrix} Y_{ain11} & Y_{ain12} \\ Y_{ain21} & Y_{ain22} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$Y_{ain11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2}{Y_{11} + Y_l} - \frac{Y_{14}^2}{Y_{22} + Y_l} \quad (22)$$

$$Y_{ain12} = -\frac{Y_{13} Y_{23}}{Y_{11} + Y_l} - \frac{Y_{14} Y_{24}}{Y_{22} + Y_l} = Y_{ain21} \quad (23)$$

$$Y_{ain22} = Y_{22} - \frac{Y_{23}^2}{Y_{11} + Y_l} - \frac{Y_{24}^2}{Y_{22} + Y_l} \quad (24)$$

となる。

a 2 ポートを Y_l で終端した時, a 1 ポートから回路を見た入力アドミタンス Y_{ain1} 及び a 1 ポートを Y_l で終端した時, a 2 ポートから回路を見た入力アドミタンス Y_{ain2} は

$$Y_{ain1} = Y_{ain11} - \frac{Y_{ain12}^2}{Y_{ain22} + Y_l} \quad (25)$$

$$Y_{ain2} = Y_{ain22} - \frac{Y_{ain12}^2}{Y_{ain11} + Y_l} \quad (26)$$

となる。

従って a 1 ポートの反射係数 ρ_1 , a 2 ポートの反射係数 ρ_2 及び分離度 s は

$$\rho_1 = \frac{|Y_{ain1} - Y_l|}{|Y_{ain1} + Y_l|}, \quad \rho_2 = \frac{|Y_{ain2} - Y_l|}{|Y_{ain2} + Y_l|} \quad (27)$$

$$s = 20 \log_{10} \sqrt{\left| \frac{Y_{ain1} (Y_{ain22} + Y_l)}{Y_l \cdot Y_{ain12}} \right|} \quad (\text{dB}) \quad (28)$$

となる。

a 1 端入力時の出力電圧配分比 v_1 , 出力電圧位相差 φ_1 , a 2 端入力時の出力電圧配分比 v_2 , 出力電圧位相差 φ_2 は

$$\frac{V_{b1}}{V_{b2}} \Big|_{\text{a 1 端入力}} = v_1 e^{j\varphi_1} \quad (29)$$

$$\frac{V_{b1}}{V_{b2}} \Big|_{\text{a 2 端入力}} = v_2 e^{j\varphi_2} \quad (30)$$

と定義する。

ε をパラメータにとり 図 6 の回路において $\rho_1, \rho_2, s, v_1, v_2, \varphi_2$ の周波数特性を計算すると 図 7, 図 8, 図 9, 図 10, 図 11, 図 12 のグラフとなる。図において実線は $\varepsilon=0$ (損失がない場合), 一点鎖線は $\varepsilon=0.05$, 破線は $\varepsilon=0.1$ の時を表わす。なお $\varphi_1 = \varphi_2 - 180^\circ$ なので図には φ_2 のみを示した。

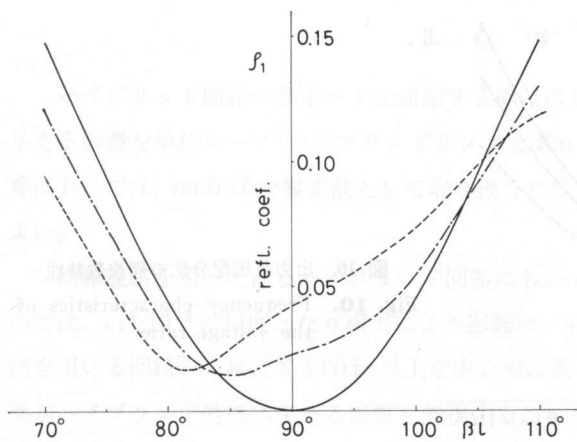


図 7 反射係数の周波数特性

Fig. 7. Frequency characteristics of the reflection coefficient.

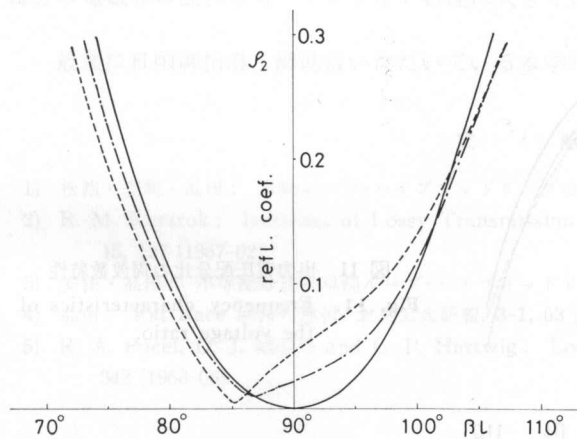


図 8 反射係数の周波数特性

Fig. 8. Frequency characteristics of the reflection coefficient.

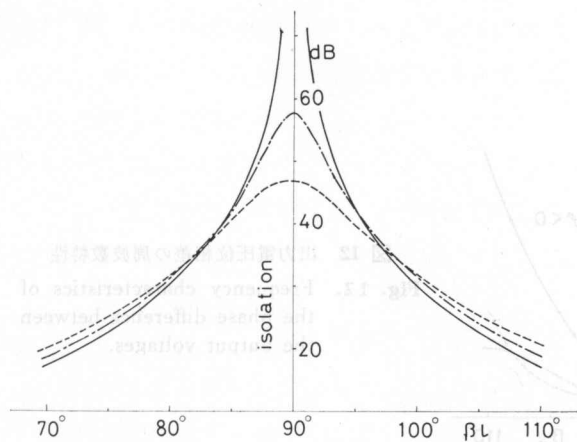


図 9 分離度の周波数特性

Fig. 9. Frequency characteristics of the isolation.

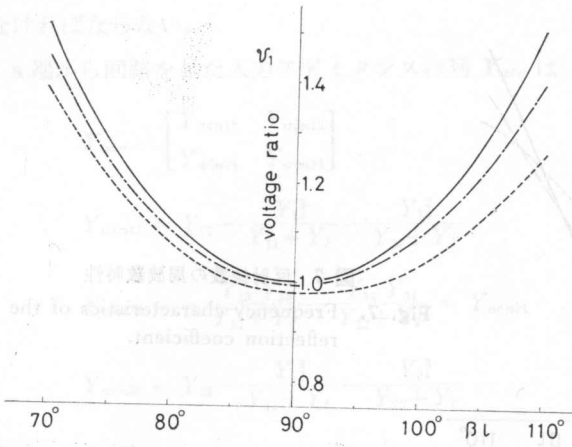


図 10 出力電圧配分比の周波数特性
 Fig. 10. Frequency characteristics of the voltage ratio.

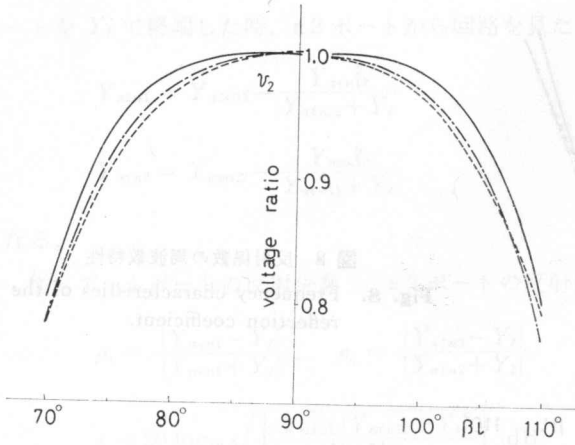


図 11 出力電圧配分比の周波数特性
 Fig. 11. Frequency characteristics of the voltage ratio.

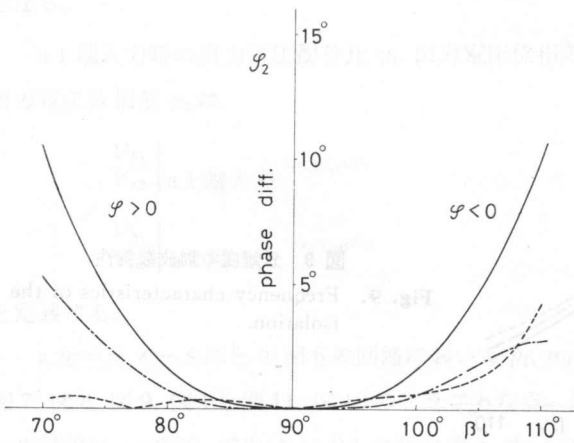


図 12 出力電圧位相差の周波数特性
 Fig. 12. Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

3. む す び

ハイブリッド回路の各ポートを連結する線路に損失がある場合のハイブリッド動作特性に与える影響を単純ループ・ハイブリッドリングと Rat Race 回路を例にとりて計算した。数値計算においては、 $\tanh \gamma l$ を複素数として取り扱うだけでよく、従来の式の一部を変更するだけでよい。

同軸線路を用いて作るハイブリッド回路において、例えば 250 MHz を中心周波数とするものでは、 ϵ は 10^{-3} の程度となり損失による影響は、ほとんど考えなくともよいがストリップ線路を用いる回路⁵⁾ において 1 GHz 以上を中心周波数とするものでは、 ϵ は $10^{-2} \sim 10^{-1}$ となり損失がハイブリッド特性に与える影響を無視することができなくなる。しかしながら実際の特性が理論値と完全に一致しないことの理由には上記のほかにも端子との整合や回路の急激な曲り部分の電磁界の乱れ等もハイブリッド特性に大きく影響しているものと思われる。

最後に日頃御指導、御助言いただいている本学学長松本秋男先生に深く感謝いたします。

文 献

- 1) 松西・安住・品田：単純ループ・ハイブリッドリングの設計及び試作，北見工大研報，**6-2**，(1975-04)。
- 2) R. M. Kurzrok：Isolation of Lossy Transmission Line Hybrid Circuits，IEEE Trans，**MTT-15**，127 (1967-02)。
- 3) 安住・品田：不等配分比の単純ループ・ハイブリッドリング，北見工大研報，**3-2**，299 (1972-06)。
- 4) 品田：Rat Race 回路の解析，北見工大研報，**3-1**，63 (1971-01)。
- 5) R. A. Pucel, D. J. Massé and C. P. Hartwig：Losses in Microstrip，IEEE Trans. **MTT-16**，342 (1968-06)。

4. 単純ループ・ハイブリッドリングの動作

図1に示す単純ループ・ハイブリッドリングにおいて各ポートを各線路と各ポート間を連結する線路の特性アドミタンスの平均値によりとする。つまり左端に入力ポート1，