

リアプノフ関数による電力系統の過渡安定度解析

川崎 晶 司*

山城 迪**

(昭和49年9月18日受理)

Transient Stability Analysis of Power System by Liapunov Function

by Shoji KAWASAKI and Susumu YAMASHIRO

Many studies about the stability of a power system have been done. Recently there has been much interest in the Transient Stability of a multimachine power system, because Transient Stability has an important effect on the operation of a power system.

In accordance with the development of the Modern Automatic Control Theory, the second method of Liapunov has interested many persons, who have applied it to Transient Stability Analysis.

In order that the Second method of Liapunov may be applied to Transient Stability Analysis, we must constitute a scalar function which satisfies Liapunov conditions and is called a Liapunov Function. In this paper we propose a new Liapunov Function that is modified from El-Abiad's Liapunov Function. The modified Liapunov Function and El-Abiad's Liapunov Function are applied to a 4-machine power system model, and some discussion is given about the numerical results.

1. ま え が き

電力系統における安定度に関する問題は、非常に古くから研究されており、今日までに多大の成果がおさめられている。近年、また将来においても電力系統はエネルギー需要の増加に伴い電力系統の大規模化、大容量化を強いられている。このように大規模、大容量化された大規模連系系統においては、系統内に故障が発生した場合に1台の発電機が安定性を崩してステップアウトすると連鎖反動的に次々と他の発電機がステップアウトしてしまうことがある。このように小さい事故から事故が波及して大事故につながる可能性がある。このような事故防止の観点から電力系統運用上で系統の過渡安定性が重要な意味を持っている。

過渡安定度の立場よりみた安全な運用方策を検討するためには、その時点での運転状態の

* 北海道大学大学院修士課程

** 北見工業大学電気工学科

下に想定する事故に対して過渡安定度の評価をする必要がある。この結果から系統は十分な安定余裕をもって運転されなければならない。

一般に、過渡安定度の評価は電力系統の動揺方程式を逐次解く Step by step 法が用いられている。この方法は系統の状態（電力潮流、発電機の回転子角・速度等）を的確に把握できる反面に発電機台数の多い系統においては多次元の連立微分方程式を解かなければならないので計算量及び計算時間が膨大になり、デジタル計算機の高速化が進んでいる現在でも系統の安全監視のようにオンラインで効率よく処理する事は困難である。これに対して近年、非線形微分方程式論、自動制御論の安定性概念の確立に伴いリアプノフの安定理論が注目され電力系統の安定性についても一層深い考察がなされた。そして El-Abiad 氏らによって過渡安定度の評価を効率よく行なう“リアプノフ関数による電力系統の過渡安定度解析”が行なわれた。リアプノフの方法を用いて過渡安定度を評価する場合、動揺方程式を解く時間帯は電力系統の臨界故障除去時間まででよい。この事は Step by step 法に比べると計算処理時間は大幅に減ぜられていることを示している。

本論文は電力系統の縮退操作を行なって作られた Bus admittance 行列の伝達コンダクタンスを考慮したリアプノフ関数を構成して、この関数と El-Abiad 氏が提案した関数とを、モデル系統に適用し数値計算して比較、検討を行ない提案するリアプノフ関数が系統条件によってはより良い過渡安定度評価を与えることを明らかにするものである。

2. リアプノフ関数の構成

〈2・1〉 電力系統の動揺方程式

電力系統を表現する動揺方程式は厳密に表わすと非常に高階な微分方程式であるが、一般に次のような仮定によって二階の非線形微分方程式として取り扱っている。

- (i) 発電機の機械的入力是一定である。
- (ii) 発電機は誘起々電力が一定であり同期インピーダンスが純リアクタンスで直軸成分のみとする。
- (iii) 発電機の回転子角は同期速度で回転する回転軸を基準軸とする。
- (iv) 制動トルクは一定である。

以上の仮定より、 n 機の発電機を有する電力系統における i 番目の発電機の動揺方程式は

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{d\tau^2} + D_i \frac{d\delta_i}{d\tau} + f_i^{(m)}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) = P_{mi} \quad (1)$$

ここで、 $M_i = 4\pi f H_i$: 慣性定数、 H_i : 単位慣性定数、 $D_i = 2\pi f d_i$: 制動定数、 d_i : 制動係数、 P_{mi} : 機械的入力、 $\tau = 2\pi f t$: 正規化時間 (rad)、 t : 実際の時間 (second)、 $f_i^{(m)}$: 電氣的出力で m は系統の状態を表わす添字で $m=0$ は故障前の系統、 $m=1$ は故障時の系統、 $m=2$ は故障除去後の系統を示す。

式 (1) の電氣的出力は Bus admittance 行列を用いると式 (2) のように表現できる。

$$\begin{aligned}
 f_i^{(m)} &= E_i^2 G_{ii}^{(m)} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij}^{(m)} \cos \{ \delta_i - \delta_j + \phi_{ij}^{(m)} \} \\
 &= E_i^2 G_{ii}^{(m)} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j \{ B_{ij}^{(m)} \sin (\delta_i - \delta_j) + G_{ij}^{(m)} \cos (\delta_i - \delta_j) \}
 \end{aligned} \tag{2}$$

ここで、 $E_i \angle \delta_i$: i 番目の発電機の誘起々電力、 $Y_{ij}^{(m)} \angle \phi_{ij}^{(m)} = G_{ij}^{(m)} + j B_{ij}^{(m)}$: 状態 m の電力系統を縮退操作したときの Bus admittance 行列の要素であり、 j は複素数の虚部を表わす。

状態変数として $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, v_1, v_2, \dots, v_n)$ をとると式 (1) は

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = v_i \\ \dot{v}_i = \frac{1}{M_i} (P_{mi} - D_i v_i - f_i^{(m)}) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{3 \cdot a}$$

$$\tag{3 \cdot b}$$

と書ける。今後は式 (3 \cdot a)、式 (3 \cdot b) をもって電力系統の動揺方程式とする。

〈2 \cdot 2〉 リアプノフ関数^{3),5)}

リアプノフの方法により過渡安定度の解析をするにはある適当なリアプノフ関数と呼ばれているスカラー関数を構成して漸近安定な安定領域を決定しなければならない。

一般に物理系が次のように表現される場合

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) \tag{4}$$

ここで、 \mathbf{X} は s 次元の列ベクトルの状態変数で、 $\dot{\mathbf{X}}$ は \mathbf{X} の時間微分とする。更に $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ は任意の関数であり非線形であってもかまわない。

このとき、リアプノフの安定理論より展開されるリアプノフ関数 $V_L(\mathbf{X})$ が式 (4) を満足する解 \mathbf{X} に対して以下の条件を満足するように決定できるならば式 (4) で記述される系は漸近安定であると言える。

- (i) $V_L(\mathbf{X})$ は \mathbf{X} に関して連続なスカラー関数である。
- (ii) $V_L(\mathbf{X}) < V_e (V_e > 0)$ で定義される領域 Ω において \mathbf{X} に関する偏微分が存在して、且つその微係数は連続である。
- (iii) $V_L(\mathbf{X})$ は安定平衡点 \mathbf{X}_e においてゼロであり、その他の領域 Ω においては正定である。
- (iv) $V_L(\mathbf{X})$ の時間微分は負値関数である。

この結果“系のトラジェクトリが Ω 内から始まるいかなる状態 \mathbf{X} も時間の経過とともに安定平衡点 \mathbf{X}_e に近づく”と言える。ここで注意しなければならない点はリアプノフの安定理論は安定性に対して非常に強い意味での十分条件であり、必ずしもリアプノフの条件を満たさないからと言って不安定であるとは一概に断定できない。

一般に電力系統における過渡安定度は次の三つの段階を経て論ぜられる。

段階 1) 系統に故障が発生する以前の健全な系統 → 故障前の系統

段階 2) 系統に故障が発生して故障が除去されるまでの間 → 故障時の系統

段階 3) 系統の故障送電線を除去した後の系統→故障除去後の系統

重要な議論は故障が発生して系統が動揺し、その故障を除去した故障除去後の系統が安定になるか否か?である。それゆえリアプノフ関数は故障除去後の系統に対して適用せねばならない。

以上のことから多機系の電力系統においてリアプノフの条件を満足するリアプノフ関数は、状態変数 \mathbf{X} として $(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, v_1, v_2, \dots, v_n)$ を取るとき本論文で筆者達が提案する関数は式 (5) である。式 (5) を提案し

$$V_1(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{2} M_k v_k^2 + (E_k^2 G_{kk}^{(2)} - P_{mk}) (\delta_k - \delta_{k0}) \right\} \\ + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n E_k E_j \left[B_{kj}^{(2)} \left\{ \cos(\delta_{k0} - \delta_{j0}) - \cos(\delta_k - \delta_j) \right\} \right. \\ \left. - G_{kj}^{(2)} \left\{ \sin(\delta_{k0} - \delta_{j0}) - \sin(\delta_k - \delta_j) \right\} \right] \quad (5)$$

た理由は、電力系統の系統状態が重負荷を負っている場合、特に系統の送電線アデミッタンスが大きいとき、つまり送電容量の大きい系統で重負荷時の場合に縮退操作して作られた Bus admittance 行列の各伝達アドミッタンスのコンダクタンス分が正の大きな値になり、その為に安定領域を Ω 決定するしきい値 V_e の値が大きくなり結果的には El-Abiad のリアプノフ関数よりも、より大きい安定領域を決定することから式 (5) のリアプノフ関数を提案するものである。また El-Abiad 氏が提案したリアプノフ関数を式 (6) に示した。

$$V_2(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{2} M_k v_k^2 + (E_k^2 G_{kk}^{(2)} - P_{mk}) (\delta_k - \delta_{k0}) \right\} \\ + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n E_k E_j \left[B_{kj}^{(2)} \left\{ \cos(\delta_{k0} - \delta_{j0}) - \cos(\delta_k - \delta_j) \right\} \right. \\ \left. + G_{kj}^{(2)} \left\{ \sin(\delta_{k0} - \delta_{j0}) - \sin(\delta_k - \delta_j) \right\} \right] \quad (6)$$

式 (5)、式 (6) において、 $\delta_{k0} (k=1, 2, \dots, n)$ は故障除去後の系統の安定平衡点である。しかるに筆者達の提案した関数式 (5) がリアプノフ条件を満足しているかについて議論を展開しよう。

(i) 式 (5) は \mathbf{X} について連続である。

(ii) 式 (5) は \mathbf{X} についての偏微分が存在して、且つ連続であることが認められる。つまり

$$\frac{\partial V_1}{\partial \delta_i} = f_i^{(2)}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) - P_{mi} - 2 \sum_{j=1}^{i-1} E_j E_i G_{ij}^{(2)} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (7)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial v_i} = M_i v_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

(iii) 安定平衡点 $\mathbf{X}_e = (\delta_{10}, \delta_{20}, \dots, \delta_{n0}, 0, \dots, 0)$ では $V_1(\mathbf{X}_e) = 0$ となる。

(iv) V_1 の時間微分は式 (9) に式 (3・a)、式 (3・b)、式 (7)、式 (8) を代入して整理すると式 (10) が得られる。この式 (10) は $v_i (i=1, 2, \dots, n)$ が十分に大きいので $dV_1/d\tau$ は負定であるといえる。

$$\begin{aligned} \frac{dV_1}{d\tau} &= \frac{\partial V_1}{\partial \tau} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial V_1}{\partial \delta_i} \frac{d\delta_i}{d\tau} + \frac{\partial V_1}{\partial v_i} \frac{dv_i}{d\tau} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial V_1}{\partial \delta_i} \frac{d\delta_i}{d\tau} + \frac{\partial V_1}{\partial v_i} \frac{dv_i}{d\tau} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{dV_1}{d\tau} = - \sum_{i=1}^n D_i v_i^2 - 2 \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^{i-1} E_i E_j G_{ij}^{(2)} v_i \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (10)$$

以上により式 (5) がリアプノフ関数であることが証明された。

〈2・3〉 平衡点の算定と正規化リアプノフ関数^{1),2),4),5)}

前節で提案したリアプノフ関数を用いて過渡安定度を評価する訳だが、ここでリアプノフの条件 (ii) の安定領域を決定する際にしきい値 V_0 をどうするかが問題になる。これに対して式 (5) が式 (1) の積分形になっていて、更に式 (5) はエネルギー積分関数に類似していることから、しきい値 V_0 は故障除去後の系統の不安定平衡点における $V_1(\mathbf{X})$ の値を取る。このことから故障除去後の系統の安定平衡点、不安定平衡点を求めなければならない。この両平衡点においては式 (11) が成立する。故に式 (11) を解くことによって

$$\left. \begin{aligned} P_{mi} &= f_i^{(2)}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) \\ v_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

安定平衡点及び不安定平衡点が算定される、しかし式 (11) は非線形代数方程式となることから、安定平衡点及び不安定平衡点は式 (12) を非線形計画法によって最小化して $\Phi=0$ になった点である。この Φ を最小化するとき

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \left\{ P_{mi} - f_i^{(2)}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) \right\}^2 \quad (12)$$

出発点を適当に選んで与えることによって最小化されて求まった $\Phi=0$ の点が安定平衡点になったり、不安定平衡点になったりする。まずはじめに安定平衡点を求めるには出発点 $\delta_{is} (i=1, 2, \dots, n)$ を故障前の潮流計算の結果から発電機の内部誘起々電力 (過渡リアクタンス背後の電圧) の位相角 $\delta_i^{(0)} (i=1, 2, \dots, n)$ を計算して与えればよい。また、不安定平衡点を求めるには故障時の発電機の加速電力を P_{ai} とすれば

$$P_{ai} = P_{mi} - f_i^{(1)}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) \quad (13)$$

となる。そして電力系統の n 機の発電機を I 群, II 群に分類する。ただし、I 群は P_{ai}/M_i の値が大きい発電機で、II 群は I 群以外の発電機とする。こうして不安定平衡点は、 Φ を最小化する出発点を I 群の発電機については $\delta_{is} = \delta_i^{(0)}$ 、II 群の発電機については $\delta_{is} = \pi - \delta_i^{(0)}$ にすればよい。こうして求められた不安定平衡点を $\delta_{ic} (i=1, 2, \dots, n)$ とすると \mathbf{X}_c は $(\delta_{1c}, \delta_{2c}, \delta_{nc}, 0, \dots, 0)$ と表わされる。これからリアプノフ関数による安定領域 Ω_1 は

$$\Omega_1 = \{ \mathbf{X} | 0 \leq V_1(\mathbf{X}) \leq V_1(\mathbf{X}_c) \} \quad (14)$$

と表わせる。さらに正規化リアプノフ関数 $W_1(\mathbf{X})$ を式 (15) で定義する。

$$W_1(\mathbf{X}) = V_1(\mathbf{X}) - V_1(\mathbf{X}_0) \quad (15)$$

これより電力系統の安定性については

$W_1 > 0$ ならば系統は不安定

$W_1 = 0$ ならば系統は臨界的

$W_1 < 0$ ならば系統は安定

である、と言える。また El-Abiad の提案したリアプノフ関数の正規化リアプノフ関数は式 (16) で定義される。

$$W_2(\mathbf{X}) = V_2(\mathbf{X}) - V_2(\mathbf{X}_0) \quad (16)$$

これもまた安定性については W_1 と同じことが言える。

3. 具体例とまとめ

〈3.1〉 計算手順

リアプノフ関数による過渡安定度解析を行う計算手順は次の通り¹⁾である。

- 1) 故障前の系統の潮流計算
- 2) 系統の縮退操作を行って $Y_{ij}^{(m)}$ ($m=1, 2$) を求める。
- 3) 故障除去後の系統の安定平衡点, 不安定平衡点を求める。
- 4) しきい値 V_c を求める。
- 5) 故障時の系統をシミュレーションして臨界故障除去時間を決定する。

実際の計算プログラムにおいては, 1) の潮流計算は Bus admittance 行列を用い Gauss-Seidel 法で解いた。但し, 加速定数を $1.4 + j0.05$ とし収束条件は k 回目の反復計算で修正量が 3×10^{-5} より小さくなれば計算をやめるようにした。2) の縮退操作は負荷を一定アドミタンスで表示して i 番目の発電機内部母線電圧 \dot{E}_i に単位電圧を加え, 他の発電機内部母線電圧はゼロにしたとき各発電機より注入される電流が縮退操作をして得られる Bus admittance 行列の i 列の要素となることを利用している。また故障時の系統の縮退操作はその故障母線電圧をゼロにして上述の操作を行っている。3) の平衡点算定の為に

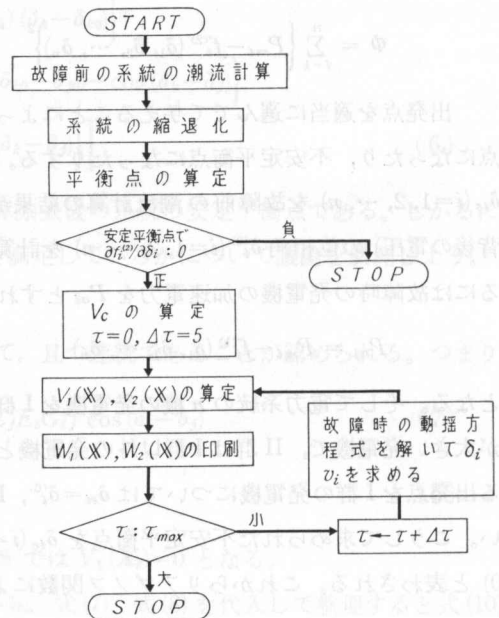


図 1 フローチャート

Fig. 1. Flow Chart.

2.3節で示した Φ を最小化する方法は最適傾斜法を用い収束条件は $\max \{\partial\Phi/\partial\delta_i\}$ が 1.0×10^{-4} より小さくなれば計算はやめることにする。5) の電力系統の故障時の動揺方程式は Runge-Kutta の四次近似法を用いて解いた。但し、時間刻みは 5 rad (0.013263 sec) とした。

〈3.2〉 第1の例

図2のようなモデル系統を選び、線路定数及び発電機の詳細については表1、表2に示した。想定する故障は送電線2-5の母線2の近くで三相故障が発生し、故障除去後の系統は送電

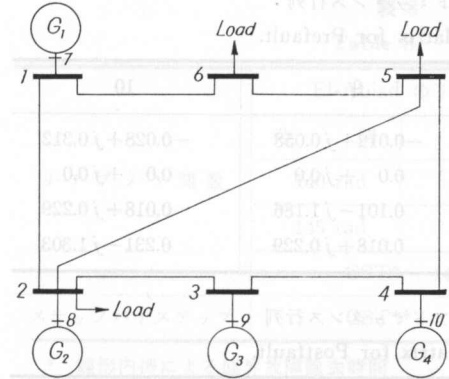


図2 モデル系統

Fig. 2. Model Power System.
Base 100 MVA 100 kV.

表1 線路定数

Table 1. Line admittance.

送電線		線路アドミッタンス
p	q	$y_{pq} (p.u)$
1	2	$1.1765 - j4.7059$
2	3	$0.3842 - j1.9231$
3	4	$0.2941 - j1.1765$
4	5	$1.0 - j3.0$
5	6	$1.0 - j2.0$
6	1	$3.0769 - j4.6154$
2	5	$0.6897 - j1.7241$

表2 発電機の詳細

Table 2. Synchronous Machine's Detail.

発電機	$M_i (p.u)$	$x_p (p.u)$	$D_i (p.u)$	誘起々電力
G 1	75350	0.004	1.0	$1.0017 + j0.0037$
G 2	1130	1.000	12.0	$1.0599 + j0.2682$
G 3	2260	0.500	2.5	$1.0362 + j0.1711$
G 4	1508	0.400	6.0	$1.0244 + j0.1407$

表3 潮流計算の結果

Table 3. Load Flow for Prefault System.

母線 p	母線電圧 $E_p (p.u)$	発電機出力 $P_{GP} + jQ_{GP} (p.u)$	負荷 $P_{LP} + jQ_{LP}$
1	$1.0000 + j0.0000$	$0.9425 - j0.4261$	0
2	$0.9379 - j0.0457$	0.3 $-j0.1$	0.6 $-j0.3$
3	$0.9913 + j0.0431$	0.25 $-j0.1$	0
4	$0.9613 - j0.0046$	0.35 $-j0.15$	0
5	$0.8647 - j0.1152$	0	0.65 $-j0.15$
6	$0.8927 - j0.0706$	0	0.50 $-j0.2$

線 2-5 を除去したものとす。故障前の系統の潮流計算結果は表 3 に示した。表 4, 表 5 は各々故障時及び故障除去後の系統を縮退操作して作られた Bus admittance 行列である。表 6, 表 7 は故障除去後の系統の安定平衡点及び不安定平衡を示したものである。さらに故障時の系統をシミュレートして時間間隔 5 rad 毎に正規化リアプノフ関数を算出して、ちょうど正規化リアプノフ関数がゼロになる時刻を求めた。この時刻を臨界故障除去時間 (critical switching times) と呼ぶ、臨界故障除去時間というのは故障除去後の系統が安定であるための最大の故

表 4 故障時の系統のブスアドミッタンス行列

Table 4. Bus Admittance Matrix for Prefault.

	7	8	9	10
7	$1.902 - j5.654$	$0.0 + j0.0$	$-0.012 + j0.058$	$-0.028 + j0.312$
8	$0.0 + j0.0$	$0.0 - j1.0$	$0.0 + j0.0$	$0.0 + j0.0$
9	$-0.012 + j0.058$	$0.0 + j0.0$	$0.101 - j1.186$	$0.018 + j0.229$
10	$-0.028 + j0.312$	$0.0 + j0.0$	$0.018 + j0.229$	$0.231 - j1.303$

表 5 故障除去後の系統のブスアドミッタンス行列

Table 5. Bus Admittance Matrix for Postfault.

	7	8	9	10
7	$1.303 - j2.386$	$0.021 + j0.653$	$-0.035 + j0.616$	$-0.028 + j0.632$
8	$0.021 + j0.654$	$0.036 - j0.869$	$0.022 + j0.107$	$0.006 + j0.034$
9	$-0.035 - j0.616$	$0.022 + j0.107$	$0.113 - j1.092$	$0.027 + j0.281$
10	$-0.028 + j0.632$	$0.006 + j0.034$	$0.027 + j0.281$	$0.279 - j1.176$

表 6 安定平衡点

Table 6. Stable Equilibrium State of Postfault.

発電機	δ_i (rad)	$\partial f_i^{(2)} / \partial \delta_i$	Remark	Φ
G 1	0.0164	1.9830	安定	3.0067×10^{-4}
G 2	0.2645	8.4519×10^{-1}	安定	
G 3	0.1637	1.0738	安定	
G 4	0.1071	9.9960×10^{-1}	安定	

表 7 不安定平衡点

Table 7. Unstable Equilibrium State of Postfault.

発電機	δ_i (rad)	$\partial f_i^{(2)} / \partial \delta_i$	Remark	Φ
G 1	0.0192	5.9783×10^{-1}	安定	1.4796×10^{-2}
G 2	2.9011	-8.5785×10^{-1}	不安定	
G 3	0.1936	8.4193×10^{-1}	安定	
G 4	0.0837	9.2614×10^{-1}	安定	

障除去時間である。そしてリアプノフ関数によって求められた臨界故障除去時間の妥当性を調べるために Step by step 法によって求められた臨界故障除去時間とリアプノフ関数によるそれとを表 8 に記した。また 図 3, 図 4 は各々故障除去時間が 155 rad, 160 rad のときの Step by step 法で求められた電力系統の動揺曲線であり, 故障除去後の系統が 図 3 では安定であり, 図 4 では不安定である。この計算例では El-Abiad のリアプノフ関数が筆者達の提案したリアプノフ関数よりもよい結果を生じている。

表 8 臨界故障除去時間
Table 8. Critical switching time.

リアプノフ関数	El-Abiad のリアプノフ関数		本論文の提案したリアプノフ関数	
	時 間	W_1	時 間	W_2
リアプノフ関数	140 rad	-0.60532×10^{-1}	140 rad	-0.42361×10^{-2}
	145 rad	0.58921×10^{-2}	145 rad	0.67963×10^{-1}
	CST* 144.556 rad		CST* 140.293 rad	
ステップバイステップ	CST** 155 rae			

* 線形内挿による臨界故障除去時間

** Step by step 法による臨界故障除去時間

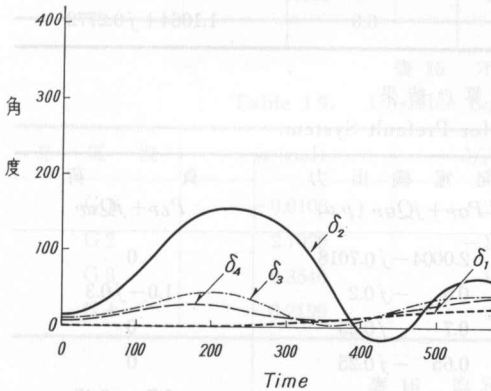


図 3 動揺曲線 (故障除去時間 155 rad)

Fig. 3. Swing curve: stable, fault cleared at 155 rad (0.4111 sec).

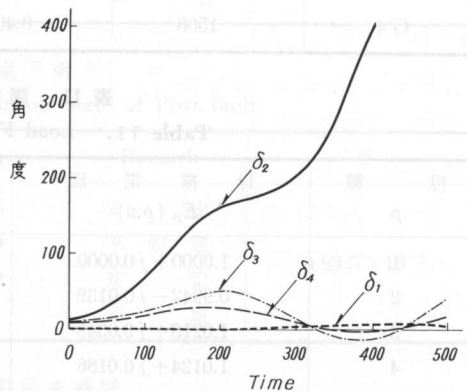


図 4 動揺曲線 (故障除去時間 160 rad)

Fig. 4. Swing curve: unstable, fault cleared at 160 rad (0.4244 sec).

〈3.3〉 第 2 の例

第 2 の例は 図 5 のモデル系統を用いた。

表 9 及び 表 10 は各々線路定数, 発電機の詳細を表した。想定する故障および故障除去後の系統は第 1 の例と同じである。表 11 は故障前の系統の潮流計算結果を示し, 表 12, 表 13 はそれぞれ故障時および故障除去後の系統を縮退操作して作られた Bus admittance 行列を表している。また 表 14, 表 15 は故障除去後の系統の安定平衡点, 不安定平衡点を示している。リ

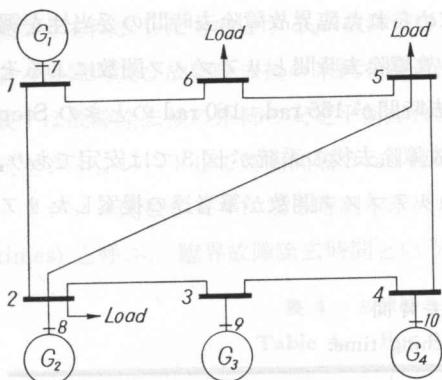


図5 モデル系統

Fig. 5. Model Power System.
Base 100 MVA 100 kV.

表9 線路定数

Table 9. Line admittance.

送電線		線路アドミッタンス	
p	q	$y_{pq} (p.u)$	
1	2	1.0	$-j 5.0$
2	3	2.0	$-j 10.0$
3	4	1.6666	$-j 8.3333$
4	5	2.0	$-j 10.0$
5	6	3.0	$-j 15.0$
6	1	3.0	$-j 15.0$
1	5	3.0	$-j 15.0$
2	5	1.0	$-j 5.0$

表10 発電機の詳細

Table 10. Synchronous Machine's Detail.

発電機	$M_i (p.u)$	$x_d (p.u)$	$D_i p.u(\prime)$	誘起々電力
G 1	75350	0.004	1.0	$1.0028 + j 0.0080$
G 2	1130	1.000	12.0	$1.2038 + j 0.5866$
G 3	2260	0.500	2.5	$1.1319 + j 0.3813$
G 4	1508	0.400	6.0	$1.1064 + j 0.2772$

表11 潮流計算の結果

Table 11. Load Flow for Prefault System.

母線	母線電圧	発電機出力	負荷
p	$E_p (p.u)$	$P_{GP} + jQ_{GP} (p.u)$	$P_{LP} + jQ_{LP}$
1	$1.0000 + j 0.0000$	$2.0004 - j 0.7018$	0
2	$0.9942 - j 0.0139$	0.6 $-j 0.2$	$1.0 - j 0.3$
3	$1.0213 + j 0.0349$	0.7 $-j 0.25$	0
4	$1.0124 + j 0.0186$	0.65 $-j 0.25$	0
5	$0.9699 - j 0.0525$	0	$1.7 - j 0.45$
6	$0.9613 - j 0.0621$	0	$1.2 - j 0.4$

表12 故障時の系統のブスアドミッタンス行列

Table 12. Bus Admittance Matrix for fault.

	7	8	9	10
7	$3.599 - j 11.690$	0.0 $+j 0.0$	$0.009 + j 0.309$	$0.046 + j 0.937$
8	0.0 $+j 0.0$	0.0 $-j 1.0$	0.0 $+j 0.0$	0.0 $+j 0.0$
9	$0.009 + j 0.309$	0.0 $+j 0.0$	$0.040 - j 1.764$	$0.021 + j 0.136$
10	$0.046 + j 0.937$	0.0 $+j 0.0$	$0.021 + j 0.136$	$0.070 - j 2.086$

リアプノフ関数による過渡安定度解析の結果と Step by step 法による結果とを第 1 の例と同じ形式で表 16 にまとめてみた。図 6, 図 7 は故障除去時間がそれぞれ 75 rad, 80 rad の場合に Step by step 法で求められた動揺曲線である。

表 13 故障除去後の系統のブスアドミッタンス行列
Table 13. Bus Admittance Matrix for Post fault

	7	8	9	10
7	$3.071 - j4.697$	$0.047 + j0.653$	$0.049 + j1.175$	$0.077 + j1.607$
8	$0.047 + j0.653$	$0.024 - j0.906$	$0.026 + j0.116$	$0.014 + j0.071$
9	$0.049 + j1.175$	$0.026 + j0.116$	$0.068 - j1.619$	$0.037 + j0.229$
10	$0.077 + j1.607$	$0.014 + j0.071$	$0.037 + j0.229$	$0.081 - j2.020$

表 14 安定平衡点
Table 14. Stable Equilibrium State of Post fault.

発電機	δ_i (rad)	$\partial f_i^{(2)}/\partial \delta_i$	Remark	Φ
G 1	-0.0001	3.9710	安定	1.1465×10^{-5}
G 2	0.4618	1.0364	安定	
G 3	0.3285	1.8084	安定	
G 4	0.2416	2.1890	安定	

表 15 不安定平衡点
Table 15. Unstable Equilibrium State of Post fault.

発電機	δ_i (rad)	$\partial f_i^{(2)}/\partial \delta_i$	Remark	Φ
G 1	-0.0103	2.3745	安定	4.9327×10^{-2}
G 2	2.7029	-1.0830	不安定	
G 3	0.3540	1.4949	安定	
G 4	0.2199	2.0131	安定	

表 16 臨界故障除去時間
Table 16. Critical switching time.

リアプノフ関数	El-Abiad のリアプノフ関数		本論文の提案したリアプノフ関数	
	時間	W_1	時間	W_2
リアプノフ関数	60 rad	-0.61235×10^{-1}	65 rad	-0.66685×10^{-1}
	65 rad	0.85557×10^{-1}	70 rad	0.90623×10^{-1}
	CST*	62.085 rad	CST*	67.119 rad
ステップバイステップ	CST**	75 rad		

* 線形挿入による臨界故障除去時間

** Step by step 法による臨界故障除去時間

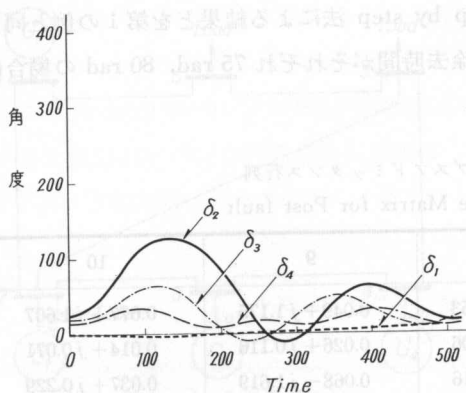


図6 動揺曲線 (故障除去時間 75 rad)

Fig. 6. Swing curve: Stable, fault cleared at 80 rad (0.1989 sec).

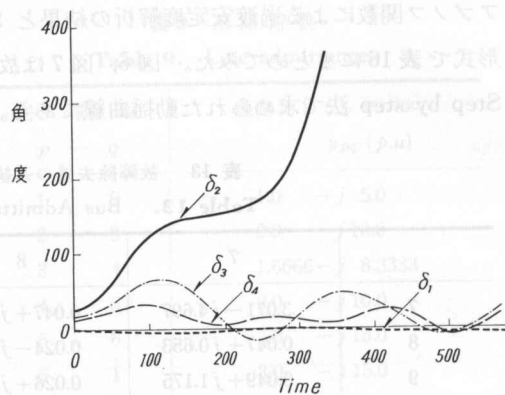


図7 動揺曲線 (故障除去時間 80 rad)

Fig. 7. Swing curve: unstable, fault cleared at 80 rad (0.2122 sec).

〈3.3〉 ま と め

二つの具体例の計算結果である臨界故障除去時間を秒の単位に換算してまとめたのが表17である。この計算結果では、二つのリアプノフ関数の臨界故障除去時間が Step by step 法で求めた臨界故障除去時間より小さく算定していることがわかる、また真の臨界故障除去時間* に対して最大 0.04 sec の判定のずれがある。

第1の例では El-Abiad の提案したリアプノフ関数が筆者達の提案した関数よりも、すぐれた過渡安定度評価を行っている。第2の例では筆者達の提案したリアプノフ関数が良い結果をもたらしている。この二つの例から El-Abiad のリアプノフ関数は送電容量の小さい系統で軽負荷の場合に良い結果をもたらす、本論文で筆者達の提案したリアプノフ関数は送電容量の大きい系統で重負荷の場合に良い結果をもたらす、これは故障除去後の系統の Bus admittance 行列の伝達コンダクタンス分が軽負荷の場合に負の値になる傾向があり逆に重負荷の場合には正になる傾向がある。このために安定領域を決定するしきい値が小さくなったり、大きくなったりするので筆者達の提案したリアプノフ関数が重負荷の場合に良い結果をもたらす要因となっている。なお、本論文の計算には北見工業大学の OKITAC-4500 が使用された。

表17 臨界故障除去時間 (秒換算)

Table 17. Critical switching time.

例	法	CST (sec)
第1例	Step by step 法による CST	0.4111 (sec)
	El-Abiad の関数による CST	0.3834
	筆者達の関数による CST	0.3721
第2例	Step by step 法による CST	0.1989
	El-Abiad の関数による CST	0.1647
	筆者達の関数による CST	0.1780

CST は臨界故障除去時間

4. む す び

表7, 表15を見れば故障除去後の系統の不安定平衡点の算出において、 Φ がゼロでない点

* Step by Step 法で求められた臨界故障除去時間

