

位相反転形ハイブリッド・リングの一般化*

安住和彦**

品田雄治**

(昭和48年9月21日受理)

Generalization of the Reverse Phase Hybrid Ring

by Kazuhiko AZUMI and Yūji SHINADA

Generally each side of the reverse phase hybrid ring has one-fourth wavelength at the center frequency. However we have derived that the circuit does not necessarily need to be constructed by sides of one-fourth wavelength to satisfy the hybrid characteristics at the center frequency. Using this generalized theory, it is convenient to discuss the large-scaled and small-scaled circuits. Hybrid characteristics of the normal circuit are symmetrical for the center frequency, but the characteristics of the generalized circuits are unsymmetric. The same theory may be easily applied to other hybrid circuits.

1. ま え が き

各種のハイブリッド回路の中で、位相反転形ハイブリッド・リング¹⁾は、逆相辺の実現方法を除いては簡単な構造であり、そのハイブリッド特性は他の回路にくらべてよい。この回路の各辺の長さは、普通中心周波数の4分の1波長になる様に選ばれている。しかしながら4分の1波長に限らなくともハイブリッド特性を満足することがわかった。この一般化された理論を用いれば、回路の大形化及び小形化を同時に論ずることができるので非常に便利である。そのハイブリッド特性は、基本形では中心周波数に対して左右対称な曲線になるのに対し、一般化した回路の特性は左右非対称となる。なお同様の考えを他のハイブリッド回路にも容易に適用することができる。

2. 位相反転形ハイブリッド・リング

一般化位相反転形ハイブリッド・リングを図1に示す。図に示す様にポート名と各ポート間を連絡する線路の特性アドミタンスをとるものとする。すなわち入力ポートを a_1, a_2 とし出力ポートを b_1, b_2 とし a_1-b_1 間、 a_2-b_2 間の線路の特性アドミタンスを Y_1 、線路の長さを m_1l 、 a_1-b_2 間、 b_1-a_2 間の線路の特性アドミタンスを Y_2 、線路の長さを m_2l とする。

* 電子通信学会回路とシステム理論研究会で一部発表(1972年10月,東京)

** 北見工業大学電気工学科

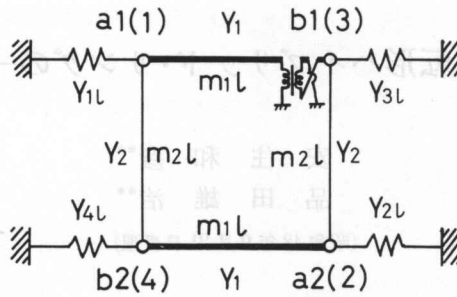


図1 一般化位相反転形ハイブリッド・リング
 Fig. 1. Generalized reverse phase hybrid ring.

ここで l は中心周波数において 4 分の 1 波長となる長さである。 $m_1 = m_2 = 1$ の場合が基本形である。イミタンス行列表現のために各ポートに通し番号をつけておくと便利であり、ポート a_1, a_2, b_1, b_2 をそれぞれポート 1, 2, 3, 4 とする。また各ポートの終端アドミタンスをそれぞれ $Y_{1L}, Y_{2L}, Y_{3L}, Y_{4L}$ とする。

図 1 に示す回路は無損失であり、可逆性を満足しているものとする。この回路にはアドミタンス行列表現ができ次のようになる。

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} \\ Y_{ba} & Y_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 & Y_{13} & Y_{14} \\ 0 & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & 0 \\ Y_{41} & Y_{42} & 0 & Y_{44} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$Y_{aa} = \begin{bmatrix} Y_{11} & 0 \\ 0 & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \coth m_1 \gamma l + Y_2 \coth m_2 \gamma l & 0 \\ 0 & Y_1 \coth m_1 \gamma l + Y_2 \coth m_2 \gamma l \end{bmatrix} = Y_{bb} \quad (2)$$

$$Y_{ab} = \begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{23} & Y_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \operatorname{cosech} m_1 \gamma l & -Y_2 \operatorname{cosech} m_2 \gamma l \\ -Y_2 \operatorname{cosech} m_2 \gamma l & -Y_1 \operatorname{cosech} m_1 \gamma l \end{bmatrix} = Y_{ba} \quad (3)$$

$$\gamma l = j\beta l \quad (4)$$

位相反転形ハイブリッド・リングが満足しなければならないものに

- (1) a_1, a_2 ポート間の分離
- (2) 各ポートにおいて整合がとれていること
- (3) a_1 ポートから b_1, b_2 ポートに互いに二直角の位相差をもつ電圧が伝送され、 a_2 ポートから b_1, b_2 ポートへ互いに同相の電圧が伝送されること
- (4) $a_1(a_2)$ ポートからの入力 は b_1, b_2 ポートに等しい電力を伝送すること

の 4 つが考えられる。これらをそれぞれ完全分離条件、完全整合条件、出力電圧位相差条件、出力電力等分条件という。なお位相反転形ハイブリッド・リングは双方向ハイブリッド回路²⁾であるから、上述の 4 つの条件はポート a_1, a_2 を b_1, b_2 とおきかえても満足されなければならない

らない。これらが考えている回路で満足されるかどうか調べてみる。

出力ポート b1, b2 にそれぞれ終端アドミタンス Y_{3l} , Y_{4l} を接続した時 a 端からみた入力アドミタンス行列 Y_{ain} は

$$Y_{ain} = \begin{bmatrix} Y_{ain11} & Y_{ain12} \\ Y_{ain12} & Y_{ain22} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$Y_{ain11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2(Y_{44} + Y_{4l}) + Y_{14}^2(Y_{33} + Y_{3l})}{(Y_{33} + Y_{3l})(Y_{44} + Y_{4l})} = Y_{ain22} \quad (6)$$

$$Y_{ain12} = -\frac{Y_{13}Y_{23}(Y_{44} + Y_{4l}) + Y_{14}Y_{24}(Y_{33} + Y_{3l})}{(Y_{33} + Y_{3l})(Y_{44} + Y_{4l})} \quad (7)$$

となる。

式(7)より完全分離条件は $Y_{ain12} = 0$ より

$$-\frac{Y_{13}}{Y_{24}} = \frac{Y_{33} + Y_{3l}}{Y_{44} + Y_{4l}} \quad (8)$$

となり、この条件は式(2), (3)を代入してわかる様に等終端、すなわち $Y_{3l} = Y_{4l}$ ならば全周波において満足される。

a 端からみた開放アドミタンス行列 Y_{af} は式(6), (7)において $Y_{3l} = Y_{4l} = 0$ としたものであるから

$$Y_{af} = \begin{bmatrix} Y_{af11} & Y_{af12} \\ Y_{af12} & Y_{af22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Y_{af11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2 Y_{44} + Y_{14}^2 Y_{33}}{Y_{33} Y_{44}} = Y_{af22} \quad (10)$$

$$Y_{af12} = -\frac{Y_{13} Y_{23} Y_{44} + Y_{14} Y_{24} Y_{33}}{Y_{33} Y_{44}} \quad (11)$$

となる。また a 端の映像アドミタンス行列 Y_{0a} は

$$Y_{0a} Z_{aa} Y_{0a} = Y_{aa} \quad (12)$$

から求められる。但し $Z_{aa} = Y_{af}^{-1}$ である。式(12)に式(2), (3), (10), (11)を代入すると

$$Y_{0a} = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + 2Y_1 Y_2 \coth m_1 \gamma l \cdot \coth m_2 \gamma l} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

となる。同様にして b 端の映像アドミタンス行列 Y_{0b} を求めると

$$Y_{0b} = Y_{0a} \quad (14)$$

となる。

中心周波数 ($\beta l = 90^\circ$) において式(13), (14)であらわされる値を、a 端及び b 端の終端アドミタンスとして採用すれば、中心周波数で映像終端したことになり、完全整合条件が満足される。

3. 出力電力等分条件及び通過域条件

式 (13), (14) であらわされる映像アドミタンスで終端した場合に, a1 端から励振した場合の出力電圧配分比¹⁾は

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}}\right)_{a1 \text{ 端励振}} &= \frac{Y_{13}}{Y_{23}} \frac{Y_{44} + Y_{4l}}{Y_{33} + Y_{3l}} = \frac{Y_{13}}{Y_{23}} \\ &= -\frac{Y_1 \operatorname{cosech} m_1 \gamma l}{Y_2 \operatorname{cosech} m_2 \gamma l} = -\frac{Y_1 \operatorname{cosec} m_1 \beta l}{Y_2 \operatorname{cosec} m_2 \beta l} = -\frac{Y_1 \sin m_2 \beta l}{Y_2 \sin m_1 \beta l} \end{aligned} \quad (15)$$

となる。Y_{3l} = Y_{4l} であるから出力電力配分比が 1:1 になる為には, 出力電圧配分比が 1:1 になればよい。すなわち

$$\frac{Y_1 \sin m_2 \beta l}{Y_2 \sin m_1 \beta l} = \pm 1 \quad (16)$$

が成り立てばよい。中心周波数において式 (16) を満足する m₁ と m₂ の関係を図示すると図 2 のグラフとなる。図 2 において “+” 及び “-” はそれぞれ式 (16) におけるプラス及びマイナス符号をとる範囲を示している。この図からわかる様に出力電力等分条件は式 (16) の符号をとる範囲が決まるだけで何ら制限を与えるものではない。

次に式 (13) が実数行列となる範囲すなわち通過域条件を求めよう。

$$\text{条件 (1): } \operatorname{coth} m_1 \gamma l \cdot \operatorname{coth} m_2 \gamma l > 0 \quad (17)$$

$$\text{条件 (2): } 0 > \operatorname{coth} m_1 \gamma l \cdot \operatorname{coth} m_2 \gamma l > -\frac{1}{2} \left(\frac{Y_1}{Y_2} + \frac{Y_2}{Y_1} \right) \quad (18)$$

中心周波数で式 (17), (18) を満足する m₁, m₂ の関係を図示すると図 3 のグラフとなる。但し式 (18) に式 (16) を代入して, 出力電力等分条件も同時に満足する範囲を求めた。図 3 において右下りの実線をほどこした部分は式 (17) を満足する範囲を, 左下りの実線をほどこした部分は式 (18) を満足する範囲をあらわしている。

4. ハイブリッド特性の計算

以上の理論で示されたいくつかの一般化した回路のハイブリッド特性の周波数特性を求めてみる。

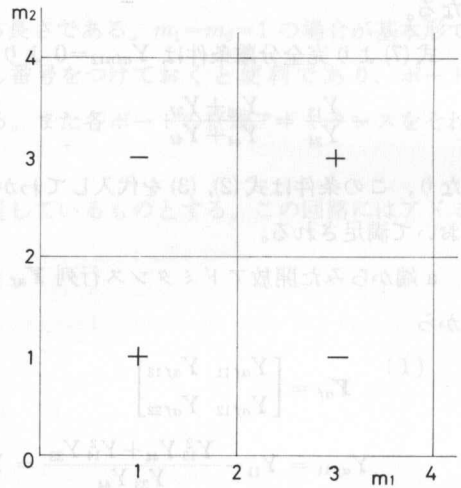


図 2 出力電力等分条件を満足する範囲
Fig. 2. Permissible region of equal output power ratio condition.

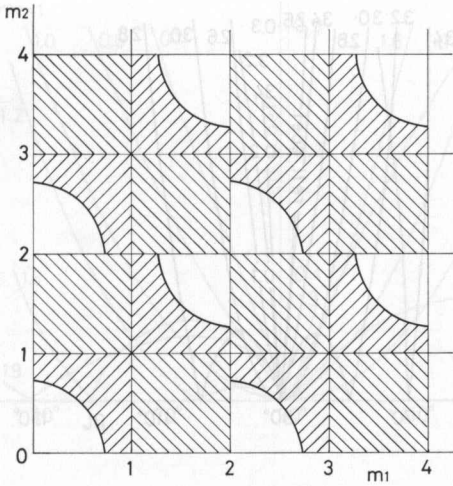


図3 通過域条件を満足する範囲

Fig. 3. Permissible region of pass band condition of the center frequency.

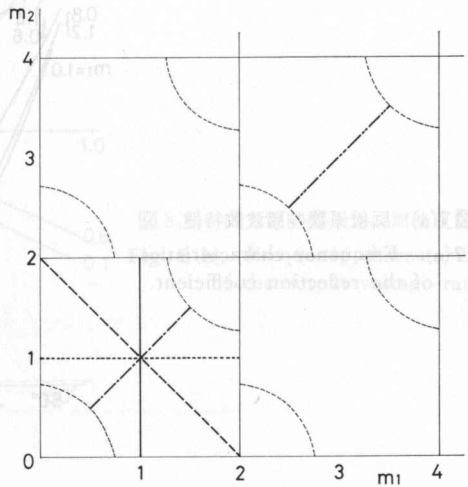


図4 数値例の範囲

Fig. 4. Region of calculated examples.

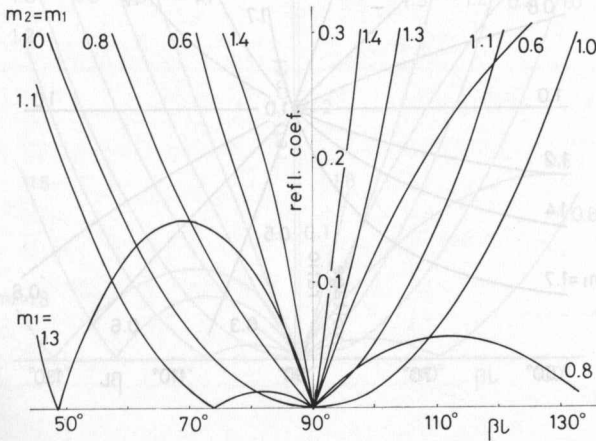


図5 反射係数の周波数特性

Fig. 5. Frequency characteristics of the reflection coefficient.

図6 反射係数の周波数特性

Fig. 6. Frequency characteristics of the reflection coefficient.

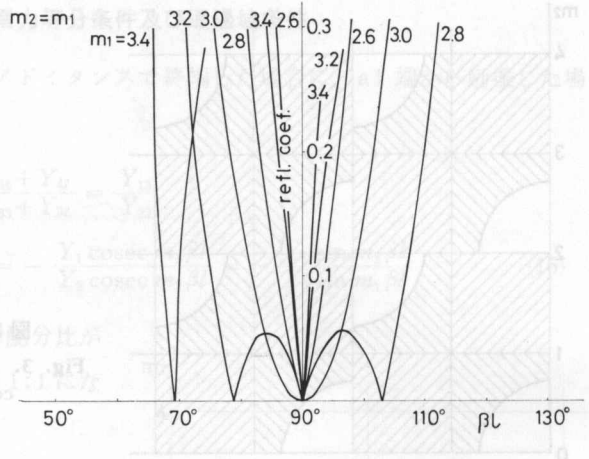


図7(a) 反射係数の周波数特性

Fig. 7(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

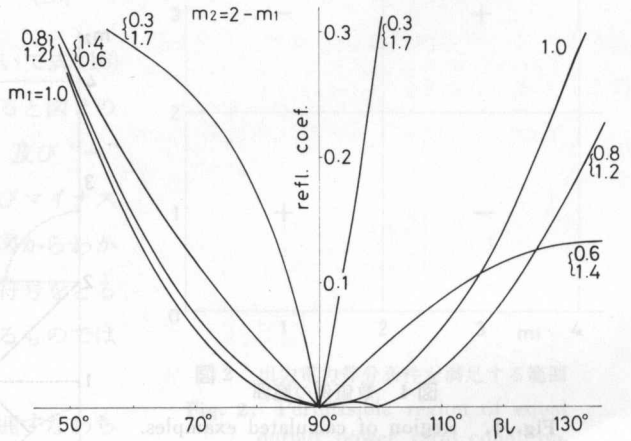
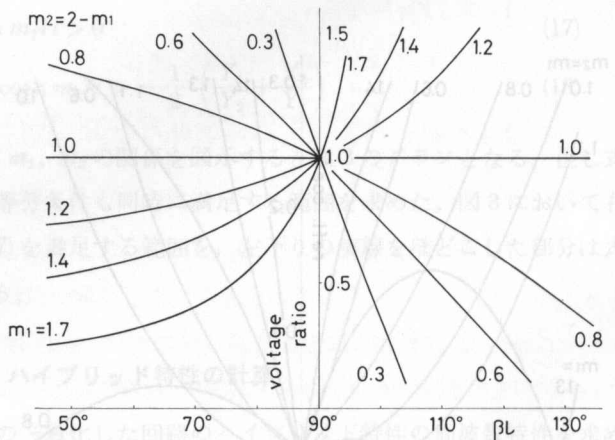


図7(b) 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 7(b). Frequency characteristics of the output voltage ratio.



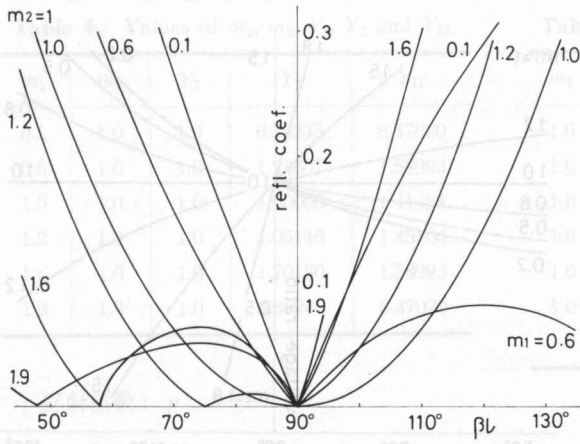


図 8(a) 反射係数の周波数特性
Fig. 8(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

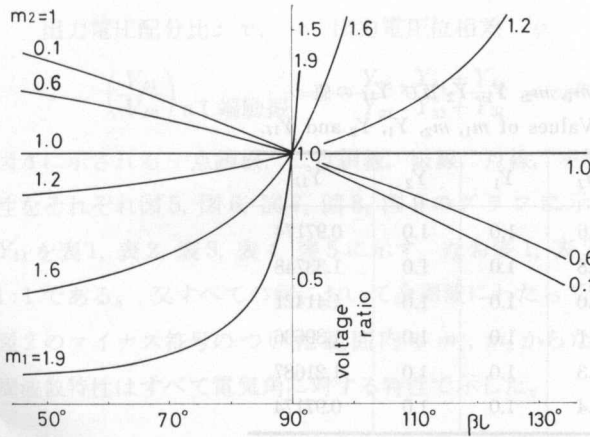


図 8(b) 出力電圧配分比の周波数特性
Fig. 8(b). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

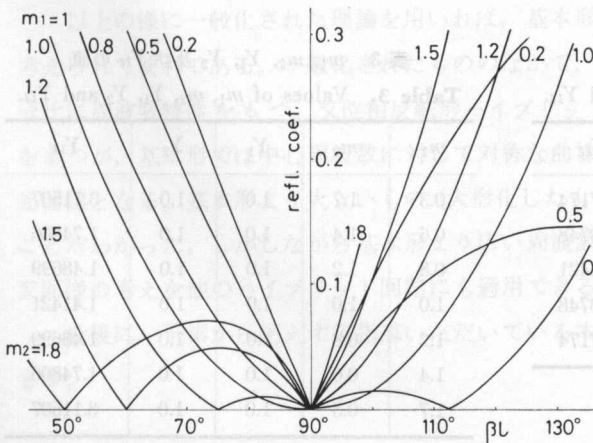


図 9(a) 反射係数の周波数特性
Fig. 9(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

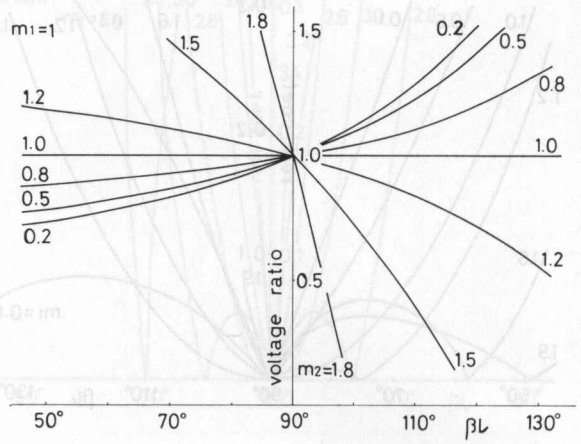


図 9(b) 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 9(b). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

表 1 m_1, m_2, Y_1, Y_2 及び Y_{1l} の値
Table 1. Values of m_1, m_2, Y_1, Y_2 and Y_{1l} .

m_1	m_2	Y_1	Y_2	Y_{1l}
0.6	0.6	1.0	1.0	0.97174
0.8	0.8	1.0	1.0	1.33748
1.0	1.0	1.0	1.0	1.41421
1.1	1.1	1.0	1.0	1.39636
1.3	1.3	1.0	1.0	1.21687
1.4	1.4	1.0	1.0	0.97174

表 2 m_1, m_2, Y_1, Y_2 及び Y_{1l} の値
Table 2. Values of m_1, m_2, Y_1, Y_2 and Y_{1l} .

m_1	m_2	Y_1	Y_2	Y_{1l}
2.6	2.6	1.0	1.0	0.97174
2.8	2.8	1.0	1.0	1.33748
3.0	3.0	1.0	1.0	1.41421
3.2	3.2	1.0	1.0	1.33748
3.4	3.4	1.0	1.0	0.97174

表 3 m_1, m_2, Y_1, Y_2 及び Y_{1l} の値
Table 3. Values of m_1, m_2, Y_1, Y_2 and Y_{1l} .

m_1	m_2	Y_1	Y_2	Y_{1l}
0.3	1.7	1.0	1.0	3.11507
0.6	1.4	1.0	1.0	1.74806
0.8	1.2	1.0	1.0	1.48699
1.0	1.0	1.0	1.0	1.41421
1.2	0.8	1.0	1.0	1.48699
1.4	0.6	1.0	1.0	1.74806
1.7	0.3	1.0	1.0	3.11507

表4 m_1, m_2, Y_1, Y_2 及び Y_{1L} の値Table 4. Values of m_1, m_2, Y_1, Y_2 and Y_{1L} .

m_1	m_2	Y_1	Y_2	Y_{1L}
0.1	1.0	1.0	6.39245	6.47020
0.6	1.0	1.0	1.23607	1.58993
1.0	1.0	1.0	1.00000	1.41421
1.2	1.0	1.0	1.05146	1.45106
1.6	1.0	1.0	1.70130	1.58993
1.9	1.0	1.0	6.39246	6.47020

表5 m_1, m_2, Y_1, Y_2 及び Y_{1L} の値Table 5. Values of m_1, m_2, Y_1, Y_2 and Y_{1L} .

m_1	m_2	Y_1	Y_2	Y_{1L}
1.0	0.2	1.0	0.30902	1.04666
1.0	0.5	1.0	0.70711	1.22474
1.0	0.8	1.0	0.95106	1.38004
1.0	1.0	1.0	1.00000	1.41421
1.0	1.2	1.0	0.95106	1.38004
1.0	1.5	1.0	0.70711	1.22474
1.0	1.8	1.0	0.30902	1.04666

反射係数: ρ

$$\rho = \frac{|Y_{a1n11} - Y_{1L}|}{|Y_{a1n11} + Y_{1L}|}$$

出力電圧配分比: v , 出力電圧位相差: φ

$$\left(\frac{V_{b1}}{V_{b2}} \right)_{a1 \text{ 端励振}} = -\frac{Y_{13}}{Y_{23}} \frac{Y_{44} + Y_{4L}}{Y_{33} + Y_{3L}} = v e^{j\varphi}$$

図4に示される一点鎖線、二点鎖線、破線、点線、実線上の m_1, m_2 からなる回路の周波数特性をそれぞれ図5, 図6, 図7, 図8, 図9のグラフに示す。それぞれの例の $m_1, m_2, Y_1, Y_2, Y_{1L}$ を表1, 表2, 表3, 表4, 表5に示す。なお表1, 表2に示す例の出力電圧配分比は全周波で1:1である。又すべての例において全周波にわたって、出力電圧位相差は 180° である。但し図2のマイナス符号のついた範囲内の m_1, m_2 からなる回路の出力電圧位相差は 0° となる。周波数特性はすべて電気角に対する特性で示した。

5. む す び

以上の様に一般化された理論を用いれば、基本形 ($m_1 = m_2 = 1$)、大形化、小形化が同時に考えられて便利である。一般化されたものなかで、 m_1 と m_2 が等しくない回路は出力電圧配分比に周波数特性をもつ。又位相反転形ハイブリッド・リングはすべて反射係数に周波数特性をもつが、基本形では中心周波数に対して対称な曲線となり、基本形以外のものは左右非対称な曲線となる。基本形より大きいもの(大形化したもの)の特性は基本形にくらべてよくないことがわかった。しかしながら基本形より広い周波数特性を示すものもあり有用と思われる。又同様の考えを他のハイブリッド回路にも適用できる^{3),4)}。

最後に、平素から絶えず御指導いただいている本学学長松本秋男先生に深く感謝いたします。

