

# 変分法による Coplanar Waveguide の解析法\*

伊藤 由幸\*\*  
北沢 敏秀\*\*\*  
林 義男\*\*\*\*  
鈴木 道雄\*\*\*

(昭和 48 年 3 月 20 日受理)

## Variational Method for the Analysis of Coplanar Waveguide

by Yoshiyuki ITOH, Toshihide KITAZAWA, Yoshio HAYASHI  
and Michio SUZUKI

Analytical method for a coplanar waveguide is presented. The method is based on a variational calculation of the line capacitance by static field theory. This method can be also applicable to similar structures as microstrip-like transmission lines.

### 1. まえがき

マイクロ波回路の集積化には従来主としてマイクロストリップ線路が用いられていたが同一平面上で半導体素子や集中定数回路素子などを接続できる線路として Coplanar Waveguide (以後, CPW と略す)<sup>1~3)</sup> やスロット線路<sup>4~5)</sup> が着目されており、現在各方面で実験的ならびに理論的な検討が行なわれている。

CPW は、図 1 に示すように、誘電体基板の同一平面上にストリップ線路と接地導体を設けた線路であり、この線路を伝わる電磁波のモードは、TE モードが優勢の hybrid モードである。したがって、CPW を厳密に解析するには界を hybrid モードとして取り扱うことが必要であるが、最低次モード (直流から伝搬可能なモード) のみに着目すれば、低い周波数帯では、界を TEM モードとみなして static 近似を行なっても充分満足しうる解を求めうることが知られている。界を TE モード<sup>2)</sup> または hybrid モード<sup>3)</sup> として取り扱い、dynamic 解を求める解析法は厳密ではあるが、基板が等方性媒質で、かつ通常の使用状態においてはいたずらに解析を複雑にするのみで非実用的な場合が多いので、ここでは、実用的な見地から static 解に着

\* 昭和 47 年度電気四学会北海道支部連合大会講演 (昭和 47 年 10 月)

\*\* 北見工業大学電気工学科、現在札幌市役所

\*\*\* 北海道大学工学部電子工学科

\*\*\*\* 北見工業大学電気工学科

目し、その一解析法を示すことにする。

CPW の static 解は最初 Wen<sup>1)</sup>によって求められたが、この理論は誘電体基板の厚さを無限大として解析したものであり、この結果をそのまま実際の線路に適用することはできない。また、文献 6)のように基板の厚さを考慮している例もあるが、この理論は外導体壁を仮想して解析を行なっているので、同一精度の解をうるために、断面寸法などの違いにより外壁の位置を変える必要があり、数値計算の上で複雑である。これらの理論に対して、本稿で示す解析法は、誘電体基板の厚さを考慮して解析を行なっており、また、外壁の存在を仮想せずに開放型のまま取り扱い等価線路容量を変分表示形式で簡潔な形で求めているので数値計算の処理も比較的容易であるなどの特徴を有する。さらに、他の開放型伝送線路、例えばマイクロストリップ線路にも適用することができるので本稿に示す理論は static 解を求める有力な解析法の一つであるといえるであろう。

なお、本理論では導体被膜の厚みを無視し、また、導体損、誘電体損も無視している。

## 2. 変分表示式

図 1 に本稿で解析する CPW を示す。波の伝搬する方向を  $y$  軸に取り、 $x$  および  $z$  軸を図のように定める。

一般に、電流源、磁流源が存在する場においてマックスウェルの界方程式は次のように表わされる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - j\omega \mu \mathbf{H}$$

$\mathbf{J}$ : 電流密度ベクトル

$\mathbf{M}$ : 磁流密度ベクトル

ここに、 $\epsilon$  および  $\mu$  はそれぞれ媒質の誘電率および透磁率である。式(1)から、電界、磁界のたて方向 ( $z$  方向) 成分  $E_z$ ,  $H_z$  は

$$E_z = \frac{1}{j\omega \epsilon} [\nabla \cdot (\mathbf{H}_t \times \mathbf{n}_z) - J_z] \quad (2)$$

$$H_z = \frac{1}{j\omega \mu} [\nabla \cdot (\mathbf{n}_t \times \mathbf{E}_t) - M]$$

のごとく横成分 ( $x, y$  成分)  $\mathbf{E}_t$ ,  $\mathbf{H}_t$  で表わされる。ここに、suffix  $z$  は  $z$  成分を表わしており、 $\mathbf{n}_z$  は  $z$  軸方向の単位ベクトルである。

式(2)のように、たて成分は横成分から求まるので、界の横成分に着目して  $E_t$ ,  $H_t$  を次式のようにフーリエ展開する<sup>7)</sup>。

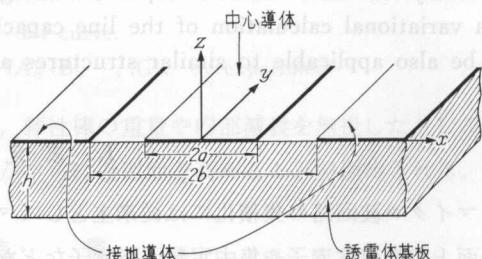


図 1 コプレナー・ウェイブガイド

Fig. 1. Coplanar Waveguide.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \sum_{m=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} V_m(\alpha : z) \quad \mathbf{f}_m(\alpha : x) \\ I_m(\alpha : z) \quad \mathbf{g}_m(\alpha : x) \end{array} \right\} d\alpha \\ \mathbf{f}_1(\alpha : x) &= \frac{j}{\sqrt{2\pi}} \mathbf{n}_x e^{-j\alpha x}, \quad \mathbf{f}_2(\alpha : x) = \frac{-j}{\sqrt{2\pi}} \mathbf{n}_y e^{-j\alpha x}, \\ \mathbf{g}_1(\alpha : x) &= \frac{j}{\sqrt{2\pi}} \mathbf{n}_y e^{-j\alpha x}, \quad \mathbf{g}_2(\alpha : x) = \frac{j}{\sqrt{2\pi}} \mathbf{n}_x e^{-j\alpha x} \end{aligned} \quad (3)$$

$\mathbf{n}_x$ :  $x$  軸方向の単位ベクトル,  $\mathbf{n}_y$ :  $y$  軸方向の単位ベクトル  
 $m = 1$ :  $E$  波 ( $H_z \equiv 0$ ),  $m = 2$ :  $H$  波 ( $E_z \equiv 0$ )

ただし、本稿では static field のみを取り扱うので、式(2)において界は伝搬軸方向に一様であると仮定している。式(2), (3)を式(1)に代入してベクトル姿態関数の規格直交性

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_{m'}^*(\alpha' : x) \cdot \mathbf{n}_z \times \mathbf{f}_m(\alpha : x) dx = \delta_{mm'} \delta(\alpha - \alpha') \quad (4)$$

\*: Complex conjugate を表わす。

$\delta_{mm'}$ : Kronecker のデルタ

$\delta(\alpha - \alpha')$ : Dirac のデルタ関数

を用いると、姿態電圧  $V_m(z)$ , 姿態電流  $I_m(z)$  に関する伝送方程式が次のように求まる。

$$-\frac{dV_m}{dz} = j a_{mm} I_m + V_m, \quad -\frac{dI_m}{dz} = j c_{mm} V_m + i_m \quad (5)$$

$$a_{11} = \omega\mu - \alpha^2/\omega\varepsilon, \quad a_{22} = \omega\mu, \quad c_{11} = \omega\varepsilon, \quad c_{22} = \omega\varepsilon - \alpha^2/\omega\mu$$

ここに、 $V_m$ ,  $i_m$  は、磁流密度ベクトル  $\mathbf{M}$  および電流密度ベクトル  $\mathbf{J}$  によって生ずる電圧源、電流源である次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'} \mathbf{g}_m^*(\alpha : x') \cdot \hat{\mathbf{M}}_t(x', z') dx' \\ i_m &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'} \mathbf{f}_m^*(\alpha : x') \cdot \hat{\mathbf{J}}_t(x', z') dx' \end{aligned} \quad (6)$$

$$m = 1, 2$$

$$\hat{\mathbf{M}}_t = \mathbf{M}_t + \mathbf{n}_z \times \nabla [J_z/j\omega\varepsilon], \quad \hat{\mathbf{J}}_t = \mathbf{J}_t - \mathbf{n}_z \times \nabla [M_z/j\omega\mu]$$

一般に、電流源、磁流源が存在する場における電界、磁界は境界条件を考慮して式(5)の伝送方程式を解くことによって求まる。CPW の場合には、導体被膜上の電流密度ベクトルを界的源と考えることにより、伝送方程式は  $z$  の各領域で次式のようになる。

$z \geq 0$  で

$$\begin{aligned} -\frac{dV_1}{dz} &= j a_1^0 I_1, \quad -\frac{dI_1}{dz} = j c_1^0 V_1 + i_1 \delta(z) \\ -\frac{dV_2}{dz} &= j a_2^0 I_2, \quad -\frac{dI_2}{dz} = j c_2^0 V_2 + i_2 \delta(z) \end{aligned} \quad (7)$$

$$a_1^0 = \omega\mu_0 - \alpha^2/\omega\varepsilon_0, \quad a_2^0 = \omega\mu_0, \quad c_1^0 = \omega\varepsilon_0, \quad c_2^0 = \omega\varepsilon_0 - \alpha^2/\omega\mu_0$$

$-h \leq z \leq 0$  で

$$\begin{aligned} -\frac{dV_1}{dz} &= j a_1 I_1, \quad -\frac{dI_1}{dz} = j c_1 V_1 + i_1 \delta(z) \\ -\frac{dV_2}{dz} &= j a_2 I_2, \quad -\frac{dI_2}{dz} = j c_2 V_2 + i_2 \delta(z) \end{aligned} \quad (8)$$

$$a_1 = \omega \mu_0 - \alpha^2 / \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r, \quad a_2 = \omega \mu_0, \quad c_1 = \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r, \quad c_2 = \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r - \alpha_2 / \omega \mu_0$$

$z \leq -t$  で

$$\begin{aligned} -\frac{dV_1}{dz} &= j a_1^0 I_1, \quad -\frac{dI_1}{dz} = j c_1^0 V_1 \\ -\frac{dV_2}{dz} &= j a_2^0 I_2, \quad -\frac{dI_2}{dz} = j c_2^0 V_2 \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 $i_1, i_2$  は導体被膜上の電流密度ベクトルによって生ずる  $E$  波および  $H$  波の電流源であり、導体被膜の厚みを無視すると式(6)より次式のようになる。

$$i_m = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'} \mathbf{f}_m^*(\alpha : x') \cdot \mathbf{J}_t(x') dx' \quad (10)$$

$$m = 1, 2$$

次に、式(7)～(9)の伝送方程式を解く。波源が  $z=0$  に存在するので、 $z>0$  では進行波のみが存在する。したがって式(7)の解は

$$\begin{aligned} V_1 &= A e^{-j \kappa_0 z} \quad I_1 = \frac{\omega \varepsilon_0}{\kappa_0} A e^{-j \kappa_0 z} \\ V_2 &= B e^{-j \kappa_0 z} \quad I_2 = \frac{\kappa_0}{\omega \mu_0} B e^{-j \kappa_0 z} \\ \kappa_0 &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \alpha^2} \end{aligned} \quad (11)$$

とおくことができる。 $-h < z < 0$  では定在波が存在するので式(8)の解は

$$\begin{aligned} V_1 &= C e^{-j \kappa_1 z} + D e^{j \kappa_1 z} \quad I_1 = \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa_1} (C e^{-j \kappa_1 z} - D e^{j \kappa_1 z}) \\ V_2 &= E e^{-j \kappa_1 z} + F e^{j \kappa_1 z} \quad I_2 = \frac{\kappa_1}{\omega \mu_0} (E e^{-j \kappa_1 z} - F e^{j \kappa_1 z}) \\ \kappa_1 &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 - \alpha^2} \end{aligned} \quad (12)$$

とおくことができる。また、 $z \leq -h$  では後進波のみが存在するから式(9)の解は

$$\begin{aligned} V_1 &= G e^{j \kappa_0 z} \quad I_1 = -\frac{\omega \varepsilon_0}{\kappa_0} G e^{j \kappa_0 z} \\ V_2 &= H e^{j \kappa_0 z} \quad I_2 = -\frac{\kappa_0}{\omega \mu_0} H e^{j \kappa_0 z} \end{aligned} \quad (13)$$

とおくことができる。上式で、 $A, B, \dots, H$  は境界面 ( $z=0$  および  $z=-h$  面) における界の連続性から定まる積分定数である。式(7)～(9)より、 $z=-h$  では電圧、電流が連続であるが、 $z=0$  では電圧は連続であるが電流は式(10)で与えられる  $i_m$  だけの不連続量がある。したがって、式(11)～(13)は次に示す境界条件を満たさねばならない。

$$\begin{aligned} V_m(+0) - V_m(-0) &= 0, & I_m(+0) - I_m(-0) &= -i_m \\ V_m(-t+0) - V_m(-t-0) &= 0, & I_m(-t+0) - I_m(-t-0) &= 0 \\ m &= 1, 2 \end{aligned} \quad (14)$$

式(11)～(13)を式(14)に代入することにより未知の積分定数 A, B, …, H が定まる。このようにして姿態電圧, 姿態電流が求まれば, これらを式(3)および式(2)に代入することにより全領域における界が求まる。 $z \geq 0$  では次式のようになる。

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi} \int_{x'} \int_{\alpha=-\infty}^{\infty} \hat{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{J}_t(x') e^{-j\alpha(x-x')} dx' d\alpha \quad (15)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2\pi} \int_{x'} \int_{\alpha=-\infty}^{\infty} \hat{\mathbf{T}}^i \cdot \mathbf{J}_t(x') e^{-j\alpha(x-x')} dx' d\alpha$$

$$\hat{\mathbf{Z}} = z_1 n_x n_y + Z_2 \mathbf{n}_y \mathbf{n}_i - \frac{\alpha}{\omega \varepsilon_0} T_1^i \mathbf{n}_z \mathbf{n}_x$$

$$\hat{\mathbf{T}}^i = T_1^i \mathbf{n}_y \mathbf{n}_x - T_2^i \mathbf{n}_x \mathbf{n}_y + \frac{\alpha}{\omega \mu_0} Z_2 \mathbf{n}_z \mathbf{n}_y$$

$$Z_1 = -i_2 \frac{\kappa_0}{\omega \varepsilon_0} \frac{1 + j(\kappa_1/\varepsilon_r \kappa_0) \tan \kappa_1 h}{2 + j\{(\kappa_1/\varepsilon_r \kappa_0) + (\varepsilon_r \kappa_0/\kappa_1)\} \tan \kappa_1 h} e^{-j\kappa_0 z}$$

$$Z_2 = -i_2 \frac{\omega \mu_0}{\kappa} \frac{1 + j(\kappa_0/\kappa_1) \tan \kappa_1 h}{2 + j\{(\kappa_1/\kappa_0) + (\kappa_0/\kappa_1)\} \tan \kappa_1 h} e^{-j\kappa_0 z}$$

$$T_1^i = \frac{\omega \varepsilon_0}{\kappa_1} Z_1, \quad T_2^i = \frac{\kappa_0}{\omega \mu_0} Z_2$$

式(15)に含まれている電流密度ベクトル  $\mathbf{J}_t$  は  $x, y$  成分を持ち

$$\mathbf{J}_t(x') = \mathbf{n}_x J_x(x') + \mathbf{n}_y J_y(x') \quad (16)$$

と表わされる。式(16)を式(15)に代入して電界の  $x$  成分  $E_x$  を求めると次のようになる。

$$E_x = \frac{-1}{2\pi \kappa_0} \int_{x'} \int_{\alpha=-\infty}^{\infty} \frac{\kappa_0}{\alpha} \frac{1 + j(\kappa_r/\varepsilon_r \kappa_0) \tan \kappa_1 h}{2 + j\{(\kappa_1/\varepsilon_r \kappa_0) + (\varepsilon_r \kappa_0/\kappa_1)\} \tan \kappa_1 h} \sigma(x') e^{-j\kappa_0 z - j\alpha(x-x')} dx' d\alpha \quad (17)$$

ここに,  $\sigma(x')$  は導体被膜上の電荷分布関数であり, 上式の誘導に際して連続の方程式

$$\sigma(x') = \frac{j}{\omega} \nabla \cdot \mathbf{J}(x') = \frac{j}{\omega} \frac{dJ_x}{dx} \quad (18)$$

を用いている。

式(17)は界は伝搬軸方向に一様であると仮定して求めたものであるが, ここで, 零周波数近似を行なって式(17)で  $\omega \rightarrow 0$  とおけば static field の電界が求まる。間隙面における static field の電界の  $x$  成分  $E_x|_{z=0}$  は

$$E_x|_{z=0} = \frac{-1}{\pi \varepsilon_0} \int_{x'} \int_{\alpha=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_r + \tanh \alpha h}{2\varepsilon_r + (\varepsilon_r^2 + 1) \tanh \alpha h} \sigma(x') \sin \alpha(x-x') dx' d\alpha \quad (19)$$

となる。上式を間隙部で積分して中心導体の電位を求めるところのようになる。

右側接地導体に対する中心導体の電位  $V_r(x)$ :

$$(20) \quad V_r(x) = - \int_b^x E_x|_{z=0} dx = \frac{1}{\pi \epsilon_0} \int_{x'}^{\infty} \int_{\alpha=0}^{\infty} \frac{\epsilon_r + \tanh \alpha h}{\alpha \{2\epsilon_r + (\epsilon_r^2 + 1) \tanh \alpha h\}} \left\{ \cos \alpha(b-x') - \cos \alpha(x-x') \right\} \sigma(x') d\alpha dx' \quad (20)$$

左側接地導体に対する中心導体の電位  $V_l(-x)$ :

$$(21) \quad V_l(-x) = - \int_{-b}^{-x} E_x|_{z=0} dx = \frac{1}{\pi \epsilon_0} \int_{x'}^{\infty} \int_{\alpha=0}^{\infty} \frac{\epsilon_r + \tanh \alpha h}{\alpha \{2\epsilon_r + (\epsilon_r^2 + 1) \tanh \alpha h\}} \left\{ \cos \alpha(b+x') - \cos \alpha(x+x') \right\} \sigma(x') d\alpha dx' \quad (21)$$

ここに、 $\int_{x'} dx'$  は導体被膜上の全領域にわたる積分を意味し、また、 $x$  は中心導体上  $-a \leq x \leq a$  にある。界の対称性(図2参照)から、 $V_r(x) = V_l(-x)$ 、したがって左右の接地導体を基準とする中心導体の電位  $V(x)$  は式(20)、(21)から次のようになる。

$$(22) \quad V(x) = \frac{2}{\pi \epsilon_0} \int_{\alpha=0}^{\infty} \frac{\epsilon_r + \tanh \alpha h}{\alpha \{2\epsilon_r + (\epsilon_r^2 + 1) \tanh \alpha h\}} \left\{ \cos \alpha x - \cos \alpha b \right\} \left\{ \int_0^a \sigma_0(x) \cos \alpha x' dx' + \int_b^{\infty} \sigma_1(x') \cos \alpha x' dx' \right\} d\alpha$$

ここに、 $\sigma_0(x')$  および  $\sigma_1(x')$  は、それぞれ中心導体および接地導体上の電荷分布関数である。式(22)は  $x$  の関数であるが、導体上では電位は一定であるので、式(22)の  $V(x)$  と中心導体上に存在する単位長あたりの総電荷  $Q$  との比をとることにより線路容量  $C$  が次のように変分表形式で求まる。

$$(23) \quad \frac{1}{C} = \frac{V(x)}{Q} = \frac{\int_0^a V(x) \sigma_0(x) dx}{2 \left[ \int_0^a \sigma_0(x) dx \right]^2}$$

式(23)により単位長あたりの線路容量が求めれば、位相定数  $\beta$  および特性インピーダンス  $Z$  は次式から算出できる<sup>8)</sup>。

$$(24) \quad \beta = (C_0/C)^{1/2} \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \quad Z = (C_0/C)^{1/2} Z_0$$

ここに、 $C_0$ 、 $Z_0$  は誘電体基板を取り除いた場合の線路容量と特性インピーダンスである。 $C_0$  は式(23)で  $\epsilon_r = 1$  とおくことにより求まり  $Z_0$  は

$$(25) \quad Z_0 = 1/C_0 v$$

で与えられる。ただし、 $v$  は光速である。

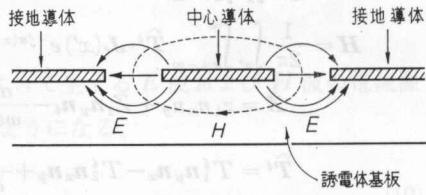


図2 CPW の Static 界

Fig. 2. Static field configuration in a CPW.

### 3. 数 値 計 算

前章で、線路容量  $C$  を与える変分表示式を求めたが、導体被膜上の電荷分布が未知であるのでこれに適当な試行関数を代入しなければならない。

誘電体基板を取り除いた場合の TEM モードに対する電荷分布関数は、上半面（または下半面）を、Schwarz-Christoffel の変換を用いて、平行板電極に置き換えることにより

$$\left[ (x^2 - a^2)(x^2 - b^2) \right]^{-1/2} \quad (|x| \leq a, |x| \geq b) \quad (26)$$

に比例することが容易にわかる。誘電体基板を含む実際の CPW の電荷分布は式(26)よりも複雑な分布になるが、式(26)を試行関数に選べば精度の高い解が求まることが予想できる<sup>3)</sup>。したがって、試行関数として式(26)を採用するのが適当であるが、これを用いると計算時間が長くなるので、ここでは、計算時間が比較的短く、かつ真値に近い値を与える別の関数形を考えることにする。

自由空間中に存在する無限に薄いストリップ導体の電荷分布関数は

$$\left[ 1 - (2x/w)^2 \right]^{-1/2} \quad w: \text{ストリップ導体幅} \quad (27)$$

に比例する。マイクロストリップ線路の線路容量を計算する場合には式(27)を試行関数として採用すれば精度の高い解をううことができるが<sup>9)</sup>、式(27)のかわりに

$$|x| \quad |x| \leq w/2 \quad (28)$$

または

$$1 + |2x/w|^3 \quad |x| \leq w/2 \quad (29)$$

を試行関数に選んでも良好な結果が得られることがわかっている<sup>8)</sup>。CPW の場合には接地導体が同一平面上に存在するためにマイクロストリップ線路の電荷分布とは異なってくるが、マイクロストリップ線路の場合に式(27)を式(28)または(29)で近似したことと同様に、CPW の中心導体上の電荷分布を式(26)のかわりに式(28)または(29)を採用しても edge effect についての近似度は同程度であると考えられる。ここでは中心導体上の電荷分布を式(28)または(29)とし、接地導体上の電荷分布は、導体端近傍における電荷分布が中心導体のそれと同一であるとして次の二つの形の試行関数を考えることにする。

(i)  $\sigma_0(x) = |x|$

$$\sigma_1(x) = \begin{cases} |x| - b - a & (b \leq |x| \leq b+1) \\ 0 & (|x| > b+1) \end{cases} \quad (30)$$

(ii)  $\sigma_0(x) = 1 + |x|^3/a^3$

$$\sigma_1(x) = \begin{cases} \frac{16}{125a^3} \left( |x| - b - \frac{5}{4}a \right)^3 & \left( b \leq |x| \leq b + \frac{2}{5}a \right) \\ 0 & \left( |x| > b + \frac{5}{2}a \right) \end{cases} \quad (31)$$

表 1 位相定数 ( $\beta/\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ )Table 1. Phase constant ( $\beta/\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ )

$h/a$	$\epsilon_r=9.6$		$\epsilon_r=20$	
	式(30)	式(31)	式(30)	式(31)
0.5	1.443	1.422	1.779	1.748
1.0	1.686	1.665	2.195	2.163
2.0	1.969	1.954	2.676	2.651
3.0	2.115	2.104	2.923	2.906
4.0	2.193	2.186	3.055	3.044
5.0	2.236	2.232	3.128	3.120
10.0	2.293	2.292	3.225	3.224
20.0	2.301	2.301	3.239	3.239
40.0	2.302	2.302	3.240	3.240
80.0	2.302	2.302	3.240	3.240

 $b/a=7.5$ 

表 1 は、式(30)および(31)を試行関数として式(23)から線路容量を計算し、式(24)を用いて位相定数を求めたものである。表 1 によると試行関数による結果の違いは  $h/a$  が小さくなるほど顕著であるが、その違いは 2% 以下であり結果にはさほどの影響がないことがわかる。しかし、これらの結果を低い周波数帯における hybrid モードの解<sup>3)</sup>と比較すると 1~2% の相違が見受けられる。界を hybrid モードとして取り扱っている文献 3)の理論は、それ自体は厳密な解析法であるが数値計算に際しては若干の近似的な取り扱いを行なって結果を求めているので、文献 3)の結果と本稿の結果との違いをそのまま本稿の理論の誤差とみなすことは不適当である。しかし、式(30), (31)を試行関数として採用する限り、分散特性が問題にならない周波範囲においても若干の誤差を含むことは否定できないであろう。この誤差の原因は、特に接地導体上の電荷分布関数が不適当であったためであるが、式(26)を試行関数に選べば static 解として精度の高い解をうることが可能であろう。なお、表 1 の結果を誘電体基板の厚さを無限大にして ( $h \rightarrow \infty$ ) 解析した Wen の理論<sup>1)</sup>と比較すると、 $h/a \geq 40$  では完全に一致しており、 $h/a=10$  では 1% 以内の相違である。このことから、ここで計算したパラメータ ( $b/a=7.5$ ,  $\epsilon_r=9.6 \sim 20$ ) をもつ CPW については、 $h/a \geq 10$  では Wen の結果を用いても大きな誤まりはないものと結論づけられる。

## 4. む　す　び

変分法により CPW の static 解を求める解析法を示し若干の数値例を与えた。試行関数として式(30)および(31)式を用いて数値計算を行ったが、精度の高い解を得るために式(26)を試行関数として採用することが必要である。

本理論では界を static field として取り扱っているので、使用周波数、基板の比誘電率の大きさ、断面寸法などにより理論の適用範囲に制限を受ける。この制限を明確に規定するためには充分精度の高い static 解および dynamic 解を求めて比較検討しなければならない。

### —Conclusion of the Model Following System—

#### 文　献

- 1) C. P. Wen: "Coplanar waveguide: a surface strip transmission line suitable for nonreciprocal gyromagnetic device applications", IEEE Trans., MTT-17, p. 1987 (Dec. 1969).
- 2) 金木利之: "フェライトを装荷したスロット線路および Coplanar waveguide の位相定数", 電子通信学会論文誌 (B), 55-B, 7, p. 413 (昭 47-07).
- 3) 北沢敏秀・藤木義矩・林 義男・鈴木道雄: "Coplanar waveguide の解析法", 電子通信学会論文誌 (B), 56-B, 2, p. 87 (昭 48-02).
- 4) S. B. Cohn: "Slot line on a dielectric substrate", IEEE Trans., MTT-17, p. 768 (Oct. 1969).
- 5) E. A. Mariani, C. P. Heinzman, J. P. Agrios, and S. B. Cohn: "Slot line characteristics", IEEE Trans., MTT-17, p. 1091 (Dec. 1969).
- 6) 石川 元・日高紀雄: "コプレーナーストリップ線路の検討", 昭和 46 年度電子通信学会全国大会, 528.
- 7) 松本 正・鈴木道雄: "可変パラメータ異方性媒質を含む導波管内の電磁界", 電気通信学会誌, 45, 12, p. 1680 (昭 37-12).
- 8) E. Yamashita: "Variational method for the analysis of microstrip-like transmission lines", IEEE Trans., MTT-16, p. 1967 (Aug. 1968).
- 9) 藤木義矩・林 義男・鈴木道雄: "変分法によるマイクロストリップ線路の解析に関する検討", 電子通信学会論文誌 (B), 54-B, 9, p. 606 (昭 46-09).

ことであるし、あるいは経時によって変化することもある。したがって制御系を設計するには、あらかじめ制御対象のパラメータ(固定誤差や変動(以後両者を含めてパラメータ変動)を考慮して、系の動特性、定常特性がパラメータ変動の影響を受けないようなしなければならない。そのような系の設計法として、パラメータ感度方程式を導入するが知られている。しかしこの方法は多入力系のみ適用可能であり、また系の動特性、定常特性を指定するとき、パラメータ変動による影響を直ちに小さくすることはできない。一方では、制御対象のパラメータ変動に関して極めて低感度な系としてモデル導從系を提案している。これは制御対象のパラメータ公称値を用いてモデルを作り、このモデルの出力に制御対象のそれを追従させるもので、過渡誤差を制御することでパラメータ変動の影響を直ちに設定することができるとなり、実用上は直意の人力に対して系感度の系を実現することができる。なお、既に発表されているモデル導從系<sup>1)</sup>は、モデルとして外部入力のないものである。

\* 昭和 47 年度電気学会北陸地方講習会大会で一部発表 (1972.10)

<sup>1)</sup> 北陸工業大学電気工学科