

単純ループ・ハイブリッドリングの研究 (第4報)*

—ハイブリッド特性が双峰となる単純
ループ・ハイブリッドリング—

安住和彦**
品田雄治**

(昭和47年3月30日受理)

On the Simple-loop Hybrid Ring (Part 4)

—Simple-loop Hybrid Ring of Double-Peak Characteristics—

by Kazuhiko AZUMI and Yūji SHINADA

The simple-loop hybrid ring used in the microwave band has the simplest structure among various kinds of hybrid circuits. But its electric characteristics are worse than those of hybrid circuits. There are various methods for improving the bandwidth.

By connecting two unsymmetrical hybrid rings in cascade, and making the image immittance matrices diagonal, a perfect matching and a perfect isolation will be obtained at the ports and between the ports of the circuits respectively at any frequency (electrical angle) of near the center frequency. The operating characteristics of the circuit i.e. the isolation, the reflection coefficient and the phase difference between the output voltages show double-peak characteristics and “W” characteristics respectively.

1. ま え が き

マイクロ波帯で使用されている各種のハイブリッド回路の中で単純ループ・ハイブリッドリングは、その構造は一番簡単であるが、電気的特性はあまりよくない。特性の改善をはかるには種々の方法が考えられるが、多区間縦続接続するのも有効な方法である¹⁾。多区間縦続接続する場合には単位区間として非対称及び対称ハイブリッドリングが考えられる。非対称ハイブリッドリングを2区間縦続接続し中心周波数から離れた任意の周波数で映像イミタンスが対角行列になるように設計すると、その周波数で完全分離及び完全整合となり、分離度は双峰特性を示し、反射係数、出力電圧位相差はW字特性を示す。この特性は単純ループ・ハイブリッドリング1区間では実現できない。

* 電子通信学会回路とシステム理論研究会で一部発表 (1972年1月, 大阪)

** 北見工業大学電気工学科

2. 非対称単純ループ・ハイブリッドリング

図1に示される非対称単純ループ・ハイブリッドリングの各ポートの名称と各ポート間を連絡する線路のアドミタンスは次の様にとるものとする。すなわち左端に入力ポート a1, a2 をとり右端に出力ポート b1, b2 をとり, a1-b1 間, a2-b2 間の線路の特性アドミタンスを Y_2 , a1-a2 間の特性アドミタンスを Y_1 , b1-b2 間の特性アドミタンスを Y_3 とする。これらの4本の線路の長さはみな同じとし, 中心周波数において4分の1波長とする。この回路のイミタンス行列表現のために各ポートに通し番号をつけておくと便利であり, ポート a1, a2, b1, b2 をそれぞれポート 1, 2, 3, 4 とする。

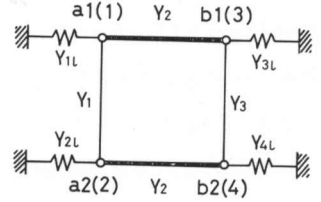


図1 非対称単純ループ・ハイブリッドリング

Fig. 1. Unsymmetrical simple-loop hybrid ring.

図1に示す回路は無損失であり, 可逆性を満足しているものとする。この回路にはアドミタンス行列表現ができ次の様になる。

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} \\ Y_{ba} & Y_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} & 0 & Y_{24} \\ Y_{31} & 0 & Y_{33} & Y_{34} \\ 0 & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$Y_{aa} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_1 + Y_2)\lambda^{-1} & -Y_1 s^{-1} \\ -Y_1 s^{-1} & (Y_1 + Y_2)\lambda^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Y_{ab} = \begin{bmatrix} Y_{13} & 0 \\ 0 & Y_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_2 s^{-1} & 0 \\ 0 & -Y_2 s^{-1} \end{bmatrix} = Y_{ba} \quad (3)$$

$$Y_{bb} = \begin{bmatrix} Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_2 + Y_3)\lambda^{-1} & -Y_3 s^{-1} \\ -Y_3 s^{-1} & (Y_2 + Y_3)\lambda^{-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\lambda = \tanh \tilde{\gamma}l = j \tan \beta l$$

$$s = \lambda / \sqrt{1 - \lambda^2} = \sinh \tilde{\gamma}l = j \sin \beta l \quad (5)$$

$$c = 1 / \sqrt{1 - \lambda^2} = \cosh \tilde{\gamma}l = \cos \beta l$$

図1の回路においてb端を開放してa端からみた開放アドミタンス行列 Y_{af} は

$$Y_{af} = \begin{bmatrix} Y_{af11} & Y_{af12} \\ Y_{af12} & Y_{af22} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$Y_{af11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2 Y_{33}}{Y_{33}^2 - Y_{34}^2} = Y_{af22} \quad (7)$$

$$Y_{af12} = Y_{12} + \frac{Y_{13}^2 Y_{34}}{Y_{33}^2 - Y_{34}^2}$$

となる。

a 端の映像アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{0a} は次式を満足し

$$\mathbf{Y}_{0a} \mathbf{Z}_{aa} \mathbf{Y}_{0a} = \mathbf{Y}_{aa}^{2b} \tag{8}$$

\mathbf{Z}_{aa} は

$$\mathbf{Z}_{aa} = \mathbf{Y}_{af}^{-1} \tag{9}$$

とあらわされる。式(8), 式(9)より

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{0a} &= \begin{bmatrix} Y_{0a11} & Y_{0a12} \\ Y_{0a12} & Y_{0a22} \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{Y}_{aa} \mathbf{Z}_{aa})^{\frac{1}{2}} \mathbf{Z}_{aa}^{-1} \end{aligned} \tag{10}$$

となる。

3. 双峰性ハイブリッドリング

図1の a 端において中心周波数から離れた任意の周波数で完全整合及び完全分離となる為には、その周波数で映像アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{0a} が対角行列となればよい。これは式(10)で \mathbf{Y}_{aa} が \mathbf{Z}_{aa} に相似ならば、 \mathbf{Y}_{0a} が単位行列に相似となり、二つの入力ポートで互いに分離した終端アドミタンスを用いて整合をとることができる。従って式(2), (6), (9)より

$$\frac{Y_{11}}{Y_{af22}} = - \frac{Y_{12}}{Y_{af12}} \tag{11}$$

を満足すればよい。式(11)に式(2), (3), (4), (7)を代入すると

$$\frac{k_a - k_b}{k_a(1+k_a)\{(1+k_b)^2 c_1^2 - k_b^2\}} = 2 \tag{12}$$

となる。

ただし

$$k_a = \frac{Y_1}{Y_2}, \quad k_b = \frac{Y_3}{Y_2}, \quad c_1 = \cosh \gamma_1 l = \cos \beta_1 l \tag{13}$$

である。 $\beta_1 l$ は中心周波数から離れた完全整合及び完全分離となる任意の周波数 (電気角) である。

この時 a 端の映像アドミタンス行列 \mathbf{Y}_{0a} は対角行列となりその要素は

$$Y_{0a11} = \sqrt{Y_{11} Y_{af22} + Y_{12} Y_{af12}} = Y_{0a22} \tag{14}$$

となる。

従って Y_{1l} 及び Y_{2l} として式(14)で示される映像アドミタンスをとれば任意の周波数で a 端において映像終端することができる。しかしながら b 端はその周波数で完全整合にも完全分離にもならない。そこで両端で完全整合及び完全分離が成立するようにするには図2の様に逆向きに2区間連続接続すればよい。完全整合及び完全分離となる周波数を指定すると式(12)を

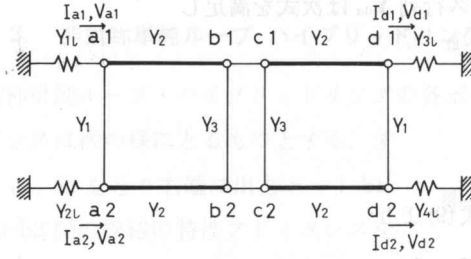


図 2 2 区間縦続接続
Fig. 2. Connection of the two sections in cascade.

満足する k_a, k_b の関係が求められる。他方 k_a, k_b は出力電力配分比を左右する。図 2 の回路のポート a1 に入力を加えた時、ポート d1 及び d2 の出力電圧配分比は

$$\left(\frac{V_{d1}}{V_{d2}} \right)_{a1 \text{ 端励振}} = - \frac{(A_{11} + B_{11} Y_{d1}) + (D_{11} + C_{11} Z_{d1})}{(A_{12} + B_{12} Y_{d1}) + (D_{12} + C_{12} Z_{d1})} \quad (15)$$

となる。求め方は後述する。

ただし

$$\begin{aligned} A_{11} &= 2 \frac{Y_{12} Y_{34}}{Y_{13}^2} + 2 \frac{Y_{11} Y_{33}}{Y_{13}^2} - 1 \\ A_{12} &= 2 \frac{Y_{11} Y_{34}}{Y_{13}^2} + 2 \frac{Y_{12} Y_{33}}{Y_{13}^2} \\ B_{11} &= 2 \frac{Y_{33}}{Y_{13}^2}, \quad B_{12} = 2 \frac{Y_{34}}{Y_{13}^2} \\ C_{11} &= -2Y_{11} + \frac{2Y_{11}(Y_{11} Y_{33} + Y_{12} Y_{34})}{Y_{13}^2} + \frac{2Y_{12}(Y_{11} Y_{34} + Y_{12} Y_{33})}{Y_{13}^2} \\ C_{12} &= -2Y_{12} + \frac{2Y_{12}(Y_{11} Y_{33} + Y_{12} Y_{34})}{Y_{13}^2} + \frac{2Y_{11}(Y_{11} Y_{34} + Y_{12} Y_{33})}{Y_{13}^2} \\ D_{11} &= A_{11}, \quad D_{12} = A_{12}, \quad Z_{d1} = Y_{d1}^{-1} \end{aligned} \quad (16)$$

である。中心周波数では $\lambda = \infty$, $s = j$ であるから式 (2), (3), (4) より

$$Y_{11} = 0, \quad Y_{12} = jY_1, \quad Y_{13} = jY_2, \quad Y_{33} = 0, \quad Y_{34} = jY_3 \quad (17)$$

となり、これを式 (16) に代入すると式 (15) より中心周波数における出力電圧配分比は次の様になる。

$$\left(\frac{V_{d1}}{V_{d2}} \right)_{a1 \text{ 端励振}} = - \frac{\left(\frac{2Y_1 Y_3}{Y_2^2} - 1 \right) + \left(\frac{2Y_1 Y_3}{Y_2^2} - 1 \right)}{- \frac{2jY_3}{Y_2^2} Y_{d1} + 2j \left(\frac{Y_1^2 Y_3}{Y_2^2} - Y_1 \right) Z_{d1}} \quad (18)$$

従って

$$\left| \frac{V_{d1}}{V_{d2}} \right|_{a1 \text{ 端励振}} = \frac{2 \left(\frac{2Y_1 Y_3}{Y_2^2} - 1 \right)}{- \frac{2Y_3}{Y_2^2} Y_{d1} + 2 \left(\frac{Y_1^2 Y_3}{Y_2^2} - Y_1 \right) \frac{1}{Y_{d1}}} \quad (19)$$

となる。出力電力配分比は出力電圧配分比の2乗と定義されているので、中心周波数において出力電力配分比が1:1になる条件は式(19)に式(13)を代入し次の様になる。

$$k_a(k_a k_b - 1) \frac{1}{Y_{ii}} - k_b Y_{ii} - 2k_a k_b + 1 = 0 \tag{20}$$

式(12)及び式(20)を同時に満足する k_a, k_b は定まりその時の終端負荷アドミタンス Y_{ii} は式(14)で与えられる。

中心周波数及び完全整合、完全分離の周波数で出力電力配分比が1:1になるハイブリッドリングの k_a, k_b, Y_{ii} の値を決めると表1及び表2となる。

表1 $\beta_1 l$ 対 k_a, k_b, Y_{ii} (中心周波数で出力電力配分比が1:1)

Table 1. $\beta_1 l$ versus k_a, k_b, Y_{ii} (output power ratio is 1:1 at the center frequency)

$\beta_1 l$	85°	80°	75°	70°
k_a	0.30732038	0.32736773	0.36520248	0.42692847
k_b	0.47633272	0.44416778	0.38469969	0.29337647
Y_{ii}	0.72305278	0.71190961	0.69499569	0.67844331

表2 $\beta_1 l$ 対 k_a, k_b, Y_{ii} (完全整合、完全分離の周波数で出力電力配分比が1:1)

Table 2. $\beta_1 l$ versus k_a, k_b, Y_{ii} (output power ratio is 1:1 at the frequency of the complete matching and isolation)

$\beta_1 l$	85°	80°	75°	70°
k_a	0.30645983	0.32311480	0.35251248	0.39739933
k_b	0.47076593	0.42558092	0.35582008	0.26838144
Y_{ii}	0.72740236	0.72918423	0.73240495	0.73756123

4. ハイブリッド特性の計算

任意の周波数で完全整合及び完全分離になる様に設計されたハイブリッドリングの動作特性を求めよう。図2の回路においてa端からみた入力アドミタンス行列 Y_{ain} を

$$Y_{ain} = \begin{bmatrix} Y_{ain11} & Y_{ain12} \\ Y_{ain12} & Y_{ain22} \end{bmatrix} \tag{21}$$

とすれば

$$Y_{ain11} = Y_{11} - \frac{Y_{13}^2 (Y_{33} + Y_{cin11})}{(Y_{33} + Y_{cin11})^2 - (Y_{34} + Y_{cin12})^2} = Y_{ain22} \tag{22}$$

$$Y_{ain12} = Y_{12} + \frac{Y_{13}^2 (Y_{34} + Y_{cin12})}{(Y_{33} + Y_{cin11})^2 - (Y_{34} + Y_{cin12})^2}$$

となる。

ただし

$$Y_{c\hat{n}11} = Y_{33} - \frac{Y_{13}^2(Y_{11} + Y_{ii})}{(Y_{11} + Y_{ii})^2 - Y_{12}^2} \quad (23)$$

$$Y_{c\hat{n}12} = Y_{34} + \frac{Y_{13}^2 Y_{12}}{(Y_{11} + Y_{ii})^2 - Y_{12}^2}$$

である。式(23)はc端から右側をみた入力アドミタンス行列の要素である。

従ってa端の反射係数 ρ 、分離度 α_{12} は次の様にあらわすことができる。

$$\rho \cong \frac{|Y_{a\hat{n}11} - Y_{ii}|}{|Y_{a\hat{n}11} + Y_{ii}|} \quad (24)$$

$$\alpha_{12} \cong 20 \log_{10} \frac{2Y_{ii}}{|Y_{a\hat{n}12}|} \quad (\text{dB}) \quad (25)$$

図2に示される回路のa端を入力ポートとし、d端を出力ポートと考えると、入出力間には縦続行列表現が可能でありその要素をそれぞれ **A**, **B**, **C**, **D** とすると電圧伝送係数行列 **N** 及び電流伝送係数行列 **M** は次の様にあらわされる。

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{Y}_i \quad (26)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{D} + \mathbf{C}\mathbf{Z}_i \quad (27)$$

ただし

$$\mathbf{Y}_i = \begin{bmatrix} Y_{3z} & 0 \\ 0 & Y_{4z} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_i = \mathbf{Y}_i^{-1} \quad (28)$$

である。

以上より出力電圧配分比 v 、出力電圧位相差 φ は

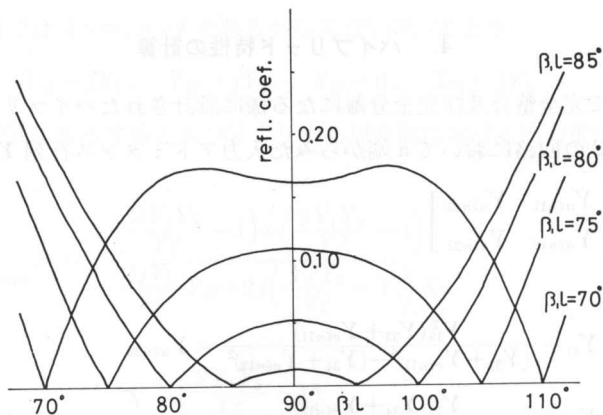


図 3(a) 反射係数の周波数特性

Fig. 3 (a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

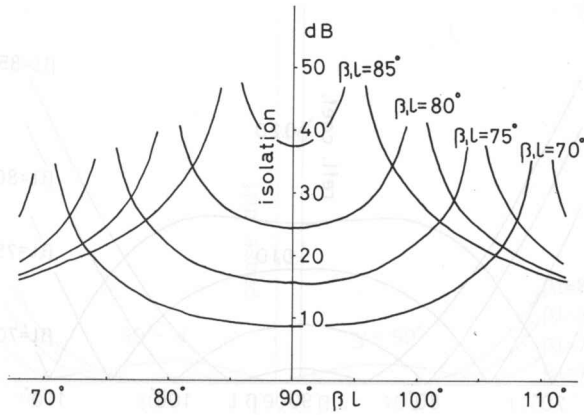


図 3(b) 分離度の周波数特性

Fig. 3(b). Frequency characteristics of the isolation.

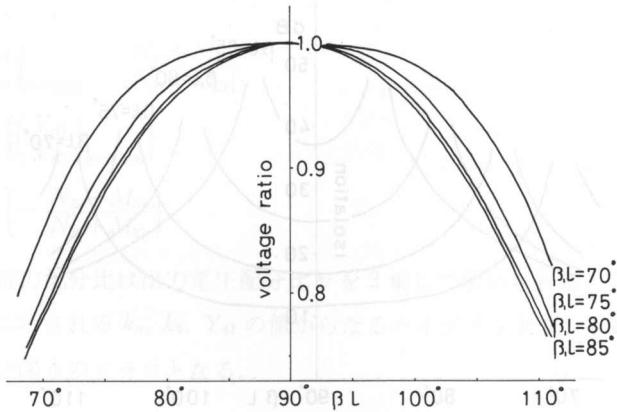


図 3(c) 出力電力配分比の周波数特性

Fig. 3(c). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

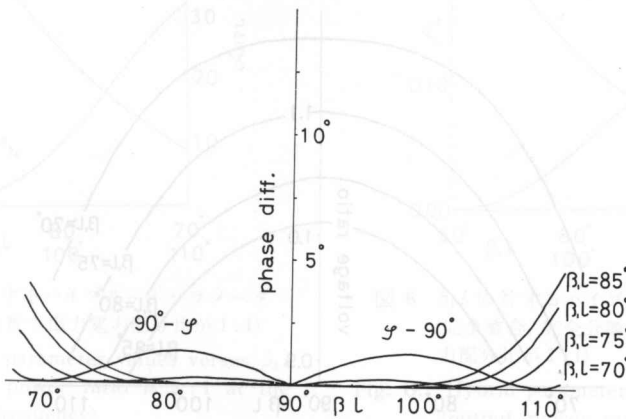


図 3(d) 出力電圧位相差の周波数特性

Fig. 3(d). Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

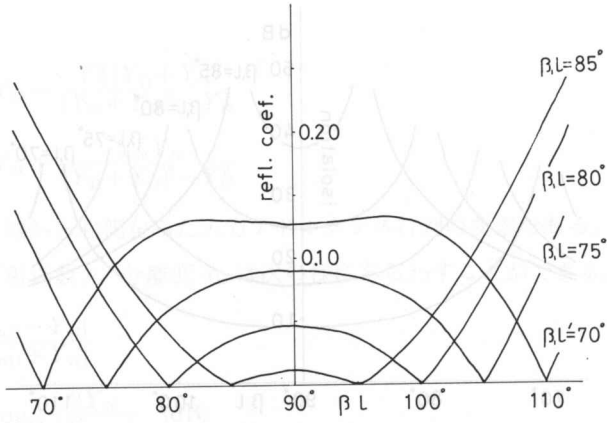


図 4(a) 反射係数の周波数特性

Fig. 4(a). Frequency characteristics of the reflection coefficient.

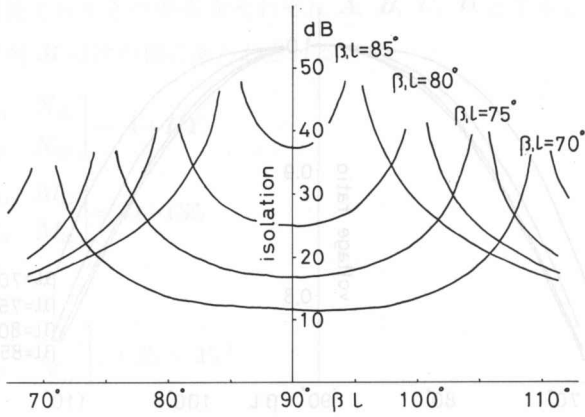


図 4(b) 分離度の周波数特性

Fig. 4(b). Frequency characteristics of the isolation.

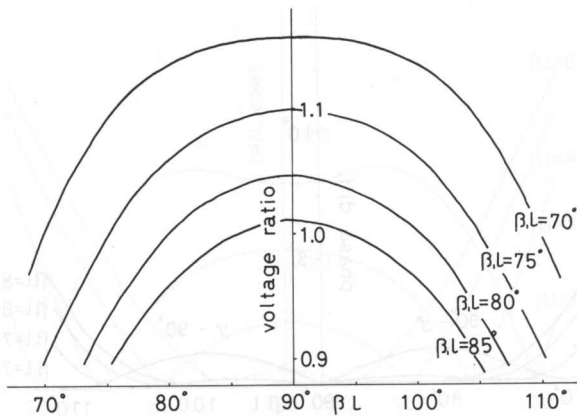


図 4(c) 出力電圧配分比の周波数特性

Fig. 4(c). Frequency characteristics of the output voltage ratio.

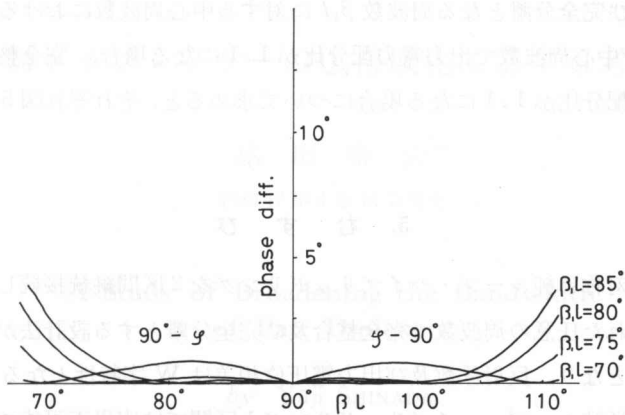


図 4(d) 出力電圧位相差の周波数特性
 Fig. 4(d). Frequency characteristics of the phase difference between the output voltages.

$$v = \left| \frac{V_{a1}}{V_{a2}} \right|_{a1 \text{ 端励振}} = \frac{|N_{22} + M_{22}|}{|N_{21} + M_{21}|} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \arg \left\{ \left(\frac{V_{a1}}{V_{a2}} \right)_{a1 \text{ 端励振}} \right\} \\ &= \arg \left\{ - \frac{N_{22} + M_{22}}{N_{21} + M_{21}} \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

となる。なお出力電力配分比は出力電圧配分比 v を 2 乗して求められる。

表 1 及び表 2 に示される k_a, k_b, Y_{ii} の値からなるハイブリッドリングの諸特性を求めるとそれぞれ図 3 及び図 4 のグラフとなる。

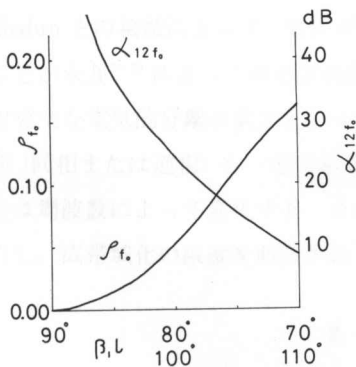


図 5 $\beta_1 l$ に対するハイブリッドパラメータ
 (中心周波数で出力電力配分比が 1:1)
 Fig. 5. Hybrid parameter values versus $\beta_1 l$
 (output power ratio is 1:1 at the center frequency).

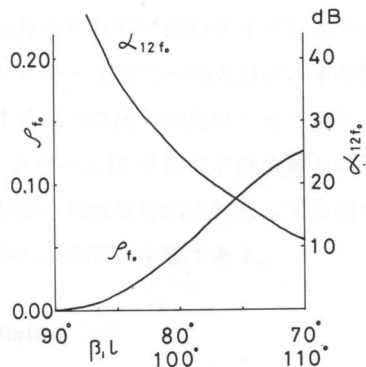


図 6 $\beta_1 l$ に対するハイブリッドパラメータ
 (完全整合, 完全分離の周波数で出力電力配分比が 1:1)
 Fig. 6. Hybrid parameter values versus $\beta_1 l$
 (output power ratio is 1:1 at the frequency of the complete matching and isolation).

又完全整合及び完全分離となる周波数 $\beta_1 l$ に対する中心周波数における反射係数の値 ρ_f 、分離度の値 α_{12f} を中心周波数で出力電力配分比が 1:1 になる場合、完全整合及び完全分離の周波数で出力電力配分比が 1:1 になる場合について求めると、それぞれ図 5 及び図 6 のグラフとなる。

5. む す び

以上の様に非対称単純ループ・ハイブリッドリングを 2 区間縦続接続した回路を用いて、中心周波数から離れた任意の周波数で完全整合及び完全分離とする設計法が示された。この時分離度は双峰特性となり、反射係数及び出力電圧位相差は W 字特性となることがわかった。なお、この特性は単純ループ・ハイブリッドリング 1 区間では実現不可能である。更に特性を改善するにはもっと多くの区間を縦続接続すればよいだろう。しかしながら区間数が多くなると製作上の困難が増加するので、以上の様な設計法も特性を改善する方法として有効であろう。

最後に、平素から絶えず御指導いただいている本学学長松本秋男先生に深く感謝いたします。

文 献

- 1) 安住和彦・品田雄治：単純ループ・ハイブリッドリングの多区間縦続接続，北見工大研報，第 4 巻第 1 号。
- 2) 西出 雅・松本秋男：多端子網への映像パラメータ系の拡張，信学論誌，53-A (1970-6)。



Fig. 5. Reflection coefficient ρ_f and isolation degree α_{12f} versus $\beta_1 l - \pi$ at the center frequency for the range of the multiple matching.